

УДК 532.526.4+532.527

© 2007 г. В.М. ПОНОМАРЕВ, О.Г. ЧХЕТИАНИ, Л.В. ШЕСТАКОВА

**НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КРУПНОМАСШТАБНЫХ
ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ТУРБУЛЕНТНОМ ЭКМАНОВСКОМ СЛОЕ**

Рассмотрены нелинейные режимы развития валиковых структур в экмановском пограничном слое атмосферы. В рамках теории турбулентного пограничного слоя, учитывающей присутствующую в нем спиральность, исследовано влияние последней на устойчивость и развитие вторичных вихрей. Обнаружена ее стабилизирующая роль в динамике экмановского слоя. С ростом нелинейности вали представляют собой нестационарные автоколебательные структуры, обменивающиеся энергией и спиральностью с основным течением. Получены многомасштабные режимы, близкие к наблюдающимся в атмосферном пограничном слое, а также к уединенным вихревым структурам, обнаруженным ранее в лабораторных и численных экспериментах для экмановских течений между противовращающимися дисками.

Ключевые слова: экмановский пограничный слой, спиральность, устойчивость, нелинейный режим.

В последнее время детальные данные о крупномасштабных вихревых структурах в атмосферном пограничном слое получены, например, в [1–4]. Наибольших масштабов достигают квазипараллельные валиковые структуры – продольные вихри с горизонтальными масштабами 4–10 км, наблюдающиеся при определенных условиях в экмановском пограничном слое. Присутствие валов проявляется на спутниковых изображениях пограничного слоя в виде “облачных” улиц, вытянутых приблизительно вдоль направления ветра на сотни километров и сохраняющихся в течение нескольких суток. Наблюдаются они в условиях как близких к нейтральным, так и при слабонеустойчивой стратификации пограничного слоя. Облака формируются в области восходящих движений между валиками при соответствующих термодинамических условиях. Подобные спиралевидные вихри часто присутствуют и в безоблачных условиях, что подтверждается наблюдением линейных полос с параметрами, весьма близкими к валиковым структурам на изображениях спутниковых радиолокаторов с синтезированной апертурой. Сопоставление радарных изображений и облачных улиц ясно указывает на то, что они являются разной визуализацией одного и того же явления.

В последние годы обнаружено, что валиковые структуры характерны и для пограничного слоя развитого тропического урагана, где с ними связывают наблюдаемую полосчатую структуру поверхностных разрушений, вызываемых эффективным переносом импульса из верхних высокоскоростных слоев атмосферы в нижние [3–5]. Схожие структуры наблюдаются и в пограничном слое океана, где возникает лэнгмюровская циркуляция [6] при вторжениях холодного воздуха. По различным оценкам валиковые структуры обеспечивают от 20 до 60% всего тепло-массопереноса через пограничный слой [2–4], а в высоких широтах их вклад в вертикальный перенос даже доминирует над турбулентным.

Теоретические исследования показывают, что наблюдаемые структуры скорее всего – следствие развития неустойчивости пограничного слоя с экмановским профилем средней скорости, который в простейшем случае является результатом равновесия вязких и кориолисовых сил, и основное движение в нем происходит в плоскости, параллельной подстилающей поверхности с поворотом вектора скорости вокруг вертикальной оси при изменении высоты.

Линейный анализ устойчивости нейтрального экмановского слоя по отношению к периодическим по поперечной координате возмущениям при постоянной вихревой вязкости проведен в [7–9], и на его основе развиты слабонелинейные теории [10–12].

Первое численное моделирование полной системы уравнений для пограничного слоя атмосферы было выполнено Дирдорфом, предложившим вихреразрешающую модель для пограничного слоя атмосферы [13]. Прямое численное моделирование проводилось для нейтральных и конвективных условий в [14, 15]. Отметим, что в данных расчетах явной картины валиковых структур не наблюдалось. Возможно, отчасти это связано как с недостаточной детализацией сетки и с трудностью точного “попадания” на неустойчивые моды (однородная структура течения в соответствии с линейной теорией должна формироваться под некоторым углом к направлению потока), так и их неустойчивостью по отношению к трехмерным возмущениям.

Важность параметризации эффектов валиковых структур в моделях атмосферного пограничного слоя очевидна для многих задач, в том числе для моделей общей циркуляции атмосферы, но вместе с тем остается ряд проблем, связанных как с механизмами их образования, так и с количественным описанием. Так, уже вышеупомянутые слабонелинейные теории, воспроизводя в целом правильную ориентацию валиков по отношению к геострофическому ветру, дают заниженные на 30–40% величины скорости циркуляции и продольной скорости в валиках. Практически отсутствуют работы, рассматривающие устойчивость полученных квазистационарных решений по отношению к двум и трехмерным возмущениям. Нет однозначных и непротиворечивых моделей, работающих в диапазоне неустойчивой стратификации. В то же время имеются как лабораторные, так и атмосферные данные, указывающие на сложную картину вторичной циркуляции, не воспроизводимую в существующих моделях: одновременное сосуществование структур разных масштабов [1, 16, 17]. Недостаточно исследовано влияние влажности на устойчивость и энергетику циркуляции. Последняя задача приобретает особый интерес в связи с уже упомянутым обнаружением валиков в пограничном слое тропического урагана, а также с их ролью в переносе электрического заряда и пассивной примеси, например, аэрозоля. Важным вопросом также остается приемлемость обычно используемого в теоретических работах приближения постоянной турбулентной вязкости.

Обычные модели турбулентной вязкости построены на основе теории Колмогорова, в соответствии с которой энергия переносится по спектру масштабов (волновых чисел) от крупных масштабов к малым, где она диссипируется вязкостью. В то же время для широкого класса турбулентных течений, в частности геофизических, возможно присутствие отличного от нуля дополнительного к энергии квадратичного инварианта – спиральности (скалярного произведения скорости и завихренности) (например [18]). В отличие от интеграла энергии этот инвариант не является знакоопределенным, что затрудняет теоретическое обоснование его возможного влияния на перенос энергии по спектру. Некоторые выводы могут быть получены при анализе соответствующих данных по расчету турбулентных течений, которые показывают, что спиральность – важное свойство турбулентных когерентных структур. Так, в численных экспериментах [19] показано, что спиральность приводит к ослаблению прямого каскада энергии в малые масштабы, соответствующее понижению эффективной турбулентной вязкости [20]. А при определенных условиях возможен и обратный каскад энергии – крупномасштабная неустойчивость.

Измерения спектра спиральности в пограничном слое атмосферы [21] указывают на степенной закон, близкий к “5/3”, что является признаком турбулентного каскада спиральности совместно с каскадом энергии в сторону малых масштабов [22, 23]. В этом случае тензор турбулентных напряжений коррелирует одновременно с градиентом скорости и завихренности, что может оказывать влияние на спектральный поток энергии (величину ее диссипации).

Данная работа посвящена исследованию нелинейных режимов вторичных вихревых структур в пограничном слое атмосферы с помощью численной модели. Наиболее существенное отличие данной модели – введение тензора турбулентных напряжений, учитывающего присутствие турбулентной спиральности [24], кроме того, использовавшаяся расчетная область значительно превышает размеры валиковых структур. Последнее позволяет учесть более широкий спектр волновых чисел возмущений (или исследовать устойчивость по отношению к длинноволновым возмущениям поля скорости), а также проанализировать возможное взаимодействие неустойчивостей и влияние спиральной структуры поля скорости турбулентного течения.

1. Основные уравнения. Рассмотрим движение воздуха в пограничном слое атмосферы над однородной подстилающей поверхностью. Пусть температурная стратификация слоя настолько мала, что можно пренебречь влиянием потоков тепла. Представим поле скорости в виде суммы трех составляющих

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_t$$

где $\mathbf{V}_0 = ((U_0(z, t), V_0(z, t), 0$ – скорость среднего движения, $\mathbf{v}_r = (u_r(y, z, t), v_r(y, z, t), w_r(y, z, t))$ – скорость движений на масштабе рассматриваемых валиковых структур, $\mathbf{v}_t(x, y, z, t)$ – скорость турбулентных пульсаций, z – вертикальная координата. Оси x и y направлены вдоль подстилающей поверхности, причем средние характеристики течения предполагаются независимыми от x .

Ниже будем характеризовать движение в валиковых структурах двумя величинами: u_x – скоростью в направлении ось x и $\omega_r = \text{rot}_x \mathbf{v}_r$ – проекцией завихренности на эту ось. Как следует из данных измерений, распределение средней скорости в пограничном слое атмосферы имеет ненулевую спиральность. Логично предположить, что при потере устойчивости этого профиля скорости таким же свойством будут обладать и возмущения, включая турбулентность, т.е. турбулентные движения не будут обладать зеркальной симметрией.

Для колмогоровской турбулентности наличие интеграла спиральности в дополнение к известному закону “4/5” приводит к точному соотношению, связывающему двойные и тройные корреляции поля скорости [25] – закон “2/15” (аналог уравнения Кармана–Ховарта), и, как показано в [23], может означать присутствие кроме потока энергии еще и потока спиральности по спектру масштабов. Локально эти потоки задаются выражениями

$$\Pi = -\frac{\partial V_i}{\partial x_j} \tau_{ij}, \quad \Lambda = -2 \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} \tau_{ij}$$

и связаны с соответствующими величинами диссипации энергии и спиральности. Здесь \mathbf{V} и $\mathbf{\Omega}$ – разрешаемые в модели крупномасштабная скорость и завихренность соответственно, а τ_{ij} – компоненты тензора турбулентных напряжений.

Для аппроксимации турбулентных напряжений ниже используется модифицированная гипотеза вихревой вязкости [26, 27], учитывающая влияние турбулентной спиральности на их структуру. В приближении постоянных коэффициентов и с опущенными градиентными членами, перенормируемыми давлением, их можно представить в виде

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -K \Delta \langle \mathbf{V} \rangle_i + K_H \lambda_j \frac{\partial \text{rot}_i \langle \mathbf{V} \rangle}{\partial x_j}, \quad \langle \mathbf{V} \rangle = \mathbf{V}_0 + \mathbf{v}_r, \quad \lambda = (0, 0, 1) \quad (1.1)$$

где K – турбулентная вязкость, K_H – “вторая” вязкость, пропорциональная турбулентной спиральности. Два скалярных коэффициента вязкости позволяют согласовать турбулентные потоки энергии и спиральности с их диссипациями. Здесь представлена простейшая форма замыкания, учитывающая выделенное направление, создаваемое вектором вращения Земли.

Отношение $g = K_H/K \approx clh/e < 1$ связано с распределением средней спиральности в атмосферном пограничном слое [26, 27]. Здесь $h = \langle \mathbf{v}, \text{rot} \mathbf{v} \rangle$ – плотность турбулентной спиральности, $e = \langle \mathbf{v}_t^2 \rangle / 2$ – плотность энергии турбулентного движения, l – длина пути перемешивания, c – эмпирический коэффициент. Для пограничного слоя атмосферы согласно оценкам, полученным на основе анализа данных для компонент поля скорости, значение параметра g находится в интервале $(-0.1, 0.2)$ [24, 26].

Граничными условиями для уравнений движения является $\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}_G$, заданная геострофическая скорость при $z \rightarrow \infty$ и $\mathbf{V} = 0$ при $z = 0$. В качестве масштабов длины, скорости и времени выберем толщину экмановского слоя $D = (K/f)^{1/2}$, скорость геострофического ветра $G = (U_G^2 + V_G^2)^{1/2}$ и $1/f$, где $f = \Omega \sin \theta$, Ω – угловая скорость вращения Земли, θ – широта.

Валиковая структура описывается системой уравнений для продольной составляющей скорости u_r и вихря ω_r ,

$$\text{Re} \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + V_0 \frac{\partial u_r}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial U_0}{\partial z} + \{ \Psi, u_r \} - \langle \{ \Psi, u_r \} \rangle \right) = \Delta u_r + g \frac{\partial \omega_r}{\partial z} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (1.2)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial \omega_r}{\partial t} + V_0 \frac{\partial \omega_r}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2} + \{ \Psi, \omega_r \} - \langle \{ \Psi, \omega_r \} \rangle \right) = \Delta \omega_r + g \frac{\partial}{\partial z} \Delta u_r + 2 \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (1.3)$$

$$\Delta \Psi = \omega_r, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad v_r = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w_r = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$\{ a, b \} = \frac{\partial a \partial b}{\partial y \partial z} - \frac{\partial a \partial b}{\partial z \partial y}, \quad \langle f \rangle = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} f(y, z) dy \quad (1.5)$$

$\{ a, b \}$ – коммутационные скобки Пуассона, $\langle f \rangle$ – оператор осреднения по координате y , L_y – ширина рассматриваемой области.

Составляющие средней скорости $U_0(z)$, $V_0(z)$ определяются уравнениями

$$\text{Re} \left(\frac{\partial U_0}{\partial t} + \langle \{ \Psi, u_r \} \rangle \right) = \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} - g \frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2} + 2(V_0 - V_G) \quad (1.6)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial V_0}{\partial t} + \left\langle \left\{ \Psi, \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right\} \right\rangle \right) = \frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2} + g \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} - 2(U_0 - U_G) \quad (1.7)$$

Здесь $\text{Re} = GD/K$ число Рейнольдса, определенное по турбулентной вязкости.

Направление оси x (направление валиков) относительно скорости \mathbf{V}_G ветра в свободной атмосфере зададим углом ϵ

$$z = \infty: U_0 = \cos(\epsilon), \quad V_0 = -\sin(\epsilon)$$

тогда в отсутствие валиков стационарное состояние пограничного слоя задается модифицированным экмановским профилем скорости [26]

$$\begin{aligned} U_0 &= \cos(\epsilon) - \exp(-z) \cos(g'z + \epsilon) \\ V_0 &= -\sin(\epsilon) + \exp(-z) \sin(g'z + \epsilon) \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$g' = (1 + g^2)^{1/2} - g$$

Турбулентная вязкость, связанная со спиральностью, приводит к некоторой модификации спирали Экмана, проявляющейся в уменьшении угла поворота горизонтальной скорости. Этот эффект – непосредственное отражение уменьшения потока энергии в малые масштабы в спиральной турбулентности [19, 20].

2. Устойчивость экмановского профиля скорости. Рассмотрим задачу линейной устойчивости модифицированного течения Экмана (1.8) по отношению к возмущениям поля скорости (u, v, w) , не зависящих от x .

Представляя решение в виде

$$\Psi = \psi(z) \exp(i\alpha(y - ct)) \quad (2.1)$$

$$u = \mu(z) \exp(i\alpha(y - ct)) \quad (2.2)$$

где α – поперечное волновое число, $c = c_r + ic_i$ – комплексная фазовая скорость, получаем систему уравнений

$$\psi^{(4)} - 2\alpha^2 \psi^{(2)} + \alpha^4 \psi - i\alpha \operatorname{Re} \left[(V - c)(\psi^{(2)} - \alpha^2 \psi) - \frac{d^2 V}{dz^2} \psi \right] + (2 + g\alpha^2) \mu^{(1)} - g\mu^{(3)} = 0 \quad (2.3)$$

$$\mu^{(2)} - \alpha^2 \mu - i\alpha \operatorname{Re} \left[(V - c)\mu + \frac{dU}{dz} \psi \right] - (2 + g\alpha^2) \psi^{(1)} + g\psi^{(3)} = 0 \quad (2.4)$$

с граничными условиями

$$\psi = \psi^{(1)} = \mu = 0, \quad z = 0 \quad (2.5)$$

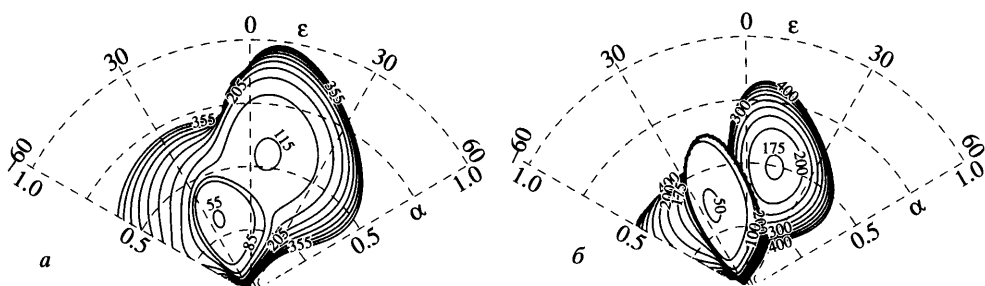
$$\psi = \psi^{(2)} = \mu^{(1)} = 0, \quad z = \infty \quad (2.6)$$

где цифра в скобках у функции означает номер ее производной по z .

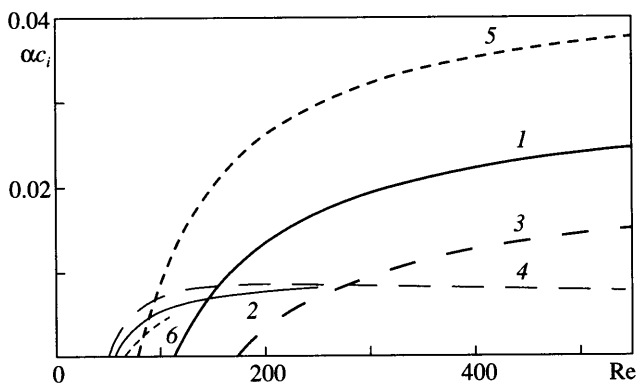
Уравнения (2.3)–(2.6) со средним течением (1.8) определяют задачу на собственные значения и функции для переменных ψ и μ при заданных значениях Re , α , ϵ и g . Здесь можно выделить две подзадачи, связанные с анализом неустойчивых возмущений: 1) определение минимальных чисел Рейнольдса, при которых появляется первое положительное значение мнимой части c , т.е. критического числа Рейнольдса Re_{crit} ; 2) определение скорости роста возмущений при $\operatorname{Re} > \operatorname{Re}_{crit}$. Численное решение задачи (2.3), (2.4) основано на методе коллокации в узлах интерполяционных многочленов Чебышева.

На фиг. 1 показано распределение критического (минимального) числа Рейнольдса, при котором появляется первое положительное значение мнимой части собственного числа c_i , на плоскости параметров (ϵ, α) при значениях параметра $g = 0$ и 0.2 . Из фигуры видно, что существуют две области неустойчивости: первая, обычно называемая неустойчивостью I типа или сдвиговой неустойчивостью, наблюдается при малых числах Рейнольдса ($\operatorname{Re}_{crit} \sim 50$) и горизонтальных волновых числах $\alpha \sim 0.3$. Именно эта неустойчивость прежде всего реализуется в лабораторных экспериментах с вращающейся жидкостью. Вторая область связана с наличием точки перегиба в профиле агеострофической компоненты скорости (II тип) и имеет более высокие критические числа Рейнольдса и волновые числа – $\operatorname{Re}_{crit} \sim 100$, $\alpha \approx 0.5$.

Параметр g заметно влияет на возмущения, неустойчивость которых обусловлена точкой перегиба среднего профиля. Для положительных значений параметра g происходит значительное повышение критического числа Рейнольдса, в то время как в области сдвиговой неустойчивости ($\alpha \sim 0.2$ – 0.3) оно немного уменьшается. Инкременты неустойчивых возмущений, обусловленных точкой перегиба, растут значительно быстрее с увеличением числа Рейнольдса, чем для I типа (см. фиг. 2, где показаны максимальные инкременты ω_i в зависимости от числа Рейнольдса). Для типичных условий атмосферы



Фиг. 1. Критические числа Рейнольдса Re в зависимости от волнового числа α и угла ϵ : $a, b - g = 0$ и 0.2



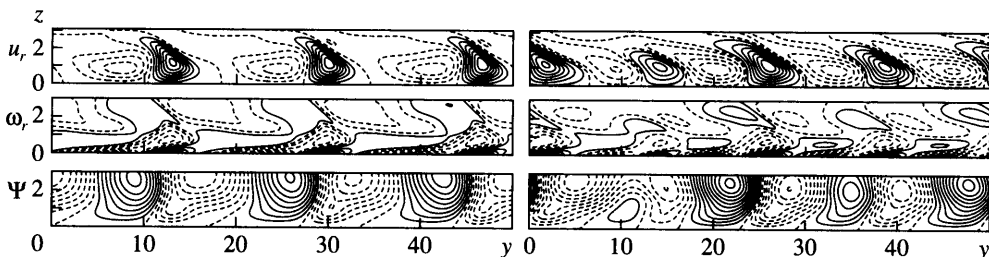
Фиг. 2. Инкременты роста возмущений при сдвиговой (тип I, кривые 2, 4, 6) и обусловленной точкой перегиба (тип II, кривые 1, 3, 5) неустойчивостях в зависимости от числа Рейнольдса: 1, 2 - $g = 0$; 3, 4 - 0.2 ; 5, 6 - 0.2

инкремент неустойчивости II типа в 2–3 раза превышает инкремент сдвиговой неустойчивости и, как показывает детальный анализ, в нем реализуется именно этот тип. Предполагается, что неустойчивая мода с максимальным инкрементом определяет характерный поперечный масштаб и ориентацию валиковой структуры по отношению к направлению геострофического ветра.

Анализ устойчивости экмановского слоя с учетом термической стратификации, выполненный в [8, 9], показывает, что неустойчивая стратификация ведет к незначительному уменьшению масштаба возмущения и приближению оси валика к направлению среднего ветра. Устойчивая стратификация напротив ведет к увеличению угла между валиком и направлением геострофического ветра. В последнем случае картина сильно усложняется взаимодействием неустойчивых возмущений с гравитационными волнами.

При положительных значениях параметра g , соответствующих падению турбулентной спиральности с высотой при совпадении ее знака со спиральностью основного течения, либо возрастанию с высотой противоположной по знаку спиральности [27], значительно уменьшаются инкременты роста, в то время как при противоположном знаке g происходит увеличение инкрементов. Характерное время развития валиковых структур $t_* \sim 1/(\alpha c_i) \approx 100$, что соответствует размерному времени $T_* \approx 2$ ч при $G = 10$ м/с и $D = 500$ м.

3. Нелинейные режимы. Численное моделирование развития вторичных структур проводилось методом конечных разностей. В качестве области расчета использовалась



Фиг. 3. Распределение продольной компоненты скорости v_r , завихренности ω_r и функции тока в валиковых структурах Ψ при $Re = 270$: $a, b - g = 0$ и 0.2 ; пунктирные кривые соответствуют отрицательным значениям

прямоугольная область со сторонами, направленными вдоль вертикальной оси z и горизонтальной оси y , с равномерной сеткой по обоим направлениям. Длина области по координате y , L_y , бралась равной 50–100, что соответствует примерно 5–10 длинам волн неустойчивых возмущений, на боковых границах области использовались условия периодичности. Высота области составляла около 10, что заведомо превышает высоту пограничного слоя, и неустойчивые возмущения здесь практически обращаются в нуль. В расчетах же применялось условие обращения в нуль производных по z , при $z = 0$ – прилипания.

Для аппроксимации уравнений (1.2)–(1.4) использовалась явная схема с центральными разностями. Решение уравнения Пуассона для вихря осуществлялось итерационным методом последовательной верхней релаксации.

Расчеты при числах Рейнольдса, близких к критическим для неустойчивостей I и II типа, воспроизводят периодическую структуру циркуляционных движений. Распределения скорости, завихренности и функции тока фиг. 3 для вторичной структуры при $Re = 270$ и угле $\epsilon = 18^\circ$, примерно соответствуют максимальному инкременту при значениях параметра $g = 0$ и 0.2 . Это течение практически стационарно, и распределения продольной компоненты скорости и завихренности близки к антисимметричным.

С увеличением числа Рейнольдса течение становится нестационарным, в нем явно присутствует большое количество гармоник по оси y . При этом периодичность на поперечном масштабе валика нарушается, и решение становится похожим на нестационарную уединенную структуру (фиг. 4, $Re = 300$, $g = 0.2$). Отметим, что многомасштабные структуры наблюдаются в экспериментальных данных (например [28]), и что подобные решения получены в [29, 30] при расчете течения Экмана–Куэтта.

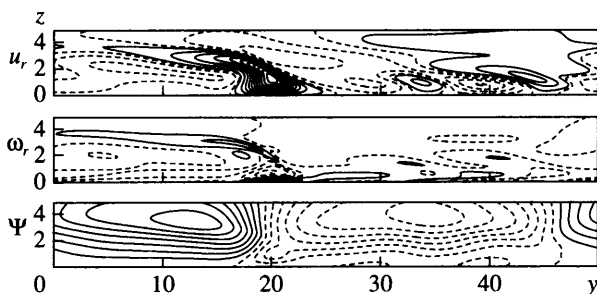
Рассмотрим баланс энергии и спиральности в системе средний поток – валиковые структуры. Для решения (1.8) величина проинтегрированной по координате z плотности спиральности для основного состояния пограничного слоя равна

$$H_0 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{g_1^3 + 1}{g_1^2 + 1} \right) \approx \frac{1}{2} - \frac{g}{4}$$

Соответствующая плотность энергии и спиральности валиковых структур определяется выражениями

$$E_r = \frac{1}{2L_y} \int \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{v}_r \, dydz = \frac{1}{2L_y} \int (u_r^2 - \Psi \omega_r) \, dydz$$

$$H_r = \frac{1}{L_y} \int \mathbf{v}_r \cdot \text{rot} \mathbf{v}_r \, dydz = \frac{2}{L_y} \int u_r \omega_r \, dydz$$



Фиг. 4. Вторичные вихревые структуры при $Re = 300, g = 0.2$: продольная скорость v_r , завихренность ω_r , функция тока Ψ . Пунктирные кривые соответствуют отрицательным значениям

Баланс спиральности в пограничном слое при развитии валиковых возмущений определяется уравнениями, следующими из (1.2)–(1.7)

$$\frac{\partial H_0}{\partial t} = \frac{2}{Re} - \int \left(\langle u_r w_r \rangle \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \langle v_r w_r \rangle \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) dz + \frac{2}{Re} \int \left(\frac{\partial U_0}{\partial z} \frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2} - \frac{\partial V_0}{\partial z} \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} \right) dz \quad (3.1)$$

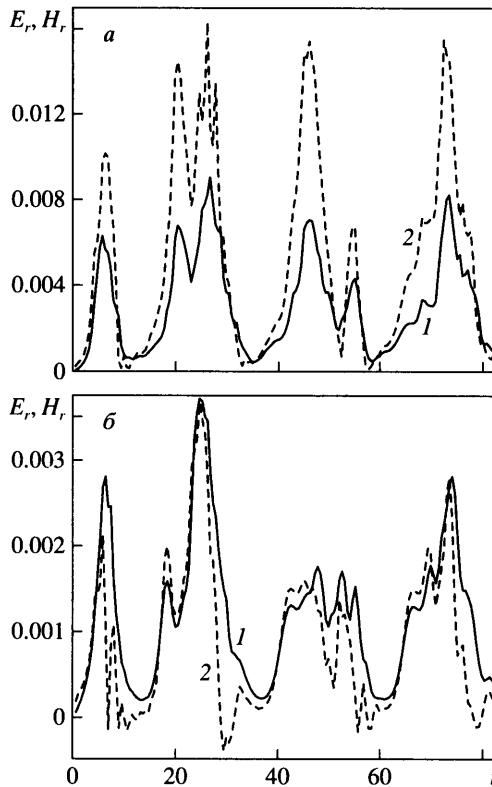
$$\frac{\partial H_r}{\partial t} = \int \left(\langle u_r w_r \rangle \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \langle v_r w_r \rangle \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) dz + \quad (3.2)$$

$$+ \frac{1}{Re} \int \langle \omega_r \Delta u_r + u_r \Delta \omega_r \rangle dz + \frac{g}{Re} \left[\langle \omega_r^2 \rangle + \left\langle \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right\rangle \right]_{z=0}$$

В (3.1) слагаемое $2/Re$ соответствует притоку спиральности к пограничному слою со стороны свободной атмосферы, который в стационарном режиме равен ее диссипации. Отметим, что интегральная величина притока спиральности к пограничному слою не зависит от модели турбулентности. Из уравнений (3.1), (3.2) следует, что нелинейные взаимодействия сохраняют полную спиральность в системе средний поток – валиковая структура. В расчетах вычисление притока спиральности к валикам со стороны среднего течения дает положительный знак этой величины, что соответствует положительной спиральности валиков и позволяет предположить, что валики – крупномасштабный элемент в турбулентном каскаде спиральности.

Учитывая, что в реальных условиях характеристики атмосферного пограничного слоя подвержены суточному ходу, а характерное время развития валиковых неустойчивостей составляет часы, приведем результаты моделирования для условий, имитирующих суточный ход турбулентной вязкости. Будем предполагать изменение числа Рейнольдса со временем по следующему закону $Re = 0.5 \{ (Re_d + Re_n) - (Re_d - Re_n) \cos(2\pi t/T) \}$ с $T = 24$ ч. В ночное время турбулентная вязкость в пограничном слое атмосферы падает и реализуется режим с высоким числом Re_n , соответственно днем – число $Re_d < Re_n$. В расчетах полагалось $Re_d = 155$ и $Re_n = 365$. Данные на фиг. 5 характеризуют динамику обмена энергией и спиральностью между средним течением и конвективными валиками. Численная оценка максимума плотности спиральности в валиках дает значение близкое к 10^{-2} , что соответствует размерным значениям $10^{-2} - 10^{-1} \text{ м/с}^2$, близким к эмпирическим оценкам и измерениям плотности спиральности [21].

Таким образом, крупномасштабные валиковые структуры в атмосфере обладают положительной (в Северном полушарии) спиральностью. Как показано Крейчнаном [23],



Фиг. 5. Динамика плотности энергии и спиральности в валиковых структурах: 1 – энергия, 2 – спиральность; t – часы; а, б – $g = 0$ и 0.1

взаимодействие спиральных движений одного знака доминирует над взаимодействием движений с разными знаками, вследствие чего зеркальная асимметрия движений должна сохраняться, по крайней мере, на каком-то интервале масштабов, отражая анизотропию крупномасштабных движений. С этой точки зрения валики можно рассматривать как начало турбулентного каскада на масштабах, сравнимых с высотой пограничного слоя.

Заключение. Рассмотрено влияние турбулентной спиральности на формирование крупномасштабных вихревых режимов в экмановском пограничном слое атмосферы. На основании анализа экспериментальных данных по пульсациям скорости ветра получена оценка границ параметра спиральности, характеризующего влияние турбулентной спиральности на вихревую вязкость в пограничном слое атмосферы. Показано, что учет спиральности приводит к заметному изменению критического числа Рейнольдса и параметров (волнового числа и угла ориентации) вторичных возмущений. Причем это влияние более сильное в случае, когда знак турбулентной спиральности противоположен знаку спиральности основного течения, или она возрастает с высотой в основной толще пограничного слоя. Следует также отметить сильное влияние спиральности на скорость роста неустойчивых возмущений, которая является важным фактором их проявления в реальных условиях. При сильной нелинейности пространственная периодичность вторичного течения нарушается, и возможно формирование структур, близких к уединенным.

Для турбулентного пограничного слоя формирование валиковой структуры можно рассматривать в качестве одного из элементов каскада энергии и спиральности. Полученные результаты численного моделирования неплохо согласуются с теоретическими представлениями об ослаблении энергетического каскада в сторону мелкомасштабных мод и преимущественном взаимодействии спиральных мод одного знака и численными оценками, следующими из данных измерения характеристик турбулентности в пограничном слое атмосферы.

Авторы благодарят Г.В. Левину за интерес к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 03-05-64593, 05-05-64735, 05-05-90596) и программы Президиума РАН “Математические методы в нелинейной динамике”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Walter B.A., Overland J.E.* Observations of longitudinal rolls in a near neutral atmosphere // *Month. Weather Rev.* 1982. V. 112. № 1. P. 200–208.
2. *Chou S.-H., Ferguson M.P.* Heat fluxes and roll circulation over the western gulf stream during an intense cold-air outbreak // *Boundary-Layer Meteor.* 1991. V. 55. № 3. P. 215–248.
3. *Wurman J., Winslow J.* Intense sub-kilometer-scale boundary layer rolls observed in hurricane Fran // *Science.* 1998. V. 280. № 5363. P. 555–557.
4. *Morrison I., Businger S., Marks F., Dodge P., Businger J.A.* An observational case for the prevalence of roll vortices in the hurricane boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 2005. V. 62. № 8. P. 2662–2673.
5. *Foster R.C.* Why rolls are prevalent in the hurricane boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 2005. V. 62. № 8. P. 2647–2661.
6. *Leibovich S.* The form and dynamics of langmuir circulations // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1983. V. 15. P. 391–427.
7. *Lilly D.K.* On the instability of Ekman boundary flow // *J. Atmos. Sci.* 1966. V. 23. № 5. P. 481–494.
8. *Kaylor R., Faller A.* Instability of the stratified Ekman boundary layer and the generation of internal waves // *J. Atmos. Sci.* 1972. V. 29. № 3. P. 497–509.
9. *Орданович А.Е., Паишкова Ю.В.* Влияние термической стратификации на устойчивость экмановского течения // *Изв. РАН. МЖГ.* 1998. № 3. С. 71–76.
10. *Brown R.A.* Longitudinal instabilities and secondary flows in the planetary boundary layer // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1980. V. 18. № 3. P. 683–697.
11. *Stensrud D.J., Shiner H.N.* Development of boundary layer rolls from dynamic instabilities // *J. Atmos. Sci.* 1988. V. 45. № 6. P. 1007–1019.
12. *Михайлова Л.А., Орданович А.Е.* Моделирование двумерных упорядоченных вихрей в пограничном слое атмосферы // *Метеорол. и гидрол.* 1988. № 11. С. 29–42.
13. *Deardorf J.W.* Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 1972. V. 29. P. 91–115.
14. *Coleman G.N., Ferziger J.H., Spalart P.R.* A numerical study of the turbulent Ekman layer // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 213. P. 313–348.
15. *Coleman G.N., Ferziger J.H., Spalart P.R.* A numerical study of the convective boundary layer // *Boundary-Layer Meteor.* 1994. V. 70. № 3. P. 247–272.
16. *Саньков П.И., Смирнов Е.М.* Бифуркации и переход к турбулентности в зазоре между вращающимися и неподвижными параллельными дисками // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1984. № 5. С. 28–36.
17. *Corke T.C., Knasiak K.F.* Stationary travelling cross-flow mode interactions on a rotating disk // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 355. P. 285–315.
18. *Курганский М.В.* Введение в крупномасштабную динамику атмосферы. СПб.: Гидрометеоиздат, 1993. 168 с.
19. *André J.C., Lesieur M.* Influence of helicity on the evolution of isotropic turbulence at high Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 1977. V. 81. Pt. 1. P. 187–207.
20. *Белян А.В., Моисеев С.С., Чхетиани О.Г.* О турбулентной вязкости в спиральной турбулентности // *Докл. РАН.* 1994. Т. 334. № 1. С. 34–36.

21. *Копров Б.М., Копров В.М., Пономарев В.М., Чхетиани О.Г.* Измерение турбулентной спиральности и ее спектра в пограничном слое атмосферы // Докл. РАН. 2005. Т. 403. № 5. С. 627–630.
22. *Brissaud A., Frisch U., Leorat J., Lesieur M., Mazure A.* Helicity cascades in fully developed isotropic turbulence // Phys. Fluids. 1973. V. 16. P. 1366–1367.
23. *Kraichnan R.H.* Helical turbulence and absolute equilibrium // J. Fluid Mech. 1973. V. 59. Pt. 4. P. 745–752.
24. *Пономарев В.М., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г.* Роль спиральности в формировании вторичных структур в экмановском пограничном слое // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 4. С. 435–444.
25. *Чхетиани О.Г.* О третьих моментах в спиральной турбулентности // Письма в ЖЭТФ. 1996. V. 63. № 10. С. 768–772.
26. *Чхетиани О.Г.* О спиральной структуре экмановского пограничного слоя // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 5. С. 614–620.
27. *Пономарев В.М., Чхетиани О.Г.* Полуэмпирическая модель пограничного слоя атмосферы с параметризацией влияния турбулентной спиральности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 4. С. 464–479.
28. *Mourad P.D., Brown R.A.* Multiscale large eddy states in weakly stratified planetary boundary layer // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. № 4. P. 414–438.
29. *Hoffmann N., Busse F.H., Chen W.-L.* Transition to complex flows in the Ekman–Couette layer // J. Fluid Mech. 1998. V. 366. P. 311–331.
30. *Hoffmann N., Busse F.H.* Isolated solitary vortex solutions in the Ekman–Couette layer // Eur. J. Mech. B-Fluids. 2000. V. 19. P. 391–402.

Москва
Пермь

Поступила в редакцию
14.VI.2006