

УДК 532.529:533.6.011.72

© 2007 г. И.В. ГОЛУБКИНА, А.Н. ОСИПЦОВ

АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ФОКУСИРОВКА ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ В ОБЛАСТИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН

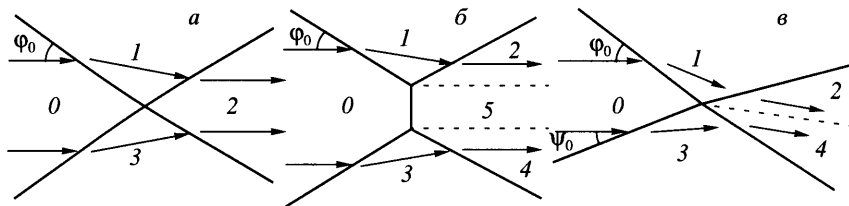
Исследована структура течения в области пересечения плоских стационарных ударных волн в запыленном газе. Рассмотрены случаи симметричного и несимметричного регулярного взаимодействия ударных волн, а также симметричное маховское взаимодействие. Для случая малой массовой концентрации частиц на основании численных расчетов с использованием полного лагранжева подхода показано, что за точкой пересечения ударных волн формируется узкая протяженная зона, в которой траектории частиц пересекаются, а концентрация дисперсной фазы резко возрастает. Проведено параметрическое исследование профилей концентрации частиц в этой зоне, найден диапазон определяющих параметров, в котором эффект фокусировки частиц максимален.

Ключевые слова: запыленный газ, частицы, взаимодействие ударных волн, аэродинамическая фокусировка, полный лагранжев метод.

Различные аспекты проблемы аэродинамической фокусировки инерционных частиц в газовых потоках обсуждаются в литературе уже несколько десятилетий (см., например [1–3]). Эффект фокусировки частиц может быть использован для разделения мелкодисперсных аэрозолей на фракции [4], для создания кумулятивных “струй” нано- и микрочастиц [5] с высокими локальными значениями кинетической энергии дисперсной фазы, которые применяются для резки материалов, нанесения покрытий и других приложений. В технических устройствах фокусировка частиц обычно осуществляется с помощью профилированных сопел (аэродинамических линз) [3] или специально организованных струйных течений [6]. Локальные зоны накопления частиц могут возникать в различных неоднородных газодисперсных потоках (см., например [7, 8]). Как правило, фокусировка монодисперсных инерционных частиц происходит в области “сходящихся” линий тока несущей фазы. В литературе имеются и примеры фокусировки полидисперсных частиц, обладающих различными инерционными свойствами [9].

В настоящей работе предлагается и исследуется новая газодинамическая схема аэродинамической фокусировки инерционных частиц – фокусировка в области пересечения стационарных ударных волн. Такого рода течения могут иметь место при обтекании запыленным газом элементов конструкций, выступающих на поверхности сверхзвуковых летательных аппаратов, или на входе в сверхзвуковые воздухозаборники. Возникновение локальных зон накопления частиц за точкой взаимодействия ударных волн и формирование “струй” дисперсной фазы, обладающих значительным импульсом и кинетической энергией, может приводить к повышенной эрозии элементов конструкций, расположенных ниже по потоку. С другой стороны, с использованием новой схемы аэродинамической фокусировки частиц возможно создание модифицированных технологий резки материалов и нанесения покрытий.

Классической проблеме взаимодействия ударных волн в чистом газе посвящена обширная литература [10–12], однако аналогичные конфигурации в запыленном газе исследованы недостаточно. Современные расчеты течений запыленного газа с пересекающимися ударными волнами (например [13]) проводятся, как правило, в рамках эйлера



Фиг. 1. Схемы исследуемых режимов взаимодействия ударных волн: симметричное регулярное (а), симметричное маховское (б), несимметричное регулярное (в)

описания дисперсной фазы, которое не позволяет исследовать структуру течений с пересекающимися траекториями частиц. В настоящей работе параметры дисперсной фазы рассчитываются с использованием полного лагранжева подхода [14], который позволяет проводить расчеты полей концентрации частиц в областях пересекающихся траекторий с контролируемой точностью, и который уже хорошо зарекомендовал себя при решении широкого круга проблем [15].

Ниже исследовано пересечение скачков уплотнения в двумерном стационарном потоке запыленного газа. Рассматривается течение в малой окрестности точки пересечения, где поверхности разрывов можно считать плоскими. Массовая концентрация частиц предполагается малой и их влиянием на параметры несущего газа пренебрегается. Исследовано как симметричное, так и несимметричное взаимодействие ударных волн. В первом случае рассмотрены режимы регулярного и маховского взаимодействия скачков, в последнем – только регулярное.

Для описания течения запыленного газа приняты обычные предположения двухконтинуальной модели запыленного газа с малой объемной долей частиц [16]: частицы – сферы одинакового радиуса σ и массы m . Столкновения, броуновское и другое хаотическое движение частиц отсутствуют, а следовательно, отсутствуют и собственные напряжения в среде частиц. Несущая фаза – совершенный газ с постоянными теплоемкостями и показателем адиабаты $\gamma = 1.4$. Для вычисления межфазной силы использованы формулы [17], аппроксимирующие экспериментальные данные по коэффициенту аэродинамического сопротивления сферических частиц в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Маха обтекания частиц при больших рассогласованиях скоростей фаз. Предполагается, что другие силы, такие как, например, силы Архимеда, присоединенных масс и Бассэ–Буссинеска отсутствуют либо оказывают незначительное влияние на параметры дисперсной фазы.

1. Описание течения несущей фазы. Рассмотрим следующие типы взаимодействия ударных волн: симметричное регулярное (фиг. 1,а), симметричное маховское с прямой “маховской ножкой” (фиг. 1,б), несимметричное регулярное (фиг. 1,в). Предполагается, что в области 0 течение газа однородно и известны число Маха потока M_0 и углы между невозмущенным потоком и проходящими ударными волнами Φ_0 и Ψ_0 .

Ввиду того, что частицы не оказывают влияния на несущую фазу, для определения параметров газа в областях 1–5 (фиг. 1) используются стандартные соотношения Рэнкина–Гюгонно для совершенного газа

$$\begin{aligned} [\rho V_n] &= 0, \quad [\rho V_n^2 + p] = 0, \quad [V_\tau] = 0 \\ \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{V_n^2}{2} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь V_n , V_τ – нормальная и тангенциальная составляющие скорости несущей фазы, ρ – плотность, p – давление газа. Записывая соотношения (1.1) в безразмерном виде на каждом из скачков уплотнения и учитывая условия равенства давления и направлений

скорости газа на контактных разрывах, можно найти все безразмерные параметры газа в областях 1–5 в зависимости от определяющих параметров M_0 , φ_0 , ψ_0 и γ . В качестве характерных масштабов скорости, плотности, давления газа используются параметры газа в области 0. В симметричном случае выражения для искомым газодинамических параметров представляются аналитически. Способ нахождения аналитического решения подробно описан в монографии [12], формулы зависимости параметров от начального числа Маха M_0 и угла φ_0 представлены в целом ряде работ (например [18, 19]). Ввиду громоздкости здесь эти формулы не приводятся. В случае несимметричного взаимодействия параметры газа в областях 1, 3 определяются аналогично симметричному случаю, однако зависимость параметров газа в областях 2, 4 от M_0 , φ_0 , ψ_0 не имеет аналитического выражения, поэтому поясним способ нахождения газодинамических параметров в этом случае.

Введем обозначение

$$S_i = \frac{(\gamma + 1)P_2 + (\gamma - 1)P_i}{2\gamma M_i^2 P_i} \quad (i = 1, 3)$$

Здесь P_i – безразмерное давление, M_i – число Маха потока в области с соответствующим номером. В предположении, что параметры газа в областях 1 и 3 известны, с учетом равенства давления на обеих сторонах тангенциального разрыва полную систему уравнений можно свести к трансцендентному уравнению, содержащему одну неизвестную величину P_2

$$\begin{aligned} \varphi_0 - \varphi_1 - \arcsin \sqrt{S_1} + \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{S_1}{1 - S_1}} \frac{(\gamma - 1)P_2 + (\gamma + 1)P_1}{(\gamma + 1)P_2 + (\gamma - 1)P_1} \right) + \\ + \psi_0 - \psi_1 - \arcsin \sqrt{S_3} + \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{S_3}{1 - S_3}} \frac{(\gamma - 1)P_2 + (\gamma + 1)P_3}{(\gamma + 1)P_2 + (\gamma - 1)P_3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь φ_1 , ψ_1 – углы между входящими ударными волнами и направлением потока газа в областях 1 и 3 соответственно.

Уравнение (1.2) решается численно стандартным итерационным методом [20], в результате находится значение P_2 , а затем и все остальные газодинамические параметры.

2. Описание течения дисперсной фазы. Предполагается, что в области 0 направление движения, скорости и температуры обеих фаз одинаковы, а концентрация частиц однородна и равна n_{s0} . Для определения траекторий, скоростей и концентрации частиц в областях 1–5 используются уравнение неразрывности и уравнение движения частиц в лагранжевой форме

$$n_s |J| = n_{se} |J_e|, \quad m \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \mathbf{f}_s \quad (2.1)$$

Здесь индекс s используется для обозначения параметров дисперсной фазы, индекс e соответствует значениям параметров на левой границе i -той области, J – якобиан перехода от эйлеровых координат x , y к лагранжевым x_0 , y_0 , в качестве которых приняты начальные координаты частицы на ударной волне при $t = 0$ (t – время движения частицы вдоль траектории). В (2.1) якобиан взят по модулю, чтобы учесть возможное пересечение траекторий и образование “складок” в среде частиц. Так как течение стационарно, то якобиан можно представить в виде [14]

$$J = \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{v_s}{u_0} - \frac{\partial y}{\partial y_0} \frac{u_s}{u_0}$$

Здесь u_s , v_s – компоненты скорости дисперсной фазы, u_0 – скорость газа в области 0.

В качестве силы аэродинамического сопротивления частиц в газе \mathbf{f}_s принимается сила Стокса с поправочным коэффициентом H , зависящим от чисел Маха M_s и Рейнольдса обтекания частиц Re_s , который в широком диапазоне условий обтекания частиц аппроксимирует экспериментальные данные, полученные при исследовании сверхзвуковых течений запыленного газа [17]

$$\mathbf{f}_s = 6\pi\sigma\mu_i(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s)H(M_s, Re_s)$$

$$H = \frac{(1 + Re_s^{0.67}/6)(1 + \exp(-0.427/M_s^{4.63})\exp(-3/Re_s^{0.88}))}{1 + M_s/Re_s(3.82 + 1.28\exp(-1.25Re_s/M_s))}$$

$$M_{si} = \frac{|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s|}{a_i}, \quad Re_{si} = \frac{2\sigma\rho_i|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s|}{\mu_i} \quad (2.2)$$

$$|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s| = \sqrt{(u_i - u_s)^2 + (v_i - v_s)^2}$$

Здесь \mathbf{V}_i – скорость газа, a_i – скорость звука, μ_i – динамическая вязкость газа в i -той области.

Перейдем к безразмерным переменным, используя в качестве характерных масштабов соответствующие параметры несущей и дисперсной фаз в области 0, а в качестве масштаба длины – длину скоростной релаксации, вычисленную для стоксовского закона сопротивления: $l_\tau = \tau\mu_0/6\pi\sigma\mu_0$.

Уравнения (2.1) в безразмерных переменных преобразуются в систему

$$n_s|J| = n_{se}|J_e| \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u_s, \quad \frac{\partial u_s}{\partial t} = \mu_i(u_i - u_s)H(M_s, Re_s)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = v_s, \quad \frac{\partial v_s}{\partial t} = \mu_i(v_i - v_s)H(M_s, Re_s) \quad (2.4)$$

Здесь безразмерные параметры обозначены теми же символами, что и их размерные аналоги. Для определения безразмерного значения вязкости используется приближенная степенная формула [21] $\mu_i = \sqrt{T_i}$.

В соответствии с полным лагранжевым методом [14] для нахождения компонентов якобиана dx/du_0 , dy/du_0 , присутствующих в соотношении (2.3), уравнения (2.4) необходимо продифференцировать по лагранжевой координате y_0 .

Введем обозначения

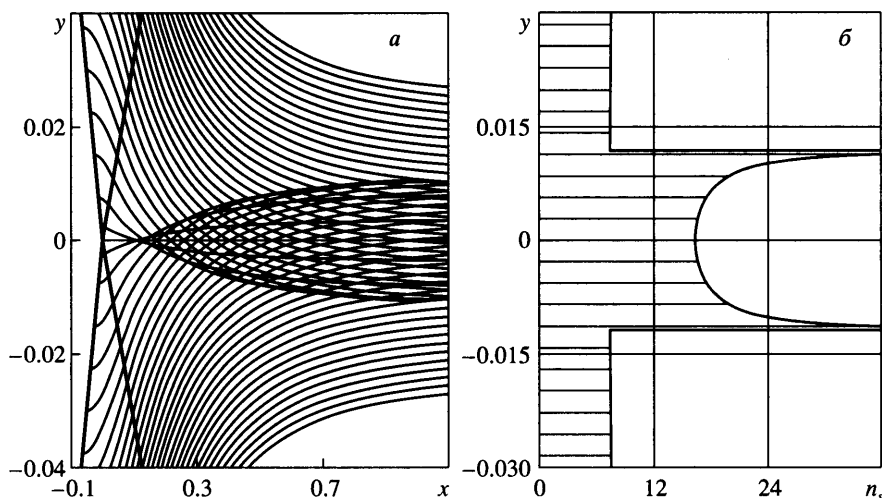
$$\frac{\partial x}{\partial y_0} = e, \quad \frac{\partial y}{\partial y_0} = f, \quad \frac{\partial u_s}{\partial y_0} = g, \quad \frac{\partial v_s}{\partial y_0} = h$$

Поскольку в каждой области течение газа однородно и стационарно, производные от u_i и v_i по координатам x , y равны нулю. Для каждого фиксированного значения y_0 получаем систему уравнений

$$\frac{de}{dt} = g, \quad \frac{dg}{dt} = -\mu_i g H + \mu_i(u_i - u_s)\frac{\partial H}{\partial y_0}$$

$$\frac{df}{dt} = h, \quad \frac{dh}{dt} = -\mu_i h H + \mu_i(v_i - v_s)\frac{\partial H}{\partial y_0} \quad (2.5)$$

Ввиду громоздкости выражения для $\partial H/\partial y_0$ не приводятся.



Фиг. 2. Траектории (а) и формирующийся профиль концентрации (б) частиц в случае регулярного взаимодействия ударных волн при $M_0 = 5$, $\varphi_0 = \psi_0 = 30^\circ$, $Re_{s0} = 100$

В каждой из областей, разделенных газодинамическими разрывами, замкнутая система обыкновенных дифференциальных уравнений (2.4), (2.5) решается с соответствующими коэффициентами u_i , v_i , μ_i , $H(M_s, Re_s)$. В качестве начальных условий используются значения параметров дисперсной фазы на поверхности разрыва, которая является левой границей соответствующей расчетной области. К примеру, начальные условия для решения уравнений в области 1 принимают вид

$$x = -y_0 \operatorname{ctg} \varphi_0, \quad y = y_0, \quad u = 1, \quad v = 0, \quad e = -\operatorname{ctg} \varphi_0, \quad f = 1, \quad g = 0, \quad h = 0$$

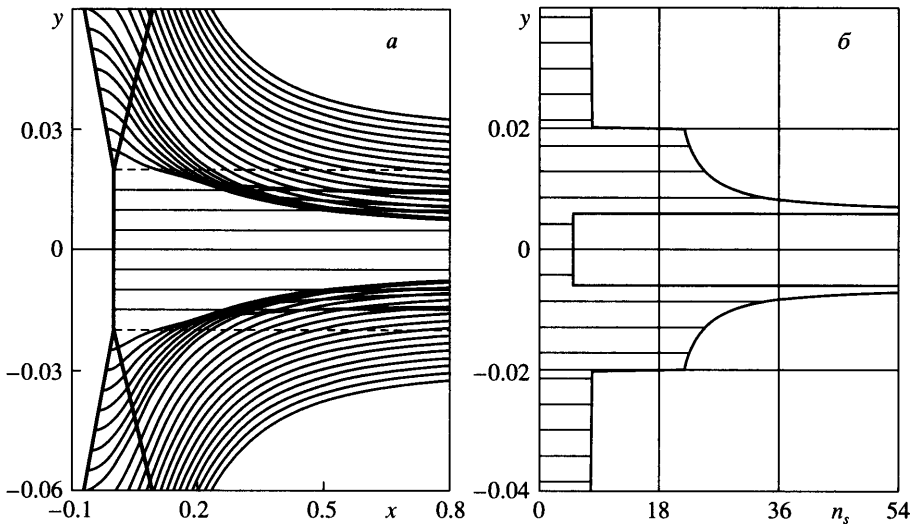
Далее при переходе из одной области в другую концентрация, координаты и компоненты скорости частиц непрерывны, а компоненты якобиана терпят разрыв. Лагранжевы координаты в каждой области выбираются таким образом, что при пересечении траекторий фронта ударной волны значение y_0 фиксируется заново, а t принимается равным нулю. Новые значения компонентом якобиана на границе области определяются численным дифференцированием функций координат и скоростей частиц по y_0 .

Поля траекторий и концентрации частиц в выбранных безразмерных переменных зависят от трех газодинамических параметров M_0 , φ_0 , ψ_0 и лишь одного безразмерного параметра, который характеризует фазу частиц. В качестве такого параметра удобно взять $Re_{s0} = 2\sigma_0 V_0 / \mu_0$. При этом переменные числа Маха и Рейнольдса обтекания частиц, входящие в формулу (2.2), выражаются через определяющие параметры следующим образом:

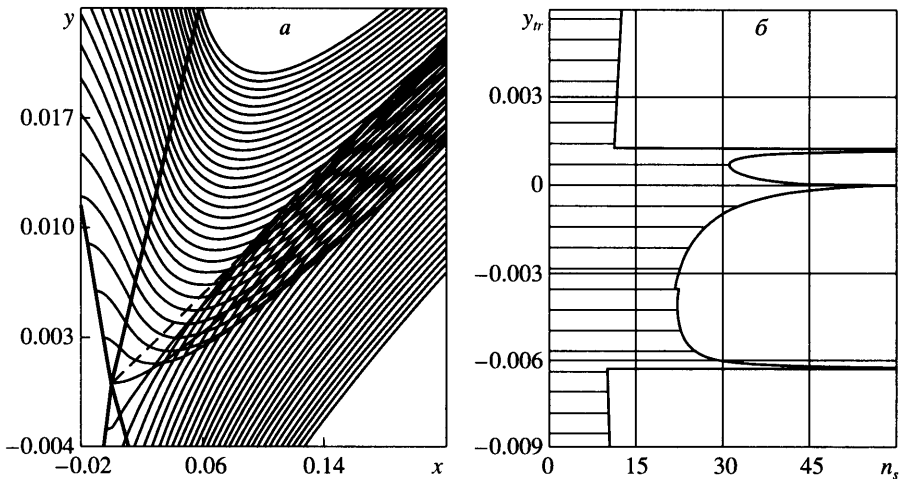
$$M_s = \frac{|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s|}{\sqrt{T_i}} M_0, \quad Re_s = \frac{\rho_i |\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_s|}{\sqrt{T_i}} Re_{s0}$$

Здесь использованы безразмерные параметры несущей и дисперсной фаз.

3. Результаты численных расчетов. Система (2.3)–(2.5) решается численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка, что позволяет найти траектории частиц для выбранных значений y_0 , а также компоненты скорости и концентрацию частиц вдоль траекторий. Характерные картины движения и распределение концентрации частиц для случаев симметричного регулярного, маховского и несимметричного случаев представлены на фиг. 2–4 соответственно. Во всех трех случаях за отраженной ударной волной возник-

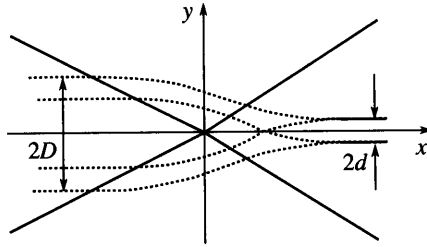


Фиг. 3. Траектории (а) и формирующийся профиль концентрации (б) частиц в случае махового взаимодействия ударных волн при $M_0 \approx 5.39$, $\varphi_0 = \psi_0 = 30^\circ$, $Re_{s,0} = 100$



Фиг. 4. Траектории (а) и формирующийся профиль концентрации (б) частиц в случае несимметричного регулярного взаимодействия при $M_0 = 8$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\psi_0 = 40^\circ$, $Re_{s,0} = 500$ (y_r – расстояние до тангенциального разрыва)

кают узкие области неоднозначности, в которых траектории частиц пересекаются. К примеру, в случае регулярного взаимодействия ударных волн при значениях определяющих параметров $M_0 = 5$, $\varphi_0 = \psi_0 = 30^\circ$, $Re_{s,0} = 100$, в предположении, что отношение плотностей фаз имеет порядок 10^{-3} и радиус частиц $\sigma = 10^{-3}$ мм, ширина области неоднозначности не превышает значения 0.1 мм. В случаях симметричного взаимодействия через каждую точку области неоднозначности проходят три различные траектории, тогда как при несимметричном взаимодействии в точках области неоднозначности может пересекаться от двух до четырех траекторий. Профили концентрации частиц представле-



Фиг. 5. Схема аэродинамической фокусировки частиц

ны в сечении, нормальном плоскости симметрии (в несимметричном случае – тангенциальному разрыву), где рассогласование скоростей фаз уже очень мало ($|V - V_s| < 10^{-4}$), при дальнейшем движении профиль концентрации меняется незначительно. В областях неоднозначности концентрация достигает довольно больших значений, а в крайних точках этих областей неограниченно возрастает. Следует отметить, что указанная особенность концентрации интегрируемая, и при малых начальных значениях концентрации частиц модель несталкивающихся частиц остается применимой [8]. В случае несимметричного взаимодействия концентрация имеет локальный конечный максимум на тангенциальном разрыве.

Пересечение траекторий частиц характерно почти для всех значений параметров M_0 , Φ_0 , Ψ_0 , Re_{s0} , хотя существуют наборы параметров, при которых области неоднозначности не возникает. Как правило, это происходит при взаимодействии ударных волн слабой интенсивности либо при малых значениях параметра Re_{s0} .

Введем в рассмотрение количественные характеристики эффекта аэродинамической фокусировки частиц. Обозначим за $2d$ ширину области пересечения траекторий частиц в дальней, равновесной по скоростям фаз области течения. Назовем параметром фокусировки отношение максимального значения начальной координаты D , такой, что траектория, соответствующая ей, еще попадает в область неоднозначности, к половине ширины области пересекающихся траекторий: $\delta = D/d$ (фиг. 5).

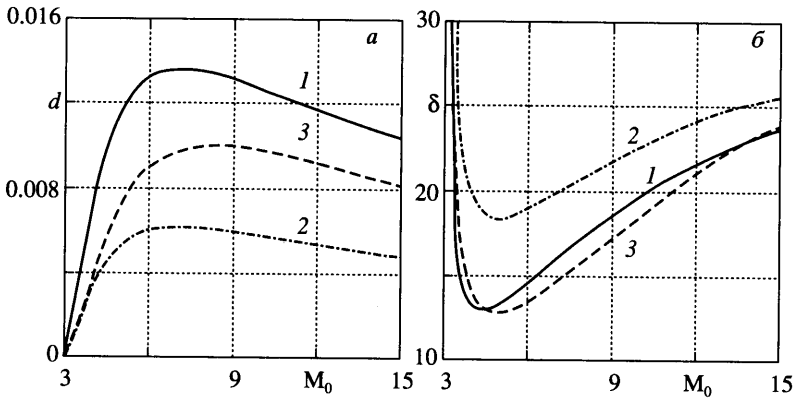
Рассмотрим трубку тока частиц с начальной шириной $2D$, изображенную на фиг. 5. Параметры в начальном сечении будем обозначать индексом 0, а в конечном сечении (находящемся в области, где скоростная релаксация фаз практически произошла) индексом ∞ . В этой трубке тока поток массы дисперсной фазы, равный $2DV_0mn_{s0}$, сохраняется. Поток импульса частиц через конечное сечение I_∞ меньше, чем первоначальный поток импульса I_0 , так как имеют место очевидные соотношения

$$I_0 = 2Dmn_{s0}V_{s0}^2$$

$$I_\infty = 2 \int_0^d mn_{s\infty} V_{s\infty}^2 dy = 2 \frac{V_{s\infty}}{V_{s0}} \int_0^D mn_{s0} V_{s0}^2 dy$$

$$\frac{I_\infty}{I_0} = \frac{V_{s\infty}}{V_{s0}} < 1, \quad \frac{I_\infty^*}{I_0^*} = \frac{V_{s\infty} D}{V_{s0} d}$$

Здесь используются размерные параметры, I^* – среднее значение импульса частиц, приходящееся на единицу площади сечения. Из приведенных соотношений видно, что в процессе релаксации часть импульса дисперсной фазы теряется, однако локальный поток импульса через элементарную площадку конечного сечения может достигать боль-



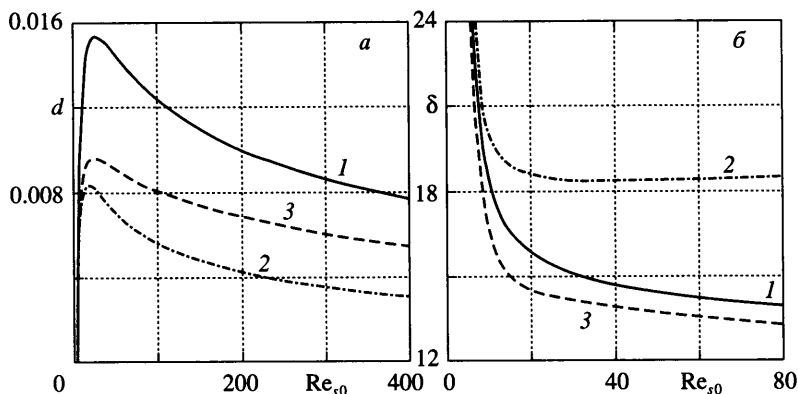
Фиг. 6. Зависимость безразмерной ширины области пересекающихся траекторий частиц (а) и параметра фокусировки (б) от начального числа Маха при $Re_{s0} = 100$ (режимы взаимодействия: 1 – симметричное регулярное, 2 – симметричное маховское, 3 – несимметричное регулярное)

ших значений, особенно в тех точках, где концентрация имеет локальный максимум. Среднее значение импульса I^* в результате фокусировки также возрастает, так как $\delta = D/d \gg 1$.

Переходя к анализу эффекта фокусировки частиц, исследуем зависимость величин, характеризующих степень фокусировки, а именно безразмерного значения ширины области неоднозначности d и параметра фокусировки δ , от определяющих параметров. Поскольку интересно сравнить “эффективность” фокусировки при различных схемах взаимодействия скачков, рассмотрим диапазон изменения параметров M_0 и φ_0 , соответствующий кривой маховского взаимодействия ударных волн [18]. Это правомерно, так как для любых значений M_0 и φ_0 , при которых осуществляется маховское стационарное взаимодействие с прямой “маховской ножкой”, существует также решение, соответствующее регулярному взаимодействию скачков. Были проведены расчеты безразмерной ширины области фокусировки частиц d и параметра фокусировки δ в зависимости от числа Маха падающей волны (фиг. 6) и от числа Рейнольдса Re_{s0} (фиг. 7) для всех рассматриваемых режимов взаимодействия ударных волн. При сравнении симметричного и несимметричного взаимодействия ударных волн в расчетах рассматривались случаи равных суммарных углов между приходящими ударными волнами, а соотношение углов в несимметричном случае составляло $\varphi_0 : \psi_0 = 1 : 2$.

Во всех рассмотренных случаях: 1) существует минимальное значение определяющего параметра (M_0 или Re_{s0}), меньше которого $d = 0$, т.е. пересечения траекторий не происходит; 2) этим же значениям параметров соответствует неограниченный рост δ , так как в данном случае конечный объем дисперсной фазы стягивается в бесконечно узкую нить; 3) безразмерная ширина области пересечения траекторий частиц (напомним, что она отнесена к длине скоростной релаксации частиц, посчитанной по параметрам газа в области 0 при стоксовском законе сопротивления) имеет локальный максимум при некотором значении параметра M_0 или Re_{s0} .

Область пересекающихся траекторий частиц в маховском случае более узкая, чем в регулярном, а в симметричном более широкая, чем в несимметричном. В рассмотренном диапазоне определяющих параметров при любом режиме течения параметр фокусировки достаточно велик ($\delta > 10$), а наибольшие значения параметра δ достигаются при маховском взаимодействии ударных волн.



Фиг. 7. Зависимость безразмерной ширины области пересекающихся траекторий частиц (а) и параметра фокусировки (б) от числа Рейнольдса Re_{s0} при $M_0 = 5.39$, $\varphi_0 + \psi_0 = 60^\circ$ (режимы взаимодействия: 1 – симметричное регулярное, 2 – симметричное маховское, 3 – несимметричное регулярное)

Отметим, что в рассмотренной модели возможными столкновениями частиц в области пересекающихся траекторий пренебрегалось, так как концентрация частиц в невозмущенном потоке достаточно мала. Оценки границ применимости модели невзаимодействующих частиц при рассмотрении течений с сингулярным поведением числовой концентрации частиц даны в [8]. С учетом межчастичных столкновений рассмотренный выше эффект аэродинамической фокусировки может быть ослаблен.

Заключение. Исследована задача о симметричном и несимметричном взаимодействии двух плоских ударных волн в стационарном потоке запыленного газа при малой массовой концентрации частиц. В симметричном случае исследовано как регулярное, так и маховское взаимодействие.

В широком диапазоне определяющих параметров траектории частиц за точкой взаимодействия ударных волн пересекаются, и формируется узкая зона аккумуляции частиц. При регулярном симметричном и маховском взаимодействии в одну точку пространства могут приходиться три траектории частиц, а при регулярном несимметричном – от двух до четырех траекторий. В области пересечения траекторий концентрация частиц возрастает в десятки раз по сравнению с начальным значением.

Установлено, что при малых значениях числа Маха падающей волны и малых отклонениях закона сопротивления частиц от стоксовского область пересекающихся траекторий стягивается в поверхность, при этом эффект аэродинамической фокусировки частиц максимален. При увеличении интенсивности ударных волн ширина области пересекающихся траекторий, отнесенная к длине скоростной релаксации частиц, сначала возрастает, а затем уменьшается, но остается конечной. В исследованном диапазоне параметров при регулярном взаимодействии ударных волн формирующаяся область пересекающихся траекторий частиц шире, чем при маховском, а при симметричном шире, чем при несимметричном. По сравнению со случаем регулярного взаимодействия ударных волн при маховском взаимодействии эффект фокусировки частиц более выражен, а симметричный и несимметричный случаи с точки зрения интенсивности фокусировки близки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 05-01-00502).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Murphy W.K., Sears G.W.* Production of particulate beams // *J. Appl. Phys.* 1964. V. 35. P. 1986–1987.
2. *Fernandez de la Mora J., Riesco-Chueca P.* Aerodynamic focusing of particles in a carrier gas // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 195. P. 1–21.
3. *Jin-Won L., Min-Young Y., Sang-Min L.* Inertial focusing of particles with an aerodynamic lens in the atmospheric pressure range // *J. Aerosol Sci.* 2003. V. 34. P. 211–224.
4. *Dahneke B., Flachsbart H.* An aerosol beam spectrometer // *J. Aerosol Sci.* 1972. V. 3. P. 345–349.
5. *Vahedi Tafreshi H., Benedek G., Piseri P., Vinati S., Barborini E., Milani P.* A simple nozzle configuration for the production of low divergence supersonic cluster beam by aerodynamic focusing // *Aerosol Sci. Technol.* 2002. V. 36. № 5. P. 593–606.
6. *Rao N., Navascués J., Fernández de la Mora J.* Aerodynamic focusing of particles in viscous jets // *J. Aerosol Sci.* 1993. V. 24. P. 879–892.
7. *Крайко А.Н., Сулайманова С.М.* Двухфазные течения смеси газ-частицы около непроницаемых поверхностей с формированием “целен” и “шнуров” // *ПММ.* 1983. Т. 47. С. 619–630.
8. *Осипцов А.Н.* Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1984. № 3. С. 46–52.
9. *Егорова Л.А., Осипцов А.Н., Сахаров В.И.* Аэродинамическая фокусировка полидисперсных частиц при обтекании тел запыленным газом // *Докл. АН.* 2004. Т. 395. № 6. С. 767–771.
10. *Courant R., Friedrichs K. O.* Supersonic flow and shock waves. New York, Interscience Publ., 1948. (*Курант Р., Фридрихс К.О.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 427 с.)
11. *Баженова Т.В., Гвоздева Л.Г.* Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977. 273 с.
12. *Арутюнян Г.М., Карчевский Л.В.* Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973. 376 с.
13. *Saito T., Marumoto M., Takayama K.* Numerical investigation of shock waves in gas-particle mixtures // *Shock Waves.* 2003. № 13. P. 299–322.
14. *Osipov A.N.* Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // *Astrophys. Space Sci.* 2000. V. 274. P. 377–386.
15. *Healy D.P., Young J.B.* Full Lagrangian methods for calculating particle concentration fields in dilute gas-particle flows // *Proc. Royal Soc. A.* 2005. V. 461. № 2059. P. 2197–2225.
16. *Marble F.E.* Dynamics of dusty gases // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1971. V. 2. P. 397–446.
17. *Carlson D.J., Hoglund R.F.* Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // *AIAA J.* 1964. V. 2. № 11. P. 1980–1984.
18. *Ляхов В.Н., Подлубный В.В., Титаренко В.В.* Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций. М.: Машиностроение, 1989. 392 с.
19. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
20. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. М.: Наука, 1987. 598 с.
21. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.XII.2006