

УДК 532.516.013.4:536.24

© 2007 г. А. А. ГОРБУНОВ, С. А. НИКИТИН, В. И. ПОЛЕЖАЕВ

## ОБ УСЛОВИЯХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ–БЕНАРА И ТЕПЛООБМЕНЕ В ОКОЛОКРИТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Исследуется тепловая гравитационная конвекция в горизонтальном слое сжимаемого совершенного газа, подогреваемого снизу, и газа Ван-дер-Ваальса вблизи критического состояния. Рассмотрены особенности изэнтропического равновесия сжимаемой среды с уравнением состояния Ван-дер-Ваальса. Известные условия возникновения конвекции в совершенном газе и газе Ван-дер-Ваальса проверяются на основе решения полных и линеаризованных уравнений. Обсуждаются ограничения, предпринимаемые при выводе известных формул для адиабатических температурных градиентов, используемых в условиях отсутствия и возникновения конвекции. Обсуждаются особенности переноса тепла конвекцией, в том числе причины ухудшения теплообмена в околоскритической среде за порогом устойчивости гидростатического равновесия.

*Ключевые слова:* конвекция Рэля–Бенара, конвекция и теплообмен в околоскритической среде.

Несмотря на то, что термодинамика сред вблизи критической точки разработана довольно полно, вопрос об условиях возникновения конвекции в околоскритической среде, отличающейся существенной сжимаемостью и другими аномальными свойствами, не достаточно изучен вплоть до настоящего времени. В связи с этим нет ясности о теплообмене, обусловленном конвекцией в непосредственной близости от критической точки, так как традиционный аппарат термодинамики для этого недостаточен (см. например [1]). Вместе с тем относящиеся сюда вопросы связаны с особенностями конвекции, выходящими за рамки широко распространенного в теории конвекции приближения Буссинеска.

Для сжимаемой среды в соответствии с уравнениями гидростатического равновесия к числу критериев подобия, определяющих интенсивность конвекции и теплообмена, добавляется “небуссинесковский” критерий (число Шварцшильда), который определяется как отношение адиабатического температурного градиента к заданному. При этом согласно [2, 3] в случае совершенного газа равновесие устойчиво, а конвекция должна отсутствовать, если адиабатический температурный градиент больше заданного. Если это условие не выполняется, то может возникнуть конвекция. В вязком сжимаемом совершенном газе для условия возникновения конвекции определяющим является модифицированный критерий Рэля (критерий Джеффри), который введен в работе [4]. Условие возникновения конвекции в форме Джеффри (условие Джеффри) может быть представлено в том же виде, как и в случае возникновения конвекции в приближении Буссинеска. При получении этого критерия в [4] была выписана линеаризованная система уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа, но задача об устойчивости, которая дала бы возможность вычислить критические значения числа Джеффри в упомянутой работе не решалась. Такие попытки предпринимались несколькими авторами (см. обзор работ до 1965 г. в [5]), однако до недавнего времени полное решение этой задачи для среды с уравнением состояния несовершенного газа отсутствовало.

Разработка методов прямого численного решения уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа дала возможность определения критических чисел на основе зависимости чис-

ла Нуссельта от числа Рэлея, получаемой из численного решения этих уравнений за порогом устойчивости равновесия. Для совершенного газа в горизонтальном слое с граничными условиями прилипания для одноячейкового приближения конвекции проверка условия Джеффри была предпринята в [6]. Показано хорошее согласование предсказания Джеффри с данными прямого численного решения при перепаде температур 1.5. При увеличении числа Шварцшильда от нуля до 0.33 показано ослабление теплообмена за порогом устойчивости равновесия. Результаты применялись для изучения особенностей модели конвекции в “глубокой” атмосфере [7]. Однако для конвекции околокритической жидкости прямая численная проверка условия Джеффри предпринята лишь в недавнее время [8] в диапазоне параметров лабораторного эксперимента с околокритическим гелием  $^3\text{He}$  по данным работы [9]. Значительных отличий от этого условия в диапазоне лабораторных параметров также не обнаружено.

Однако это не означает, что такие различия вообще отсутствуют: несмотря на то, что в диапазоне перепадов температур и геометрических масштабов лабораторного эксперимента подход [4] согласуется с экспериментальными данными, условие Джеффри используется без достаточных обоснований (см., например [3, 10–16]). Условие, близкое к условию Джеффри, получено также в [12] на основе решения линеаризованной задачи.

Заметим, что нестационарный участок развития конвекции, который исследуется в ряде упомянутых работ, важен в связи с замедлением развития околокритических диффузионных и конвективных процессов. На этом участке проявляется так называемый поршневой эффект (“piston effect”), исследованию которого посвящен ряд работ. Однако этот эффект имеет место лишь на определенном (начальном) отрезке времени. В [17] показано, что его влияние исчезает к моменту времени развития конвекции. Поэтому с методической точки зрения важно знать характеристики стационарных режимов (в первую очередь теплообмена) как предельных режимов конвекции за порогом устойчивости равновесия в диапазоне “небуссинесковских” критериев подобия для больших перепадов температур и геометрических масштабов, что может иметь место, например, в природных процессах.

В первой части работы рассмотрены условия возникновения конвекции в околокритической жидкости при потере устойчивости механического равновесия в горизонтальном слое, подогреваемом снизу, в случае граничных условий прилипания, а также скольжения, допускающих аналитическое решение. Обобщаются исследования критериев возникновения конвекции на основе анализа условий механического равновесия в сжимаемом газе и его устойчивости, а также прямого численного решения уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа [18–20].

Во второй части дается сравнение результатов численного решения полных уравнений Навье–Стокса с результатами решения линеаризованных уравнений в области с граничными условиями скольжения. Обсуждаются особенности переноса тепла конвекцией, в том числе возможные причины ухудшения теплообмена в околокритической среде за порогом устойчивости гидростатического равновесия. Как и в большинстве цитированных работ (исключение составляет, может быть, лишь [21]), численные решения уравнений Навье–Стокса получены здесь на основе одноячейковой модели конвекции, поэтому вопрос о самоорганизации околокритических структур не затрагивается.

**1. Общая постановка задачи.** Исследование условий возникновения конвекции в замкнутой области, подогреваемой снизу, ведется на основе модели вязкого сжимаемого теплопроводного газа в поле силы тяжести с ускорением  $g$ . В отличие от [6, 8] предполагается, что коэффициенты переноса постоянны, но кроме совершенного газа рассматривается и газ Ван-дер-Ваальса. Безразмерные нестационарные уравнения Навье–Стокса, включающие уравнения неразрывности, движения, энергии и уравнения состоя-

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho \text{Re}} \left[ \frac{4\partial^2 u}{3\partial x^2} + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \right] \quad (1.2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho\gamma} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho \text{Re}} \left[ \frac{4\partial^2 v}{3\partial y^2} + \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) \right] \quad (1.3)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho\gamma} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho \text{Re}} \left[ \frac{4\partial^2 w}{3\partial z^2} + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) \right] + C_F \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & -(\gamma - 1) \frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\gamma}{\rho \text{RePr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \\ & + \frac{\gamma(\gamma - 1)}{\rho \text{Re}} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \right. \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\left. + \frac{2}{3} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] \right\}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

В качестве уравнений состояния будут в дальнейшем использоваться уравнения

$$p = \rho T, \quad p = \frac{\rho T}{1 - \rho/3} - \frac{9}{8} \rho^2 \quad (1.6)$$

Здесь  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $T$  – температура.

Решение поставленной трехмерной задачи реализовано численно наряду с серией двумерных задач в работе авторов [21]. Ниже основное внимание сосредоточено на анализе двумерных конвективных течений сжимаемого газа с различными уравнениями состояния за порогом устойчивости механического равновесия, что открывает подходы и к аналогичным трехмерным задачам.

Рассматриваются прямоугольные области. Для компонент вектора скорости на различных участках границ областей (стенок) используются два типа граничных условий, именно: а) условия непротекания, б) условия прилипания.

Температуры нижней и верхней стенок равны  $T_1$  и  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) соответственно, вертикальные границы – теплоизолированы.

Начальные условия: неподвижный, однородный по температуре, плотности и давлению газ при температуре  $T_2$ , что соответствует состоянию невесомости. В начальный момент времени начинает действовать массовая сила, а температура нижней стенки повышается до  $T_1$ . Это приводит к возникновению в области термоакустической конвекции, затухающей со временем. В то же время в поле массовой силы в области развивается тепловая конвекция. Параметры задачи выбираются так, что времена затухания термоакустической конвекции и развития тепловой конвекции различаются незначительно.

При переводе системы в безразмерную форму применены масштабные множители:  $L$  – для расстояния,  $T_c$  – для температуры (критическая температура),  $R\rho_c T_c$  – для давления ( $\rho_c$  – критическая плотность,  $R$  – газовая постоянная),  $(\gamma RT_c)^{1/2}$  – для скорости,  $L/(\gamma RT_c)^{1/2}$  – для времени. Безразмерные параметры:  $\gamma = C_p/C_v$  для совершенного газа,  $Pr = \eta C_p/\lambda$  – число Прандтля ( $\eta$  – динамическая вязкость),  $Re = \rho_c(\gamma RT_c)^{1/2}L/\eta$  – число Рейнольдса,  $C_F = gL/(\gamma RT_c)$  – критерий гидростатической сжимаемости [6]. Таким образом, в этой системе критериев есть три небуссиновских параметра: параметр гидростатической сжимаемости, перепад температур и отношение теплоемкостей. Вблизи критического состояния конвекция и теплообмен зависят также и от околоскритического расстояния  $\varepsilon = (T^* - T_c)/T_c$ , где  $T^* = (T_2 + T_1)/2$ .

**2. Адиабатический температурный градиент в сжимаемом, в том числе околоскритическом газе.** Изэнтропическое состояние сжимаемого газа характеризуется уравнением адиабаты, в котором адиабатическая температура  $T^a$  и плотность  $\rho^a$  для совершенного газа и газа Ван-дер-Ваальса соответственно связаны соотношениями:

$$\frac{T^a}{T_0} = \left(\frac{\rho^a}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} \quad (2.1)$$

$$\frac{T^a}{T_0} = \left(\frac{3-\rho_0}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{\rho^a}{3-\rho^a}\right)^{\gamma-1} \quad (2.2)$$

где  $\rho_0 = \rho^a(t_0, x_0, y_0, z_0)$ ,  $T_0 = T^a(t_0, x_0, y_0, z_0)$  – начальные значения в точке  $t_0, x_0, y_0, z_0$  области, заполненной газом. В покоящемся газе изэнтропические распределения плотности  $\rho_e^a$  и температуры  $T_e^a$  зависят лишь от координаты  $z$ . Согласно (2.1), (2.2), имеют место соотношения:

$$\frac{dT^a}{T_0} = (\gamma-1) \left(\frac{\rho^a}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} \frac{d\rho^a}{\rho^a}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dT^a}{T_0} = 3(\gamma-1)\theta^a \frac{d\rho^a}{\rho^a(3-\rho^a)}, \quad \theta^a = \left(\frac{3-\rho_0}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{\rho^a}{3-\rho^a}\right)^{\gamma-1} \quad (2.4)$$

Соотношения (2.3), (2.4) позволяют определить адиабатический температурный градиент газа, зная изэнтропическое распределение плотности покоящейся среды, которое находится с учетом (2.1), (2.2) интегрированием уравнений гидростатического равновесия, являющихся следствием системы уравнений (1.1)–(1.6).

Согласно [19, 20] соответствующие изэнтропические профили гидростатической плотности имеют вид

$$T_0 \left(\frac{\rho_e^a}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} + (\gamma-1)C_F z + C_1 = 0 \quad (2.5)$$

$$4T_0\theta_e^a R_e^a \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{R_e^a}\right) - 9\rho_e^a + 4\gamma C_F z + C_2 = 0, \quad R_e^a = \frac{\rho_e^a}{3-\rho_e^a} \quad (2.6)$$

где  $C_1, C_2$  – константы интегрирования, задаваемые точкой размещения адиабаты  $z = z_0$ , в которой  $\rho_e^a(z_0) = \rho_0$ ,  $T_e^a(z_0) = T_0$ . Как видно, профили  $\rho_e^a(z)$  зависят от параметров  $z_0, \rho_0$ ,

$T_0$ ,  $\gamma$ ,  $C_F$ . Распределения (2.5), (2.6) с учетом (2.3), (2.4) позволяют определить соответствующие адиабатические температурные градиенты соотношениями

$$\frac{dT_e^a}{dz} = Gp = -(\gamma - 1)C_F \quad (2.7)$$

$$\frac{dT_e^a}{dz} = -\frac{4}{3}\gamma(\gamma - 1)C_F \frac{T_0\theta_e^a(3 - \rho_e^a)}{4\gamma T_0\theta_e^a - \rho_e^a(3 - \rho_e^a)^2} \quad (2.8)$$

Из формул (2.7), (2.8) следует, что адиабатический температурный градиент совершенного газа зависит лишь от параметров  $\gamma$ ,  $C_F$ , тогда как в соответствии с (2.6) адиабатический температурный градиент газа Ван-дер-Ваальса зависит как от координаты  $z$ , так и параметров  $z_0$ ,  $\rho_0$ ,  $T_0$ ,  $\gamma$ ,  $C_F$  изэнтропического гидростатического распределения плотности.

Полагая в (2.8),  $\rho_0 = 1$ ,  $T_0 = 1$ , т.е. предполагая, что соответствующая адиабата в точке  $z_0$  имеет критические значения плотности и температуры, получим

$$\left. \frac{dT_e^a}{dz} \right|_{\substack{\rho_0 = 1 \\ T_0 = 1}} = Gv = -\frac{1}{3}(\gamma - 1)C_F \frac{\gamma 2^{\gamma+1} (R_e^a)^{\gamma-1} (3 - \rho_e^a)}{\gamma 2^{\gamma+1} (R_e^a)^{\gamma-1} - \rho_e^a (3 - \rho_e^a)^2} \quad (2.9)$$

Для того чтобы сопоставить адиабатические температурные градиенты (2.7) и (2.9) рассмотрим отношение

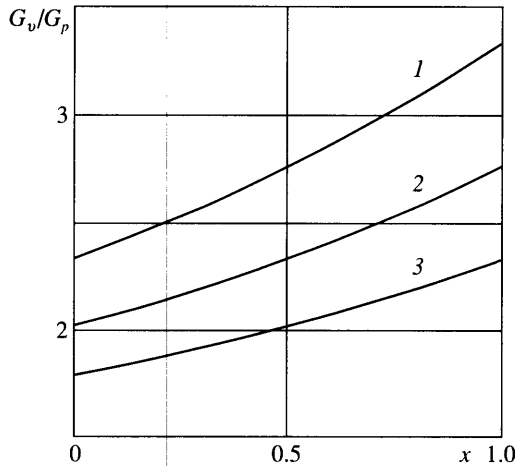
$$\frac{Gv}{Gp} = \frac{1}{3} \frac{\gamma 2^{\gamma+1} (R_e^a)^{\gamma-1} (3 - \rho_e^a)}{\gamma 2^{\gamma+1} (R_e^a)^{\gamma-1} - \rho_e^a (3 - \rho_e^a)^2} \quad (2.10)$$

которое, в силу (2.6), являясь функцией от  $z$ , зависит от параметров  $z_0$ ,  $\gamma$ ,  $C_F$ . Из формулы (2.10) при  $z = z_0$  имеем

$$\left. \left( \frac{Gv}{Gp} \right) \right|_{z=z_0} = \frac{2}{3} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (2.11)$$

Например, для углекислого газа ( $\text{CO}_2$ ,  $\gamma = 4/3$ ) адиабатический температурный градиент газа Ван-дер-Ваальса согласно (2.11) может превышать адиабатический температурный градиент совершенного газа примерно в 2.7 раза. На фиг. 1 приведены графики функции (2.10) на отрезке  $0 \leq z \leq 1$ , при различных положениях точки  $z_0$ : на границах и в центре области для параметра гидростатической сжимаемости  $C_F = 0.1$ , и показателя адиабаты  $\gamma = 4/3$ . Видно, что отношение адиабатических температурных градиентов (2.10) в общем случае не постоянно по высоте и различно при различных  $z_0$ . В земных лабораторных условиях характерному значению  $L = 1$  см соответствует очень малая величина  $C_F \sim 10^{-6}$ , которая возрастает до  $C_F \sim 10^{-1}$  для  $L = 1$  км.

При лабораторных геометрических размерах в условиях земной силы тяжести, а тем более в условиях невесомости, где значения  $C_F$  на несколько порядков меньше, эффект зависимости адиабатического температурного градиента газа Ван-дер-Ваальса от координаты весьма мал. Однако при изучении природных явлений, где среда находится в околосреднем состоянии (см., например [22]), роль этого эффекта увеличивается и становится особенно важной.



Фиг. 1. Отношение адиабатических температурных градиентов газа Ван-дер-Ваальса ( $Gv$ ) и совершенного газа ( $Gp$ ),  $C_F = 0.1$  ( $1 - x_0 = 0, 2 - x_0 = 0.5, 3 - x_0 = 1$ )

При достаточно малых значениях параметра  $C_F$  можно использовать приближенное линейное равновесие:

$$u \equiv u_q = 0, \quad v \equiv v_q = 0, \quad w \equiv w_q = 0 \tag{2.12}$$

$$\rho \equiv \rho_q = \rho_m + \Delta\rho \left( z - \frac{1}{2} \right), \quad p \equiv p_q = p_m - \gamma C_F \rho_m \left( z - \frac{1}{2} \right), \quad T \equiv T_q = T_m + \Delta T \left( z - \frac{1}{2} \right) \tag{2.13}$$

где соответственно для совершенного газа и газа Ван-дер-Ваальса

$$\Delta T = - \left( \gamma C_F + \frac{T_m}{\rho_m} \Delta\rho \right) \tag{2.14}$$

$$\Delta T = - \left( \frac{3 - \rho_m}{3} \gamma C_F + \frac{34 T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2}{4 \rho_m (3 - \rho_m)} \Delta\rho \right) \tag{2.15}$$

Здесь  $\rho_m, T_m, p_m$  – средние значения плотности, температуры и давления; а перепад плотности  $\Delta\rho$  по порядку оценивается как  $O(C_F)$ .

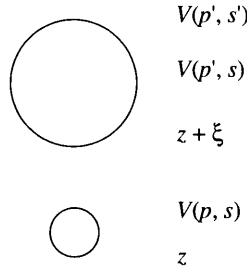
В соответствии с формулами (2.1)–(2.2) адиабатические распределения температуры и плотности в приближенном изэнтропическом равновесии (2.12)–(2.15) имеют вид

$$T_q^a = T_m - (\gamma - 1) C_F \left( z - \frac{1}{2} \right), \quad \rho_q^a = \rho_m - \frac{\rho_m}{T_m} C_F \left( z - \frac{1}{2} \right) \tag{2.16}$$

$$T_q^a = T_m - \frac{4}{3} (\gamma - 1) \gamma C_F \frac{T_m (3 - \rho_m)}{4 \gamma T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2} \left( z - \frac{1}{2} \right) \tag{2.17}$$

$$\rho_q^a = \rho_m - \frac{4}{9} \gamma C_F \frac{r_m (3 - \rho_m)^2}{4 \gamma T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2} \left( z - \frac{1}{2} \right) \tag{2.18}$$

**3. Условия возникновения конвекции в сжимаемом газе на основе критерия Джефф-ри.** Повторим, следуя [3], вывод условия отсутствия конвекции в сжимаемой среде, уточ-



Фиг. 2. Расчетная схема вывода условия отсутствия конвекции Шварцшильда

нив основные допущения. Предположим, что известны зависимости удельного объема  $V = V(p, s)$  и температуры  $T = T(p, s)$  этой среды от давления и энтропии  $s$ . Пусть среда находится в механическом равновесии в поле постоянной силы тяжести и  $p_e(z)$ ,  $s_e(z)$ ,  $T_e = T(p_e, s_e)$  – соответствующие распределения давления, энтропии и температуры. Будем считать, что элемент среды  $V(p_e, s_e)$  расположен на высоте  $z$ , а элемент  $V(p'_e, s'_e)$  располагается на высоте  $z + \xi$ , где  $\xi$  – положительно и достаточно мало. Допустим также, что элемент  $V(p_e, s_e)$  адиабатически перемещается на высоту  $z + \xi$  и характеризуется удельным объемом  $V(p'_e, s'_e)$  (фиг. 2). Устойчивость равновесия соблюдается при условии

$$V(p'_e, s'_e) - V(p_e, s_e) > 0$$

Так как  $s'_e - s_e = (ds_e/dz)\xi$ , то  $(\partial V/\partial s)_p(ds_e/dz) > 0$ , и далее полагая, что  $(\partial V/\partial s)_p > 0$ , откуда  $ds_e/dz_e > 0$ , приходим к оценке в размерных обозначениях

$$\frac{dT_e}{dz} > -\frac{g}{C_p} \beta T_e \quad (3.1)$$

где  $\beta$  – коэффициент температурного расширения. Напомним, что здесь  $T_e$  распределение температуры, соответствующее механическому равновесию. Используя выражения для коэффициентов температурного расширения совершенного газа и газа Ван-дер-Ваальса, получим соответственно оценку (3.1) в безразмерном виде:

$$\frac{dT_e}{dz} > -(\gamma - 1) C_F \quad (3.2)$$

$$\frac{dT_e}{dz} > -\frac{4}{3}(\gamma - 1)\gamma C_F \frac{T_e(3 - \rho_e)}{4\gamma T_e - \rho_e(3 - \rho_e)^2} \quad (3.3)$$

Здесь размерные и безразмерные переменные имеют одинаковые обозначения. Для значений  $C_F$ , при которых справедливо приближенное линейное равновесие (2.12) (2.13) (2.15), из соотношения (3.3) следует оценка

$$\frac{dT_e}{dz} = \frac{dT_q}{dz} > -\frac{4}{3}(\gamma - 1)\gamma C_F \frac{T_m(3 - \rho_m)}{4\gamma T_m - \rho_m(3 - \rho_m)^2} \quad (3.4)$$

Сопоставляя формулы (2.7), (2.9), (2.16), (2.18) соответственно с формулами (3.2), (3.4), для малых значений  $C_F$  получим условие отсутствия конвекции в виде

$$\frac{dT_e}{dz} > \frac{dT_e^a}{dz} \quad (3.5)$$

Физический смысл адиабатического температурного градиента как критерия устойчивости равновесия состоит в том, что уменьшение плотности, обусловленное подъемом газа, уравновешивается охлаждением, если заданный температурный градиент равен адиабатическому.

Основанный на условии (3.5) критерий устойчивости Шварцшильда при подогреве снизу, применявшийся при численном моделировании в [6], использует число Шварцшильда

$$K = \frac{dT_e^a/dz}{dT_e/dz} \quad (3.6)$$

Согласно [2, 3] равновесие устойчиво, а конвекция должна отсутствовать при  $K > 1$ . Для решения вопроса о возникновении конвекции в случае  $K < 1$  требуется учет вязкости. Установление правомерности использования этого условия для реальных сред при произвольных параметрах гидростатической сжимаемости и перепадах температур требует дополнительного исследования. Вместе с тем развитие прямого численного решения нелинейных уравнений конвекции и анализ линеаризованных уравнений позволяет провести его проверку в случае несовершенного газа, что будет предпринято ниже для случая конвекции вблизи критического состояния вещества, где это особенно актуально. При выбранных масштабах переменных и обозначениях температуры на нижней и верхней стенках число Шварцшильда для совершенного газа можно записать в виде [6]  $K = (\gamma - 1)C_F / (1 - (T_2/T_1)) / T_1$  (здесь  $T_1$  и  $T_2$  – безразмерные величины).

При решении задачи о возникновении конвекции в связи с потерей устойчивости равновесия сжимаемого газа общие выводы могут быть получены лишь на основе решения задачи устойчивости механического равновесия, подобно тому, как это имеет место в задачах конвекции в приближении Буссинеска. Критическое число, определяющее возникновение конвекции в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости с граничными условиями скольжения, полученное Рэлеем из решения линеаризованных уравнений с использованием “нормальных” возмущений, имеет вид

$$Ra^* = \frac{(\pi^2 n_z^2 + k^2)^3}{k^2} \quad (3.7)$$

где  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $k_x, k_y$  – вещественные волновые числа для возмущений в направлениях осей  $x$  и  $y$ , число  $n_z$  характеризует собственные функции задачи (простые гармоники) и определяет возмущения в направлении оси  $z$ . Минимальное значение критического числа Рэля  $Ra_{\min}^* = 27/4\pi^4$ . Критические числа Рэля, допускающие проверку в физическом эксперименте, получены в дальнейшем для твердых границ и подтверждены прямым численным решением нелинейных уравнений Буссинеска (см., например [23] и библиографию).

Для газа существенную роль играет уравнение состояния. В случае сжимаемого вязкого совершенного газа в [4] получено условие возникновения конвекции (критерий Джеффри) в виде  $Ra^s > Ra^*$ ,  $Ra^s = Ra(1 - K)$  – модифицированное число Рэля (число Джеффри), которое получено из числа Рэля, если заменить характерный температурный градиент разностью между действительным и адиабатическим температурными



градиентами. Для газа Ван-дер-Ваальса предложено уточнение модифицированного числа Рэлея, более полно учитывающее реальные свойства среды, в том числе наличие у нее критической точки в виде [8]

$$\text{Ra}^s = f(\varepsilon)\text{Ra}(1 - K), \quad f(\varepsilon) = \frac{2\gamma - 1 + \gamma\varepsilon}{3\gamma\varepsilon^2}$$

**4. Условия возникновения конвекции в сжимаемом газе как следствие решения линеаризованной задачи.** Анализ линеаризованных уравнений требует самостоятельного рассмотрения. С целью сопоставления с изложенными выше данными и проверки на основе численного решения исходных уравнений Навье–Стокса ниже приводится конечный результат исследования стационарных течений сжимаемого вязкого газа в поле постоянной силы тяжести, обусловленных малыми возмущениями равновесия [18].

Рассматривается течение сжимаемого вязкого газа, определяемое системой уравнений (1.1)–(1.6), в параллелепипеде единичной высоты, одна из нижних вершин которого совпадает с началом координат, со сторонами основания  $L_x$  и  $L_y$ , лежащими соответственно на осях  $x$  и  $y$ , при граничных условиях скольжения. Проведено преобразование уравнений состояния (1.6) в виде

$$T = \frac{p}{\rho}, \quad T = \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{3}\right)\left(p + \frac{9}{8}\rho^2\right) \quad (4.1)$$

позволяющее исключить температуру из уравнения баланса энергии (1.5). Получена система уравнений для малых возмущений  $\delta u$ ,  $\delta v$ ,  $\delta w$ ,  $\delta p$ ,  $\delta T$ ,  $\delta \rho$ , приближенного линейного равновесия (2.10)–(2.13), которая благодаря преобразованию (4.1) не содержит особенностей, обусловленных наличием термодинамической критической точки. Найдены условия существования частных стационарных решений этой системы уравнений в случае граничных условий скольжения (непротекания), именно:

$$\delta u|_{x=0, L_x} = \delta v|_{y=0, L_y} = \delta w|_{z=0, 1} = \delta T|_{z=0, 1} = 0$$

$$\frac{\partial \delta v}{\partial x}\Big|_{x=0, L_x} = \frac{\partial \delta w}{\partial x}\Big|_{x=0, L_x} = \frac{\partial \delta T}{\partial x}\Big|_{x=0, L_x} = 0$$

$$\frac{\partial \delta u}{\partial y}\Big|_{y=0, L_y} = \frac{\partial \delta w}{\partial y}\Big|_{y=0, L_y} = \frac{\partial \delta T}{\partial y}\Big|_{y=0, L_y} = 0$$

$$\frac{\partial \delta u}{\partial z}\Big|_{z=0, 1} = \frac{\partial \delta v}{\partial z}\Big|_{z=0, 1} = 0$$

Теоретические оценки для критического значения  $\text{Re}_c$ , при котором существуют стационарные возмущения, при условии  $T_2 - T_1 = \Delta T < 0$  соответственно имеют вид

$$\text{Re}_c^2 = \frac{T_m}{\rho_m C_F \text{Pr}(\rho_m C_F + T_m \Delta \rho)} \frac{1}{\xi_x^2 + \xi_y^2} \frac{\pi^4 (\xi_x^2 + \xi_y^2 + n_z^2)^3}{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (4.2)$$

$$\text{Re}_c^2 = \frac{4T_m - \rho_m(3 - \rho_m)^2}{\rho_m} \times \frac{9\gamma}{C_F \text{Pr}(4\rho_m(3 - \rho_m)^2 \gamma C_F + 9(4\gamma T_m - \rho_m(3 - \rho_m)^2) \Delta \rho)} \frac{\pi^4 (\xi_x^2 + \xi_y^2 + n_z^2)^3}{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (4.3)$$

$$\xi_x = \frac{n_x}{L_x}, \quad \xi_y = \frac{n_y}{L_y}; \quad k_x = \pi \xi_x, \quad k_y = \pi \xi_y, \quad k_z = \pi n_z$$

Здесь  $k_x, k_y, k_z$  – волновые числа соответствующих координатным осям гармонических возмущений (стоячих волн), причем  $n_x, n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n_x^2 + n_y^2 \neq 0$  и  $n_z = \pm 1, \pm 2, \dots$

Используя соотношения (2.14), (2.15), (3.6), формулы (4.2), (4.3) преобразуем к виду

$$\text{Re}_c^2 C_F \text{Pr} \beta |\Delta T| \rho_m^2 (1 - K) = \frac{\pi^4 (\xi_x^2 + \xi_y^2 + n_z^2)^3}{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (4.4)$$

$$\text{Re}_c^2 C_F \text{Pr} \beta |\Delta T| \frac{\rho_m^2 4\gamma T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2}{\gamma 4T_m - \rho_m (3 - \rho_m)} (1 - K) = \frac{\pi^4 (\xi_x^2 + \xi_y^2 + n_z^2)^3}{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (4.5)$$

В соотношениях (4.4), (4.5) учтено, что в точке  $z = 0.5$  соответственные коэффициенты температурного расширения задаются формулами

$$\beta = \frac{1}{T_m}, \quad \beta = \frac{4}{3} \frac{3 - \rho_m}{4T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2} \quad (4.6)$$

а модули адиабатических температурных градиентов определяются согласно (2.16) (2.17). Из (4.4), (4.5) следуют соотношения

$$\rho_m^2 \text{Ra}_c (1 - K) = \text{Ra}^* \quad (4.7)$$

$$\rho_m^2 w(\gamma, T_m, \rho_m) \text{Ra}_c (1 - K) = \text{Ra}^* \quad (4.8)$$

где  $\text{Ra}_c = \text{Re}_c^2 C_F \text{Pr} \beta |\Delta T|$  – критическое число Рэлея

$$w(\gamma, T_m, \rho_m) = \frac{1}{\gamma} \frac{4\gamma T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2}{4T_m - \rho_m (3 - \rho_m)^2} \quad (4.9)$$

Функция  $w(\gamma, T_m, \rho_m)$  всегда не меньше единицы и может характеризовать “молекулярный состав” газа Ван-дер-Ваальса.

Таким образом, формулы (4.7), (4.8) позволяют уточнить структуру числа Джеффри для малых значений параметра гидростатической сжимаемости, именно:

$$\text{Ra}^s = \rho_m^2 \text{Ra} (1 - K), \quad (4.10)$$

$$\text{Ra}^s = \rho_m^2 w(\gamma, T_m, \rho_m) \text{Ra} (1 - K) \quad (4.11)$$

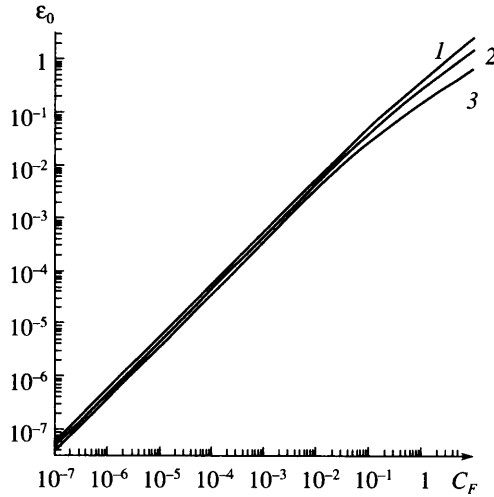
Такие уточнения могут оказаться существенными, особенно для околочритических экспериментов, ибо позволяют учесть погрешности, возникающие при реализации критической плотности [19]. Кроме того, формулы (4.7), (4.8) дают возможность вычисления критических значений  $\text{Ra}_c^s$ .

Пусть теперь

$$\rho_m = 1, \quad T_m = 1 + \varepsilon, \quad \varepsilon > 0, \quad \Delta T \geq -2\varepsilon \quad (4.12)$$

Для газа Ван-дер-Ваальса соотношения (4.12) означают надкритичность распределения  $T_e$  температуры при механическом равновесии. Полагая  $T_e = T_m - 2\varepsilon(z - 1/2)$ , рассмотрим числа Шварцшильда (3.6)

$$K = K(\varepsilon) = \frac{(\gamma - 1) C_F}{2\varepsilon}. \quad (4.13)$$



Фиг. 3. Зависимость  $\varepsilon_0$  от критерия гидростатической сжимаемости  $C_F$ : 1 – He,  $\gamma = 5/3$ ; 2 – CO<sub>2</sub>,  $\gamma = 4/3$ ; 3 – SF<sub>6</sub>,  $\gamma = 1.09$

$$K = K(\varepsilon) = \frac{(\gamma - 1)\gamma C_F(1 + \varepsilon)}{3\varepsilon(\gamma - 1 + \gamma\varepsilon)} \quad (4.14)$$

При  $K > 1$  из (4.13), (4.14) соответственно будем иметь неравенства

$$0 < \varepsilon < \frac{(\gamma - 1)C_F}{2} = \varepsilon_0(C_F) \quad (4.15)$$

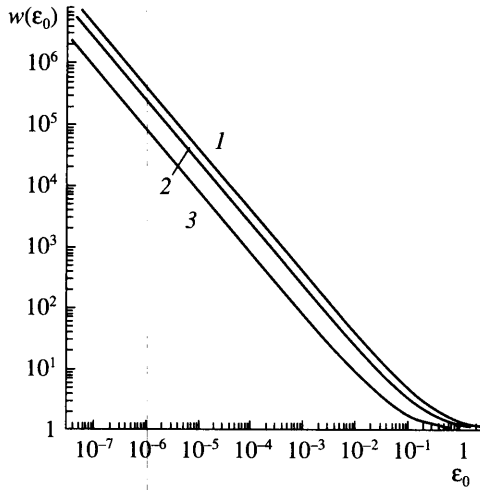
$$0 < \varepsilon < \frac{(\gamma - 1)(\gamma C_F - 3) + \sqrt{(\gamma - 1)((\gamma - 1)(\gamma C_F - 3)^2 + 12\gamma^2 C_F)}}{6\gamma} = \varepsilon_0(C_F) \quad (4.16)$$

Согласно (4.15), (4.16)  $K(\varepsilon_0) = 1$ , а  $\varepsilon_0(0) = 0$ . Таким образом, при наличии гравитации область надкритической (“надмасштабной”) температуры, для которой  $\varepsilon > 0$ , разбивается на подобласть  $\varepsilon < \varepsilon_0$ , где конвекция отсутствует ( $K(\varepsilon) > 1$ ), и подобласть  $\varepsilon > \varepsilon_0$ , где конвекция возможна ( $K(\varepsilon) < 1$ ). Фигура 3 иллюстрирует поведение величины  $\varepsilon_0$  для газа Ван-дер-Ваальса в зависимости от параметра гидростатической сжимаемости  $C_F$  при различных  $\gamma$ .

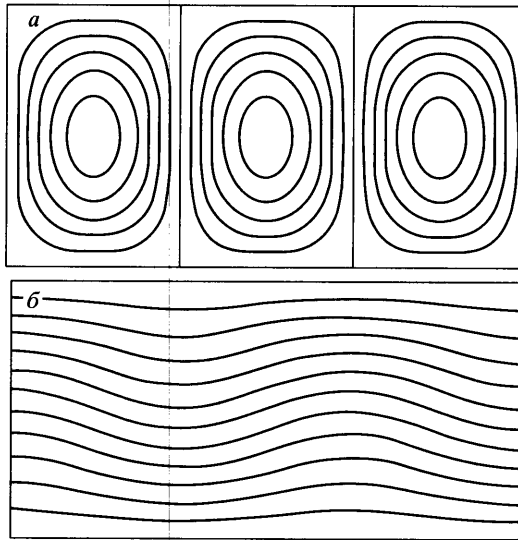
В рассматриваемом случае соотношение (4.11) имеет вид  $Ra^s = w(\varepsilon)Ra(1 - K)$ , где согласно (4.9)  $w(\varepsilon) = (\gamma - 1 + \gamma\varepsilon)/\gamma\varepsilon$ . Графики зависимости  $w(\varepsilon_0)$  функции  $w$  от предельного значения  $\varepsilon_0$  из соотношения (4.16) для различных  $\gamma$  приведены на фиг. 4.

Таким образом, исследование стационарных течений сжимаемого вязкого газа в поле постоянной силы тяжести, обусловленных малыми возмущениями равновесия, позволяет найти условия существования частных стационарных решений линеаризованной системы уравнений в случае граничных условий скольжения (непротекания). Эти условия являются условиями возникновения конвекции Рэлея–Бенара в сжимаемом вязком газе и имеют основную часть, соответствующую условию Джеффри, и дают величины поправок к ней.

На фиг. 5 дан типичный пример того, как реализуются структуры течения и температурного поля, получаемые из упомянутого аналитического решения.



Фиг. 4. Графики функции  $w(\epsilon_0)$ : 1 – He,  $\gamma = 5/3$ ; 2 – CO<sub>2</sub>,  $\gamma = 4/3$ ; 3 – SF<sub>6</sub>,  $\gamma = 1.09$



Фиг. 5. Аналитические решения для граничных условий непротекания:  $a$  – функция тока,  $b$  – изотермы

Фиксируем следующие общие параметры:

$$\text{Pr} = 0.71, \quad \gamma_0 = 4/3, \quad C_F = 0.1, \quad \rho_m = 1, \quad T_m = 1 + \epsilon, \quad \epsilon = 0.1$$

$$L_x = 2, \quad n_y = 0, \quad n_x = 3, \quad n_z = 1$$

Первой строке соответствует набор теплофизических свойств, а второй – масштабы вторичных структур, реализующихся за порогом устойчивости механического равновесия. Однако приведенные на фиг. 5 структуры реализуются в совершенном газе и газе Ван-дер-Ваальса при различных соотношениях между определяющими параметрами. Например, в совершенном газе такие структуры реализуются при соотношениях пара-

метров  $\Delta\rho = 0$ ,  $\Delta T = -\gamma_0 C_F$ ,  $Re = 480$ , а в случае газа Ван-дер-Ваальса эти параметры и их соотношения существенно отличаются и равны в приведенном случае  $\Delta\rho = 0$ ,  $\Delta T = -2/3\gamma_0 C_F$ ,  $Re = 217$  соответственно.

**5. Результаты численного решения уравнений Навье–Стокса для теплообмена за порогом устойчивости вблизи критического состояния.** Определим надкритические значения течения и теплообмена прямым численным счетом, а затем найдем приближенные значения критических чисел путем экстраполяции. В отличие от [6] здесь рассматривается газ Ван-дер-Ваальса, и для анализа используются результаты расчета решения линейризованных уравнений.

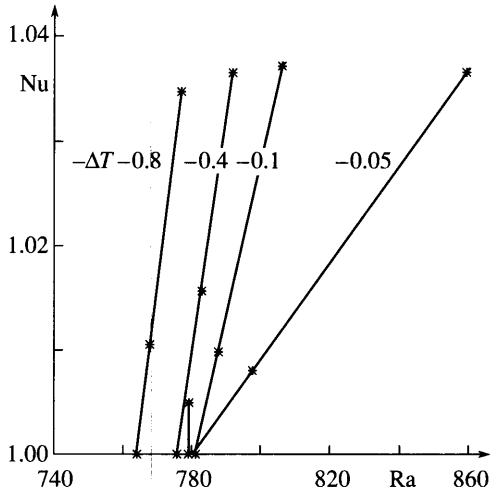
Исследование условий возникновения конвекции в замкнутой области, подогреваемой снизу, ведется на основе модели вязкого сжимаемого теплопроводного газа в поле силы тяжести (1.1)–(1.6) в прямоугольных областях, с двумя типами граничных условий для компонент вектора скорости на различных участках границ областей (стенок) (условия непротекания и прилипания), температуры нижней и верхней стенки равны  $T_1$  и  $T_2$ , вертикальные границы – теплоизолированы. В начальный момент времени в неподвижном, однородном по температуре ( $T = T_2$ ), плотности и давлению газе начинает действовать массовая сила, а температура нижней стенки мгновенно повышается до  $T_1$ , это приводит к возникновению термоакустической конвекции и (при наличии массовой силы) тепловой конвекции. Параметры задачи выбираются так, что времена затухания термоакустической конвекции и развития тепловой конвекции различаются незначительно. Основное внимание сосредоточено на анализе двумерных конвективных течений сжимаемого газа с различными уравнениями состояния за порогом устойчивости механического равновесия, что открывает подходы и к аналогичным трехмерным задачам.

Численное исследование условий возникновения конвекции на основе решения уравнений Навье–Стокса состоит в определении зависимости  $\Psi_m$  – максимума функции тока (интенсивности конвекции) или интегрального теплообмена  $Nu$  (числа Нуссельта) от безразмерного критерия, характеризующего конвекцию (числа Грасгофа). Критическое число этого критерия находится по пересечению графика одной из указанных выше зависимостей с линией, определяющей состояние неподвижной среды ( $Nu = 1$  или  $\Psi_m = 0$ ).

В [6] для совершенного газа условие Джефффри проверялось в горизонтальном слое с условием прилипания при фиксированном горизонтальном масштабе, который варьировался для воздуха при  $Pr = 0.71$ ,  $\gamma = 1.4$ , перепаде температур в диапазоне  $T_2/T_1 < 1/5$  и параметрах  $C_F < 1.0$  так, что критерий Шварцшильда  $K$  изменялся в пределах 0–0.33. Теплопроводность и вязкость были переменными и задавались по формуле Сазерленда. Здесь физическая модель упрощена, но проводится исследование и для несовершенного газа с учетом результатов расчета линейризованных уравнений, чтобы определить их применимость при увеличении температурного перепада.

На фиг. 6 представлен результат численного моделирования конвекции в совершенном газе на основе уравнений Навье–Стокса (1.1)–(1.6) в квадратной области, подогреваемой снизу. Для скорости на границе ставилось граничное условие непротекания. Методика моделирования основана на явном методе конечных разностей для решения основных дифференциальных уравнений (1.2)–(1.6) и явном варианте метода расщепления при разбиении всей области на фиксированное число подобластей, каждая из которых связана с одним процессором многопроцессорной системы с распределенной оперативной памятью [21]. Расчеты выполнены при различных перепадах температур с тем, чтобы попытаться установить область отклонения от аналитических решений при увеличении температурного перепада.

Все зависимости  $Nu(Ra_r)$  на фиг. 6 относятся к базовому варианту при  $Pr = 0.71$ ,  $\gamma_0 = 1.4$ ,  $C_F = 0.1$ , отличаясь значениями температурных перепадов  $\Delta T = -0.8, -0.4, -0.1$  и  $-0.05$  соответственно. Полученная экстраполяцией величины модифицированного кри-

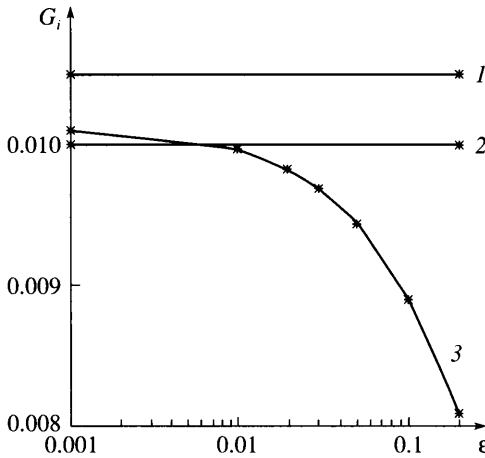


Фиг. 6. Зависимости теплопереноса в области конвекции для различных  $\Delta T$ , определяющие критическое число Рэлея

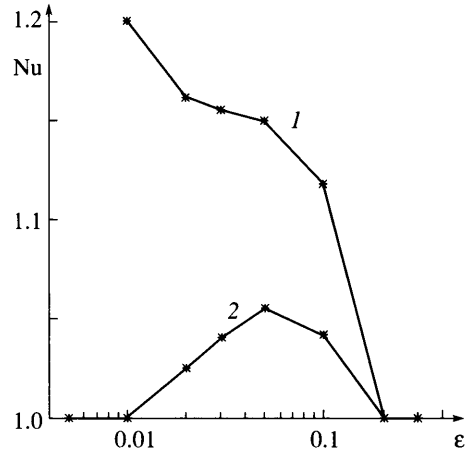
тического числа Рэлея, рассчитанного по значениям физических свойств вблизи критической точки при малых градиентах  $\Delta T = -0.1$  и  $-0.05$ , хорошо согласуются с полученным на основе линейной теории значением  $Ra_c = 779.3$ . Отклонения заметны при  $\Delta T = -0.4, -0.8$ , которые при данном наборе базовых параметров могут служить приближенными границами применимости рассмотренного линейного приближения.

Небуссинесковские эффекты при потере устойчивости механического равновесия при больших перепадах температур связаны с уменьшением критических чисел Рэлея по сравнению со случаем малых перепадов температур. Это обстоятельство отмечено при прямом численном решении подных уравнений Навье–Стокса для совершенного газа в квадратной области при граничных условиях прилипания [24]. Однако уменьшение критического числа Рэлея обнаружено и в случае потери устойчивости конвективного течения в замкнутом вертикальном слое на основе анализа устойчивости течения совершенного газа исходя из уравнений Навье–Стокса с фильтрацией акустики в [25] (в [24], как и в данной работе, фильтрация акустических возмущений не производилась). Таким образом, эта закономерность уменьшения критических чисел в небуссинесковской конвекции, по-видимому, имеет общий характер.

**6. Особенности теплообмена при конвекции Рэлея–Бенара в околоскритической среде.** При приближении к критической точке  $K$  растет, и при  $\epsilon$ , превышающим  $\epsilon_0$ , величина  $K$  (для газа Ван-дер Ваальса) может превысить единицу, когда возникновение конвекции невозможно. Для лабораторных масштабов обычно это бывает в условиях микрогравитации, так как при уменьшении силы тяжести значение критерия  $K$  уменьшается, но значения числа Рэлея, определяющего интенсивность конвекции, могут быть весьма высоки. Тем не менее при  $K > 1$  конвекция в сжимаемой среде отсутствует. Эта особенность зависимости параметра Нуссельта от удаленности от критической точки для случая конвекции Рэлея–Бенара в газе Ван-дер-Ваальса может быть проанализирована на основе прямого численного решения полных уравнений Навье–Стокса и заслуживает более полного рассмотрения с учетом рассмотренного выше адиабатического градиента. В газе Ван-дер-Ваальса этот градиент увеличивается с приближением к критической точке, поэтому если все параметры задачи неизменны (задан постоянный перепад температур и постоянный размер слоя, а значит и реальный градиент температур постоянен) и реальный градиент температуры близок к адиабатическому, при при-



Фиг. 7



Фиг. 8

Фиг. 7. Зависимости заданных температурных градиентов  $G_1$ ,  $G_2$  и адиабатического температурного градиента  $G_a$  (3) от близости к критической точке  $\epsilon$

Фиг. 8. Зависимость числа Нуссельта от близости к критической точке в задаче Рэлея–Бенара для двух значений заданного температурного градиента: 1 –  $G_1 = 0.0105$ , 2 –  $G_2 = 0.01$ ;  $\gamma = 5/3$ ,  $Pr = 0.66$ ,  $C_F = 0.0091$ ,  $Re = 3200$

ближении к критической точке может наступить момент, когда адиабатический градиент превзойдет реальный градиент, и согласно условию Шварцшильда–Джеффри конвекция Рэлея–Бенара затухнет. Это явление иллюстрируют фиг. 7 и 8. На фиг. 7 показана зависимость адиабатического температурного градиента  $G_a$  от близости к критической точке для следующих параметров задачи Рэлея–Бенара: ( $\gamma = 5/3$ ,  $Pr = 0.66$ ,  $C_F = 0.0091$ ,  $Re = 3200$ ). При приближении к критической точке  $G_a$  медленно растет, особенно медленно вблизи критической точки. Пусть в слое задан градиент температур  $G_1$ , бóльший  $G_a$  во всем диапазоне близости к критической точке, тогда при приближении к критической точке, как показывают расчеты (фиг. 8, кривая  $G_1$ ), число Нуссельта, а значит теплообмен и интенсивность конвекции существенно возрастают, начиная с  $Nu = 1$ , когда число Рэлея начинает превосходить критическое. Другое поведение имеет место, когда реальный градиент температуры  $G_2$  при достаточно больших надкритичности превосходит  $G_a$ , но при приближении к критической точке становится меньше  $G_a$ . В этом случае при уменьшении надкритичности сначала  $Nu$  становится больше 1, т.е. возникает конвекция Рэлея–Бенара, затем происходит рост числа Нуссельта, как и в первом случае, однако при достижении  $G_a$  значения реального градиента конвекция затухает ( $Nu = 1$ ) (фиг. 8, кривая  $G_2$ ). Таким образом, в данном случае имеется значение надкритичности, при котором теплообмен через слой максимален.

Эти результаты позволяют ответить на вопросы, которые ставятся в [26] в связи с аномалией теплофизических свойств при приближении к критической точке.

Из приведенных результатов также следует, что возможна даже интенсификация конвекции вблизи критической точки в невесомости по сравнению с земными условиями, где конвекция может отсутствовать ввиду высокой устойчивой стратификации плотности. Этот парадокс требует тщательных измерений в контролируемых условиях космического полета, что поможет установлению границ применимости механики сплошных сред вблизи критической точки. Результаты ухудшения теплообмена при свободной конвекции вблизи критической точки, имеющие достаточно ясный смысл,

если пользоваться значениями критерия Шварцшильда  $K$ , могут помочь также объяснению этого явления в других, довольно распространенных, но более сложных случаях (см., например [27], где обсуждается природа ухудшения теплообмена, причем вводится совокупный параметр  $K$  влияния термического ускорения и архимедовых сил, который имеет другой смысл и получается не из уравнений механического равновесия, а из уравнений количества движения, которые нужно знать для его определения). Отметим, что, следуя [8], результаты по теплообмену в околокритической среде можно представить в более общем виде, если помимо модифицированного числа Рэлея ввести также модифицированное число Нуссельта, в котором, как и в числе Рэлея, вместо градиента температур используется разность между заданным и адиабатическим температурными градиентами.

**Заключение.** Условие возникновения конвекции в задаче Рэлея–Бенара сжимаемого вязкого теплопроводного совершенного газа, использующее модифицированное число Рэлея (условие Джеффри), получено из решений линеаризованных уравнений в случае стационарных возмущений. Получены поправки к критерию возникновения конвекции для совершенного газа и газа Ван-дер-Ваальса. Аналитические формулы указывают на зависимость горизонтального масштаба конвекции при потере устойчивости равновесия от температурного перепада и гидростатической сжимаемости. Значения критических параметров подтверждаются решением линеаризованных уравнений и прямым численным решением полных уравнений Навье–Стокса. Обычно используемый адиабатический градиент температуры, полученный из условия Шварцшильда, соответствует градиенту температур совершенного газа в адиабатическом равновесии. Отклонения от условия возникновения конвекции совершенного газа в форме Джеффри найдены при больших перепадах температур  $\Delta T \sim -0.8, -0.4$ .

В случае среды с уравнением состояния Ван-дер-Ваальса адиабатический градиент отличается от полученного из условия Шварцшильда. В общем случае имеется зависимость адиабатического градиента от координат положения критической точки в объеме, что существенно при больших значениях параметра гидростатической сжимаемости. Внесение поправок в формулу адиабатического градиента позволяет обобщить условие возникновения конвекции в форме Джеффри.

Показано, что ухудшение теплообмена за порогом возникновения конвекции вблизи критического состояния может быть обусловлено превышением адиабатического градиента температур над заданным. Такие режимы реализованы на основе численного решения уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа с уравнением состояния Ван-дер-Ваальса.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (№ 06-01-00281, 05-02-17106) и гранта ведущей научной школы Российской Федерации НШ–3066.2006.8.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков И.И. Критическая точка: теория и эксперимент // Теплофизика высоких температур. 2001. Т. 39. № 1. С. 47–52.
2. Schwarzschild K. Uber das Gleichgewicht der Sonnenatmosphäre // Gott. Nach. 1906. Bd. 41. S. 1–24.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. Jeffreys H. The stability of a compressible fluid heated from below // Proc. Cambr. Phil. Soc. 1930. V. 26. № 2. P. 170–172.
5. Spiegel E.A. Convective instability in a compressible atmosphere I // Astrophys. Journal. 1965. V. 141. № 3. P. 1068–1089.
6. Полежаев В.И., Власюк М.П. О ячейковой конвекции в бесконечно длинном горизонтальном слое газа, подогреваемого снизу // Докл. АН СССР. 1970. Т. 195. № 5. С. 1058–1061.
7. Полежаев В.И., Власюк М.П. Модель проникающей конвекции сжимаемого газа в глубокой атмосфере // Докл. АН СССР. 1971. Т. 201. № 3. С. 552–555.



8. Полежаев В.И., Соболева Е.Б. Конвекция Рэлея-Бенара в околкритической жидкости вблизи порога устойчивости // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 2. С. 48–61.
9. Kogan A.B., Meyer H. Heat transfer and convection onset in a compressible fluid: 3He near the critical point // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. № 5. P. 056310.
10. Гутерман М.Ш., Штейнберг В.А. Критерии возникновения конвекции в жидкости, находящейся вблизи критической точки // Теплофизика высоких температур, 1970. Т. 8. № 4. С. 799–805.
11. Гутерман М.Ш., Штейнберг В.А. Критерии возникновения свободной конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 2. С. 325–331.
12. Carles P., Ugurtas B. The onset of free convection near the liquid-vapour critical point. Pt I. Stationary initial state // Physica D. 1999. V. 126. № 1–2. P. 69–82.
13. Amiroudine S., Bontoux P., Laroude P., Gilly B., Zappoli B. Direct numerical simulation of instabilities in a two-dimensional near-critical fluid layer heated from below // J. Fluid Mech. 2001. V. 442. P. 119–140.
14. Furukawa K., Meyer H., Onuki A., Kogan A.B. Convection in a very compressible fluid: comparison of simulation with experiments // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. № 5. P. 056309. 7p.
15. Meyer H., Zhong F. Equilibrium and other dynamic properties of liquids near liquid-vapor critical point // С. г. Acad. Sci. Paris. Ser. II. Mechanique. 2004. V. 332. P. 328–343.
16. Accary G., Raspo I., Bontoux P., Zappoli B. Stability of a supercritical fluid diffusing layer with mixed boundary conditions // Phys. Fluids. 2005. V. 17. № 4. P. 104105.
17. Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Soboleva E.B. Unsteady near critical flows in microgravity environment // Transport phenomena in microgravity 2004, Annals the New York Acad. Sci. 2004. V. 1027. P. 286–302.
18. Горбунов А.А. Стационарные течения сжимаемого вязкого газа в поле силы тяжести, обусловленные малыми возмущениями равновесия. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена / Под ред. В.И. Полежаева, Г.С. Глушко. Препринт № 809. М.: ИПМех РАН, 2006. С. 59–62.
19. Горбунов А.А., Полежаев В.И., Соболева Е.Б. Равновесие и конвекция в околкритической среде // Тр. науч. конф. “Развитие идей Н.В. Кочина в математике и механике”. М.: ИПМех РАН, 2001. С. 46–59.
20. Gorbunov A.A., Polezhaev V.I., Soboleva E.B. Classical problems of convection near critical point // Adv. Space Res. 2002. V. 29. № 4. P. 581–588.
21. Горбунов А.А., Никитин С.А., Полежаев В.И. Численное моделирование конвекции Рэлея-Бенара в сжимаемом газе на параллельных вычислительных системах // Вестн. Нижегородск. ун-та. Сер. Мат. моделирование и оптимальное управление. 2005. Вып. 1 (28). С. 75–82.
22. Баталин О.Ю., Вафина Н.Г. Фазовые превращения восходящих потоков природных углеводородов // Численное моделирование процессов тепло- и массообмена / Под ред. В.И. Полежаева, Г.С. Глушко. Препринт № 809. М.: ИПМех РАН, 2006. С. 51–53.
23. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972, 392 с.
24. Русаков С.В. Особенности ветвления решения конвективных течений газа при подогреве снизу в широком диапазоне перепадов температур // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 3. С. 163–168.
25. Suslov S.A., Paolucci S. Nonlinear analysis of convection flow in a tall vertical enclosure under non-Boussinesq conditions // J. Fluid Mech. 1997. V. 344. P. 1–41.
26. Новиков И.И. Теплообмен в области критической точки // Докл. РАН. 2001. Т. 376. № 2. С. 191–194.
27. Курганов В.А. Теплообмен в трубах при сверхкритических давлениях теплоносителя: некоторые итоги научного исследования // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. М.: Изд. Дом МЭИ, 2006. Т.1. С. 74–83.