

УДК 532.529:533.6.011.72

© 2007 г. В.М. БОЙКО, С.В. ПОПЛАВСКИЙ

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ И КАПЕЛЬ В ПОТОКЕ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Представлены результаты исследования динамики твердых частиц и капель жидкостей в потоке за проходящей ударной волной. Из уравнения движения частицы в ударной волне получены соотношения для перемещения, скорости и ускорения как функций времени и неких параметров скоростной релаксации, учитывающих свойства газа и аэродинамическое сопротивление частиц при их неустановившемся обтекании и ускорении 10^3 – 10^4 м/с². Показан универсальный характер параметров скоростной релаксации. Рассмотрены подходы к определению аэродинамического сопротивления свободно ускоряющихся тел по динамике их ускорения при внезапном попадании в поток. Установлено, что наблюдаемая динамика капель в этих условиях хорошо описывается в терминах тех же параметров скоростной релаксации с учетом линейного роста поперечного размера капель. Все полученные кинематические функции подтверждены экспериментально.

Ключевые слова: ударные волны, многофазные среды, скоростная неравновесность, аэродинамическое сопротивление.

Скоростная релаксация частиц и газа – это один из основных вопросов газодинамики многофазных течений, поскольку она оказывает существенное влияние на развитие различных процессов в многофазных средах и, в частности, на распространение ударных волн в газозвезях [1]. Одним из параметров, определяющих силовое межфазное взаимодействие на уровне отдельных частиц, является коэффициент аэродинамического сопротивления C_D . Для сферических частиц этот параметр изучен достаточно подробно (напр. [2, 3]), при этом большая часть данных получена в стационарных потоках. Однако есть все основания полагать, что при внезапном попадании частицы в поток ее сопротивление существенно отличается от такового в стационарных режимах. При ускорении частицы в ударной волне на ее сопротивление могут влиять некоторые новые в сравнении со стационарным обтеканием факторы, такие как собственно ускорение [4], а также нестационарность пограничного слоя и аэродинамического следа [5].

Большой интерес представляет также динамика капель в потоках и, в частности, в потоках за ударными волнами. Это большой класс задач физической газовой динамики, имеющий многочисленные приложения в энергетике, авиационном и ракетном двигателестроении [6,7]. В зависимости от свойств жидкости и параметров потока наблюдается большое многообразие типов деформации и разрушения капель. Эти процессы протекают в условиях взаимного динамического воздействия и сказываются на различных стадиях релаксации, что не может не влиять на характер ускорения капли как тела переменной массы с меняющейся площадью мидельного сечения. В этой связи возникают следующие вопросы. Каково аэродинамическое сопротивление капель в этих условиях; корректно ли использовать аэродинамическое сопротивление как постоянный параметр для тела переменной формы и массы; если да, то нельзя ли для капель использовать тот же аппарат описания динамики, что и для твердых частиц?

Ввиду актуальности этих задач в последнее десятилетие в печати появился ряд публикаций по аэродинамическому сопротивлению C_x твердых сферических частиц в потоках за ударной волной [8–11] и капель при внезапном попадании в высокоскоростной поток

газа [7, 12]. Для определения C_x по динамике перемещения тела в потоке используется подход, предложенный в [8]. Во-первых, аппроксимируют экспериментальную “ $x-t$ ” траекторию тела (в [11], например, рекомендуется использовать полином 3-й степени); во-вторых, дважды дифференцируя полученную функцию перемещения, последовательно находят скорость и ускорение тела, необходимые для вычисления C_x из уравнения движения.

Не вызывающий сомнений в части постановки эксперимента этот подход оставляет ряд вопросов в части обработки данных: 1) почему для аппроксимации используется полином, а не “точная” функция перемещения, которая находится из уравнения движения; 2) если все-таки полином, то почему 3-й степени, ведь дважды дифференцированный он ограничит функцию ускорения линейной зависимостью и внесет погрешность в C_x .

В связи с этим необходимо вновь обратиться к задаче о динамике свободно ускоряющегося тела в потоке за ударной волной с целью отработки эффективных алгоритмов определения его аэродинамического сопротивления и описания динамики твердых и жидких частиц в таких системах.

1. Аэродинамическое сопротивление свободно ускоряющегося тела в потоке за ударной волной. По определению коэффициент аэродинамического сопротивления тела C_x (для сферы C_D) – это отношение аэродинамической силы F_a к силе, которую могло бы вызвать давление, равное динамическому напору при действии его на площадь мидельного сечения S . При известной массе тела m вместо измерений силы можно использовать ускорение A свободного тела в потоке

$$C_x = \frac{F_a}{S(0.5\rho u^2)} = \frac{2mA}{S\rho u^2} = \frac{2m}{S\rho} \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{u^2}{A} \quad (1.1)$$

Этот подход стал возможным благодаря применению многокадровой теневой фоторегистрации с лазерным стробоскопическим источником света [13], позволяющим получать “ $x-t$ траекторию” частиц с высоким пространственно-временным разрешением. Далее двойным численным дифференцированием исходного массива данных формально можно определить ускорение A , необходимое для вычислений в (1.1). Однако выполненный в [14] детальный анализ этого подхода показал, что реальная погрешность эксперимента не позволяет таким образом обрабатывать исходные данные из-за значительной неточности второй производной. Ввиду этого [14] задача была решена с использованием специального математического аппарата на основе сглаживающих регуляризирующих сплайнов, адаптированных к уровню шумов.

Однако можно предложить более простой подход, основанный на определении параметра релаксации λ в выражении (1.1). Вычислительная часть предлагаемого метода основана на возможности аппроксимации экспериментальных данных по положению частицы S_i в моменты t_i , некоторой фитирующей функцией $S(t)$, получаемой из уравнения движения в том или ином приближении. Такой же подход возможен и для производного массива данных по скорости тела $V_i = (S_{i+1} - S_i)/(t_{i+1} - t_i)$. Это позволяет определять величину λ (а по ней и C_x) без определения ускорения, хотя и здесь используется основное соотношение (1.1). Аналитический вид функций перемещения $S(t)$ и скорости $V(t)$ для некоторых наиболее характерных физических постановок будет рассмотрен ниже.

Ранняя стадия скоростной релаксации. При больших числах Рейнольдса уравнение движения свободного тела, внезапно попавшего в поток, имеет вид

$$m \frac{dV}{dt} = C_x S \frac{\rho(u - V)^2}{2}, \quad V = 0, \quad t = 0 \quad (1.2)$$

Здесь m и V – масса и скорость тела, ρ и u – плотность и скорость газа. В предположении постоянства C_x на ранней стадии релаксации газа и частиц после сведения постоянных параметров в один параметр (в скобках – λ_D для сферы)

$$\lambda = \frac{2m}{C_x S \rho} \left(\lambda_D = \frac{4\rho_p d}{3 \rho C_D} \right) \quad (1.3)$$

имеющий размерность длины, уравнение движения приводится к виду

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\lambda}(u - V)^2, \quad V = 0, \quad t = 0 \quad (1.4)$$

Уравнению (1.4) удовлетворяет функция скорости частицы с параметром релаксации τ (в скобках – τ_D для сферы)

$$V(t) = u \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{-1} \right], \quad \tau = \frac{\lambda}{u}, \quad \left(\tau_D = \frac{4\rho_p d}{3 \rho u C_D} \right) \quad (1.5)$$

В обозначении безразмерного времени $\theta = t/\tau$ функция скорости (1.5), будучи проинтегрирована, дает функцию перемещения

$$S(\theta) = \lambda[\theta - \ln(1 + \theta)] \quad (1.6)$$

а после дифференцирования – функцию ускорения

$$A(\theta) = \frac{u}{\tau} \frac{1}{(1 + \theta)^2} \quad (1.7)$$

Эти функции и используются для аппроксимации экспериментальных данных по динамике частицы в ударной волне. Величины λ и τ находятся из условия наилучшей аппроксимации, например, по методу наименьших квадратов ([15]), тогда из (1.3)

$$C_x = \frac{2m}{\lambda \rho S}, \quad C_D = \frac{4\rho_p d}{3 \rho \lambda} \quad (1.8)$$

Формально определение (1.8) совпадает с (1.1), но полученное вместе с интегралами движения (1.5–1.7), позволяет находить λ не через ускорение тела, а как размерный коэффициент в функции перемещения (1.6). Согласно методу наименьших квадратов величина λ – корень уравнения

$$\sum_i [S_i - S(t_i; u, \lambda)] \frac{\partial S(t_i; u, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad (1.9)$$

При наличии других неизвестных параметров (например, u) решается система уравнений типа (1.9) с частными производными по соответствующим параметрам (по u). Для функции $S(t; u, \lambda)$ вида (1.6) это дает систему уравнений

$$\sum_i \left\{ S_i - \left[ut_i - \lambda \ln \left(1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right) \right] \right\} \left[t_i \frac{u}{\lambda} \left(1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right)^{-1} - \ln \left(1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right) \right] = 0 \quad (1.10)$$

$$\sum_i \left\{ S_i - \left[ut_i - \lambda \ln \left(1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right) \right] \right\} \frac{ut_i^2}{\lambda + ut_i} = 0$$

Отметим, что уравнение (1.9) или система уравнений (1.10), как правило, имеют не единственное решение. В самом грубом приближении “правильное” решение можно выбрать из физических условий эксперимента. Но существует и более общий, полностью формализованный подход, позволяющий сделать предварительную оценку области решений. Этот подход описан в следующем разделе.

Приближенный вид функции перемещения. Для быстрых инженерных расчетов, а также для предварительной оценки области решения уравнения (1.9) или системы (1.10) был найден приближенный аналитический вид параметра λ . Он позволяет вычислять коэффициент C_x непосредственно по массивам данных (S_i, t_i) без решения трансцендентного уравнения (1.9) или системы уравнений типа (1.10).

Поскольку рассматривается ранняя стадия скоростной релаксации ($\theta = t/\tau < 1$), справедливо разложение $\ln(1 + \theta) \cong \theta - \frac{1}{2}(\theta)^2 + \frac{1}{3}(\theta)^3 - \dots$. Тогда функцию перемещения (1.6) можно заменить на приближенную

$$S(t; u, \tau) \cong \frac{1}{2} \frac{u}{\tau} t^2 - \frac{1}{3} \frac{u}{\tau^2} t^3 + \frac{1}{4} \frac{u}{\tau^3} t^4 - \dots \quad (1.11)$$

Вводя новые параметры $x_1 = u/2\tau$, $x_2 = u/3\tau^2$, ... и подставив в (1.9) новую функцию

$$S^*(t; x_1, x_2, \dots, x_m) = x_1 t^2 - x_2 t^3 + \dots \pm x_m t^{m+1} \quad (1.12)$$

(“+” – для нечетного m ; “-” для четного; $m < n$ – числа точек в массиве), получим систему из m линейных уравнений. Это есть задача о нахождении коэффициентов полинома (1.12), при которых он аппроксимирует массив экспериментальных данных (S_i, t_i) с минимальным среднеквадратичным отклонением. Ввиду громоздкости общего вида для примера ограничимся случаем двух членов разложения

$$x_1 \sum_i^n t_i^4 - x_2 \sum_i^n t_i^5 = \sum_i^n S_i t_i^2$$

$$x_1 \sum_i^n t_i^5 - x_2 \sum_i^n t_i^6 = \sum_i^n S_i t_i^3$$

$$x_1 = \frac{c + bx_2}{a}, \quad x_2 = \frac{af - bc}{b^2 - ae}$$

$$a = \sum_i^n t_i^4, \quad b = \sum_i^n t_i^5, \quad c = \sum_i^n S_i t_i^2, \quad e = \sum_i^n t_i^6, \quad f = \sum_i^n S_i t_i^3$$

Тогда из (1.11) и (1.12)

$$\tau^* = \frac{2x_1}{3x_2}, \quad \lambda^* = \frac{8x_1^3}{9x_2^2} \quad (1.13)$$

Приближенный вид функции перемещения (1.11) показывает, что аппроксимация экспериментальных данных по перемещению частицы в ударной волне полиномом общего вида физически не корректна.

2. Динамика частицы при переменном аэродинамическом сопротивлении. Следует отметить, что для больших чисел Рейнольдса влияние нестационарности движения частицы выяснено недостаточно. Известен единственный случай аналитического решения уравнения движения частицы с переменным коэффициентом сопротивления [15]. Это задача о торможении частицы в неподвижном газе с коэффициентом сопротивления в виде функции числа Re типа формулы Клячко

$$m \frac{dV}{dt} = -C_D S \frac{\rho V^2}{2}, \quad C_D = \frac{24}{Re} (1 + a^3 \sqrt{Re^2})$$

с начальным условием $V = V_0$ при $t = 0$. В его решение $V = V(t; Re_0)$ входит начальное число Re , но из эксперимента известно [13], что в ходе скоростной релаксации с переходом через трансзвуковой режим обтекания более сильным параметром, влияющим на сопротивление частиц, является относительное число Маха. Рассмотрим возможность его учета.

“Звуковое” число Рейнольдса. В инженерных расчетах и теоретических моделях двухфазных течений принято считать, что все частицы имеют близкую к сферической форму и гладкую поверхность. Отчасти это связано с тем, что сфера – это плохообтекаемое тело, но по аэродинамическому сопротивлению сферы имеются эмпирические данные в достаточно широком диапазоне физических параметров. Для их описания существует ряд эмпирических формул. Одна из них [13] приводится ниже

$$C_D = \left[1 + \exp\left(-\frac{0.43}{M^{4.63}}\right) \right] \left(0.4 + \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} \right) \quad (2.1)$$

После замены числа Re на величину, пропорциональную M

$$Re = \frac{u - V C d \rho}{C \mu} = M k_{re}$$

соотношение (2.1) становится функцией только одной переменной – относительного числа Маха M

$$C_D = \left[1 + \exp\left(-\frac{0.43}{M^{4.63}}\right) \right] \left(0.4 + \frac{24}{M k_{re}} + \frac{4}{\sqrt{M k_{re}}} \right) \quad (2.2)$$

где k_{re} – постоянная для каждой конкретной задачи величина, вычисленная как число Рейнольдса, но по скорости звука: $k_{re} = c d \rho / \mu$. Используя “звуковое” число Рейнольдса k_{re} , любое представление сопротивления как функции чисел M и Re типа (2.1) можно привести к удобному виду типа (2.2), в котором присутствует единственная переменная – число Маха. На фиг. 1 дается графический вид зависимости коэффициента аэродинамического сопротивления сферы, определенного по (2.1), (2.2), для характерного в ударных волнах диапазона числа Маха. Из графика видно, что принятое ранее упрощающее допущение о постоянстве сопротивления отнюдь не лишено смысла для сверхзвукового участка ускорения, причем не только для ранней стадии релаксации.

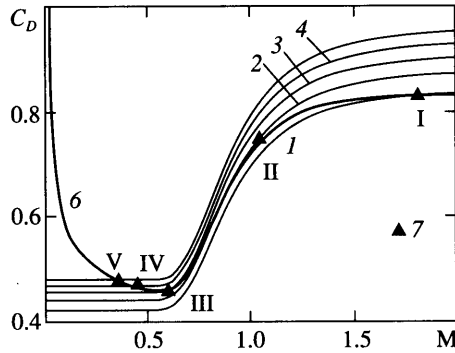
Линейный спад аэродинамического сопротивления. Из фиг. 1 следует, что в дозвуковой области в интервале $0.6 < M < 1$ наблюдается близкий к линейному спад сопротивления в ходе ускорения частицы. Для интегрирования уравнения движения в этом диапазоне числа M удобно привести функцию сопротивления к линейной зависимости от скорости частицы $V C_x = C_0(1 - V/u)$, где C_0 – начальное сопротивление. Тогда уравнение движения (1.2) в терминах безразмерной скорости $\Psi = V/u$ и безразмерного времени $\theta = t/\tau$ приводится к виду $d\Psi/d\theta = (1 - \Psi)^3$, а его решение – безразмерная функция скорости

$$\Psi(\theta) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2\theta}} \quad (2.3)$$

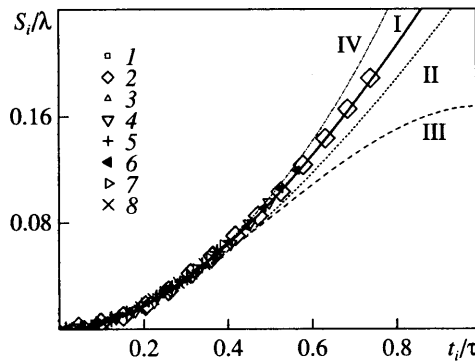
будучи проинтегрирована и продифференцирована даст

$$S(\theta) = \lambda(1 + \theta - \sqrt{2\theta + 1}) \quad (2.4)$$

$$A(\theta) = \frac{u}{\tau} \frac{1}{\sqrt{(1 + 2\theta)^3}} \quad (2.5)$$



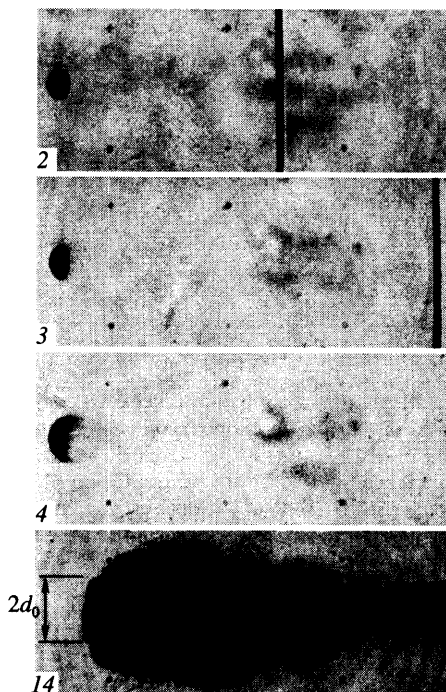
Фиг. 1. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_D сферы от относительного числа Маха M в ходе скоростной релаксации: 1–5 – C_D по (2.1) для фиксированных чисел $Re \sim 10^4, 5 \cdot 10^3, 3.333 \cdot 10^3, 2.5 \cdot 10^3$ и $2 \cdot 10^3$, соответствующих времени скоростной релаксации $0, \tau, 2\tau$ и т.д.; 6 – C_D по (2.2) для начального числа $M = 1.8$ и $Re = 10^4$ (точка I); 7 – II, III, IV и V – последовательные значения C_D в моменты $\tau, 2\tau$ и т.д. при уменьшении относительных чисел M и Re в ходе скоростной релаксации



Фиг. 2. Сравнение эксперимента и функций перемещения: 1, 2 – начальное число $M \approx 0.5-0.6$; 3–6 – $1.05-1.16$; 7, 8 – $1.3-1.4$; I – функция перемещения (6) при $C_x = const$, II – (15) для линейно убывающего C_x , III – $S(\theta)/\lambda \cong \theta^2/2 - \theta^3/3$; IV – $S(\theta)/\lambda \cong \theta^2/2 - \theta^3/3 + \theta^4/4$

Функции (2.3)–(2.5) могут использоваться для аппроксимации экспериментальных данных, как и при $C_x = const$, но с некоторыми ограничениями, показанными ниже. Количественное различие функций перемещения (1.6) и (2.4) нелинейно растет со временем и при $\theta \approx 0.5$ составляет порядка 10%. Найденная по этим соотношениям величина λ будет соответствовать начальному аэродинамическому сопротивлению C_0 . Однако эксперименты показали, что функция (1.6) наиболее пригодна для аппроксимации данных по перемещению на всех режимах вплоть до $\theta < 0.7$. Это следует из фиг. 2, где в безразмерном виде приведено перемещение частиц от времени из 8 экспериментов.

Видно, что полиномы менее, чем пятой степени, могут использоваться для аппроксимации данных по перемещению частиц в ударной волне только при $\theta < 0.2$, как и функция (2.4). Далее параметры релаксации u, λ и τ имеют универсальный характер, а их



Фиг. 3. Теневое изображение стадий деформации капли в потоке за ударной волной: 2, 3, 4 – 50, 80, 110 мкс; 14 – 410 мкс

комбинация $u/\tau = u^2/\tau$, как следует из (1.7) и (2.5), есть начальное ускорения частицы A_0 . Это позволяет использовать траекторные измерения динамики частиц еще с одной целью – для определения скорости газа, так как из уравнения движения следует, что $u = \sqrt{\lambda A_0}$, а для произвольного момента времени

$$u = V(t) + \sqrt{\lambda A(t)}$$

3. Динамика ускорения капли в потоке за ударной волной. В экспериментах ранее было замечено, что аэродинамическое сопротивление капли более чем вдвое превышает таковое для твердой сферической частицы того же диаметра d_0 . При более детальном изучении выяснилось, что при обтекании капли жидкости газовым потоком неоднородное распределение давления по ее поверхности приводит к деформации капли со значительным (в разы) увеличением мидельного сечения [16]. Естественно предположить, что кажущийся резкий рост сопротивления – это результат роста аэродинамической силы из-за увеличения мидельного сечения, а собственно коэффициент аэродинамического сопротивления как характеристика формы капли не существенно отличается от сферы, поскольку она также имеет отрывной характер обтекания.

Для проверки этого предположения были выполнены эксперименты, в которых детально исследовались динамика ускорения и характер деформации капли на ранней стадии взаимодействия с ударной волной, предшествующей началу массоуноса. Установлено, что в широком диапазоне числа Вебера $200 < We < 5000$ наблюдается рост размера миделя до предельной величины $2d_0$ к моменту начала массоуноса (кадр № 3 на фиг. 3). Далее происходит выполаживание наветренной поверхности капли и изменение направ-

ления отрыва потока вплоть до радиального подобно тому, как это имеет место на диске. В результате пелена микрокапель, следуя вдоль отрывных линий тока в радиальном направлении, регистрируется теневым методом как растущий поперечный размер капли. Но, как видно на фиг. 3 (кадр № 13), размер цельного ядра капли остается постоянным и равным приблизительно $2d_0$.

В связи с этими наблюдениями предлагается использовать предложенную ранее для твердых частиц технику быстрых инженерных оценок параметров скоростной релаксации на основе уравнения движения в предположении некоторого заданного темпа роста миделя.

Динамика капли при линейном росте поперечного размера. Если предположить, что на этой стадии рост поперечного размера капли в первом приближении близок к линейному, тогда, используя эмпирическую величину t_{2d} – время достижения предельной деформации, можно ввести переменный во времени $\theta_{2d} = t/t_{2d}$ поперечный размер капли $d = d_0(1 + \theta_{2d})$

Уравнение движения частицы в потоке за ударной волной для этого случая

$$\frac{\pi d_0^3}{6} \rho_p \frac{dV}{dt} = \frac{\pi d_0^2}{4} (1 + \theta_{2d})^2 C_D \frac{\rho(u - V)^2}{2}$$

имеет точное решение

$$\frac{V}{u} = 1 - \left\{ 1 + \frac{1}{3} \frac{t_{2d}}{\tau} [(1 + \theta_{2d})^3 - 1] \right\}^{-1} \quad (3.1)$$

Здесь τ , как и в случае с твердой сферой, – константа времени релаксации и вычисляется как в (1.5) для начального диаметра капли d_0 .

Оценка аэродинамического сопротивления капли. Другая запись решения (3.1) позволяет привести его к переменному сопротивлению, упомянутому выше. Перепишем (3.1) в виде

$$\frac{V}{u} = 1 - \left\{ 1 + \theta \left[1 + \theta_{2d} + \frac{1}{3} (\theta_{2d})^2 \right] \right\}^{-1} \quad (3.2)$$

и сравним полученную зависимость с безразмерной скоростью твердой частицы (1.5). Видно, что скорость капли отличается от скорости твердой частицы нелинейным множителем для времени t или, что то же – делителем для константы времени релаксации τ . Тогда вводя новый параметр релаксации τ^*

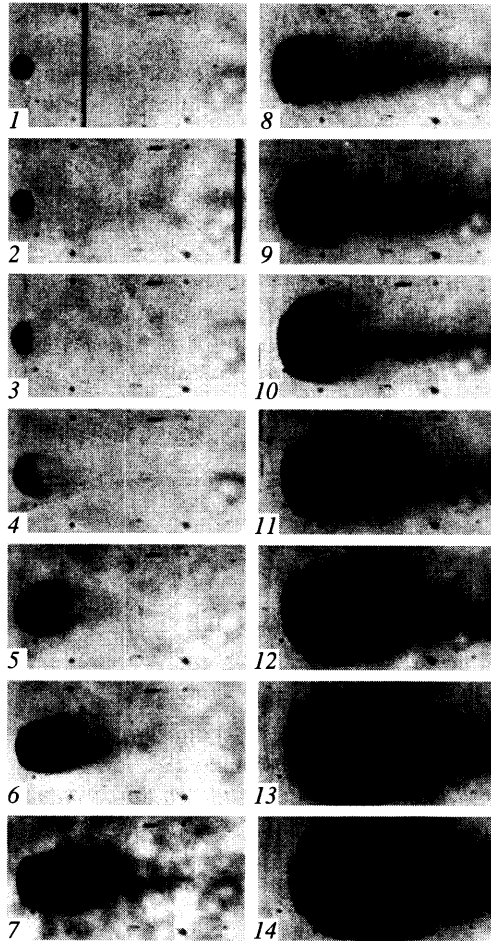
$$\tau^* = \frac{\tau}{1 + \theta_{2d} + \frac{1}{3} \theta_{2d}^2} = \frac{4 \rho_p d_0}{3 \rho u C_x} \left[1 + \theta_{2d} + \frac{1}{3} \theta_{2d}^2 \right]^{-1} = \frac{4 \rho_p d_0}{3 \rho u C^*} \quad (3.3)$$

в котором роль коэффициента аэродинамического сопротивления играет переменная во времени величина

$$C^* = C_x \left[1 + \theta_{2d} + \frac{1}{3} \theta_{2d}^2 \right] \quad (3.4)$$

получим для капли привычный вид функции скорости

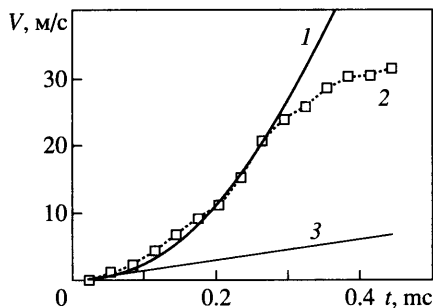
$$V(t) = u \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\tau^*} \right)^{-1} \right]$$



Фиг. 4. Динамика перемещения капли и развитие массоуноса по срывному механизму разрушения для капли спирта $d \sim 2$ мм, скорость потока $u = 157$ м/с, $We = 5 \cdot 10^3$: 1–14 – последовательные теневые изображения процесса с интервалом 30 мкс

Из (3.4) следует, что к моменту времени t_{2d} введенный параметр C^* как эффективное аэродинамическое сопротивление капли достигает $C^* \approx 2.3C_x$, что в целом согласуется с величиной, полученной при обработке эксперимента в данной работе, а также в [6, 17]. На фиг. 4 приведена типичная серия теневых снимков взаимодействия капли с проходящей ударной волной, а на фиг.5 показаны результаты обработки данных по перемещению капли.

В этом эксперименте моделируется срывной механизм разрушения капли при большом числе $We = 5 \cdot 10^3$. На каплю спирта диаметром 2 мм воздействует проходящая ударная волна (ее фронт виден на кадрах 1 и 2), которая генерирует воздушный поток со скоростью $u = 157$ м/с и плотностью $\rho = 2$ кг/м³. Экспериментальная кривая 2 на фиг. 5, полученная численным дифференцированием данных по перемещению капли, показывает резкое уменьшение ускорения с началом интенсивного массоуноса. Аппроксимация данных по перемещению квадратичной функцией (первый член разложения (1.11))



Фиг. 5. Скорость капли: 1, 3 – по (3.2) и (1.5); 2 – эксперимент, приведенный на фиг. 4

дает коэффициент $C^* = 2.33$. Аппроксимация выполнялась по данным до интенсивного массоуноса.

Таким образом, учет роста поперечного размера капли даже в простейшем приближении позволяет получить оценку эффективного сопротивления капли по (3.4) и удовлетворительно описывать ее динамику по (3.2) с учетом деформации.

Заключение. Введено определение аэродинамического сопротивления C_x свободного тела через значение мгновенного ускорения в потоке как наиболее адекватной меры аэродинамической силы. Предложен метод определения C_x по параметрам скоростной релаксации тела за ударной волной. Найден аналитический вид кинематических функций для некоторых характерных случаев взаимодействия потока со свободным телом, а также для капель с учетом их деформации. Предлагаемые функции перемещения, скорости и ускорения получили экспериментальное подтверждение в опытах с твердыми частицами и каплями в потоке за ударной волной.

Работа выполнялась при финансовой поддержке грантов РФФИ (№ 98-01-00722, № 01-01-00776, № 04-01-00235, № 06-01-00299).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Coy C. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
3. Henderson C.B. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA Journal. 1976. V. 14. № 6. P. 707, 708.
4. Sarpkaya T. Separated flow about lifting bodies and impulsive flow about cylinders // AIAA Journal. 1966. V. 4. № 3. P. 414–420.
5. Keim S.R. Fluid resistance to cylinders in accelerated motion. // Proc. Amer. Soc. Civil. Eng. J. Hydraulics Division. 1956. V. 82. № 6. P. 1113–1–1113–14.
6. Gelfand B.E. Droplet breakup phenomena inflows with velocity lag // Progr. Energy Combust. Sci. 1996. V. 22. № 3. P. 201–265.
7. Joseph D.D., Belanger J., Beavers G.S. Breakup of a liquid drop suddenly exposed to a high-speed airstream // Intern. J. Multiphase Flow. 1999. V. 25. № 6/7. P. 1263–1303.
8. Igra O., Takayama K. Shock tube study of the drag coefficient of a sphere in a non-stationary flow // Proc. Roy. Soc. London. Ser. 1993. V. 442. № 1915. P. 231–247.
9. Britan A., Elperin T., Igra O., Jiang J.P. Acceleration of a sphere behind planar shock waves // Proc. 20th Intern. Symp. Shock Waves: Pasadena, 1995. V. 2. P. 1285–1290.
10. Suzuki T., Sakamura Y., Adachi T., Kobayashi S., Igra O. Shock tube study of particles motion behind planar shock waves // Proc. 22nd Intern. Symp. Shock Waves, London, GB, 1999. V. 2. P. 1411–1416.

11. *Devals C., Jourdan G., Estivalezes J.-L., Meshkov E.E., Houas L.* Shock tube spherical particle accelerating study for drag coefficient determination // *Shock Waves*. 2003. V. 12. P. 325–331.
12. *Ortiz C., Joseph D.D., Beavers G.S.* Acceleration of a liquid drop suddenly exposed to a high-speed airstream // *Intern. J. Multiphase Flow*. 2004. V. 30. № 2. P. 217–224.
13. *Boiko V.M., Kiselev V.P., Kiselev S.P., Papyrin A.N., Poplavski S.V., Fomin V.M.* Shock wave interaction with a cloud of particles // *Shock Waves*. 1997. V. 7. № 5. P. 275–285.
14. *Boiko V.M., Pickalov V.V., Chuginova N.V., Poplavski S.V.* Determination of the gas parameters in nonrelaxing two-phase flow on dynamics of admixture particles // *Proc. Intern. Conf. Methods Aerophys. Research*. Novosibirsk: Publ. House SB RAS, 2000. V. 2. P. 31–36.
15. *Нейков О.Д., Логачев И.Н.* Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков. М.: Металлургия, 1981. 192 с.
16. *Бойко В.М., Папырин А.Н., Поплавский С.В.* О динамике дробления капель в ударных волнах // *ПМТФ*. 1987. № 2. С. 108–115.

Новосибирск
bvm@itam.nsc.ru
s.poplav@itam.nsc.ru

Поступила в редакцию
19.VI.2006