

УДК 533.6.011.51

© 2007 г. А.И. МАРКОВСКИЙ

## СТАЦИОНАРНЫЙ ДЕБИТ СКВАЖИНЫ, ДРЕНИРУЮЩЕЙ ДВА ГАЗОНОСНЫХ ПЛАСТА

Рассмотрена математическая модель течения газа при высоких давлениях в газодинамической системе, состоящей из вертикальной скважины и двух горизонтальных газонасыщенных пористых пластов. Коэффициент сверхсжимаемости считается известной функцией от давления. Найден суммарный дебит скважины и дебиты вскрываемых пластов как функции давления на устье скважины.

*Ключевые слова:* фильтрация газа, связанные пласты, сверхсжимаемость, дебит скважины и пластов, точки поворота.

Обычно газonosные пласты изолированы друг от друга вмещающими породами и находятся под различными пластовыми давлениями. Их взаимное влияние осуществляется только посредством перфорации (отверстий), соединяющей скважину с пластом, и ствола скважины. Суммарный дебит скважины как сумма дебитов пластов определяется игрой таких параметров, как пластовые давления, фильтрационные коэффициенты пластов, геометрические и физические характеристики ствола скважины, а также устьевым давлением  $p$  в точке ее выхода на поверхность. Фактически  $p$  – единственный параметр, которым можно управлять дебитом скважины. Важную роль играют некоторые характерные точки на шкале давления, называемые точками поворота. Как показано ниже, в зависимости от расположения  $p$  по отношению к этим точкам могут наблюдаться перетоки газа из одного пласта в другой, что считается нежелательным с экономической точки зрения. При этом вид систем уравнений, которым удовлетворяет суммарный дебит скважины и дебиты пластов, также зависит от этого расположения. В [1] задача о вычислении стационарного дебита скважины, дренирующего два газonosных пласта, решена при упрощающем предположении, что коэффициент сверхсжимаемости газа постоянен и равен своему среднему значению. В [2] при этом же допущении рассмотрена обратная задача – о вычислении неизвестных фильтрационных коэффициентов двух пластов по стационарным замерам на устье скважины давления и соответствующего суммарного дебита. В более важном и сложном случае постановки обратной задачи, когда неизвестны еще и пластовые давления, допущение о постоянстве коэффициента сверхсжимаемости не оправдано. Это связано с тем, что теперь заранее не известны границы изменения давления в системе, от которого на самом деле коэффициент сверхсжимаемости зависит.

В данной работе прямая задача решается в предположении, что коэффициент сверхсжимаемости является заданной функцией от давления. При этом задача значительно усложняется. В ней, как и в [1, 2], последовательно используются соотношения, характерные для стационарного режима течения, а также вычисляются перетоки газа из одного пласта в другой, чего нельзя сказать о более ранних публикациях [3–5], касающихся задачи о дренировании одной скважиной группы пластов.

**1. Постановка задачи. Точки поворота.** Рассматривается газодинамическая система, схематически изображенная на фигуре. Вертикальная скважина диаметра  $D$  вскрывает на глубинах  $L_j, j = 1, 2$  ( $L_1 < L_2$ ) горизонтальные плоские пористые пласты толщиной  $h_j$ , заполненные газом. Примем, что  $p_{j,k}$  – пластовое давление в  $j$ -м пласте,  $p_{j,0}$  – давление в

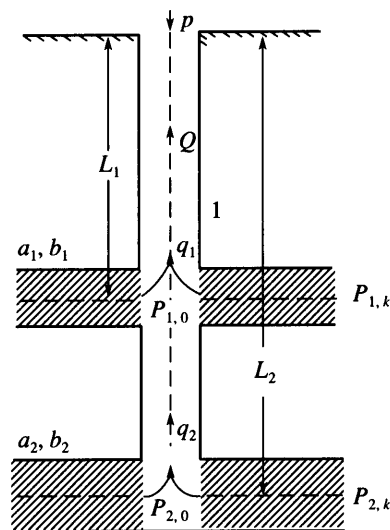


Схема течения

скважине на глубине  $L_j$ ;  $p_j = p_j(r)$  – давление в  $j$ -м пласте на расстоянии  $r$  от оси скважины, за устьевым давлением закрепим обозначение  $p$ .

Предполагается, что  $h_j/L_j$  ( $j = 1, 2$ ) достаточно малы, так что изменением давления по толщине пласта можно пренебречь. Предполагается также, что течение газа в системе стационарно и изотермично. Разобьем интервал скважины  $(0, L_2)$  на два участка (фиг. 1):  $(0, L_1)$  и  $(L_1, L_2)$ . В силу малости  $h_j/L_j$  можно считать, что давления в скважине на уровне верхнего и нижнего пластов постоянны и равны  $p_{1,0}$  и  $p_{2,0}$ . Из-за разности давлений  $p_{1,0}$  и  $p_{1,k}$  из верхнего пласта в скважину происходит фильтрация газа с объемным расходом (дебитом пласта)  $q_1$ . Аналогично из нижнего пласта происходит фильтрация газа с дебитом  $q_2$ . Поскольку  $D/L_j \ll 1$ , естественно считать течение газа в скважине одномерным. Газ, вышедший из нижнего пласта, движется по второму участку с тем же дебитом  $q_2$ , но это движение уже происходит по вертикальному участку скважины с концевыми давлениями  $p_{1,0}$  и  $p_{2,0}$ . На уровне верхнего пласта происходит столкновение газа, вышедшего из верхнего пласта, с газом, пришедшим из второго участка скважины. В результате этого сложного процесса вырабатывается забойное давление  $p_{1,0}$ . На первом участке скважины с концевыми давлениями  $p$  и  $p_{1,0}$  газ движется по вертикальной трубе с дебитом  $Q$ . При фиксированных  $p_{1,k}, p_{2,k}$  и переменном  $p$ , очевидно,  $p_{1,0} = p_{1,0}(p)$ ,  $p_{2,0} = p_{2,0}(p)$ ,  $q_j = q_j(p)$ ,  $Q = Q(p)$ ,  $j = 1, 2$ . Эти величины зависят также от параметров газа, скважины и пластов. Зависимость между  $q_j, p_{j,0}$  и  $p_{j,k}$  устанавливается, исходя из предположения, что течение газа в пласте радиально-симметрично относительно оси скважины и подчиняется нелинейному закону фильтрации Форхгеймера [6]

$$\frac{dp_j}{dr} = -(\alpha_j + \beta_j \rho_j |w_j|) w_j, \quad j = 1, 2 \quad (1.1)$$

Здесь  $r$  – текущий радиус, отсчитываемый от оси скважины,  $p_j = p_j(r)$  – давление в  $j$ -м пласте,  $w_j = w_j(r)$  – скорость фильтрации,  $\rho_j = \rho_j(r)$  – плотность газа,  $\alpha_j > 0$ ,  $\beta_j > 0$  – постоянные, характеризующие фильтрационную способность пласта и вязкость газа. В этих обозначениях  $p_{j,0} = p_j(D/2)$ ,  $p_{j,k} = p_j(r_j)$ , где  $r_j$  – радиус контура питания  $j$ -го пласта. Обычное течение газа в рассматриваемой системе происходит при давлениях порядка десятков мегапаскалей, поэтому уравнение состояния принимается в виде

$$p_j = z(p_j) \rho_j RT \quad (1.2)$$

где  $R, T$  – газовая постоянная и средняя по стволу скважины температура, а  $z(p_j)$  – коэффициент сверхсжимаемости. Номограммы для  $z$  приведены в [7]. В данной работе принято представление [8]

$$z(p_j) = \exp(-\alpha p_j) + \beta p_j$$

$$\alpha = -\frac{\ln v}{p_c}, \quad \beta = \frac{0.1}{p_c}, \quad v = 0.73 + 0.17371 \ln \theta, \quad \theta = \frac{T}{T_c} \quad (1.3)$$

где  $T_c, p_c$  – соответственно критические температура и давление газа.

Нетрудно видеть, что

$$w_j = \frac{-q_j p_a z(p_j) T}{2\pi r h_j p_j T_n} \quad (1.4)$$

где  $p_a$  – атмосферное давление при  $T_n = 293$  К. Подставляя выражение для  $w_j$  в (1.1), разделяя переменные и интегрируя по  $r$  от  $D/2$  до  $r_j$ , получим

$$b_j q_j^2 + a_j q_j \text{sign}(p_{j,k} - p_{j,0}) = \text{sign}(p_{j,k} - p_{j,0}) \int_{p_{j,0}}^{p_{j,k}} \frac{2s ds}{z(s)} \quad (1.5)$$

$$\text{sign} q_j = \text{sign}(p_{j,k} - p_{j,0})$$

Здесь  $b_j, a_j$  – определенные положительные параметры с размерностями  $(\text{кг})^2/\text{м}^8 \text{с}^2, (\text{кг})^2/\text{м}^5 \text{с}^3$ , называемые фильтрационными коэффициентами  $j$ -го пласта.

При составлении дифференциального уравнения одномерного движения газа по стволу скважины сила сопротивления движению, рассчитанная на единицу массы согласно Мизесу, принимается равной  $\lambda v^2/2D$ , где  $v = v(x)$  – скорость газа вдоль оси скважины,  $\lambda$  – безразмерный коэффициент сопротивления. При этом, как обычно, использованы уравнение импульсов, уравнение состояния (1.2) и уравнение неразрывности.

Если  $p_u, p_d$  – давление на верхнем и нижнем конце отрезка ствола скважины, то уравнение движения газа имеет первый интеграл вида ([9, 10])

$$F_{\pm}(p_u, p_d, q) \equiv \text{sign}(p_d - p_u) \int_{p_u}^{p_d} \frac{sz(s) ds}{s^2 \pm \mu q^2 z^2(s)} = \frac{gL}{RT} = \sigma \quad (1.6)$$

Здесь  $q$  – объемный расход,  $L$  – длина отрезка ствола

$$\mu = \frac{8\lambda \rho_0^2 R^2 T^2}{\pi^2 D^5 g}$$

$\rho_0$  – плотность газа при нормальных условиях,  $g$  – ускорение свободного падения, знак “+” соответствует движению газа снизу вверх, и тогда  $q > 0$ , а знак “-” соответствует движению газа сверху вниз, и тогда  $q < 0$ . Из соотношения  $F_{\pm}(p_u, p_d, q) = \sigma$  можно определить однозначно один из параметров  $p_u, p_d, q$ , если два другие фиксированы. Более подробно об этом см. ниже. При  $z(s) = \text{const}$  соотношения (1.6) превращаются в формулы Г.А. Адамова, широко используемые в инженерной практике стран СНГ. Замечания об этих формулах см. в [11].

Обозначим

$$\sigma_j = \frac{gL_j}{RT}, \quad j = 1, 2, \quad \sigma_3 = \sigma_2 - \sigma_1$$

Далее считаем заданными  $p_{j,k}, a_j, b_j$ . Из сказанного следует, что при данном  $p$  неизвестные дебиты  $Q(p), q_j(p), j = 1, 2$  и забойные давления  $p_{1,0}, p_{2,0}$  связаны соотношением сохранения массы  $Q = q_1 + q_2$ , одним из соотношений (1.5) и  $F_{\pm}(p, p_{1,0}, Q) = \sigma_1$ , а также од-

ним из соотношений  $F_{\pm}(p_{1,0}, p_{2,0}, q_2) = \sigma_3$ . В уравнениях (1.5), (1.6) перейдем к безразмерному давлению, полагая

$$p_* = \frac{p}{p_{2,k}}, \quad p_{j,0*} = \frac{p_{j,0}}{p_{2,k}}, \quad \dots, \quad p_{c,*} = \frac{p_c}{p_{2,k}}$$

$$\alpha_* = \alpha p_{2,k}, \quad \beta_* = \beta p_{2,k}, \quad \mu_* = \mu p_{2,k}^{-2}, \quad a_{j,*} = a_j p_{2,k}^{-2}, \quad b_{j,*} = b_j p_{2,k}^{-2}, \quad j = 1, 2$$

В дальнейшем ради сокращения записи у безразмерных давлений опускаем значок \*. Тогда в формулах (1.5), (1.6)  $a_j, b_j$  заменится на  $a_{j,*}, b_{j,*}, z(s)$  – на  $z_*(s) = \exp(-\alpha_* s) + \beta_* s$ , а  $\mu$  – на  $\mu_*$ .

Точкой поворота суммарного дебита  $Q$  или дебита  $q_j$  назовем такое значение  $p$  устьевого давления, что  $Q(p) = 0$  или  $q_j(p) = 0$ . Обозначим эти точки соответственно  $P^*, P_j^*$ . Прежде чем переходить к вычислению точек поворота, введем несколько величин, связанных с пластовыми давлениями. Пусть  $0 < u < v$  и

$$f(u, v) = \int_u^v \frac{z_*(s)}{s} ds \tag{1.7}$$

Обозначим  $x_1, x_2, y_1, y_2$  решения уравнений

$$f(x_1, p_{1,k}) = \sigma_1, \quad f(x_2, 1) = \sigma_2, \quad f(p_{1,k}, y_1) = \sigma_3, \quad f(y_2, 1) = \sigma_3 \tag{1.8}$$

Эти величины однозначно определены и эффективно вычисляются по методу Ньютона, который применяется и далее к уравнениям подобного вида. В работе предполагается, что пластовое давление в нижнем пласте больше пластового давления в верхнем пласте:

$$1 > y_1 \tag{1.9}$$

$$G_{\pm}(b, a, q, u, v) = bq^2 \pm aq - \int_u^v \frac{2s ds}{z_*(s)}$$

В дальнейшем используется следующий факт. Пусть  $u < y_2$  фиксировано. Тогда система уравнений относительно  $(v, q_2 > 0)$

$$F_+(u, v, q_2) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_2, v, 1) = 0 \tag{1.10}$$

имеет решение, для которого справедливы неравенства

$$u < u_1 \leq v \leq 1, \quad 0 \leq q_2 \leq q_{21},$$

где  $u_1$  – решение уравнения  $f(u, u_1) = \sigma_3$ , а  $q_{21} > 0$  – единственное решение уравнения  $F_+(u, 1, q_{21}) = \sigma_3$ . Система (1.10) сводится к одному уравнению

$$\Psi(q_2) = 0 \tag{1.11}$$

где функция  $\Psi$  гладко определена на отрезке  $[0, q_{21}]$ , монотонно возрастает, и оказывается, что  $\Psi(0) < 0, \Psi(q_{21}) > 0$ . Построен эффективный численный алгоритм решения уравнения (1.11). Из (1.8)–(1.9) следует, что

$$y_2 > p_{1,k} \tag{1.12}$$

Кроме того, поскольку  $\sigma_2 > \sigma_3$ , то  $y_2 > x_2$ , а тогда из (1.8) и (1.9) следуют равенства  $f(x_2, y_2) = \sigma_1 = f(x_1, p_{1,k})$ , из которых и из (1.12) вытекает  $x_1 < x_2$ .

Справедливо следующее утверждение. Существуют точки поворота  $P^*, P_2^*$ , причем выполняются неравенства  $x_1 < P^* < x_2 < P_2^*$ .

Пусть  $q_{22} > 0$  определяется из решения  $(p_{2,0}, q_{22})$  системы уравнений

$$F_+(p_{1,k}, p_{2,0}, q_{22}) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_{22}, p_{2,0}, 1) = 0 \tag{1.13}$$

Для существования  $P_1^*$  необходимо и достаточно, чтобы было

$$F_+(0, p_{1,k}, q_{22}) \geq \sigma_1 \quad (1.14)$$

Если (1.14) верно, то  $P_1^* < x_1$ . Если  $q_{22}$  столь велико, что неравенство (1.14) не выполняется, то  $P_1^*$  не существует, и тогда  $\forall p \geq 0$  будет  $q_1(p) < 0$ , т.е. даже при достаточно малых  $p$  происходит переток газа в верхний пласт.

Факт существования  $P_1^*$  не зависит от  $a_{1,*}, b_{1,*}$ . Наметим основные этапы вычисления точек поворота. Если  $p = P_1^*$  существует, то  $Q = q_2 > 0, p_{1,0} = p_{1,k}$  и выполнена система уравнений относительно  $p, p_{2,0}, q_2$

$$F_+(p, p_{1,k}, q_2) = \sigma_1 \quad (1.15)$$

$$F_+(p_{1,k}, p_{2,0}, q_2) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_2, p_{1,0}, 1) = 0 \quad (1.16)$$

В силу (1.12) и сказанного о системе (1.13) система (1.16) однозначно разрешима, пусть  $(p_{2,0}, q_{22} > 0)$  – ее решение. Подставив в уравнение (1.15)  $q_{22}$  вместо  $q_2$ , превратим его в уравнение относительно  $p = P_1^*$ . В силу (1.14) это уравнение однозначно разрешимо.

Если  $p = P^*$ , то  $Q = q_1 + q_2 = 0$ . Используя (1.9), можно показать, что тогда необходимо  $q_1 < 0, q_2 = -q_1 > 0, p_{1,0} > p_{1,k}$  и выполняется такая система

$$f(p, p_{1,0}) = \sigma_1, \quad G_-(b_{1,*}, a_{1,*}, q_1, p_{1,k}, p_{1,0}) = 0 \quad (1.17)$$

$$F_+(p_{1,0}, p_{2,0}, q_2) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_2, p_{2,0}, 1) = 0 \quad (1.18)$$

Считая  $p$  фиксированным,  $p \in [x_1, x_2]$ , сведем эту систему к одному уравнению. Из первого уравнения (1.17) находим  $p_{1,0} = p_{1,0}(p)$ , оказывается, что  $p_{1,k} < p_{1,0} < y_2$ . Тогда из второго уравнения (1.17) находим  $q_1 = q_1(p) < 0$ , а из системы (1.18) находим  $q_2 = q_2(p)$ , ибо эта система типа (1.10). Теперь функция

$$F(p) = q_1(p) + q_2(p) \quad (1.19)$$

гладко определена на  $[x_1, x_2]$ , монотонно убывает на этом отрезке, при этом оказывается, что  $F(x_1) > 0, F(x_2) < 0$ . Стало быть,  $\exists! P^* \in (x_1, x_2)$ , что  $F(P^*) = 0$ . Очевидно,  $p = P^*$  – искомая точка поворота. Фактически  $P^*$  является установившимся давлением на устье заглушенной скважины и может быть измерено экспериментально. Эффективное вычисление  $P^*$  проводится с помощью достаточно мелкой разбивки интервала  $(x_1, x_2)$  сеткой узлов.

Если  $p = P_2^*$ , то  $q_2(p) = 0$ , поэтому  $p_{2,0} = 1$ , на нижнем участке скважины течение газа отсутствует, поэтому  $p_{1,0} = y_2 > p_{1,k}$ , так что  $Q = q_1(p) < 0$ . Это значение определяется из уравнения (1.5) при  $\text{sign}(p_{1,k} - p_{1,0}) = -1$ . Теперь  $p = P_2^*$  можно определить из уравнения  $F_-(p, p_{1,0}, q_1) = \sigma_1$ . Если окажется, что  $\mu_* q_1^2 < y_2^2 / z_*^2 (y_2)$ , то это уравнение разрешимо при  $\text{sign}(p_{1,0} - p) = 1$ , в противном случае оно разрешимо при  $\text{sign}(p_{1,0} - p) = -1$ .

**2. Вычисление дебитов.** Переходя к вычислению дебитов  $q_j$  ( $j = 1, 2$ ),  $Q$  как функций от устьевого давления  $p$ , заметим, что вид соответствующих уравнений зависит от того, как расположена точка  $p$  на шкале давлений по отношению к точкам поворота  $P_1^*, P^*, P_2^*$ . Пусть  $P_1^*$  существует и  $0 < p < P_1^*$ . Используя (1.9) и неравенство  $P_1^* < x_1$ , можно

показать, что в этом случае  $Q > 0$ ,  $q_j > 0$ , и эти величины совместно с забойными давлениями  $p_{1,0}$ ,  $p_{2,0}$  связаны системой уравнений

$$F_+(p, p_{1,0}, Q) = \sigma_1, \quad G_+(b_{1,*}, a_{1,*}, q_1, p_{1,0}, p_{1,k}) = 0 \quad (2.1)$$

$$F_+(p_{1,0}, p_{2,0}, q_2) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_2, p_{2,0}, 1) = 0 \quad (2.2)$$

$$Q = q_1 + q_2 \quad (2.3)$$

Пусть  $Q_0 > 0$  – решение уравнения

$$F_+(p, p_{1,k}, Q_0) = \sigma_1 \quad (2.4)$$

Пусть  $Q \in [0, Q_0]$  фиксировано. Тогда из первого уравнения (2.1) однозначно определяется  $p_{1,0} = p_{1,0}(Q)$ , при этом  $p_{1,0}(Q) < p_{1,k}$ . Далее из второго уравнения (2.1) находится  $q_1 = q_1(Q) > 0$ , а из системы (2.2) найдем  $(p_{2,0}(Q), q_2(Q) > 0)$ , ибо эта система типа (1.10). При этом  $p_{2,0}(Q) \leq 1$ , а в силу теоремы о неявной функции  $q_j(Q)$  ( $j = 1, 2$ ) – гладкие функции. Образует функцию  $\Phi(Q) = Q - q_1(Q) - q_2(Q)$ . Очевидно, если  $Q, p_{1,0}, p_{2,0}, q_j$  – решение системы (2.1)–(2.4), то  $\Phi(Q) = 0$  и обратно, если  $\Phi(Q) = 0$ , то  $Q$  и выше определенные  $q_j, p_{1,0}, p_{2,0}$  удовлетворяют системе (2.1)–(2.4). Поэтому уравнение  $\Phi(Q) = 0$  эквивалентно этой системе и является разрешающим для нее. Оказывается, что  $\Phi(Q)$  – монотонно возрастающая функция, при этом  $\Phi(0) < 0$ , а  $\Phi(Q_0) > 0$ . Последнее неравенство вытекает из того, что  $p < P_1^*$ . Поэтому уравнение  $\Phi(Q) = 0$  имеет единственное решение  $Q \in (0, Q_0)$ . Зная его, определим неизвестное забойное давление  $p_{1,0}(Q)$ , а затем  $q_1(Q)$ ,  $p_{2,0}(Q)$  и  $q_2(Q)$ . Примененная схема редукции системы (2.1)–(2.4) к уравнению (2.5) допускает адекватную численную реализацию. Делим отрезок  $[0, Q_0]$  равномерной сеткой узлов  $Q_{(j)}, j = 1, \dots, N$ . Для  $Q = Q_{(j)}$  находим численные значения  $p_{1,0}(Q_{(j)}) = p_{1,0,j}$  по методу Ньютона, находим далее  $q_{1(j)}$ , решая квадратное уравнение. Интегралы вычисляются по формуле Симпсона.

Подобные вычисления при  $p_{1,0} = p_{1,0,j}(Q_{(j)})$  применяются к решению системы (2.2), из которой находим  $q_{2(j)}$ . Вычисления проводятся до тех пор, пока  $\Phi(Q_{(j)}) = Q_{(j)} - q_{1(j)} - q_{2(j)}$  не поменяет знак с  $-1$  на  $+1$ . Назовем эту схему комбинацией метода шагов и метода Ньютона. Она применяется ниже во всех рассмотренных вариантах.

Пусть  $P_1^* < p < P^*$ , если  $P_1^*$  существует, и  $p < P^*$ , если  $P_1^*$  не существует. Анализ показывает, что в этом варианте  $Q(p) > 0$ ,  $q_1(p) < 0$ ,  $q_2(p) > 0$ ,  $p_{1,0} > p_{1,k}$ ,  $p_{2,0} < 1$  и выполняется система уравнений

$$F_+(p, p_{1,0}, Q) = \sigma_1, \quad G_-(b_{1,*}, a_{1,*}, q_1, p_{1,k}, p_{1,0}) = 0$$

$$F_+(p_{1,0}, p_{2,0}, q_2) = \sigma_3, \quad G_+(b_{2,*}, a_{2,*}, q_2, p_{2,0}, 1) = 0$$

$$Q = q_1 + q_2$$

Подробно предыдущему задача снова сводится к уравнению относительно  $Q$  вида

$$\Phi(Q) = 0$$

Здесь  $\Phi$  также монотонно возрастает на отрезке  $[Q_1, Q_2]$  и имеет на концах отрезка знаки  $-1$  и  $+1$ . При этом если  $P_1^*$  существует и  $P_1^* < p < x_1$ , то  $Q_1$  и  $Q_2$  – решения уравнений

$$F_+(p, p_{1,k}, Q_1) = \sigma_1 \quad (2.5)$$

$$F_+(p, y_2, Q_2) = \sigma_1 \quad (2.6)$$

$p$	$Q$	$q_1$	$q_2$
0.70	34.814	17.34	17.474
0.75	28.482	13.363	15.119
0.80	19.752	7.573	12.178
0.82	14.703	3.924	10.778
0.83	11.171	1.152	10.02
0.832	10.257	0.396	9.861
0.834	9.257	-0.468	9.725
0.85	2.684	-5.438	8.122
0.856	0.509	-6.877	7.388
0.859	-0.509	-7.55	7.04
0.87	-4.34	-9.67	5.329
0.88	-7.37	-11.28	3.911
0.895	-12.315	-13.279	0.963
0.905	-15.902	-14.379	-1.523

Если  $x_1 < p < P^*$ , то независимо от существования  $P_1^*$  функция  $\Phi(Q)$  гладко определена на отрезке  $[0, Q_2]$ , при этом  $\Phi(Q_2) > 0$ . С другой стороны, оказывается, что  $\Phi(0) = -F(p)$ , где  $F(p)$  – функция, определенная формулой (1.19). Из свойств функции  $F(p)$  следует, что  $F(p) > 0$  при  $p \in (x_1, P^*)$ , так что  $\Phi(0) < 0$ . Если  $P_1^*$  не существует и  $p < x_1$ , то  $Q_1$  определяется из уравнения (2.5), а  $Q_2$  – из уравнения (2.6). Тогда оказывается, что  $\Phi(Q_1) < 0$  в силу неравенства, противоположного неравенству (1.14), которое верно в рассматриваемом случае, а  $\Phi(Q_2) > 0$ , как и выше.

За недостатком места опускаем рассмотрение случаев  $P^* < p < P_2^*$  и  $P_2^* < p$ . Отметим, что во всех вариантах доказано, что  $Q(p)$ ,  $q_j(p)$  – монотонно убывающие функции, как и следовало ожидать.

**3. Результаты численных экспериментов.** Изложенные выше соображения положены в основу алгоритма численного определения  $Q(p)$ ,  $q_j(p)$  при заданном  $p$  и других параметрах пластов и скважины. Этот алгоритм реализован в виде компьютерной программы. Для проведения расчетов были выбраны следующие значения упомянутых параметров: пластовый газ – метан,  $L_1 = 1000$  м,  $L_2 = 1500$  м,  $T_y = 291$  К,  $T_3 = 310$  К (устьевая и забойная температуры),  $p_{2,k} = 10$  МПа,  $p_{1,k} = 0.9$ ,  $p_{c,*} = 0.4695$ ,  $T_c = 190.55$  К,  $D = 0.216$  м;  $\lambda = 0.023$ ;  $a_1 = 0.413$ ;  $b_1 = 0.00062$ ;  $a_2 = 0.863$ ;  $b_2 = 0.001$ .

Эти данные согласованы с приведенными в [7, 12]. При этом оказывается, что

$$x_1 = 0.8356; \quad x_2 = 0.8942; \quad y_1 = 0.9341; \quad y_2 = 0.9633; \quad P_1^* = 0.8333;$$

$$P^* = 0.8576; \quad P_2^* = 0.8988;$$

$$\alpha = 0.00451; \quad \beta = 0.00213; \quad \sigma_1 = 0.06368; \quad \sigma_2 = 0.09552; \quad \sigma_3 = 0.03184.$$

В таблице приведены значения устьевого давления  $p$  и соответствующих значений суммарного дебита скважины  $Q(p)$  и дебитов верхнего  $q_1(p)$  и нижнего  $q_2(p)$  пластов ( $\text{м}^3/\text{с}$ ), полученных в результате решения задачи.

Как видно из этой таблицы,  $Q(p)$  и  $q_1(p)$  достигают максимальной скорости убывания в окрестности точки поворота  $P_1^*$ , после перехода через которую меняется характер их выпуклости.

**Заключение.** В работе приведены системы функциональных уравнений с учетом зависимости коэффициента сверхсжимаемости от давления, определяющие суммарный дебит скважины и дебиты верхнего и нижнего пластов как функции от давления  $p$  на устье скважины. Эти дебиты оказываются монотонно убывающими функциями  $p$ , меняющими знак при переходе через точки поворота  $P_1^*$ ,  $P^*$ ,  $P_2^*$ , алгоритм вычисления которых также приведен в работе. Установлена однозначная разрешимость, построен алгоритм решения этих систем и его программная реализация. Это позволяет избежать возможных перетоков газа из пласта в пласт при управлении дебитом скважины. Использование этих систем уравнений позволяет снизить на единицу число неизвестных параметров при постановке обратной задачи – определения пластовых давлений и фильтрационных коэффициентов по устьевым замерам давления и суммарного дебита. При этом предполагается, что выполняется неравенство (1.9).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марковский А.И., Потемкин В.Л. О дебите скважины, вскрывающей два газоносных пласта // Вопросы методологии и новых технологий разработки месторождений природного газа. М.: ВНИИГАЗ, 1998. № 3. С. 293–301.
2. Марковский А.И. Об идентификации фильтрационных коэффициентов двух газоносных пластов, вскрытых одной скважиной, по устьевым замерам давления и дебита // Вопросы методологии и новых технологий разработки месторождений природного газа. М.: ВНИИГАЗ, 1998. № 3. С. 306–313.
3. Минский Е.М., Бурштейн М.Л. Приближенный расчет притока газа к скважине, дренирующей одновременно несколько газоносных пластов // Тр. ВНИИнефть. М.: Гостоптехиздат, 1956. № 8.
4. Фиш М.Л. К вопросу о совместной эксплуатации двух газоносных пластов одной скважиной // Разработка и эксплуатация газовых месторождений. М.: Тр. ВНИИнефть, 1960. С. 99–111.
5. Кортаев Ю.П., Кашпаров М.М. Расчеты технологических режимов работы скважин по методу последовательной смены стационарных состояний при совместной разработке группы газоносных пластов // Науч.-техн. сб. по геологии, разработке, транспорту и использованию природного газа. М.: Недра, 1968. С. 174–188.
6. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
7. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных пластов и скважин. Под ред. Зотова Г.А., Алиева З.С. М.: Недра, 1980. 300 с.
8. Латонов В.В., Гуревич Г.Р. Расчет коэффициента сжимаемости природных газов // Газовая пром., 1969. № 2. С. 7–9.
9. Марковський А.І. Стационарна течія газу в вертикальній свердловині при великих тисках. 2 // Наук. вісн. ІФНТУНГ, Івано-Франківськ, 2004. № 2(6). С. 30–34.
10. Марковський А.І. Стационарна течія газу в вертикальній свердловині при великих тисках. 3 // Наук. вісн. ІФНТУНГ, Івано-Франківськ, 2004. № 1(7). С. 17–22.
11. Марковський А.І. Стационарна течія газу в вертикальній свердловині при великих тисках. 1 // Наук. вісн. ІФНТУНГ, Івано-Франківськ, 2003. № 1(5). С. 25–27.
12. Кашпаров М.М., Гереш Г.М. Некоторые особенности разработки сеноманской залежи Ямбургского месторождения // Вопр. методологии и новых технологий разработки месторождений природного газа. М.: ВНИИГАЗ, 1998. Ч. III. С. 143–152.