

УДК 532.516.013.4 : 536.24

© 2007 г. А.Ф. ГЛУХОВ, В.А. ДЕМИН, Г.Ф. ПУТИН

## КОНВЕКЦИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В СВЯЗАННЫХ КАНАЛАХ ПРИ ПОДОГРЕВЕ СНИЗУ

Теоретически и экспериментально изучены надкритические конвективные движения бинарной смеси в связанных каналах конечной высоты. Показано, что в отличие от однородных жидкостей, в смеси наблюдается жесткое возбуждение конвекции, имеют место специфические переходные течения и колебательные режимы конвекции. Предложен механизм, объясняющий наблюдаемые явления, подтвержденный теоретическим решением задачи. Получены амплитудные кривые, а также поля скорости, температуры и концентрации примеси в каналах, иллюстрирующие конкуренцию термодиффузионного и термогравитационного механизмов конвекции.

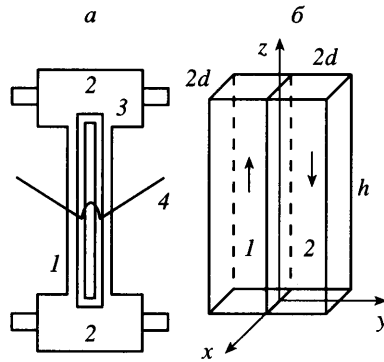
*Ключевые слова:* бинарная смесь, тепловая конвекция, устойчивость, термодиффузия, связанные каналы.

Исследование конвективных течений в трехмерных областях и изучение условий их возникновения представляет собой важное направление в гидродинамике. Однако определенные предположения о геометрии области и характере течения часто дают возможность упростить решение трехмерной задачи. Простая полость, позволяющая преобразовать трехмерную задачу к двумерной, – ячейка Хеле–Шоу [1]. С помощью динамических моделей, учитывающих всего несколько нижних мод, можно с хорошей точностью описать конвективные течения в ячейке Хеле–Шоу не только вблизи порога, но и при больших надкритичностях. Теоретические результаты, представленные в [2], хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Другая удобная физическая модель, позволяющая сравнивать экспериментальные данные по тепловой конвекции с результатами расчетов, – связанные каналы (конвективная петля). При изучении конвективных течений в длинных каналах можно использовать приближение прямолинейных траекторий, что сильно упрощает исходные уравнения. Конвекция однокомпонентных жидкостей в каналах изучалась теоретически и экспериментально в [3]. В экспериментах [4] было замечено, что в отличие от однокомпонентных жидкостей конвекция бинарной смеси в конвективной петле возникает “жестко”. В опытах наблюдались колебания различных видов вблизи порога неустойчивости равновесия. Природа отмеченных особенностей выяснена не была. В [5] для объяснения наблюдавшихся эффектов было сделано предположение о ключевой роли термодиффузионного разделения компонентов поперек узких каналов, которое возможно только при конвективной циркуляции смеси. Результаты исследования [6] позволили понять некоторые особенности действия термодиффузии на конвективные движения бинарной смеси в связанных каналах, однако в ходе теоретического анализа не удалось объяснить наблюдавшиеся в эксперименте специфические “перебросовые” колебания.

В данной работе излагаются результаты более детального экспериментального и теоретического исследования тепловой конвекции бинарной жидкости в длинных связанных каналах. Изучаются переходные стадии и установившиеся режимы стационарной и нестационарной конвекции.

**1. Методика эксперимента.** Экспериментальная установка (фиг. 1, а) состояла из прямоугольного металлического стержня 1, снабженного массивными изотермическими



Фиг. 1. Схема экспериментальной установки (а): 1 – медный стержень, 2 – теплообменники, 3 – каналы, 4 – термопары; система координат (б)

теплообменниками 2, по которым циркулировала термостатирующая жидкость. Благодаря этому создавалось однородное по сечению и линейное по длине стержня распределение температуры. В стержне выточены два продольных параллельных канала квадратного сечения шириной  $2d = 3.2$  мм, соединенные сверху и внизу перемычками того же профиля. Высота вертикальных каналов  $H = 50$  мм. Для проведения визуальных наблюдений каналы закрывались прозрачной пластиной из органического стекла, что позволяло наблюдать за течением. В качестве рабочей жидкости была выбрана смесь четыреххлористого углерода  $\text{CCl}_4$  и декана  $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$ . Коэффициент плотности  $\beta_c$  у такой смеси достигает значения 1.9, а коэффициент теплового расширения декана  $\beta_t = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Таким образом, даже слабые градиенты концентрации создают достаточно сильные неоднородности плотности, которые могут служить причиной возникновения конвекции.

Термодиффузионные свойства применявшейся в опытах смеси детально не изучены, однако известны свойства похожих растворов. Так раствор  $\text{CCl}_4$  в гексане имеет коэффициент  $\text{Sore}$   $\text{Sr} = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Если предположить, что использованный раствор имеет близкое значение коэффициента  $\text{Sore}$ , то можно оценить термодиффузионные параметры рассматриваемой среды. Для 5%-ного раствора ( $C_0 = 0.05$ ) более плотного  $\text{CCl}_4$  в менее плотной жидкости  $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$  имеем значения коэффициента термодиффузии  $\alpha$  и термоконцентрационного параметра  $\varepsilon$

$$\alpha = \text{Sr}(1 - C_0)C_0 \approx 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \varepsilon = \alpha \frac{\beta_c}{\beta_t} \approx 2$$

Для определения числа Прандтля смеси воспользуемся свойствами декана, полагая, что малая добавка тяжелой примеси не способна сильно изменить этот параметр у смеси:  $\text{Pr} = \nu/\chi \approx 15$ , где  $\nu, \chi$  – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности. Жидкие смеси характеризуются весьма малыми значениями коэффициента диффузии  $D$  в сравнении с вязкостью  $\nu$ , поэтому далее будем предполагать, что смесь характеризуется типичным числом Шмидта  $\text{Sc} = \nu/D \sim 5 \cdot 10^2$ . В эксперименте объемная концентрация четыреххлористого углерода в декане менялась от 0 (чистый декан) до 100% (чистый четыреххлористый углерод). Смеси готовились в стеклянной колбе и перед заливкой в каналы тщательно перемешивались в течение 10–15 мин путем интенсивных взбалтываний.

Интенсивность течения в эксперименте фиксировалась дифференциальной термопарой 4 (фиг. 1, а) с диаметром электродов 0.1 мм, установленной по высоте в середине ка-

налов. Каждый спай термопары имел длину 1.5 мм и достигал центра канала, поэтому можно считать, что спай некоторым образом усреднял температуру поперек канала. При сопоставлении теоретических расчетов и термопарных измерений использовался эмпирический коэффициент осреднения. Спаи второй термопары были вставлены в тонкие сверления внутри теплообменников и измеряли вертикальный перепад температур  $\Delta T$ . Показания обеих термопар определялись цифровым вольтметром В7-21 и записывались самопишущим прибором КСП-4 на диаграммную бумагу. В качестве меры интенсивности течения использовалась безразмерная величина  $\Theta = |\theta|/\Delta T$ , где  $\theta$  – показания термопары,  $\Delta T$  – вертикальный перепад температур между теплообменниками.

**2. Конвекция однокомпонентных жидкостей.** При нагреве снизу конвекция в чистых жидкостях (декане и четыреххлористом углероде) возникает в соответствии с известными теоретическими и экспериментальными результатами по конвективной устойчивости однокомпонентных ньютоновских жидкостей [7]. При малых вертикальных перепадах температур названные жидкости находятся в состоянии устойчивого механического равновесия. В этом случае сигнал  $\theta$  термопары равен нулю. При достижении критического перепада температур от равновесия мягко отвечает монотонное конвективное циркуляционное течение, когда жидкость поднимается вверх в одном из каналов и опускается вниз в другом. Интенсивность течения увеличивается с ростом температурного градиента. Критический перепад температуры, при котором начинается конвективная циркуляция декана,  $\Delta T_0 = 1.50 \pm 0.05$  К, что соответствует критическому числу Рэлея  $Ra_{cr} \approx 20$ . Тепловое число Рэлея определялось через температурный градиент  $\Delta T/H$  следующим образом

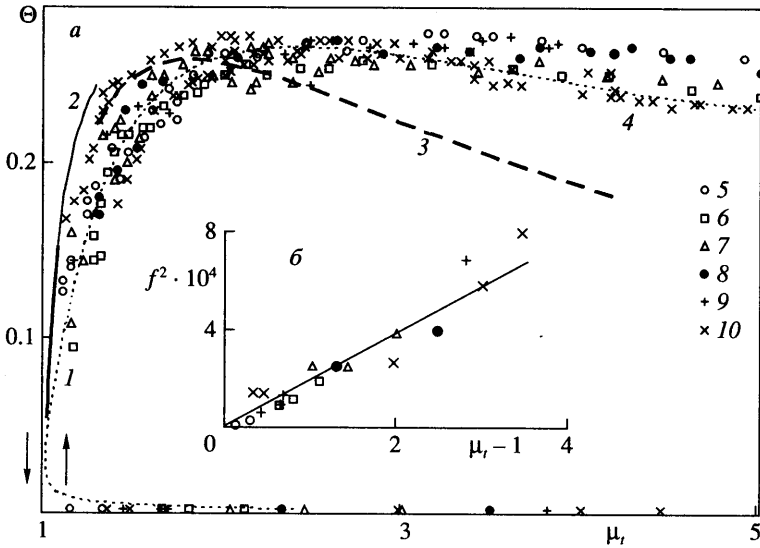
$$Ra_r = \frac{g\beta_r d^4}{\nu\chi} \nabla T$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Иногда вместо числа Рэлея более удобным оказывалось использовать параметр надкритичности  $\mu_r = Ra_r/Ra_{cr}$ .

В пределах погрешности эксперимента кривая  $\Theta = \Theta(\mu_r)$  воспроизводилась как при ходе вверх (увеличение  $\mu_r$ ), так и при ходе вниз (уменьшение  $\mu_r$ ). В опытах с равной вероятностью возникали два направления течения жидкости: одно с положительной, а другое с отрицательной интенсивностью  $\Theta$ . Также экспериментально измерялось отклонение температуры от линейного распределения вдоль вертикали на оси канала. Эти измерения проводились при помощи группы термопар, спаи которых были расположены вдоль оси каналов.

**3. Конвекция бинарной смеси.** Если в каналы заливалась тщательно перемешанная смесь рабочих жидкостей, то результаты качественно изменялись. После достижения критического числа Рэлея в каналах начинался колебательный рост возмущений, который в зависимости от надкритичности и начальных условий завершался либо стационарным циркуляционным течением, либо колебаниями в виде поочередной смены направления циркуляции смеси. В опытах для смеси с фиксированной концентрацией при постепенном уменьшении приложенного перепада температур  $\Delta T$  обратный процесс перехода от стационарной циркуляции к равновесию происходил при одном и том же числе  $Ra_{cr}$ , которое воспроизводилось от опыта к опыту. Этот переход также совершался жестко, через затухающие колебания с периодической сменой направления циркуляции. Минимальная интенсивность течения  $\Theta_{min}$ , при которой происходило возвращение к равновесию, составляла 0.1.

Амплитудные кривые  $\Theta = \Theta(\mu_r)$  на фиг. 2 для смесей различных концентраций показывают, что экспериментальные точки вблизи оси абсцисс соответствуют значениям управляющего критерия  $\mu_r$ , при которых в разных реализациях совершались переходы от механического равновесия к интенсивной конвективной циркуляции. В результате переходного процесса для достаточно больших значений надкритичности в жидкости

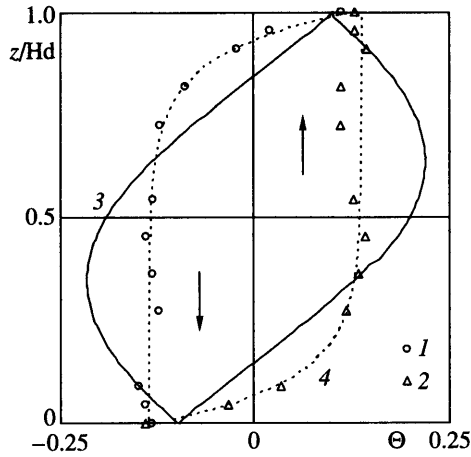


Фиг. 2. Амплитудные кривые течения бинарной смеси (а) в связанных каналах: 1, 2 – амплитуды гармонических и переброшенных колебаний; 3, 4 – стационарные режимы с учетом и без учета термодиффузии; 5–10 – экспериментальные данные; экспериментальная частота  $f$  переходных колебаний (б) в зависимости от надкритичности  $\mu_c$ ; стрелки – жесткие переходы от равновесия к интенсивной конвекции и обратный переход к равновесию

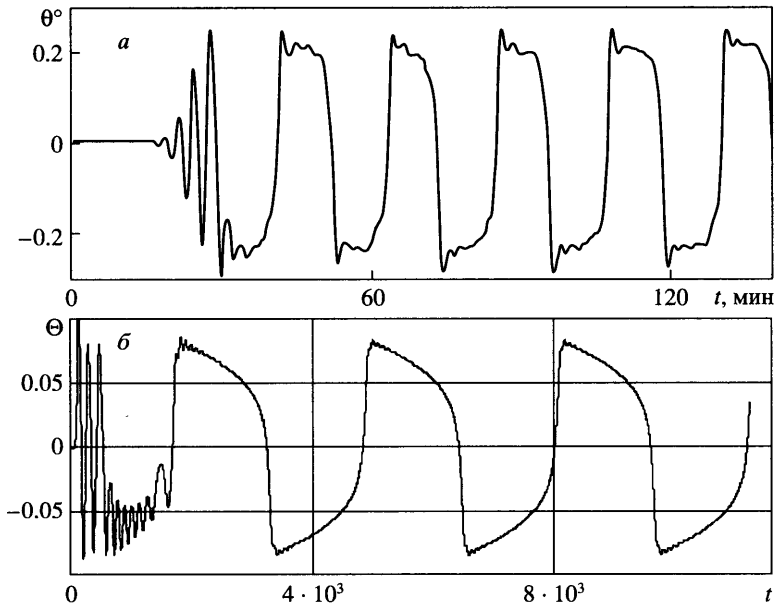
чаще всего устанавливалось стационарное конвективное течение, интенсивность которого отражена на фиг. 2. На графике  $\Theta = \Theta(\mu_c)$  наблюдается характерный максимум с  $\Theta \approx 0.25$ . Кривая 4 соответствует теоретическому расчету [5] стационарной конвекции бинарной смеси в условиях, когда на границах каналов задавался линейный вертикальный концентрационный профиль тяжелой компоненты. Профиль температуры вдоль вертикали на фиг. 3 демонстрирует, что на входе в канал отклонение температуры жидкости от равновесного профиля сначала быстро меняется, а затем выходит на некоторое постоянное значение.

В некоторых опытах переходный процесс от равновесия завершался колебаниями, которые сопровождался периодической сменой направления течения смеси в каналах. Такие колебания с постоянной амплитудой реализовывались в правой окрестности критической точки  $Ra_{lc}$  в очень узкой области ( $\mu_c \approx 1-1.3$ ). Установившиеся колебания имели постоянные амплитуду и период в течение длительного времени порядка 10 ч. Период колебаний оказался очень чувствительным к малым изменениям надкритичности. Например, в одной из реализаций в узком интервале  $\mu_c = 1.1-1.3$  период колебаний возрастал от 3 мин до 1 ч. Форма колебаний при этом трансформировалась от почти синусоидальной до близкой к прямоугольной (фиг. 4). Система совершала регулярные переходы от состояния с одним направлением вращения в состояние с противоположным направлением циркуляции.

При достаточно большой надкритичности переход в состояние с определенным направлением вращения совершался через затухающие колебания более высокой частоты, чем частота переброшенных. После перехода в одно из крайних состояний система длительное время сохраняла направление вращения, а затем быстро переходила в другое крайнее состояние с противоположным направлением циркуляции. Дальнейшее увеличение надкритичности приводило к тому, что период переброшенных неограниченно возрас-



Фиг. 3. Вертикальное распределение температуры  $\Theta$  вдоль оси правого и левого каналов при  $\mu_t = 1.2$ : 1, 2 – эксперимент; 3 – двухмодовая аппроксимация для нестационарных численных расчетов; 4 – аналитический расчет стационарного течения; стрелки – направление течения жидкости в каналах



Фиг. 4. Возникновение перебросовых колебаний  $\Theta(t)$  бинарной смеси в каналах: а – показания термопары, б – результат численного расчета

тал, т.е. система переходила в одно из двух устойчивых стационарных состояний с определенным направлением течения.

Таким образом, в жидких бинарных смесях конвективная неустойчивость равновесия связана с колебательным ростом начальных возмущений и сопровождается гистерезисом по числу Рэлея. Запись с термопары для одного такого перехода приведена на фиг. 4, а. Сначала амплитуда колебаний экспоненциально растет со временем, а затем устанавливаются сложные по форме перебросовые колебания более низкой частоты.

Частота переходных колебаний оказалась однозначно связанной с величиной надкритичности, при которой начинается переходный процесс. График зависимости квадрата частоты переходных колебаний от глубины гистерезиса  $f^2 = f^2(\Delta\mu_c)$  приведен на фрагменте фиг. 2. Результаты получены в опытах при различных концентрациях смеси. Фактически на фрагменте даны значения наблюдающихся в опытах частот, которые показаны на оси абсцисс основной фиг. 2. Хаотически разбросанные по оси абсцисс точки хорошо ложатся на одну прямую. Квадратичная зависимость частоты от надкритичности характерна для колебательной неустойчивости бинарных смесей при наличии градиента концентрации.

Описанные эффекты требуют для своего объяснения привлечение результатов теории термоконцентрационной конвекции.

**4. Уравнения и безразмерные критерии.** Связанные каналы имеют твердые идеально теплопроводные границы, однако далее будем пренебрегать тепловым взаимодействием левого и правого каналов. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось  $z$  была направлена вдоль канала (фиг. 1, б). В этой системе координат  $\gamma(0, 0, 1)$  – единичный вектор, направленный вертикально вверх.

Конвективная петля подогревается снизу так, что на вертикальных границах каналов поддерживается линейное распределение температуры. Ниже будет показано, что при таком распределении температуры в бинарной жидкости возможно состояние механического равновесия.

Для описания конвективных течений бинарной смеси используются уравнения для несжимаемой жидкости, которые впервые были получены в [8], исходя из уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + g \beta_c T \gamma + g \beta_c C \gamma \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \chi \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) C = D \Delta C + \alpha D \Delta T \quad (4.3)$$

Здесь  $\mathbf{v}$ ,  $T$ ,  $p$ ,  $C$  – поля скорости, температуры, давления и концентрации тяжелой примеси;  $\rho$  – средняя плотность жидкости. Коэффициент плотности  $\beta_c$  описывает зависимость плотности от концентрации

$$\beta_c = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{T, p}$$

(в данном случае  $\beta_c < 0$ , так как малые концентрации четыреххлористого углерода в декане представляют собой тяжелую примесь). Помимо этого эффекты, связанные с наличием примеси в жидкости, характеризуются коэффициентами диффузии  $D$  и термодиффузии  $\alpha$ . В рамках приближения (4.1)–(4.3) предполагается, что потоки вещества и тепла обусловлены градиентами концентрации и температуры следующим образом

$$\mathbf{J} = -\rho D (\nabla C + \alpha \nabla T), \quad \mathbf{q} = -\kappa \nabla T$$

где  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности.

При обезразмеривании уравнений конвекции для бинарных смесей (4.1)–(4.3) в качестве единицы измерения расстояния выбрана полутолщина канала  $d$ , времени –  $d^2/\nu$ , скорости –  $\nu/d$ , температуры –  $\Theta$ , концентрации –  $\Theta \beta_c / \beta_c$ , давления –  $\rho \nu^2 / d^2$ . С учетом этих единиц система (4.1)–(4.3) принимает форму

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \frac{RaH}{Pr} (T - C) \boldsymbol{\gamma} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \frac{1}{Pr} \Delta T, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) C = \frac{1}{Sc} (\Delta C + \varepsilon \Delta T) \quad (4.6)$$

Уравнения (4.4)–(4.6) содержат четыре безразмерных параметра

$$Pr = \frac{\nu}{\chi}, \quad Sc = \frac{\nu}{D}, \quad Ra = \frac{g\beta_r A d^4}{\nu \chi}, \quad \varepsilon = \frac{\alpha \beta_c}{\beta_r}$$

Три из них – числа Прандтля, Шмидта и Рэлея. Дополнительный безразмерный параметр в задаче –  $\varepsilon$ , характеризующий явление термодиффузии в смеси, где  $\alpha = k_T/T$  ( $k_T$  – термодиффузионное отношение).

В ходе расчетов на вертикальных границах каналов будем использовать для скорости условие прилипания:  $\mathbf{v} = 0$ . Стенки каналов считаются идеально теплопроводными, поэтому возмущения температуры на вертикальных границах расчетной области равны нулю. Помимо этого на твердых непроницаемых для вещества стенках каналов нормальная компонента плотности  $J_n$  диффузионного потока отсутствует.

Обезразмерив выражение для плотности диффузионного потока вещества, получим граничное условие вида

$$\frac{\partial C}{\partial \mathbf{n}} + \varepsilon \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (4.7)$$

Также наложим условие нулевого расхода через сечение обоих каналов:

$$\iint_s (v_z^{(1)} + v_z^{(2)}) dx dy = 0$$

Здесь верхний индекс отвечает номеру канала (фиг. 1, б).

**5. Состояние механического равновесия.** При определенном значении градиента температуры в жидкости возможно состояние механического равновесия, характеризующегося тем, что жидкость неподвижна (скорость равна нулю)

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \mathbf{v} = 0, \quad p = p_0, \quad T = T_0, \quad C = C_0$$

где  $T_0, p_0, C_0$  – равновесные поля температуры, давления и концентрации примеси. Применяв дополнительно операцию rot к уравнению (4.4), получим для бинарной смеси, находящейся в состоянии механического равновесия, систему уравнений

$$[\nabla T_0 \times \boldsymbol{\gamma}] - [\nabla C_0 \times \boldsymbol{\gamma}] = 0 \quad (5.1)$$

$$\Delta T_0 = 0, \quad \Delta C_0 = 0 \quad (5.2)$$

Далее проанализируем специальный случай, когда

$$\nabla T_0 = -\frac{1}{H} \boldsymbol{\gamma}$$

Такой градиент температуры отвечает линейному распределению температуры  $T_0 = -z/H$  (подогрев снизу). В этом случае уравнение Лапласа для температуры (5.2) удо-

влетворяется тождественно. Оставшиеся уравнения системы (5.1), (5.2) позволяют определить равновесное распределение концентрации примеси в каналах, возникающее в результате термодиффузии. С учетом граничного условия (4.7) на верхней и нижней границах каналов получим линейное по вертикали распределение для концентрации тяжелой примеси  $C_0 = \varepsilon z/H$ .

**6. Метод решения.** В эксперименте высота канала велика по сравнению с его толщиной  $H \gg d$ , что позволяет в расчетах использовать приближение прямолинейных траекторий:  $\psi(0, 0, u(x, y, t))$ . Интегрируя уравнение (4.4) вдоль каналов по замкнутому контуру, исключим градиент давления, в итоге уравнение приобретает вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \frac{Ra}{2Pr} \int_0^H (T^{(1)} - T^{(2)}) dz - \frac{Ra}{2Pr} \int_0^H (C^{(1)} - C^{(2)}) dz \quad (6.1)$$

где верхние индексы отвечают соответственно левому и правому каналам.

Отметим, что приближение прямолинейных траекторий приводит к линеаризации уравнения Навье–Стокса. Далее уравнения (4.5), (4.6) совместно с (6.1) решаются численно методом конечных разностей в сочетании с процедурой Галеркина–Канторовича. Экспериментальные измерения показывают, что температура по вертикали имеет характерное распределение, представленное на фиг. 3. Фурье-анализ показывает, что в первом приближении это распределение может быть аппроксимировано двумя гармониками

$$T = T_1(x, y, t) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + T_2(x, y, t) \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

Для удобства введем новую переменную  $F = C + \varepsilon T$ . Учитывая структуру уравнений, поле  $F(x, y, z, t)$  представим в виде разложения

$$F = F_1(x, y, t) + F_2(x, y, t) \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + F_3(z, y, t) \cos\left(\frac{2\pi z}{H}\right)$$

Подставляя разложения  $T$  и  $F$  в исходные уравнения (6.1), (4.4)–(4.6), получим после применения процедуры Галеркина – Канторовича амплитудные уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta_1 u + \frac{2RaH}{\pi Pr} [T_1(1 + \varepsilon) - F_1] \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} - \frac{\pi}{H} u T_2 = \frac{1}{Pr} \Delta_1 T_1 - \frac{\pi^2}{Pr H^2} T_1 + \frac{4}{\pi H} u \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + \frac{\pi}{H} u T_1 = \frac{1}{Pr} \Delta_1 T_2 - \frac{\pi^2}{Pr H^2} T_2 \quad (6.4)$$

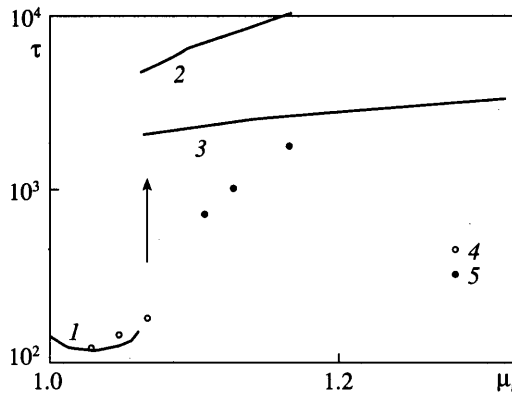
$$\frac{\partial F_1}{\partial t} - \frac{2}{H} u F_2 = \frac{1}{Sc} \Delta_1 F_1 + \frac{2\varepsilon}{\pi Pr} \Delta_1 T_1 - \frac{2\pi\varepsilon}{Pr H^2} T_1 \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial t} - \frac{16}{3H} u F_3 = \frac{1}{Sc} \Delta_1 F_2 - \frac{\pi^2}{Sc H^2} F_2 + \frac{\varepsilon}{Pr} \Delta_1 T_2 - \frac{\varepsilon \pi^2}{Pr H^2} T_2 \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial t} + \frac{4}{3H} u F_2 = \frac{1}{Sc} \Delta_1 F_3 - \frac{4\pi^2}{Sc H^2} F_3 - \frac{4\varepsilon}{3\pi Pr} \Delta_1 T_1 + \frac{4\pi\varepsilon}{3Pr H^2} T_1 \quad (6.7)$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$





Фиг. 5. Зависимость периода колебаний  $\tau$  от надкритичности  $\mu_c$ ; стрелка – скачок периода: 1, 2 –  $Pr = 10$ ,  $Sc = 60$ ; 3 – 5, 28; 4, 5 – экспериментальные гармонические колебания и перебросы

Уравнения (6.2)–(6.7) совместно с граничными условиями

$$x = 0, -2; \quad y = \pm 1; \quad u = 0, \quad T_1 = T_2 = 0, \quad F_1' = F_2' = F_3' = 0$$

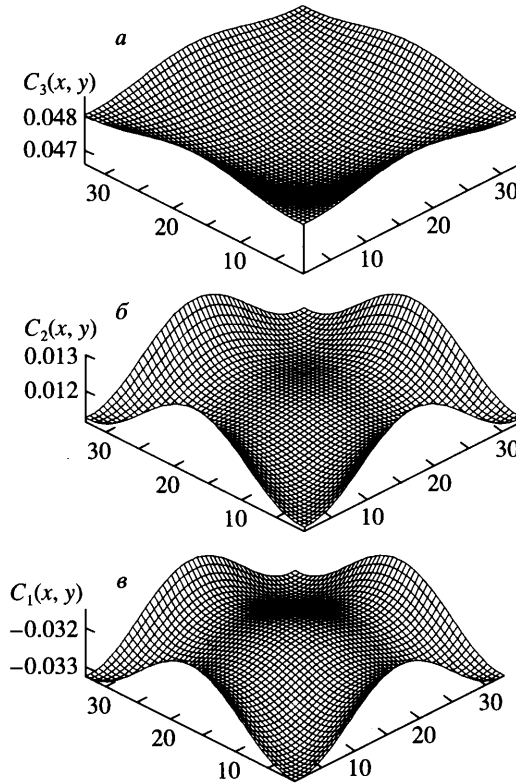
решались численно методом конечных разностей. Алгоритм был разработан в соответствии с явной схемой решения уравнений [9]. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались, соответственно, односторонние и центральные разности. Рабочее количество узлов в сечении канала было равно  $33 \times 33$ . В ходе расчетов использовался метод установления.

**7. Обсуждение результатов.** В соответствии с экспериментом расчеты проведены для каналов с  $H = 30.5$ . Учитывая равноправность каналов, результаты даны только для левого канала. В однородной жидкости конвекция при превышении критического числа Рэлея возникает мягко. В зависимости от формы начального возмущения в канале может возникать как подъемное, так и опускное течение.

Ситуация кардинально меняется, когда в жидкости появляется примесь. В эксперименте число Шмидта во много раз превышало число Прандтля, поэтому в большинстве расчетов эти параметры приняты  $Pr = 10$ ,  $Sc = 60$ . Термодиффузионный параметр  $\epsilon = 0.1$  отвечает нормальной термодиффузии. Из фиг. 2 следует, что конвекция в бинарной жидкости возникает жестко, причем порог определяется нарастанием колебательных возмущений. В случае малых надкритичностей возмущение, внесенное в жидкость, быстро нарастает, а затем устанавливается колебательный режим с определенными амплитудой и частотой. В расчетах режим синусоидальных колебаний наблюдается в интервале  $Ra = 28.62\text{--}30.38$ , их амплитуда изображена на фиг. 2 (кривая 1).

Зависимость периода колебаний  $\tau$  от параметра надкритичности на фиг. 5 (1) показывает, что при увеличении  $\mu_c$  период  $\tau$  сначала уменьшается, а затем растет. Это не противоречит эксперименту (3), в котором наблюдалось увеличение  $\tau$ . В расчетах уменьшение  $\tau$  отмечено только вблизи порога в узкой области малых надкритичностей.

С ростом числа  $Ra$  колебания пороговым образом перестают быть синусоидальными, система переходит в режим перебросовых колебаний, которые наблюдались в интервале  $Ra = 30.38\text{--}36.60$  (фиг. 4, б). Период перебросовых колебаний на фиг. 5 растет при увеличении числа Рэлея (2), что качественно согласуется с результатами экспериментов 4. Стрелкой на фиг. 5 показан скачок периода, что иллюстрирует смену гармонических колебаний на перебросы. При увеличении числа  $Ra$  течение в каналах становится более интенсивным. Когда концентрационные эффекты перестают играть ключевую



Фиг. 6. Поля концентрации в горизонтальном сечении канала на разной высоте: а–в –  $H = 3/4, 1/2, 1/4$

роль, в результате колебаний при  $Ra > 36.6$  начинает устанавливаться стационарное течение.

Поле концентрации примеси в разных сечениях канала на фиг. 6 иллюстрирует действие термодиффузии в смеси. На входе в канал преобладает конвективный механизм переноса примеси, постепенно при движении вдоль канала нормальная термодиффузия “распрямляет” сложный концентрационный профиль.

Расчеты, выполненные для положительных значений коэффициента  $\epsilon$ , удовлетворительно описывают результаты эксперимента, поэтому можно сделать определенные выводы о диффузионных свойствах примеси. Механизм, отвечающий за наблюдавшиеся эффекты, обусловлен преимущественно термодиффузионным разделением смеси, возникающим из-за горизонтальных градиентов температуры  $\nabla_x T, \nabla_y T \sim \theta/d = 3 \text{ K/cm}$ , а не за счет слабых вертикальных градиентов  $\nabla_z T = \Delta T/h \sim 0.3 \text{ K/cm}$  с характерным временем разделения компонентов  $h^2/D \sim 10^3 \text{ ч}$ . Горизонтальные градиенты возникают только в циркулирующей жидкости. Время разделения поперек канала  $d^2/D \sim 1 \text{ ч}$ , что совпадает по порядку величины со временем оборота жидкости по контуру, т.е. жидкая частица успевает поменять свой состав за время движения в каждом из каналов. При достаточно медленной циркуляции возникает обратное влияние сгенерированных термодиффузией неоднородностей концентрации на конвективное течение.

**Заключение.** Экспериментально и теоретически исследовано влияние, оказываемое наличием тяжелой примеси в жидкости на тепловую конвекцию в связанных каналах.

В широком диапазоне управляющих параметров численно методом конечных разностей изучены переходные режимы и установившиеся конвективные течения. Показано, что в зависимости от величины надкритичности в бинарной смеси возможны как стационарные, так и колебательные установившиеся режимы тепловой конвекции. В рамках предложенной модели удалось теоретически описать перебросовые колебания, наличие которых при малых надкритичностях демонстрирует достаточно сложное поведение гидродинамической системы. Особое внимание было уделено расчету распределения концентрации примеси поперек каналов. В ходе расчетов было показано, что именно явление термодиффузии ответственно за колебательный характер конвекции вблизи порога.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты: Урал-2004 № 04-01-00893, № 04-01-00586).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабушкин И.А., Демин В.А.* Теоретическое и экспериментальное исследование вибрационной конвекции в ячейке Хеле–Шоу // Труды междунар. науч.-техн. конф. “Прикладная синергетика – II”. Уфа: УГНТУ, т. 2, 2004. С. 78–83.
2. *Бабушкин И.А., Демин В.А.* Вибрационная конвекция в ячейке Хеле–Шоу. Теория и эксперимент // ПМТФ. 2006, № 2. С. 40–48.
3. *Глухов А.Ф., Зорин С.В., Путин Г.Ф., Петухова Е.С.* Тепловая конвекция в связанных вертикальных каналах конечной высоты // Конвективные течения: Пермь: ПГПИ, 1985, С. 24–31.
4. *Глухов А.Ф., Путин Г.Ф.* Особенности медленных конвективных течений в бинарных системах // 4-й Всесоюзный семинар по гидромеханике и тепломассообмену в невесомости. Новосибирск; Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1987. С. 26–27.
5. *Глухов А.Ф.* Экспериментальное исследование тепловой конвекции в смесях в условиях гравитационного расслоения // Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук Пермь, 1995. 16 с.
6. *Глухов А.Ф., Демин В.А.* Экспериментальное и теоретическое исследование конвекции бинарной смеси в связанных каналах // Вестн. Перм. ун-та, Сер. Физика. 2006. Вып. 1. С. 15–23.
7. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
8. *Шапошников И.Г.* К теории конвективных явлений в бинарной смеси // ПММ. Т. 17. 1953. Вып. 5. С. 604–606.
9. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 с.

Пермь

Поступила в редакцию  
23.V.2006