

УДК 533.6.011.8

© 2007 г. М. М. КУЗНЕЦОВ, И. И. ЛИПАТОВ, В. С. НИКОЛЬСКИЙ

## РЕОЛОГИЯ ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ГИПЕРЗВУКОВОМ УДАРНОМ И ПОГРАНИЧНОМ СЛОЯХ

С помощью метода Максвелла получены уравнения переноса, описывающие течения молекулярного газа в вязком ударном и гиперзвуковом пограничном слое. Показано, что в отличие от приближения Навье–Стокса, предложенная кинетическая модель позволяет корректно описывать гиперзвуковое обтекание тел в условиях сильного нарушения равновесия по внутренним и поступательным степеням свободы частиц газа.

*Ключевые слова:* метод Максвелла, гиперзвуковой поток, уравнение Больцмана, ударный слой.

В настоящее время накоплено достаточное количество экспериментальных фактов (см., например, [1]), из которых следует, что нарушение континуального описания при гиперзвуковом обтекании разреженным газом происходит при достаточно больших значениях локального числа Рейнольдса. Кроме того, из решения задачи об обтекании затупленного тела [2] следует, что давление газа и тепловой поток в окрестности передней критической точки, полученные на основе континуального и кинетического подходов, оказываются близкими, несмотря на существенное различие макропараметров в зоне ударной волны. Более того, для сильно охлаждаемого нетонкого тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком разреженного газа, значения трения и теплового потока, полученные на основе континуального подхода, выходят на свободномолекулярный предел [3].

В то же время как экспериментальные, так и расчетные исследования показывают, что нарушение континуального описания при обтекании тонких и заостренных тел (например, острой передней кромки пластины, установленной под нулевым углом атаки к набегающему гиперзвуковому потоку газа) наступает при существенно больших значениях локального числа Рейнольдса по сравнению с нетонкими, в частности затупленными, телами.

В кинетической теории газов уравнения Навье–Стокса получают из уравнения Больцмана или его обобщений для газов с внутренними степенями свободы с помощью предложенной Чепменом и Энскогом процедуры разложения одночастичной функции распределения в ряд по малому параметру, в качестве которого выступает число Кнудсена  $Kn = l/L \approx M(Re)^{-1}$ , где  $l$  – локальное значение длины свободного пробега частицы,  $L$  – характерный линейный масштаб течения,  $M$  – локальное число Маха,  $Re = \rho_0 V_0 L / \mu_0$  – число Рейнольдса, рассчитанное по характерным значениям плотности  $\rho_0$ , макроскопической скорости  $V_0$  и вязкости  $\mu_0$  в возмущенной области.

Разложение Чепмена–Энскага, строго говоря, несправедливо для гиперзвуковых течений разреженного газа, так как в этом методе неявно предполагается, что  $M \approx 1$ , а представление решения кинетического уравнения в виде ряда по числу Кнудсена оправдано лишь в случае слабо неравновесных состояний газа. В рамках континуального описания движения вязкого теплопроводного газа около тел, движущихся с гиперзвуковой скоростью, широко используется приближение гиперзвукового или тонкого вязкого ударного слоя [3, 4]. Обоснование этой модели на основе анализа уравнений Навье–Стокса было дано как асимптотически [5], так и эвристически [6].

В настоящей работе приведены основные физические предпосылки и результаты асимптотического анализа кинетических эффектов в течении разреженного газа в вязком ударном слое, проведенные ранее авторами в работах [7–9].

На основе численных расчетов, проведенных И.И. Липатовым более детально, чем в [10], показано, что этот подход остается справедливым и для течения в гиперзвуковом пограничном слое, образующемся на пластине с острой передней кромкой, расположенной параллельно набегающему потоку.

**1. Постановка задачи.** В режиме вязкого ударного слоя перестает быть справедливым независимое разделение потока на невязкое течение и вязкий пограничный слой. В [11, 12] показано, что толщина ударной волны  $D$  на этом режиме сравнима с поперечным размером ударного слоя  $\Delta$ . Поскольку уравнения Навье–Стокса неточно описывают структуру сильного скачка уплотнения, они в этом случае, как справедливо отмечено в [12], не пригодны для описания всего поля течения. Возникает вопрос об обосновании уравнений тонкого вязкого ударного слоя с позиций кинетической теории газов.

Ньютоновский предельный переход, совершаемый в уравнениях Навье–Стокса,

$$\varepsilon = \frac{\rho_\infty}{\rho_*} \rightarrow 0, \quad M_\infty \rightarrow \infty, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_*} \rightarrow \infty$$

приводит к асимптотической системе уравнений параболического типа, имеющей пониженный порядок по сравнению с полной системой уравнений Навье–Стокса (здесь  $\rho_\infty$ ,  $V_\infty$  – плотность и скорость в набегающем потоке,  $\mu_*$ ,  $\rho_*$  – характерные значения вязкости и плотности в ударном слое,  $R_0$  – характерный линейный размер,  $M_\infty$  – число Маха в набегающем потоке). Уширение фронта ударной волны и толщины вязкого слоя, происходящее по мере увеличения степени разреженности среды [11] (т.е. числа Кнудсена за скачком,  $K_s = \lambda_s R_b^{-1}$ ,  $\lambda_s$  – длина свободного пробега,  $R_b$  – характерный радиус затупления) ставит в конце концов под сомнение возможность описания течения газа в тонком ударном слое в рамках уравнений Навье–Стокса [12]. Критический режим приходится на случай так называемого полностью вязкого ударного слоя [7], когда параметр  $\omega = K_s \varepsilon^{-3/2}$ , задающий относительную часть слоя, занятую вязким течением [13], становится величиной порядка единицы. В этом случае конвективный  $df/dt$  и столкновительный  $J(f, f)$  члены в уравнении Больцмана для функции распределения  $f$  будут иметь одинаковый порядок величины

$$\frac{df}{dt} \approx J(f, f) \approx O(\omega)$$

что делает невозможным вывод уравнений Навье–Стокса из уравнения Больцмана.

В то же время отношение длины свободного пробега за скачком  $\lambda_s$  к толщине ударного слоя  $\Delta$  при  $\omega \approx 1$  остается малой величиной:  $\lambda_s \Delta^{-1} \approx \omega \sqrt{\varepsilon}$ .

Оценка предельной толщины ударной волны  $D_s$  в моментных аналитических решениях, описывающих ее структуру при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , зависит от потенциала молекулярного взаимодействия. Например, для псевдостепенного потенциала будет

$$\lambda_s D_s^{-1} \approx \varepsilon^{2/(s-1)}, \quad 5 < s < \infty$$

причем отношение тангенциального расхода газа  $Q_\tau$  к нормальному  $Q_n$  в ударной волне оказывается малым при  $s > 5$ :

$$\frac{Q_\tau}{Q_n} \approx \frac{\rho_s V_\infty D_s}{\rho_\infty V_\infty R_b} \approx \frac{D_s}{\Delta} \approx \frac{D_s \lambda_s}{\lambda_s \Delta} \approx \omega \varepsilon^{1/2(s-5)/(s-1)}$$

В случае  $s = 5$  при  $\omega \approx 1$  нарушается “тонкость” ударной волны, причем при малых значениях  $\omega \ll 1$  эффект неоднородности  $Q_\tau Q_n^{-1}$  соизмерим с эффектом скольжения  $\approx \omega$  на заднем фронте скачка.

Для эффективного возбуждения на длине  $\approx \lambda_s$  какой-либо внутренней степени свободы, участвующей в бинарном релаксационном процессе

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{E_i - \langle E_i \rangle}{\tau_i}$$

необходимо, чтобы величина отношения  $\tau \tau_i^{-1} = \alpha_i(p, T)$ , где  $\tau = \lambda_s (\sqrt{\epsilon} V_\infty)^{-1}$ , не была бы меньше параметра  $\sqrt{\epsilon}$  при  $\lambda_s \approx \Delta$ . Таким образом, при  $\omega > \epsilon^{-1/2}$  толщина ударного слоя становится соизмеримой с толщиной слоя Кнудсена, причем в этом случае происходит разрушение и самой ударной волны, поскольку все звуковые возмущения, идущие от тела эффективно, “гасятся” механизмом вязкой диссипации

$$\frac{\tau_\chi}{\tau_\omega} \approx \frac{\Delta^2 / \lambda_s a_s}{\Delta / a_s} \approx \frac{\Delta}{\lambda_s} \approx 1, \quad a_s = \sqrt{\epsilon} V_\infty$$

Здесь  $\tau_\chi$ ,  $\tau_\omega$  – соответственно время теплопроводности и период колебаний в звуковой волне.

Нарушение навье-стоксовского описания, наступающего при  $\omega \approx 1$ , а не при  $\omega > \epsilon^{-1/2}$ , объясняется особенностью предельного перехода  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $K_s \rightarrow 0$ . Заметим, что  $\epsilon \approx \Gamma^{-1}$ , где  $I$  полное число степеней свободы частицы. При  $I \rightarrow \infty$  величина  $\epsilon \rightarrow 0$ , причем в системе с большим числом степеней свободы при  $I \gg 1$  среднеквадратичные флуктуации  $\|F\| = \sqrt{\langle (F - \langle F \rangle)^2 \rangle}$  оказываются малыми в сравнении со средними величинами  $\langle F \rangle$ , т.е.  $\|F\| \approx \Gamma^{-1/2} \langle F \rangle$ . Вследствие этого величина производной  $\partial \ln f / \partial u$  при  $\epsilon \rightarrow 0$  оказывается сингулярной:

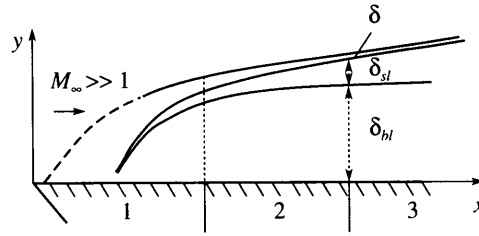
$$\frac{\partial \ln f}{\partial u} \approx \frac{\partial \ln f}{\partial c_x} \frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{\|c_x - \langle c_x \rangle\|}{kT} \frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u^2}{I^{1/2} kT \Delta} \approx \frac{IkT}{I^{1/2} kT \Delta} \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon} \Delta} \quad (1.1)$$

Здесь  $c_x$ ,  $u$  – составляющие тепловой и макроскопической скорости газа вдоль обтекаемой поверхности,  $y$  – нормаль к ней.

В силу (1.1) в отличие от систем с конечным числом степеней свободы  $I \approx 1$  режим течения сплошной среды нарушается не при  $K_s \approx 1$ , а несколько раньше, при  $K_s \approx \sqrt{\epsilon}$ .

Для получения обобщенного макроскопического описания движения газа в ударном слое, включающем и случай  $\omega \approx 1$ , естественно обратиться к цепочке уравнений моментов, следующих из уравнения Больцмана, и рассмотреть в них предельный переход  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $K_s \rightarrow 0$ ,  $\omega = \text{const}$  [7–9]. В отличие от обычной процедуры произвольного обрыва моментных уравнений в данном случае имеет место строгое асимптотическое замыкание левых (“конвективных”) частей уравнений моментов по параметру  $\epsilon \rightarrow 0$ . Однозначное замыкание правых (“столкновительных”) частей заведомо возможно при диагональной форме интеграла столкновений, т.е. для модельного, линеаризованного оператора столкновений и модели максвелловских молекул. В частности, для многоатомного газа с большим числом внутренних степеней свободы  $I$ , и модельной формы интеграла столкновений [14] получается замкнутая макроскопическая система уравнений с нелинейной зависимостью компонент тензора напряжений и вектора потока тепла от величины вихря  $\partial u / \partial y$  [7–9].

Аналогичная нелинейная зависимость компонент тензора напряжений от  $\partial u / \partial y$  отмечена ранее в монографии [15] при рассмотрении статистической теории турбулентности, как системы со многими степенями свободы.



Фиг. 1. Гиперзвуковое течение разреженного газа около плоской пластины с острой передней кромкой

Численные расчеты, проведенные для гиперзвукового обтекания параболоида вращения фреоном – 14, имеющим 12 внутренних степеней свободы, с учетом нелинейной зависимости величин трения и потока тепла от  $du/du$ , показали их существенное уменьшение [7].

Таким образом, в работах [7–9] был развит кинетический подход к описанию гиперзвукового обтекания тел разреженным потоком газа. Этот метод основан на использовании системы уравнений моментов или так называемых уравнений переноса Максвелла путем введения в них малого параметра, который до этого с успехом применялся при рассмотрении вязких гиперзвуковых течений сплошной среды. В отличие от уравнений Барнетта, супер-Барнетта и т.д. предлагаемый подход позволяет просуммировать весь бесконечный ряд поправок в реологических соотношениях. Кроме того, огромное преимущество такого подхода ( по сравнению с уравнениями Барнетта, супер-Барнетта и т.д.), что система итоговых макроскопических уравнений моментов имеет тот же порядок, что и уравнения Навье–Стокса. Система уравнений является замкнутой, однако, замыкающие реологические соотношения имеют нелинейную структуру по величине вихря  $du/du$ .

**2. Анализ течения около передней кромки.** Рассмотрим гиперзвуковое течение разреженного газа около передней кромки заостренной плоской пластины, расположенной под нулевым углом атаки (фиг. 1).

В области 1 на фиг. 1 газ сильно разрежен, причем ее протяженность  $x \sim L$  соизмерима со средней длиной свободного пробега молекул в набегающем потоке  $L \sim \lambda_\infty$ . В области 2 толщина вязкого ударного слоя  $\delta_{sl}$  сравнима с толщиной гиперзвукового пограничного слоя  $\delta_{bl}$ , т.е.  $\delta_{sl} \sim \delta_{bl}$ . В области 3 при  $\delta_{sl} \gg \delta_{bl}$  справедлива континуальная теория пограничного слоя с вязким взаимодействием [15].

Введем масштабы функций и координат, характерные для тонкого ударного слоя

$$y = y^0/\delta_{bl}, \quad x = x^0/L, \quad u = u^0/V_\infty, \quad v = v^0/v_{bl}, \quad L \sim \lambda_\infty$$

$$\rho = \rho^0/\rho_{bl}, \quad p = p^0/p_{bl}, \quad |C_k| = |c_k^0|/v_{tb}, \quad v_{tb} = \sqrt{\epsilon}V_\infty$$

$$v_{bl} = V_\infty \bar{\delta}_{bl}, \quad \bar{\delta}_{bl} = (\delta_{bl}/L) = N\epsilon$$

$$\rho_{bl} = \rho_s(\bar{\delta}_{bl})^2, \quad p_{bl} = \rho_\infty V_\infty^2(\bar{\delta}_{bl})^2$$

Здесь размерные величины отмечены индексом 0, величины в пограничном слое отмечены индексом  $bl$ ,  $\epsilon$  – ньютоновский параметр подобия,  $\epsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$ , где  $\gamma$  отношение удельных теплоемкостей  $c_p/c_v$ .

После обезразмеривания уравнение Больцмана,  $Df = J(f, f)$  примет вид

$$Df = -N C_y \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial C_x} - N \sqrt{\epsilon} \left( \frac{du}{dt} \frac{\partial f}{\partial C_x} - C_y \frac{\partial f}{\partial y} \right) + o(N\epsilon) \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_k \frac{\partial}{\partial r_k}, \quad f = f(\mathbf{c}, E_{ji}, \mathbf{r}, t), \quad J = \frac{M' - f}{\tau_{el}} + \frac{M^{eq} - f}{\tau_{in}}, \quad N = \frac{\lambda_{bl}}{\delta_{bl} \sqrt{\epsilon}}$$

где  $E_{ji}$  – внутренняя энергия  $j$ -го состояния  $i$ -й степени свободы,  $\tau_{el}$  и  $\tau_{in}$  – времена упругих и неупругих столкновений соответственно,  $M'$  и  $M^{eq}$  – максвеллианы с неодинаковыми ( $T_i \neq T_j$ ) и одинаковыми ( $T_i = T_j = T^{eq}$ ) температурами поступательных ( $T_t$ ) и внутренних ( $T_i$ ) степеней свободы соответственно

$$M' = n \left( \frac{m}{2\pi k T_t} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{m C^2}{2k T_t}\right) \left[ \prod_{i=1}^I \exp\left(-\frac{E_{si}}{k T_i}\right) \right]^{-1} \sum_s \exp\left(-\frac{E_{ji}}{k T_i}\right)$$

Здесь  $m$  – молекулярный вес,  $n$  – концентрация,  $I$  – число степеней свободы молекулы. Нетрудно видеть, что параметр  $N$  определяет величину отношения конвективного члена к столкновительному члену в уравнении Больцмана [10].

С другой стороны, оценка в уравнениях Навье–Стокса толщины пограничного слоя на длине вдоль пластины  $x$  дает

$$\frac{\delta_{bl}}{x} \sim N\epsilon = \frac{\sqrt{\bar{\chi}}\epsilon}{M_\infty} = \sqrt{\bar{V}}\epsilon \quad (2.2)$$

Здесь  $\bar{\chi}$  – параметр сильного взаимодействия,  $\bar{V}$  – параметр разреженности [16].

Согласно (2.2), кинетический параметр  $N$  связан с континуальными параметрами вязкого взаимодействия  $\bar{\chi}$ ,  $\bar{V}$ .

Из (2.2) следует, что

$$N \sim \frac{\delta_{bl}}{\epsilon x} \sim \frac{\delta_{sl}}{\delta_{sl}}$$

Здесь  $\delta_{sl}$  – толщина ударного слоя на длине вдоль пластины  $x$ ,  $\delta_{sl} \sim \epsilon x$ .

Таким образом, при  $N \sim 1$ , когда левая и правая части уравнения Больцмана совпадают по порядку величины ( $df/dt \sim J_{st}$ ), совпадают также и толщины пограничного и ударного слоев ( $\delta_{bl} \sim \delta_{sl}$ ). На фиг. 1 этому состоянию потока соответствует область 2. Можно также сказать, что обычно рассматриваемые континуальными режимами тонкого вязкого ударного слоя, когда  $\delta_{bl} \sim \delta_{sl}$ , с точки зрения ньютоновской асимптотической теории ( $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $N \sim 1$ ), являются кинетическими.

От уравнения Больцмана (2.1) можно традиционным образом перейти к эквивалентной бесконечной системе уравнений кинетических моментов [7–9].

Как и в [9], удалось установить, что система уравнений для кинетических моментов может быть асимптотически оборвана при  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $N \sim 1$ . При этом конечные выражения для компонентов тензора напряжений и компонентов вектора теплового потока получаются из системы моментов третьего порядка. Эти выражения замыкают уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Они нелинейно зависят от величины градиента скорости нормального к поверхности и могут быть преобразованы к обычному виду с коэффициентами диссипации, которые зависят от квадрата величины нормального градиента скорости. Эти замыкающие соотношения имеют вид

$$\begin{aligned}
 P_{yy} &= P^{\text{eq}}(1 - \zeta\Omega^2)^{-1} = P' \left(1 + \frac{2}{3}\Omega^2\right)^{-1} \\
 P_{xy} &= -\mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad q_y = -\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial y} \\
 \mu_{\text{eff}} &= \mu_{N-S} \left(1 + \frac{2}{3}\Omega^2\right), \quad \lambda_{\text{eff}} = \lambda_{N-S} \left(1 + \frac{2}{3}\Omega^2\right) \\
 \frac{T' - T^{\text{eq}}}{T'} &= \frac{2c_v^{\text{in}}(1 + \alpha)\Omega^2/\alpha}{3c_v(1 + 2/3\Omega^2)}, \quad \frac{P^{\text{eq}}}{P'} = \frac{T^{\text{eq}}}{T'} \\
 \mu_{N-S} &= \frac{NP'\tau}{1 + \alpha}, \quad \lambda_{N-S} = \frac{c_p}{m}\mu_{N-S} \\
 \zeta &= \frac{2}{3} \left( \frac{c_v^{\text{in}}}{c_v} \frac{1 + \alpha}{\alpha} - 1 \right) \\
 \Omega &= \frac{N\tau}{1 + \alpha} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{3}{2}kT' + \sum_i c_v^{(i)}T_i = c_v T^{\text{eq}}, \quad c_v = \frac{3}{2}k + c_v^{\text{in}}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь  $c_v^{\text{in}}/c_v$  – отношение удельных теплоемкостей внутренних  $c_v^{\text{in}}$  и суммы поступательных и внутренних степеней свободы  $c_v$ ,  $\alpha$  – отношение времен неупругих и упругих столкновений,  $k$  – константа Больцмана,  $\mu_{N-S}$  и  $\lambda_{N-S}$  диссипативные коэффициенты в уравнениях Навье–Стокса.

Из этих выражений, как в [17], следует, что величины коэффициентов диссипации в неравновесном многоатомном газе меньше, чем соответствующие величины для одноатомного газа.

Аналогичные выражения справедливы для диссипативных коэффициентов в феноменологической теории турбулентности.

Соотношения, подобные (2.3), для одноатомного газа (при  $\alpha \rightarrow 0$ ) были выведены из уравнений Грэда для 13 моментов в [18].

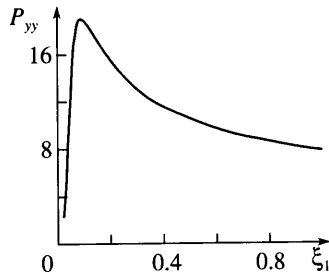
**3. Результаты расчетов.** Система уравнений в виде законов сохранения массы, импульса и энергии для движения разреженного газа с реологическими соотношениями (2.3) имеет параболический тип и всегда может быть решена на основе стандартных методов.

В качестве внешних граничных условий использованы модифицированные условия Рэнкина–Гюгонио (включая условия скольжения на скачке), которые, как отмечено в [18], не зависят от модели течения внутри ударной волны. При этом условия скольжения на стенке имеют порядок  $N\sqrt{\epsilon T_w/T_0}$  ( $T_w$  – температура стенки), т.е. они асимптотически малы при любых величинах  $T_w/T_0$ . На гиперзвуковых режимах течения их величина тем более мала, поскольку  $T_w/T_0 \ll 1$ .

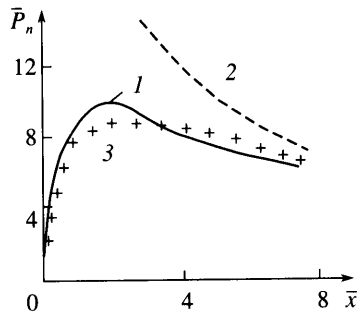
Распределение компонента тензора напряжений  $P_{yy}$  – вдоль пластины, вычисленное с учетом зависимостей (2.3), не имеет особенностей вблизи передней кромки (фиг. 2). В численных расчетах функции  $P_{yy}$  использовалось приближение касательного клина. Безразмерное расстояние  $\xi_1$ , параметр  $B$  и температурный фактор  $g_w$ , представленные на фиг. 2, имеют вид

$$\xi_1 = \frac{3}{2} \frac{1}{N^2} \int_0^x P_{yy} dx, \quad B = \frac{3M_\infty^4}{2\epsilon^2 \text{Re}_{bl}^2}, \quad g_w = \frac{T_w}{T_0}$$

где  $T_w$  и  $T_0$  – температура стенки и температура торможения соответственно.



Фиг. 2. Распределение  $P_{yy}$  вдоль плоской пластины, вычисленное на основе теории нелинейного переноса.  $B = 1$ ,  $g_w = 1$



Фиг. 3. Сравнение распределений  $P_n$  по различным теориям: 1 – теория нелинейного переноса, 2 – теория сильного взаимодействия, 3 – прямое численное моделирование при  $M_\infty = 23$ ,  $\bar{P}_n = P_{yy}^0 / P_{fm}^0$ ,  $\bar{x} = x^0 / \lambda_{fb}$  [19]

В то же время термодинамическое давление  $P$ , вычисленное в рамках теории сильного взаимодействия, содержит особенность вблизи передней кромки заостренной пластины. Распределение  $P_{yy}$  характеризуется наличием максимума расположенного на расстоянии нескольких длин свободного пробега от передней кромки, а ниже по течению монотонно уменьшается. Можно показать, что функция  $\delta_{bl}$  меняется как  $x^{3/2}$  от передней кромки пластины, а функции  $P_{yy}$  и  $d\delta_{bl}/dx$  стремятся к нулю при  $x \rightarrow 0$ . В данной теории нелинейного переноса в отличие от теории сильного взаимодействия не учитывались эффекты скольжения и скачка температуры. Следовательно, отсутствие особенности в распределении  $P_{yy}$  около передней кромки можно объяснить только за счет нелинейной зависимости тензора напряжений и теплового потока от нормального к поверхности градиента скорости.

При проведении расчетов была применена также кинетическая версия параболизированных уравнений Навье–Стокса, когда в уравнениях сохранения величины  $P_{yy}$ ,  $P_{xy}$ ,  $q_y$ ... определялись в соответствии с выражениями (2.3). Результаты расчетов на основе кинетической версии параболизированных уравнений Навье–Стокса (фиг. 3) лучше согласуются с результатами прямого численного моделирования, чем результаты расчетов по теории сильного взаимодействия. (Масштабы на фиг. 3 выбраны в соответствии с [19].)

**Заключение.** Приведены основные физические предпосылки и результаты асимптотического анализа кинетических эффектов в течении разреженного газа в вязком ударном слое. Этот подход остается справедливым и для течения в гиперзвуковом пограничном слое, образующемся на пластине с острой передней кромкой, расположенной па-

раллельно набегающему потоку. Выведены уравнения переноса, описывающие течения молекулярного газа в вязком ударном и гиперзвуковом пограничном слое. В отличие от приближения Навье–Стокса, предложенная модель позволяет описывать гиперзвуковое обтекание тел в условиях сильного нарушения равновесия по внутренним и поступательным степеням свободы частиц газа.

Авторы признательны О.Г. Фридлиндеру за обсуждение работы и конструктивные замечания.

Исследование частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (№ 05-01-00555).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Климова Е.В., Перепухов В.А., Рябов В.В., Толстых Л.И. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа. // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1855. 43 с.
2. Bird G.A. Low density aerothermodynamics. // AIAA Paper. 1985. № 0994. 9 p.
3. Cheng H.K. Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynolds number // Proc. Heat Transfer and Fluid. Mech. Stanford: Univ. Press, 1961. P. 161–175.
4. Cheng H.K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number. // Paper. Inst. Aerospace Sciences. 1963. № 63–92. 100 p.
5. Bush W.B. On the viscous hypersonic blunt body problem // J. Fluid Mech. 1964. V. 20. Pt 3. P. 353–367.
6. Тирский Г.А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим многокомпонентным потоком газа при наличии вдува. // Науч. тр. Ин-та механики. МГУ, 1975. № 39. С. 5–38.
7. Кузнецов М.М., Никольский В.С. О кинетической модели тонкого вязкого ударного слоя. // Физическая механика неоднородных сред. Новосибирск, 1984. С. 101–110.
8. Кузнецов М.М., Никольский В.С. Кинетический анализ гиперзвуковых вязких течений многоатомного газа в тонком трехмерном ударном слое // Ученые записки ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 3. С. 38–49.
9. Кузнецов М.М., Никольский В.С. Кинетическая теория предельных гиперзвуковых течений // Тр. 8-й Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов. Численные и аналитические методы в динамике разреженного газа. М., 1986. С. 23–27.
10. Никольский В.С. Кинетические эффекты при течении многоатомного газа в гиперзвуковом пограничном слое. // Гагаринские научные чтения по авиации и космонавтике. 1986. М.: Наука, 1987. С. 197–207.
11. Авдудевский В.С., Иванов А.В. Течение разреженного газа вблизи передней критической точки затупленного тела при гиперзвуковых скоростях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 3. С. 26–34.
12. Галкин В.С. О границах применимости механики сплошной среды для описания течения в окрестности критической точки при больших сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1959. Вып. 784. С. 19.
13. Кузнецов М.М., Никольский В.С. Асимптотический анализ течений многоатомного газа в тонком ударном слое на основе обобщенного уравнения Больцмана – Деп. в ВИМИ 06.05.83. № ДО5247.
14. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978. 495 с.
15. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982. 608 с.
16. Магомедов К.М. Гиперзвуковое обтекание тупых тел вязким газом. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 2. С. 45–56.
17. Ерофеев А.И., Перепухов В.А. Расчет обтекания пластины бесконечного размаха потоком разреженного газа. // Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 1. С. 102–106.
18. Cheng H.K., Emanuel G. Perspective of hypersonic nonequilibrium Flow // AIAA Journal. 1995. V. 33. № 3. P. 385–400.
19. Pullin D.I., Harvey J.K. A numerical simulation of the rarefied hypersonic flat-plate Problem. // J. Fluid Mech. 1976. V. 78. Pt 4. P. 689–707.