

УДК 532.516.2:536.24

© 2006 г. П.А. АНАНЬЕВ, П.К. ВОЛКОВ

## ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЖИДКОСТИ ОТ НАГРЕТЫХ ВНУТРЕННИХ СТЕНОК “ЗАТОПЛЕННОГО” КАНАЛА

Рассчитаны струйные течения вне канала, развиваемые от нагретых внутренних стенок “затопленного” канала, протекание жидкости через канал. Получено образование областей уплотнения и разрежения потока на входе и выходе канала. Проанализирована интенсивность течений при изменении ориентации области по отношению к направлению действия силы тяжести. Появление когерентных структур в течении приводит к нестационарным колебательным типам течений. Исследование естественной конвекции в жидкости проводится на программном комплексе JoinCAD\FEM. Регуляризованные уравнения Обербека–Буссинеска решаются методом конечных элементов с одинаковым порядком аппроксимирующих функций.

*Ключевые слова:* естественная конвекция, метод конечных элементов, наклонный канал, когерентные структуры.

В системах охлаждения массивных тел с внутренним тепловыделением часто используют каналы с открытыми торцами, выходящими в общий входной и выходной коллекторы, охлаждаемые извне. В результате в системе охлаждения развивается естественная конвекция, приводящая к протоку через каналы рабочей среды: жидкости или газа. Особенностью подобных систем охлаждения является то, что в каналах реализуются течения с относительно небольшими расходами. Течение в отдельном канале зависит от температурных и гидродинамических условий на входе и выходе соседних каналов. Наблюдаются неоднородности в характеристиках течения на участках входа и выхода канала, что может существенно отразиться на надежности всей системы охлаждения. С точки зрения математического моделирования течений в системах каналов предполагается на первом этапе решить задачу о протекании жидкости через одиночный “затопленный” канал и исследовать особенности течений в зависимости от входных параметров. Даже эта упрощенная задача весьма сложная для решения в силу большого числа входных параметров, многосвязности области течения, появления областей с неустойчивой температурной стратификацией, приводящей к развитию струйных течений и ламинарно-турбулентному переходу.

Описание явления ламинарно-турбулентного перехода остается проблемой номер один для исследователей уже несколько десятилетий [1–4]. С фундаментальной точки зрения ламинарно-турбулентный переход означает образование в течении специфических вихрей (когерентных структур), которые, возникнув, существуют в потоке и при взаимодействии с другими вихрями образуют новые вихревые структуры. Таким образом, в течении возникает (или проявляется) механизм передачи энергии от мелкомасштабных структур к крупномасштабным. В результате поток структурируется и либо выходит на некоторый квазистационарный режим, содержащий некоторое число видимых вихревых структур разного масштаба, либо остается нестационарным, хаотическим. Прикладной аспект проблемы состоит в том, что в теплообменных установках, как правило, имеются области ламинарного течения, соседствующие с областями турбулентного течения.

Считается [3], что появление в течении жидкости когерентных структур и есть признак перехода к турбулентности. Именно по этой причине поиск и исследование различных характеристик таких структур представляют актуальную проблему. Существующие разнообразные подходы [1–4] исследовали типы течений, где подобные образования могли получаться при достаточно простых условиях. Например, на линии, разделяющей встречные потоки (слой смешения), на поверхности затопленных струй. С точки зрения расчета таких процессов возникает проблема адекватного описания возникновения, а затем развития вихрей в связи с необходимостью выбора размеров расчетной области и постановки краевых условий. В этом плане представляет интерес создать аналогичные типы течений в замкнутых ограниченных областях заданием температурных условий на границах области и исследовать их на предмет возникновения структур при увеличении интенсивности течения. Поэтому исследование течений холодной жидкости через “затопленный горячий” канал представляет самостоятельный фундаментальный интерес в связи с появлением и развитием струи теплой жидкости на выходе из канала.

Теоретическое моделирование структуры гидродинамических течений, теплового режима, процессов конвективного теплообмена у нагреваемых стенок проводится на основе численного совместного решения системы регуляризованных уравнений Обербека–Буссинеска в переменных скорость – давление. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода по исходным уравнениям позволяет получить полную информацию о конвективных процессах в отличие от полуэмпирических моделей, дающих в лучшем случае осредненные характеристики для определенных типов течений.

В качестве метода численного решения выбран метод конечных элементов. Сочетание метода Галеркина, содержащего процедуру минимизации невязки по всему объему элемента, с методом конечных элементов позволяет получать численные схемы, в которых отсутствует схемная вязкость. Применение данного подхода к регуляризованным уравнениям несжимаемой жидкости обеспечивает высокую контролируемую точность расчетов [5–7] и быструю сходимость итерационного процесса по нелинейности при расчете задач с неустойчивой температурной стратификацией [8, 9], что является важной предпосылкой успеха численного моделирования течений, содержащих структуры.

Практическая реализация программы исследований проведена на созданном ранее в ходе выполнения проектов программном обеспечении для исследования конвективных процессов JoinCAD\FEM [10, 11].

**1. Постановка задачи и регуляризация условия соленоидальности.** Рассмотрим отрезок канала шириной  $h$  и длиной  $l$ , расположенный в тяжелой, вязкой, теплопроводной жидкости, заполняющей объем  $\Omega$  с границей  $\Gamma$ . Пусть  $\Omega$  – окружность радиуса  $R$ ,  $g$  – модуль ускорения свободного падения,  $\nu$ ,  $k$  – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности. Внутренние стенки канала имеют постоянную температуру  $\Theta_1$ , температура жидкости на внешней границе области течения  $\Gamma$  вдали от канала равна  $\Theta_2$ . На внешних стенках канала температура равна температуре жидкости.

Предполагаем, что плотность жидкости  $\rho$  линейно зависит от температуры  $\Theta$

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(\Theta - \Theta_0))$$

где  $\beta$  – коэффициент объемного расширения,  $\rho_0$ ,  $\Theta_0$  – константы.

Таким образом, течение жидкости в  $\Omega$  с границей  $\Gamma$ , возникающее вследствие неоднородности плотности и сил плавучести, зависит от разности температур  $\Delta\Theta = \Theta_1 - \Theta_2$  и определяется параметрами:  $\nu$ ,  $g$ ,  $\beta$ ,  $\Delta\Theta$ ,  $k$ ,  $2R$ ,  $h$ ,  $l$ .

Из теории подобия следует, что гидродинамика и теплоперенос зависят от пяти безразмерных комплексов. Наиболее простой вид имеют три независимых параметра, на-

зываемые числами Буссинеска, Прандтля и Фруда, и безразмерные длина  $L$  и ширина  $H$  канала

$$Bu = \beta \Delta \Theta, \quad Pr = \frac{\nu}{k}, \quad Fr = \frac{v^2}{g(2R)^3}, \quad L = \frac{l}{2R}, \quad H = \frac{h}{2R}$$

Система координат  $x, y$  связана с каналом. Координата  $x$  направлена вдоль стенки канала. Постоянный для каждой серии расчетов вектор ускорения свободного падения проектировался на оси координат, задавая поле массовых сил,  $Pr = 7$ , что соответствует воде.

В качестве основных определяемых критериев используются число Рейнольдса  $Re$ , рассчитанное по максимуму модуля вектора скорости в течении и диаметру рассматриваемой области, и локальное число Нуссельта на стенках канала

$$Nu(x) = \frac{\partial \Theta}{\partial y} \frac{1}{\Delta \Theta}$$

По распределениям  $Nu(x)$  рассчитывается интегральное число Нуссельта  $Nu$  на стенках, характеризующее эффективность отвода тепла от стенок канала.

Уравнения Обербека–Буссинеска в прямоугольной декартовой системе координат, описывающие конвекцию в жидкости в поле силы тяготения, при традиционном выборе в качестве характерных величин для масштабов длины и скорости  $2R$  и  $u/2R$  имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} = -\nabla(p + \Psi) - Gr \Theta \mathbf{n}_g + \Delta \mathbf{u}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \Theta = \frac{1}{Pr} \Delta \Theta$$

Здесь  $t$  – время,  $\mathbf{u}(t, x, y)$  – вектор скорости в точке  $(x, y)$ ,  $p$  – давление,  $\Theta$  – температура,  $\Psi$  – потенциал массовой силы,  $\mathbf{n}_g$  – единичный вектор, указывающий направление действия силы тяжести,  $Gr = Bu/Pr = \beta \Delta \Theta g(2R)^3 / \nu^2$  – число Грасгофа.

На внешней границе  $\Gamma$  и стенках канала задано условие прилипания:  $\mathbf{u}_\Gamma = 0$ . Таким образом, имеем краевую задачу с заданным вектором скорости на границах области течения для несжимаемой жидкости. Как показано ранее, такая задача вырожденная [7]. Причина вырождения – условие соленидальности (1.1).

Для регуляризации условия (1.1) наиболее удачной оказалась формула

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \tau \nabla(\nabla p + \Psi)$$

где  $\tau$  – физический параметр, отвечающий за слабую сжимаемость частиц жидкости вдоль траекторий движения [12]. При  $\tau \rightarrow 0$  приближаемся к системе уравнений Обербека–Буссинеска, получая, таким образом, возможность классифицировать получаемые решения по степени близости к исходной задаче.

**2. Выбор параметра регуляризации и учет эффектов сжимаемости по рассчитанному полю скорости.** Выбор параметра регуляризации основывается на тестовых расчетах. Верификация методик расчетов гидродинамических течений проводится на движении воды в полости с движущейся крышкой [13]. Расчеты неизоотермических процессов тестируются на течениях воздуха в кубе при нагретых стенках [14]. Несмотря на кажущуюся простоту экспериментов, эти два вида течений дают широкий спектр наблюдаемых в природе структур от ламинарных до турбулентных и представляют абсолютно доста-

точный инструмент для верификации моделей, в том числе при больших значениях параметров задач.

В [5, 6] приведены результаты расчетов указанных тестов для воды и воздуха. Для течений с  $Re < 500$  расчеты дают отличия от экспериментов по профилям скорости и числу Нуссельта менее процента при  $\tau \sim 10^{-4}$  (характерный масштаб длины  $L$  – ширина каверны, характерный масштаб скорости  $U = v/L$ ) для чисел Рэлея до  $10^6$ . При  $Re \sim 1200$  ( $Ra \sim 10^7$ ) величина  $\tau$ , при которой различие расчетных и экспериментальных данных менее процента, уменьшается до  $\tau \sim 2 \cdot 10^{-5}$ . Расчеты изотермических течений при  $Re = 3200$  отличаются от экспериментов на воде по профилю скорости менее чем на процент, при  $\tau \sim 10^{-6}$  (тот же способ обезразмеривания). Таким образом, величина  $\tau$ , при которой наблюдается согласие с экспериментами, зависит от интенсивности течения и убывает с ее увеличением. Это соответствует физике явления – дозвуковые течения с увеличением скорости более упруги, т.е. более несжимаемы.

Тенденция изменения  $\tau$  с увеличением  $Re$  и с учетом числа Прандтля испытываемых сред указывает на то, что этот параметр действительно имеет физическую природу. Это обстоятельство может быть использовано для выяснения влияния сжимаемости среды на структуру течения. В самом деле, согласно закону сохранения массы, для определения величины плотности имеем уравнение [15]

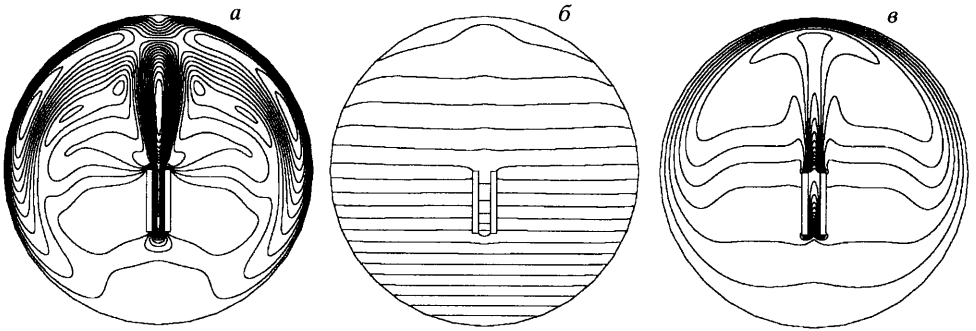
$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \rho \right) = -\nabla \mathbf{u} \quad (2.1)$$

Таким образом, по заданному полю скорости, разрешая (2.1), можно восстановить плотность, выполнив закон сохранения массы. Кроме того, из уравнения (2.1) можно непосредственно получить прогноз на наличие особенностей в поле течения по распределению дивергенции скорости. Согласно (2.1) областям с отрицательным значением дивергенции соответствует область течения с более плотной средой. Соответственно для положительных значений дивергенции скорости имеем области разрежения.

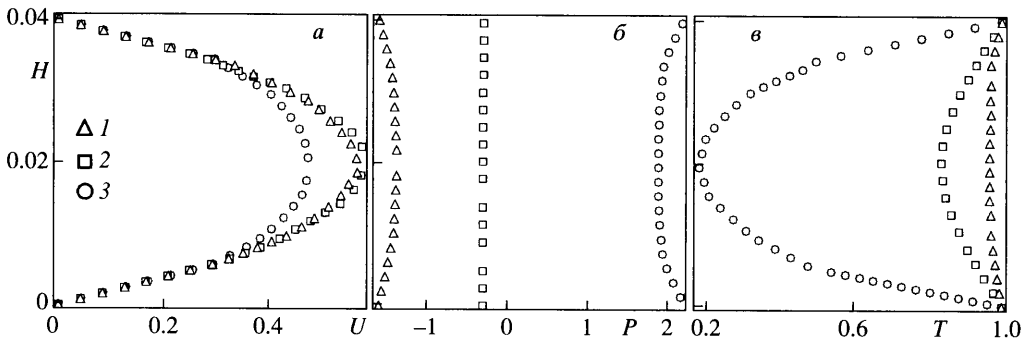
**3. Протекание жидкости через “затопленный” канал с горячими стенками.** Физическая модель затопленного канала представляет собой отрезок канала, погруженного в жидкость. На внешних границах области, занятой жидкостью, имеем холодную стенку. Внутренние стороны канала “горячие”. Под действием перепада температур развивается естественная конвекция в жидкости, приводящая к появлению расхода жидкости через канал. В результате от внутренних стенок канала снимается тепловой поток, который выносится в окружающую холодную жидкость. В зависимости от размеров и геометрии области и канала в жидкости развиваются различные структуры, приводящие в конечном итоге к прогреву жидкости, окружающей канал. Данная конфигурация исходная для построения различных теплообменных устройств.

В качестве первого шага представляется интересным выяснить взаимодействие течений внутри и вне канала для случая малого размера канала по сравнению с размерами области. С этой целью в качестве внешней границы области течения была выбрана окружность радиуса 0.5. Канал шириной 0.04 с относительным удлинением, равным 5, расположен под углом  $\phi$  к горизонту так, что середина верхнего отверстия находится в центре окружности.

Расчеты проводились на сетках с числом узлов 26780 (элементов 52761) для чисел Рэлея  $3 \cdot 10^5$ ,  $10^6$ . При этом по ширине канала было расположено 7 узлов, по длине 35. Часть расчетов при  $Ra = 10^6$  была проведена на более подробных сетках с целью выяснения величины отклонений в рассчитываемых полях и структурах течений. Для расчетов при  $Ra = 10^7$  понадобилось сгущение сетки вблизи твердых поверхностей и в области вытекающей из канала струи горячей жидкости: 121069 узлов (элементов 237564), попе-рек канала порядка 25 узлов, по длине – 125. Размер матрицы решаемой системы позво-



Фиг. 1. Изолинии полей модуля вектора скорости (а), давления (б), температуры (в) при  $Ra = 3 \cdot 10^5$ ,  $\varphi = \pi/2$



Фиг. 2. Профили продольной компоненты вектора скорости (а), давления (б), температуры (в) по сечению канала: 1 – вход, 2 – середина, 3 – выход канала ( $\varphi = \pi/2$ , компоненты скорости уменьшены в 4 раза, давление в 16),  $Ra = 3 \cdot 10^5$

лял полностью поместить задачу в оперативную память 512 Мб. Один шаг по времени рассчитывался порядка 4 мин на процессоре Athlon 1800+.

Все расчеты проведены с  $\tau = 10^{-5}$ . На внутренней границе канала  $\Theta_1 = 1$ , на холодных стенках  $\Theta_2 = 0$ , на внешней стороне канала – находилась в процессе решения (теплоизолированные стенки).

*Стационарные струйные течения от затопленных каналов.* Установившиеся типы конвективных течений получены в расчетах с числом Рэлея  $Ra \leq 10^6$  при разных значениях угла  $\varphi$ . Во всех случаях нагретая в канале жидкость вытекает из верхнего отверстия и создает в области струйное течение по направлению действия силы тяжести. При этом струя смещается от вертикали в сторону канала. Достигнув внешней границы, теплая струя растекается вдоль холодных стенок, создавая опускное течение. В нижней части области жидкость прогревается и на вход канала поступает более теплая жидкость. Описанный замкнутый цикл конвективного движения выходит на стационарный режим. Для вертикального канала, ось которого параллельна вектору силы тяжести, получены полностью симметричные течения.

Для медленных течений, реализуемых при  $Ra = 3 \cdot 10^5$ , отклонение струи от вертикали минимально, и конфигурация струи практически не зависит от угла  $\varphi$ . Формирование струи происходит как от точечного источника. Наибольшая скорость развивается в вертикальном канале (фиг. 1). При этом жидкость в канале полностью прогрета вблизи выхода (фиг. 2). Для  $\varphi = \pi/8$  скорость жидкости в канале уменьшается более чем в два раза

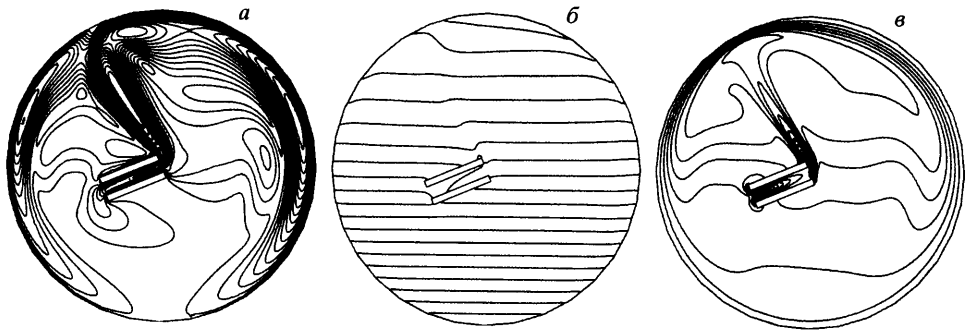
$\varphi$	Re		Nu		
	для области	для канала	верхняя стенка	нижняя стенка	суммарный
$Ra = 3 \cdot 10^5$					
$\pi/8$	73	1.04	7.75	7.21	14.96
$\pi/4$	85	1.72	13.20	12.50	25.70
$3\pi/8$	91	2.16	16.50	16.20	32.70
$\pi/2$	95	2.36	18.10	18.10	36.20
$Ra = 10^6$					
$\pi/8$	154	2.5	20.2	15.7	35.9
$\pi/4$	180	3.8	28.9	24.1	53.0
$3\pi/8$	194	4.6	32.3	29.3	61.6
$\pi/2$	202	4.9	32.6	32.6	65.2
$Ra = 10^7$					
$\pi/8$	940–986	10	78.3	21.5	100
$\pi/4$	990–1120	13–14	~78	40–44	118–123
$3\pi/8$	790–1230	14–17	68–75	48–60	125–131
$\pi/2$	790–935	~16.5	58–64	64–57	118–119

(см. таблицу) и жидкость полностью прогрета на половине его длины. Профили компонент вектора скорости, давления и температуры для других  $\varphi$  имеют небольшие смещения в графиках в соответствии с условиями входа и выхода течения.

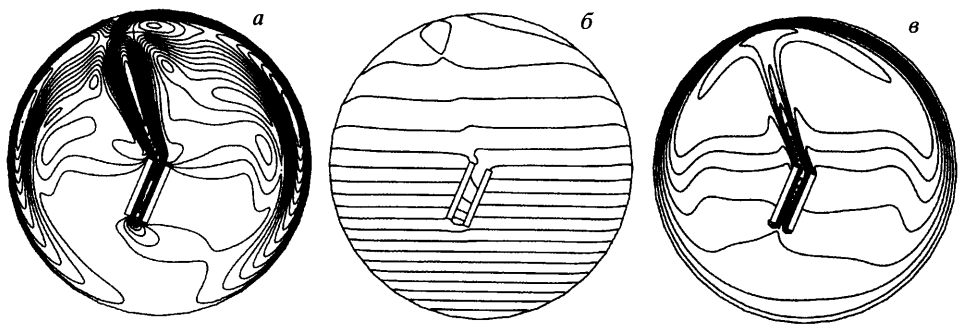
Интенсивность течений в канале и вне его при  $Ra = 10^6$  более чем в 2 раза выше (см. таблицу). Возросло отклонение струи от направления действия силы тяжести в сторону, где расположен канал, что характеризует влияние ориентации канала. Стратификация давления и температуры вне канала относительно силы тяжести такая же, как для  $Ra = 3 \cdot 10^5$ , но с большими отклонениями в области соударения струи со стенкой (фиг. 3, 4). Так, при  $\varphi > \pi/8$  проявляется тенденция к образованию области локального максимума в поле давления (фиг. 4). В средней части струи имеются изменения в давлении, переходящие в скачок при больших  $Ra$ . Давление в объеме ниже канала распределено линейно в соответствии с силой тяжести, что указывает на слабый уровень конвекции.

Максимальное значение скорости в течении находится на оси струи и примерно в два раза больше по сравнению с аналогичной характеристикой в канале. Течение в нем несимметрично относительно продольной оси. В середине канала профиль скорости имеет максимум в нижней части, а на выходе – в верхней.

*Квазистационарное струйное течение от затопленного канала.* Расчеты при  $Ra = 10^7$ ,  $\varphi = \pi/8$  дают такую же картину течения жидкости, структуру полей давления и температуры, как при  $Ra = 10^6$  (фиг. 5). Тоньше вытекающая из канала струя и пристенные течения вдоль внешних границ, более прогрета жидкость вне канала (фиг. 6). В поле давления имеются области локального экстремума: максимума в области контакта струи со стенкой, минимума у нижней внутренней стенки канала. Струя жидкости после соприкосновения с границей отходит от стенки. Растекание неравномерное, большая часть струи идет вправо от канала. В области контакта струи со стенкой имеются большие градиенты температуры, что приводит к охлаждению струи и появлению областей с холодной жидкостью около верхних частей границы по обе стороны от струи. В нижней половине области интенсивное движение жидкости наблюдается вдоль границ: опускные течения вдоль стенок встречаются, разворачиваются и движутся далее каж-



Фиг. 3. То же, что на фиг. 1 при  $Ra = 10^6$ ,  $\varphi = \pi/8$

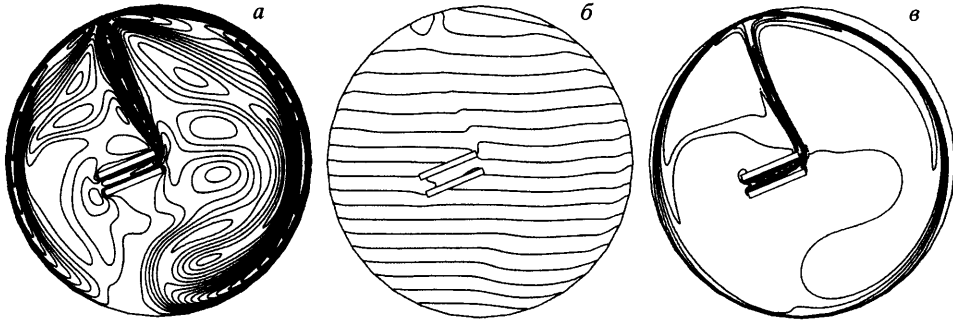
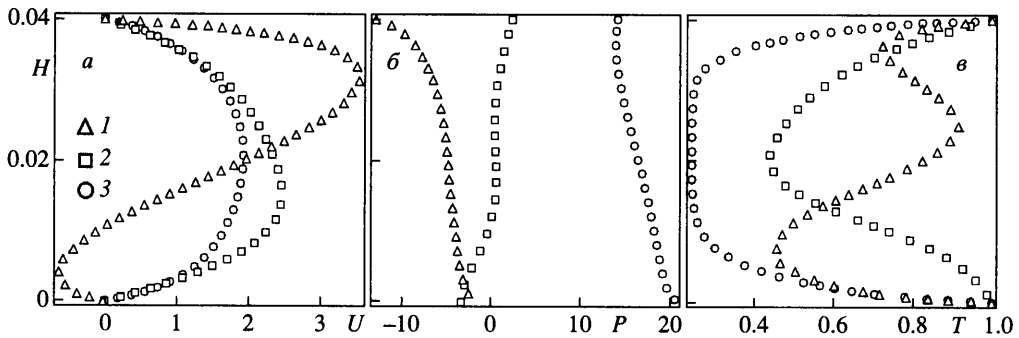


Фиг. 4. То же, что на фиг. 1 при  $Ra = 10^6$ ,  $\varphi = 3\pi/8$

дое в свою половину области. Максимум модуля вектора скорости находится в правой части. Поле температуры отражает узко струйный характер конвективного течения жидкости.

Описанная выше картина течения для фиксированного момента времени существует с небольшими изменениями для других моментов времени. Вершина струи колеблется в секторе с углом  $5^\circ$ . Интенсивность течения в правой части по числу Рейнольдса  $Re$  колеблется в пределах 5% (см. таблицу). Другие количественные характеристики изменяются на величину порядка доли процента. Таким образом, данные расчеты (более 1000 шагов,  $\Delta t = 0.01$ , период 40 шагов) демонстрируют квазистационарный автоколебательный режим течения в области вне канала.

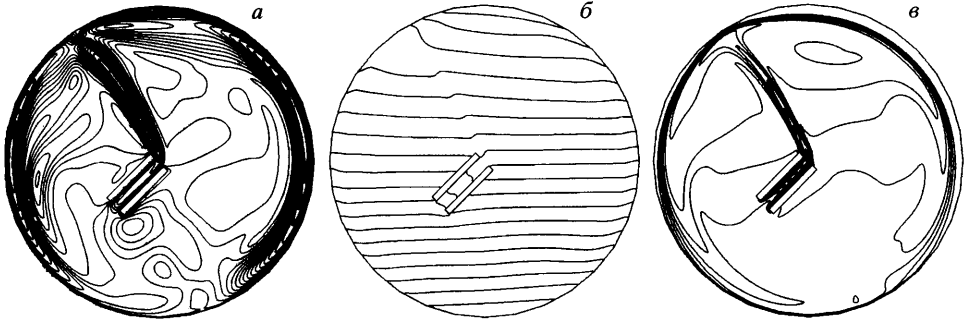
Сравнение данных для  $Ra = 10^7$  с решением при  $Ra = 10^6$  показывает, что максимум скорости в канале (среднее сечение) и в струе возрос в 4 раза. Поскольку половина струи за срезом канала практически стационарна, причину появления колебаний следует искать в механизме взаимодействия струи со стенкой. Видимые различия в области растекания струи со стационарным решением обнаруживаются в поле давления – выделена область с локальным максимумом. При анализе поля дивергенции скорости установлено, что вблизи стенки внутри области с локальным максимумом давления появилась область отрицательных значений, что соответствует более плотной среде. По обе стороны от струи – области положительных значений дивергенции скорости – области разрежения. Имеем признаки, характерные для когерентной структуры [9], а значит полученное решение можно рассматривать как переходное от ламинарного к турбулентному.

Фиг. 5. То же, что на фиг. 1 при  $Ra = 10^7$ ,  $\varphi = \pi/8$ Фиг. 6. То же, что на фиг. 2 при  $\varphi = \pi/8$ ,  $Ra = 10^7$ 

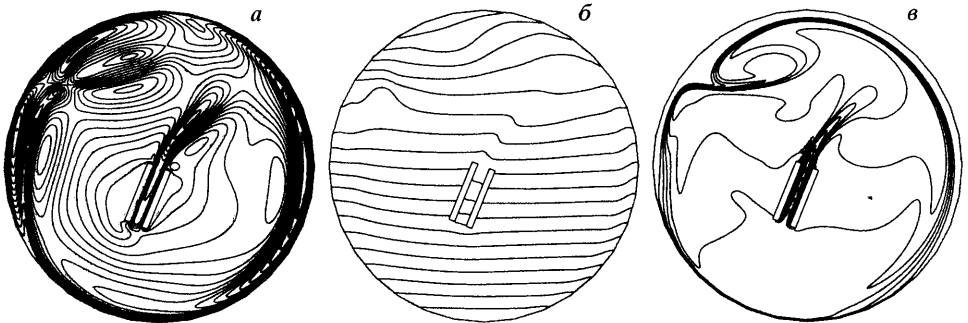
*Нестационарные струйные течения от затопленных каналов.* Расчеты для  $Ra = 10^7$  при  $\varphi > \pi/8$  дают нестационарные автоколебательные типы течений. Струя горячей жидкости, вытекающая из канала, периодически отклоняется от направления действия силы тяжести. Угол раствора сектора, в котором колеблется струя, равен  $45^\circ$  для  $\varphi = \pi/4$  и  $\pi/2$ . Можно отметить две особенности: струя достигает стенки границы, но с точкой излома, так что две части струи имеют разные законы отклонения. Начальный участок струи соответствует ее развитию и заканчивается достижением максимальной скорости (примерно на половине расстояния до стенки). Во второй части струи, наиболее интенсивной на большей своей длине, ближе к стенке происходит торможение жидкости и растекание ее в разные стороны (фиг. 7).

Максимальная скорость жидкости, модуль которой примерно в 1.5 раза больше, чем в струе, достигается в областях вблизи внешних границ. Течение около них от растекающейся в две стороны струи имеет разную интенсивность: наименьшая в той части, куда наклонена струя. Более интенсивное конвективное течение опускается вниз вдоль границы и проходит на противоположную сторону. При соприкосновении с встречным течением оно оттесняется вовнутрь и таким образом образуется спиральное течение, проникающее до верха. Струя начинает отклоняться, и процесс периодически повторяется. Причем для  $\varphi = \pi/4$  в итоге реализуется структура течения, как на фиг. 5, с полным «запираем» развернувшимся потоком снизу правой части области между внешней границей и стенкой канала. Для  $\varphi = \pi/2$  имеем периодическую смену картин течений с изменением времени (расчет до  $T = 0.32$ , что соответствует 3200 шагам по времени, период 30 шагов). Максимум модуля вектора скорости периодически перемещается с одной половины области на другую.





Фиг. 7. Изолинии полей модуля вектора скорости (а), давления (б), температуры (в), предшествующие левому положению струи при  $Ra = 10^7$ ,  $\varphi = \pi/4$



Фиг. 8. Изолинии полей модуля вектора скорости (а), давления (б), температуры (в), предшествующие крайнему правому положению струи при  $Ra = 10^7$ ,  $\varphi = 3\pi/8$

Для  $\varphi = 3\pi/8$  угол раствора сектора, в котором колеблется струя, достигает  $90^\circ$ . Наиболее интенсивная часть струи может оторваться, образуя вихрь, который движется уже самостоятельно. Поскольку струя колеблется в разные стороны, то поле течения в каждый момент времени представляет собой пятна покоящейся и движущейся жидкости. О периодичности можно говорить только в плане изменения положения струи относительно вертикали. Характеристики течения в точках области и структура течения со временем изменяются весьма нерегулярно. На фиг. 8 изображены линии уровня полей для случая, когда образовался вихрь, а струя движется к крайнему правому положению, при котором максимум модуля скорости жидкости будет расположен на левой половине пристенного течения (по величине меньшей, чем на правой стороне (см. таблицу)).

Колебания струи происходят в соответствии со ступенькой в поле давления, наблюдаемой в окрестности струи: повороты идут в сторону уменьшения давления.

Анализ поля дивергенции скорости показывает картину, проявляющую физическую сторону течения. В области струи, левее и правее ее середины, имеются области отрицательных и положительных значений дивергенции скорости, указывающие на уплотнение и разрежение жидкости. Уплотнение наблюдается на стороне, обращенной к области более высокого давления. Аналогичные области существуют на входе в канал, вдоль стенок канала, к которым прижимается поток, вблизи внешних границ, где растекается струя и по границам интенсивных вихревых движений. В большей части поля те-

чения дивергенция скорости близка к нулю. Вдоль нижней стороны внешней границы дивергенция скорости отрицательная, у верхней – положительная. С точки зрения слабосжимаемой жидкости вполне объяснимое поведение: уплотнение жидкости внизу вблизи твердой стенки и разрежение у верхней твердой стенки, к которым жидкость прилипает. Наличие областей с положительной и отрицательной дивергенцией скорости вблизи стенок канала обусловлено обтеканием угла и натеканием жидкости на препятствие.

Описанные выше особенности в поле дивергенции скорости наблюдаются в той или иной степени для всех рассчитанных течений. Для медленных течений поле дивергенции практически везде нулевое (кроме угловых точек и симметричных тонких верхней и нижней областей у внешней границы).

Наблюдаемые различия в 17–20% в площадях под графиком продольной компоненты скорости во входном и среднем сечениях канала (фиг. 2, б) в совокупности с областью отрицательных значений дивергенции скорости на входе канала указывают на то, что поток жидкости здесь имеет большую плотность, чем далее в канале. Это находится в полном соответствии с физикой течений сжимаемых сред.

**Заключение.** Проведено исследование характеристик конвективного течения в связи с изменением ориентации затопленного канала относительно направления действия силы тяжести. Для течений с малой интенсивностью максимумы модуля вектора скорости во всей области и суммарного теплового потока от горячих стенок наблюдаются для вертикального канала. С увеличением числа Рэлея средняя максимальная интенсивность течения в области реализуется на наклонных каналах. Наибольшие значения скорости течения при средних числах Рэлея расположены на оси струи, при промежуточных числах Рэлея – в тонком слое пристенного течения у холодной внешней границы.

Жидкость, нагретая в затопленном канале с горячими внутренними стенками, всплывает с ускорением, обусловленным перепадом температуры на стенках канала и границе области. Максимальную скорость струя приобретает на половине расстояния от выхода канала до границы. Изменение положения канала приводит к смещению струи в сторону канала.

Для струи, истекающей из канала, определены две области, в которых можно идентифицировать появление когерентных структур. Это окрестность поверхности струи за срезом канала длиной примерно в ширину канала и окрестность точки натекания струи на стенку. Последняя – наиболее дестабилизирующий фактор. Именно здесь появляются первые колебательные движения, отклоняющие струю от направления действия силы тяжести.

Тепловой поток, снимаемый со стенок наклонного канала, зависит от ориентации канала относительно вектора силы тяжести. Суммарный поток тепла наибольший для вертикального канала. С увеличением числа Рэлея изменяется закон уменьшения числа Нуссельта на стенках канала в зависимости от его наклона. В результате максимум среднего значения числа Нуссельта на периоде колебания струи наблюдается на наклонных каналах.

С ростом числа Рэлея растет расход через затопленный канал. При достижении некоторого значения числа Рэлея на выход канала поступает жидкость с температурой меньшей, чем температура стенок. В результате одnogорбый профиль температуры, характерный для точечного источника, превращается в двугорбый. При этом профиль скорости в струе остается одnogорбым.

Расчет течений по регуляризованным уравнениям Обербека – Буссинеска показывает наличие более плотной среды на входе затопленного канала и в областях вблизи твердых стенок, к которым прижимается поток. При обтекании острых кромок образуется область разрежения. Таким образом, данная модель проявляет эффекты сжимаемых сред, наблюдающиеся в эксперименте. Наличие в модели параметра, отвечающего за слабую сжимаемость, позволяет целенаправленно исследовать воздействие сжимае-

мости потока на конвективные процессы в жидкостях при изменении инерциальных условий, в том числе в условиях микрогравитации.

Проведенные исследования конвективных процессов в жидкости, развиваемых от нагретых внутренних стенок затопленного канала, показали высокую эффективность кода для расчета сложных по структуре течений, описывающих переход от ламинарных течений к автоколебательным переходным процессам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 04-01-97213) и Правительства Калужской области.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бэтчелор Дж.К. Теория однородной турбулентности. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 198 с.
2. Методы расчета турбулентных течений / Под ред. А.Д. Хонькина. М.: Мир, 1984. 464 с.
3. Христов Х.И., Нартов В.П. Точечные случайные функции и крупномасштабная турбулентность. Новосибирск: Наука, 1992. 160 с.
4. Белоцерковский О.М., Опарин А.М. Численный эксперимент в турбулентности: От порядка к хаосу. М.: Наука, 2000. 223 с.
5. Волков П.К., Переверзев А.В. Трехмерная свободная конвекция в заполненной воздухом кубической камере // Тр. 3-й Рос. нац. конф. по теплообмену. М.: Изд-во МЭИ, 2002. Т. 3. С. 45–48.
6. Волков П.К., Переверзев А.В. Метод конечных элементов для решения краевых задач регуляризованных уравнений несжимаемой жидкости в переменных “скорости-давление” // Мат. моделирование. 2003. Т. 15. № 3. С. 15–28.
7. Ананьев П.А., Волков П.К., Переверзев А.В. Исследование корректности краевых задач для уравнений Навье–Стокса в естественных переменных // Мат. моделирование. 2004. Т. 16. № 7. С. 68–76.
8. Ананьев П.А., Волков П.К. Естественная конвекция в вертикальном цилиндре и канале при нагреве снизу // Мат. моделирование. 2004. Т. 16. № 11. С. 89–100.
9. Ананьев П.А., Волков П.К. Исследование естественно-конвективных течений с неустойчивой температурной стратификацией // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2005. Т. 45. № 7. С. 1289–1303.
10. Ананьев П.А., Волков П.К., Переверзев А.В. Исследование влияния взаимодействия естественной и вынужденной конвекции на теплоотвод от стенок наклонных труб // Тр. Регионального конкурса научных проектов в области естественных наук. Калуга: Полиграф-Информ, 2004. Вып. 7. С. 37–62.
11. Volkov P., Pereverzev A., Ananiev P. Towards a problem-solving system for computational fluid dynamic // Proc. 8th World Multiconf. on Systemics, Cybernetics and Informatics. Orlando, Florida, USA. 2004. V. 9. P. 331–336.
12. Волков П.К. Аспекты бесконечной скорости распространения возмущений в сплошных средах // Вычислительные технологии. 2004. Т. 9. Ч. 2. С. 20–30.
13. Koseff K.R., Street R.L. The lid-driven cavity flow: A synthesis of qualitative and quantitative observations // Trans. ASME. J. Fluids Engng, 1984. V. 106. № 4. P. 390–398.
14. Leong W.H., Hollands K.G.T., Brunger A.P. Experimental Nusselt Number for a Cubical-cavity Benchmark Problem in Natural Convection // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1999. V. 42. № 11. P. 1979–1989.
15. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.