

УДК 532.517.4:533.6.011.5

© 2007 г. А. Д. САВЕЛЬЕВ

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ КЛИНА НА ПЛАСТИНЕ: ВОПРОСЫ ОТРЫВА И ПРИСОЕДИНЕНИЯ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

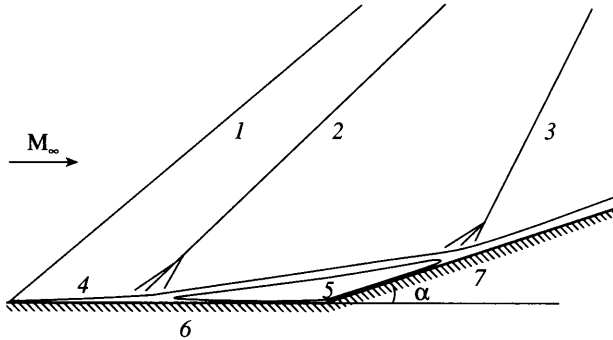
Проведено численное исследование сверхзвукового обтекания плоской конфигурации “пластина-клин” ламинарным потоком вязкого газа. Получены значения давления в точках отрыва и присоединения пограничного слоя для широкого диапазона изменения чисел Маха и Рейнольдса. Определены минимальные углы наклона поверхности клина, при которых возникает возвратное течение. Полученные результаты представлены в виде обобщенных зависимостей от числа Маха теоретического давления на поверхности клина, вызывающего отрыв пограничного слоя, и давления в точке его последующего присоединения.

Ключевые слова: отрыв ламинарного пограничного слоя, численное моделирование, уравнения Навье–Стокса, критерий зарождения отрыва, давление в точке присоединения.

При полетах летательных аппаратов часто возникает отрыв пограничного слоя от обтекаемой поверхности. Это может приводить к существенному перераспределению на теле давления, поверхностного трения и тепловых потоков. Для практики данные характеристики исключительно важны, поэтому определение условий, при которых безотрывное течение сменяется отрывным, продолжает оставаться актуальным.

Пик работ в области отрывных течений пришелся на 50–70-е годы прошлого столетия, что было вызвано имевшим место в тот период времени бурным развитием ракетной техники. Основные теоретические и экспериментальные результаты можно найти в [1]. С инженерной точки зрения очень удобными оказались полученные разными авторами распределения давления в зоне свободного взаимодействия, многочисленные эмпирические зависимости от числа Маха давления в точке отрыва и зоне плато. Подобные зависимости для давлений зарождения отрыва и в точке повторного присоединения также были бы весьма полезными. В [2] предполагается, что отрыв потока имеет место в том случае, если увеличение давления в скачке уплотнения превосходит рост давления в зоне свободного взаимодействия, т.е. в области плато. Вместе с тем признается, что экспериментально измеренная величина коэффициента критического давления во многих случаях превышает значение соответствующего параметра в области постоянного давления. Ничего неожиданного в этом нет. Согласно экспериментальным данным, давление в точке присоединения выше, чем в зоне плато, а ниже по потоку еще выше. В [3] из предположения симметричности роста и снижения толщины пограничного слоя в отрывной области делается вывод о том, что коэффициент давления зарождения отрыва вдвое превышает таковой в точке отрыва. Экспериментальные данные на этот счет можно найти в [4, 5]. В настоящее время есть возможность получить подтверждение данному утверждению численно. Кроме того, естественно полагать, что и отрыв, и присоединение потока имеют общую природу. Они должны обладать близкими механизмами действия. Поэтому давление в точке повторного присоединения потока также может быть представлено в виде некой зависимости от чисел Маха и Рейнольдса.

Интерес к задаче сверхзвукового обтекания клина на пластине возник после знакомства с исследованием [6]. В нем с использованием теории смешения Чепмена [7] рассматривалась задача об отрыве потока на передней кромке пластины при обтекании уг-



Фиг. 1. Схема течения: 1 – головной скачок уплотнения, 2, 3 – волны сжатия при отрыве и присоединении, 4 – пограничный слой перед областью взаимодействия, 5 – возвратно-циркуляционная зона, 6 и 7 – точки отрыва и присоединения пограничного слоя

ла сжатия сверхзвуковым ламинарным потоком. Первые же численные результаты показали сильное влияние числа Рейнольдса на давление в области между отрывающим и замыкающим зону возвратного течения скачками уплотнения. Кроме того, минимальные значения углов наклона поверхности клина, при которых возможен отрыв потока на передней кромке, оказались выше полученных в [6]. Все это послужило причиной проведения серии численных расчетов при различных значениях чисел Маха, Рейнольдса и углов наклона поверхности клина. Полученные результаты представлены в виде зависимостей комбинированных параметров, включающих в себя коэффициент давления и число Рейнольдса в степени “1/4”, от значения числа Маха.

1. Постановка задачи. Обтекание клина на пластине рассматривалось в плоской постановке. Схема течения показана на фиг. 1. На поверхности пластины, расположенной параллельно набегающему потоку, нарастает пограничный слой, генерирующий головной скачок уплотнения. У наклонной под углом α поверхности формируется еще один скачок. Его взаимодействие с пограничным слоем на пластине вызывает отрыв последнего с образованием зоны возвратно-циркуляционного течения. Разворот потока при отрыве и повторном присоединении сопровождается волнами сжатия. Распределение давления, положение точек отрыва и присоединения определяется числами Маха, Рейнольдса и интенсивностью скачка уплотнения за счет степени наклона поверхности клина.

Решение задачи определялось путем численного интегрирования двухмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса. Обезразмеренные по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру они имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + \sigma_{ij}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho e u_j + u_j \sigma_{ij} - q_j) = 0$$

Здесь t и x_i – время и декартовы координаты, ρ , u_i , $e = \gamma^{-1} h + 0.5 u_i u_i$ – плотность, компоненты вектора скорости и полная энергия, h – энтальпия, γ – отношение удельных теплоемкостей.

Компоненты тензора напряжений σ_{ij} и теплового потока q_j представляются так

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} p - 2\mu \text{Re}^{-1} \left[S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \delta_{ij}) \right]$$

$$q_j = \mu \text{Re}^{-1} \text{Pr}^{-1} \frac{\partial}{\partial x_j} h, \quad S_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

где S_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации.

Здесь p – давление, μ – коэффициент молекулярной вязкости, Pt – число Прандтля, Re – число Рейнольдса. По повторяющимся индексам i, j, k везде предполагается суммирование. Система уравнений дополняется уравнением состояния

$$p = \gamma^{-1}(\gamma - 1)\rho h$$

и зависимость коэффициента молекулярной вязкости от энтальпии в виде формулы Сазерленда [8].

За характерный линейный размер задачи принималось расстояние от передней кромки пластины до угловой точки клина. Плотность обезразмеривалась по своему значению на бесконечности ρ_∞ , компоненты скорости u_i – по скорости u_∞ , энтальпия – по u_∞^2 , коэффициент молекулярной μ вязкости – по μ_∞ .

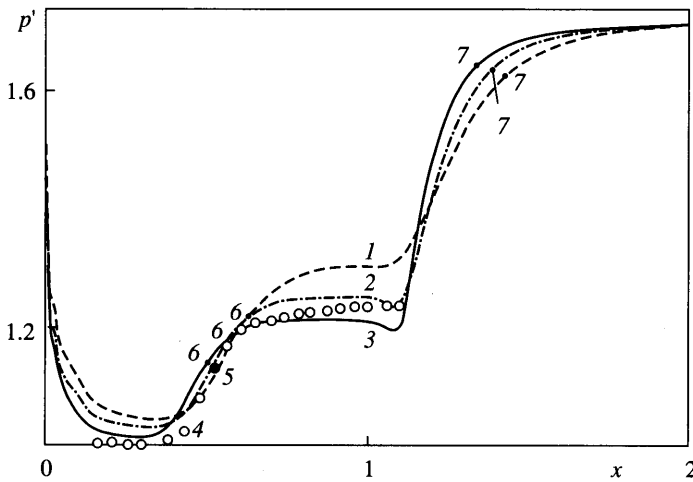
Размеры и форма расчетной области выбирались такими, чтобы поток выходил только через заднюю границу, на которой задавалось свободное вытекание потока. На горизонтальной границе перед пластиной задавались условия симметрии течения. На пластине ставились условия прилипания, фиксировалась температура торможения, а плотность определялась из уравнения неразрывности. В расчетах использовался модифицированный вариант компактных разностных схем [9]. Для чисел Маха набегающего потока меньших 3 применялись аппроксимации пятого порядка, выше 3 – третьего. Расчетная сетка содержала 131×61 узлов. Минимальное расстояние между соседними узлами было на четыре порядка меньше расстояния от передней кромки пластины до угловой точки клина.

В качестве тестового проводился расчет обтекания расположенного на пластине 25° -го клина при значениях чисел $M_\infty = 2.7$ и $Re_\infty = 10^5$. Отрыв был зафиксирован на передней кромке. Угол наклона головного скачка составил 33.7° (в эксперименте [3] было получено значение 34° , расчет [6] дал 33.7°). Полученное давление за скачком в 2.1 превысило давление набегающего потока. В [3] этот параметр имел значение 2.15, в [6] – 2.46. За замыкающим скачком было получено значение давления, в 4.5 раза превосходящее значение соответствующего параметра в невозмущенном течении. Этот же параметр в эксперименте [3] имел значение 4.57, а в расчете [6] – 4.5.

Другой тестовый расчет касался случая, когда отрывная зона еще не достигает передней кромки пластины. Рассматривалось обтекание 10° -го клина при числе Маха набегающего потока 2. На фиг. 2 представлены полученные в расчетах распределения относительного давления вдоль поверхности клина и пластины. Здесь следует отметить, что экспериментальные данные получены относительно давления перед областью взаимодействия, а не давления на бесконечности. Можно отметить удовлетворительное согласование полученных расчетных и экспериментальных данных. Видно также, что с ростом числа Рейнольдса протяженность зоны отрыва пограничного слоя перед клином увеличивается, а давление в точке отрыва уменьшается. Напротив, давление при присоединении подрастает, а сама точка присоединения смещается вверх по потоку ближе к угловой кромке клина.

2. Полученные результаты. Расчеты проводились при числах Маха набегающего потока 1, 5, 2, 3 и 4. Значения числа Рейнольдса составляли 10^4 , 2×10^4 , 5×10^4 и 10^5 . Угол наклона поверхности клина α менялся от 2 до 13° с шагом в 1° . Ламинарный режим течения позволял получать при вычислениях практически полностью установившееся решение.

Использовался следующий подход. После проведения систематических расчетов распределения давления и коэффициента трения на твердой поверхности объединялись в серии по общим значениям чисел M_∞ и Re_∞ . На основании этих данных определялись наличие и размеры зоны отрыва пограничного слоя, давление в характерных точках на твердой поверхности. Возможные погрешности здесь могут быть связаны с дискретностью сетки и применявшейся линейной интерполяцией при получении значений параметров между узлами.



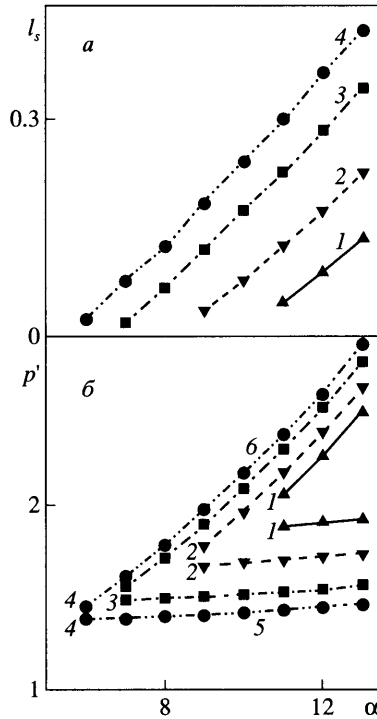
Фиг. 2. Распределение относительного давления $p' = p/p_\infty$: 1 – $Re = 5 \times 10^4$, 2 – 10^5 , 3 – 1.8×10^5 , 4 – данные эксперимента [3] при $Re = 1.8 \times 10^5$, 5 – точка отрыва пограничного слоя, зафиксированная в эксперименте, 6 и 7 – расчетные точки отрыва и присоединения

Протяженность отрывной зоны перед клином l_s представлялась в виде зависимости от угла α при заданных исходных значениях параметров потока. Пример таких зависимостей для числа $M_\infty = 4$ приведен на фиг. 3, а. Графики зависимостей протяженности отрыва при других значениях числа Маха выглядят подобным же образом. Следует отметить, что с увеличением значения Re_∞ , несмотря на то, что толщина пограничного слоя уменьшается, протяженность отрыва l_s растет. Полученные зависимости l_s имеют практически линейный характер. С их помощью методом экстраполяции определялись углы наклона поверхности клина, а следовательно, и перепады давления, при которых происходило зарождение отрыва пограничного слоя.

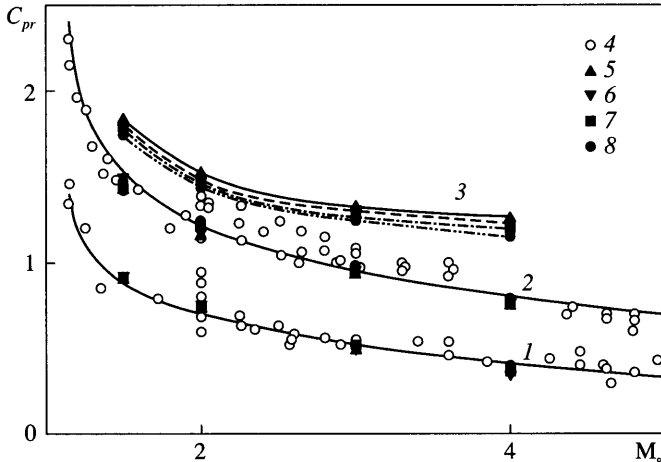
Помимо протяженности отрыва, определялись значения давления в точках отрыва, присоединения и области плато. Полученные зависимости относительного давления p' в точках отрыва и присоединения для $M_\infty = 4$ представлены на фиг. 3, б. Налицо очень слабая зависимость давления в точке отрыва пограничного слоя от угла α . Обусловлена она не повышением давления на стенке с ростом угла клина, а снижением местного числа Рейнольдса перед точкой отрыва при увеличении размеров зоны рециркуляции. Напротив, давление в точке присоединения пограничного слоя показывает сильную зависимость от α . Следует отметить также уже замеченный ранее факт, что если давление в точке отрыва при увеличении числа Re_∞ уменьшается, то давление присоединения, напротив, растет.

Полученные результаты в виде зависимостей от числа Маха значений предложенного в [2] параметра $C_{pr} = C_p Re^{1/4}$, где C_p – коэффициент давления, представлены на фиг. 4. При этом давление в точке отрыва и зоне плато определялось как среднее среди вызывающего отрыв диапазона углов наклона поверхности клина α при заданных числах M_∞ и Re_∞ . Расчетные значения хорошо согласуются с эмпирическими кривыми и экспериментальными данными из [2].

Приведенные на фиг. 4 графики давления, приводящего к зарождению отрыва, имеют такой же вид, как и кривые давлений отрыва и плато. Естественно, они располагаются выше других. Вместе с тем отчетливо прослеживается зависимость полученных данных от числа Re_∞ . Со снижением значения Re_∞ перепад давления, вызывающий от-



Фиг. 3. Протяженность зоны отрыва l_s пограничного слоя (а) перед клином и относительное давление p' (б) в точках отрыва 5 и присоединения 6 пограничного слоя при $M_\infty = 4$: 1 – $Re = 10^4$, 2 – 2×10^4 , 3 – 5×10^4 , 4 – 10^5



Фиг. 4. Давление C_{pr} в характерных зонах при отрыве пограничного слоя: 1, 2 – эмпирические зависимости [2] для давления в точках отрыва и области плато, 3 – давление, вызывающее отрыв, 4 – подборка экспериментальных данных из [2], 5 – $Re = 10^4$, 6 – 2×10^4 , 7 – 5×10^4 , 8 – 10^5

рыв, увеличивается. Связано это с утолщением пограничного слоя, что делает градиент давления не таким крутым. Этот эффект усиливается при значении числа Маха 4, где температура поверхности заметно выше, чем при других значениях M_∞ .

В случае развитого отрывного течения полученный критерий должен безусловно выполняться. Примером могут служить, например, экспериментальные данные [4] по взаимодействию косо го скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем на пластине. Так, при числе $M_\infty = 2$, угле наклона скачка 32.6° и числе $Re_\infty = 2.96 \times 10^5$ значение C_{pr} составляет 3.36. Это значительно выше уровня, необходимого для возникновения отрыва пограничного слоя, что подтверждается наличием для данных условий отрывной зоны значительной протяженности как экспериментально в [4], так и численно в расчетах Бима и Уорминга [10], МакКормака [11].

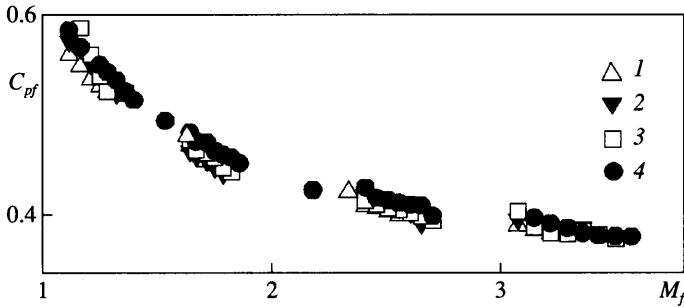
Результаты, касающиеся положения характерных точек отрывного течения и давления в них, получены численно. При использовании разностной схемы высокого порядка основные источники погрешности следует связывать прежде всего с определением положения точек отрыва, присоединения и давления в них на используемой разностной сетке. Оценки показывают, что даже с учетом относительно высоких градиентов параметров потока в начале и конце области рециркуляции погрешность определения значений C_{pr} не превышает 10%.

Для проверки полученных зависимостей давления зарождения отрыва проводились дополнительные расчеты при значениях M_∞ , не использовавшихся в основной серии вычислений. Они выполнялись для чисел $Re_\infty = 10^4$ и 10^5 и значений углов α , при которых на основании графиков фиг. 4 предполагалось наличие отрыва пограничного слоя или же его отсутствие. Их результаты сведены в таблицу. Если существование отрыва не ожидалось или он не был зафиксирован, в ячейках помещался знак "-", если предполагалось его наличие или он был обнаружен - знак "+".

M_∞	Re_∞	α°	Ожидание отрыва	Наличие отрыва
1.75	10^4	7.5	-	-
		6.3	+	+
1.75	10^5	3.2	-	-
		3.6	+	+
2.5	10^4	7.1	-	-
		7.8	+	+
2.5	10^5	4.0	-	-
		4.4	+	+
3.5	10^4	8.6	-	-
		9.3	+	+
3.5	10^5	5.0	-	-
		5.5	+	+

Видно, что полученные расчетным путем кривые позволяют достаточно уверенно предсказывать наличие или отсутствие отрыва перед клином в рассмотренном диапазоне изменения исходных параметров.

Определенные расчетным путем значения давления в точке присоединения пограничного слоя также использовались для получения обобщенных зависимостей вида [2]. При этом в качестве базовых вводились не значения параметров течения на плоской пластине перед точкой отрыва, а на наклонной поверхности, причем соответствующие ее невязкому обтеканию. Полученные значения параметра $C_{pf} = q_\infty^{-1} (p_f - p_r) Re_f^{1/4}$ в зависимости от числа Маха над поверхностью клина при его невязком обтекании M_f представлены на фиг. 5. Индекс f относится к параметрам на клине. Характер полученного распределения параметра C_{pf} подобен поведению графиков для точек отрыва и плато давления, приведенных на фиг. 4. Это говорит о близости физических механизмов от-



Фиг. 5. Давление C_{pf} в точке повторного присоединения пограничного слоя: 1 – $Re = 10^4$, 2 – 2×10^4 , 3 – 5×10^4 , 4 – 10^5

рыва и присоединения ламинарного пограничного слоя под воздействием градиентов давления.

Заключение. Проведенные расчеты показали возможность предсказания отрыва ламинарного пограничного слоя перед клином в сверхзвуковом потоке. Критерий может быть представлен в виде зависимости от числа Маха набегающего потока параметра, являющегося произведением коэффициента давления на клине при его невязком обтекании и числа Рейнольдса в степени “1/4”. С помощью подобного вида зависимости возможно также описание давления в точке повторного присоединения пограничного слоя. В этом случае используется разность теоретического давления на клине и давления в точке присоединения, а число Рейнольдса определяется по параметрам потока на наклонной поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 05-01-00584).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1972. Т. 1. 1972. 299 с.; Т. 2. 1973. 280 с. Т. 3. 1973. 333 с.
2. Erdos J., Pallone A. Shock-boundary layer interaction and flow separation // Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst. Stanford, Calif, Univ. press, 1962. P. 239–254.
3. Chapman D.R., Kuehn D.M., Larson H.K. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition // NACA Rept. 1356. 1958. 40 p.
4. Hakkinen R.J., Greber I., Trilling L., Abarbanel S.S. The investigation of an oblique shock wave with a laminar boundary layer // NASA Mem. 2-18-59W. March 1959.
5. Morduchow M., Clarke J.H. Method for calculations of compressible laminar boundary-layer characteristics in axial pressure gradient with zero heat transfer // NACA TN 2784. Sept. 1952. 43 p.
6. Brower W.B. Leading-edge separation of laminar boundary layers in supersonic flow // J. Aero Space Sci. 1961. V. 28. № 12. P. 957–961.
7. Чапман D.R. Laminar mixing of a compressible fluid // NACA Rept. 958. 1950. 7 p.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
9. Савельев А.Д. О разностных схемах высокого порядка с составными стабилизирующими добавками М.: ВЦ РАН, 2003. 30 с.
10. Beam R.M., Warming R.F. An implicit factored scheme for the compressible Navier-Stokes equations // AIAA Journal. 1978. V. 16. № 4. P. 393–402.
11. Маккормак Р.В. Численный метод решения уравнений вязких сжимаемых течений // Аэрокосмическая техника. 1983. Т. 1. № 4. С. 114–123.