

УДК 532.72

© 2006 г. Н. В. МАЛАЙ

## ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ НА ФОТОФОРЕЗ НАГРЕТЫХ ГИДРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

В стоковском приближении при малых числах Пекле и Рейнольдса проведено теоретическое описание фотофоретического движения твердой сферической частицы в вязкой жидкости при значительных перепадах температуры в ее окрестности. При решении уравнений гидродинамики использовался экспоненциально-степенной вид зависимости вязкости от температуры. При решении уравнений теплопереноса – метод сращиваемых асимптотических разложений. Обсуждается возможность экспериментального наблюдения фотофореза в жидкости.

*Ключевые слова:* фотофорез, фотофорез в жидкости.

Известно, что твердая частица, взвешенная в термодинамически неравновесной вязкой среде (газ или жидкость), начинает двигаться. Причина такого движения может быть связана, в частности с появлением градиента температуры вдоль поверхности частицы. В данной работе рассматривается случай, когда градиент температуры обусловлен неравномерным нагревом поверхности частицы за счет поглощением электромагнитного излучения. Такое движение в случае газа называется фотофорезом. Механизм этого явления по своей физической природе аналогичен термофорезу и связан с тепловым скольжением газа вдоль твердой неравномерно нагретой поверхности частицы [1–5].

Построение теории фотофоретического движения твердой нагретой гидрозольной частицы сферической формы в вязкой неизотермической жидкости, как и термофоретического [6] – достаточно сложная задача. Это связано с тем, что, во-первых, в жидкости движение конкретной частицы определяется как поверхностными явлениями, так и объемными эффектами, возникающими из-за неоднородных распределений гидродинамического и температурного полей; во-вторых, это движение возникает за счет скольжения жидкости вдоль твердой поверхности. Теория теплового скольжения жидкости вдоль твердой поверхности к настоящему времени изучена недостаточно полно. Причина этого в том, что отсутствует строгая математическая теория неоднородных жидкостей.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим твердую сферическую частицу радиусом  $R$ , внутри которой действуют неравномерно распределенные источники тепла плотностью  $q_r$ , находящаяся в вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей все пространство. В частности, если на частицу падает поток электромагнитного излучения интенсивностью  $I_0$ , то поглощаемая ею энергия равна  $\pi R^2 I_0 K_n$ , где  $K_n$  – фактор поглощения. Жидкость, взаимодействуя с неоднородно нагретой поверхностью, начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением. Тепловое скольжение вызывает появление фотофоретической силы. Наряду с фотофоретической силой на частицу действует сила вязкого сопротивления среды. Когда эти силы по величине уравновешивают друг друга, частица начинает двигаться равномерно. Скорость этого равномерного движения называют скоростью фотофореза.

При теоретическом описании фотофоретического движения частицы предполагается, что фазовый переход отсутствует; коэффициент теплопроводности частицы по ве-

личине много больше коэффициента теплопроводности жидкости и учитывается степенной вид зависимости коэффициента теплопроводности частицы от температуры:

$\lambda_i = \lambda_{i\infty} t_i^\omega$ . Здесь  $\lambda_{i\infty} = \lambda_i(T_\infty)$ ,  $t_i = T_i/T_\infty$ ,  $\omega = \text{const}$ ,  $T_\infty$  – температуры жидкости вдали от частицы. Движение частицы описывается в сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  с началом в центре частицы. Здесь и далее индексы “ $e$ ” и “ $i$ ” будем относить соответственно к вязкой жидкости и частице; индексом “ $\infty$ ” – обозначены параметры жидкости на бесконечности, т.е. вдали от частицы и индексом “ $s$ ” – значения физических величин, взятые при средней температуре поверхности частицы  $T_{is}$ .

В рамках сформулированных допущений в сферической системе координат уравнения и граничные условия для скорости  $U_e$ , давления  $P_e$  и температур  $T_e, T_i$  запишутся в виде [7, 8]

$$\nabla P_e = \mu_e \Delta U_e + 2(\nabla \mu_e \nabla) U_e + [\nabla \mu_e \times \text{rot} U_e], \quad \text{div} U_e = 0 \tag{1.1}$$

$$\rho_e c_{pe} (U_e \cdot \nabla) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \quad \text{div}(\lambda_i \nabla T_i) = -q_i \tag{1.2}$$

$$r = R: U_r = 0, \quad U_\theta = K_{ts} \frac{v_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta}, \quad T_e = T_i$$

$$\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + \sigma_0 \sigma_1 (T_i^A - T_\infty^A)$$

$$\begin{aligned} r \rightarrow \infty: U_e &\rightarrow U_\infty \cos \theta e_r - U_\infty \sin \theta e_\theta, \quad P_e \rightarrow P_\infty, \quad T_e \rightarrow T_\infty \\ r \rightarrow 0: T_i &\neq \infty \end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь  $U_r$  и  $U_\theta$  – радиальная и касательная компоненты массовой скорости  $U_e$ ;  $U_\infty$  – скорость плоскопараллельного потока жидкости, обтекающего частицу ( $U_\infty \parallel OZ$ );  $\rho_e, c_{pe}$  – плотность и теплоемкость при постоянном давлении вязкой жидкости;  $e_r$  и  $e_\theta$  – единичные векторы сферической системы координат;  $U_\infty = |U_\infty|$ ;  $\sigma_0$  – постоянная Стефана–Больцмана;  $\sigma_1$  – интегральная степень черноты;  $q_i(r, v)$  – внутренние источники тепла, неоднородно распределенные в объеме частицы;  $v_e$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости;  $K_{ts}$  – коэффициент теплового скольжения. В случае газа он определяется методами кинетической теории. При коэффициентах аккомодации тангенциального импульса и энергии, равных единице, газокинетический коэффициент  $K_{ts} = 1.152$  [1, 3].

Наличие источников (стоков) тепла внутри частицы приводит к тому, что средняя температура ее поверхности может существенно отличаться от температуры окружающей жидкости вдали от нее. Возникающее при этом повышение температуры поверхности частицы оказывает влияние на теплофизические характеристики жидкости и тем самым может существенно повлиять на распределение полей скорости и давления в ее окрестности. Из всех параметров переноса жидкости только коэффициент вязкости наиболее сильно зависит от температуры [9]. Для учета зависимости динамической вязкости от температуры воспользуемся формулой, позволяющей описывать изменение вязкости жидкости в широком интервале температур (при  $F_n = 0$  эту формулу можно свести к известному соотношению Рейнольдса [9])

$$\mu_e = \mu_\infty \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \left( \frac{T_e}{T_\infty} - 1 \right)^n \right] \exp \left\{ -A \left( \frac{T_e}{T_\infty} - 1 \right) \right\} \tag{1.4}$$

где  $A$  и  $F_n$  – постоянные,  $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$ .

Обезразмерим уравнения (1.1), (1.2) и граничные условия (1.3), введя безразмерную координату, скорость, температуру и давление следующим образом:  $y_k = x_k/R$ ,  $V_e = U_e/U_\infty$ ,  $t_k = T_k/T_\infty$ ,  $k = e, i$ . При числах Рейнольдса  $Re_\infty = (\rho_e U_\infty R)/\mu_\infty \ll 1$  набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние, и поэтому решение уравнений гидродинамики следует искать в виде разложения по числу Рейнольдса. При нахождении силы и скорости фотофореза ограничимся поправками первого порядка малости.

Решение уравнения, описывающее распределение температуры вне частицы, будем искать методом сращиваемых асимптотических разложений [10, 11]. Внутренние и внешние асимптотические разложения обезразмеренной температуры ищем в виде

$$t_e(y, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) t_{en}(y, \theta), \quad f_0(\varepsilon) = 1, \quad \varepsilon = Re_\infty \quad (1.5)$$

$$t_e^*(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^*(\varepsilon) t_{en}^*(\xi, \theta) \quad (1.6)$$

где  $\xi = \varepsilon y$  – “сжатая” радиальная координата [11],  $y = r/R$ .

При этом требуется, чтобы

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \rightarrow 0, \quad \frac{f_{n+1}^*}{f_n^*} \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (1.7)$$

Недостающие граничные условия для внутреннего и внешнего разложений вытекают из условия тождественности асимптотических продолжений того и другого в некоторую промежуточную область, т.е.

$$t_e(y \rightarrow \infty, \theta) = t_e^*(\xi \rightarrow 0, \theta) \quad (1.8)$$

Асимптотическое разложение решения внутри частицы, как показывают граничные условия на поверхности капли (1.3), следует искать в виде, аналогичном (1.5)

$$t_i(y, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) t_{in}(y, \theta) \quad (1.9)$$

Относительно функций  $f_n(\varepsilon)$  и  $f_n^*(\varepsilon)$  предполагается лишь, что порядок их малости по  $\varepsilon$  увеличивается с ростом  $n$ .

С учетом сжатой радиальной координаты имеем уравнения

$$Pr_\infty \left( V_r^* \frac{\partial t_e^*}{\partial \xi} + \frac{V_\theta^*}{\xi} \frac{\partial t_e^*}{\partial \theta} \right) = \Delta^* t_e^*, \quad t_e^* \rightarrow 0, \quad \xi \rightarrow \infty \quad (1.10)$$

$$V_e^*(\xi, \theta) = \mathbf{n}_z + \varepsilon V_{e1}^*(\xi, \theta) + \dots \quad (1.11)$$

Здесь  $\Delta^*$  – осесимметричный оператор Лапласа, полученный из  $\Delta$  заменой  $y$  на  $\xi$ ,  $V_r^* = V_r^*(\xi, \theta)$ ,  $V_\theta^* = V_\theta^*(\xi, \theta)$ ,  $t_e^* = t_e^*(\xi, \theta)$ ,  $Pr_\infty = \mu_\infty c_{pe}/\lambda_e$ ,  $Pr_\infty$  – число Прандтля,  $\mathbf{n}_z$  – единичный вектор в направлении оси  $z$ .

Вид граничных условий (1.3) указывает на то, что решение в нулевом приближении для компонент скорости следует искать в виде

$$V_r(y, \theta) = G(y) \cos \theta, \quad V_\theta(y, \theta) = -g(y) \sin \theta \quad (1.12)$$

где  $G(y)$ ,  $g(y)$  и  $h(y)$  – произвольные функции, зависящие от обезразмеренной координаты  $y$ .

**2. Распределение температуры в окрестности неравномерно нагретой частицы.** Найдем распределение температуры в окрестности нагретой частицы. Последовательно определяя нулевые и первые разложения и учитывая условия срачивания внутренних и внешних разложений аналогично [10], получаем

$$\begin{aligned}
 t_e^*(\xi, \theta) &= t_{e0}^* + \varepsilon t_{e1}^*, \quad t_e(y, \theta) = t_{e0} + \varepsilon t_{e1}, \quad t_i(y, \theta) = t_{i0} + \varepsilon t_{i1}, \quad t_{e0}^* = 1 \\
 t_{e1}^*(\xi, \theta) &= \frac{\gamma}{\xi} \exp\left\{\frac{Pr_\infty}{2}\xi(x-1)\right\}, \quad t_{e0}(y) = 1 + \frac{\gamma}{y}, \quad J = \frac{1}{V} \int_V q_i z dV \\
 t_{e1}(y, \theta) &= \frac{\omega_0}{2y}(\Gamma_1 - y) + \left\{\frac{\Gamma}{y^2} + \omega_0 \sum_{k=1}^3 A_k \tau_k\right\} \cos \theta, \quad \tau_3 = \frac{1}{2} \\
 t_{i0}(y) &= \left(B_0 + \frac{1+\omega}{4\pi R \lambda_{i\infty} T_{\infty} y} \int_V q_i dV + \int_V \frac{\Psi_0}{y} dy - \frac{1}{y} \int_V \Psi_0 dy\right)^{1/(1+\omega)} \\
 t_{i1}(y) &= \frac{B_1}{t_{i0}^\omega} + \frac{\cos \theta}{t_{i0}^\omega} \left( by + \frac{RJ}{3\lambda_{i\infty} T_{\infty} y^2} + \frac{1}{3(1+\omega)} \left[ y \int_1^y \frac{\Psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \Psi_1 dy \right] \right) \quad (2.1) \\
 \Psi_n(y) &= -\frac{R^2(1+\omega)}{\lambda_{i\infty} T_{\infty}} y^{2n+1} \frac{+1}{-1} \int_{-1}^+ q_i(r, \theta) P_n(x) dx, \quad (n \geq 0), \quad \omega_0 = \gamma Pr_\infty \\
 \tau_1(y) &= -\frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta_n^{(1)}}{(n+1)(n+3)(n+4)y^n}, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3, \quad A_3 = 1 \\
 \tau_2(y) &= -\frac{1}{y} \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\Delta_1^{(2)}}{6y} \ln y - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta_n^{(2)}}{(n^2-1)(n+2)y^n} - \frac{\alpha}{y^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ (n+1)(n+3) \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times (n+4) \ln\left(\frac{1}{y}\right) - (3n^2 + 16n + 19) \right] \frac{\Delta_n^{(1)}}{(n+1)^2(n+3)^2(n+4)^2 y^n} \right\}
 \end{aligned}$$

где  $\int_V q_i z dV$  – дипольный момент плотности тепловых источников,  $z = r \cos \theta$ ,  $P_n(x)$  – полиномы Лежандра,  $\gamma = t_{is} - 1$  – безразмерный параметр, характеризующий нагрев поверхности частицы,  $t_{is} = T_{is}/T_\infty$ ,  $T_{is}$  – средняя температура поверхности частицы, определяемая формулой

$$\frac{T_{is}}{T_\infty} = 1 + \frac{1}{4\pi R \lambda_{es} T_\infty} \int_V q_i(r, \theta) dV - \frac{\sigma_0 \sigma_1 R T_\infty^3}{\lambda_{es}} \left[ \left( \frac{T_{is}}{T_\infty} \right)^4 - 1 \right] \quad (2.2)$$

Здесь  $\lambda_{es} = \lambda_e(T_{is})$  и интегрирование в (2.2) ведется по всему объему частицы.

Постоянные интегрирования  $B_0, B_1, \Gamma, \Gamma_1, \Gamma$  определяются из граничных условий на поверхности частицы (равенства температур и потоков тепла), а  $A_1$  и  $A_2$  – для радиальной и касательной компонент массовой скорости.

При выполнении условия  $\lambda_e \ll \lambda_i$  в коэффициенте динамической вязкости можно пренебречь зависимостью по углу  $\theta$  в системе частица – жидкая среда и считать, что  $\mu_e(t_e) \approx \mu_e(t_{e0})$ . С учетом этого выражение (1.4) принимает вид

$$\mu_e = \mu_\infty \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{\gamma^n}{y^n} \right] \exp \left\{ -A \frac{\gamma}{y} \right\} \quad (2.3)$$

Формула (2.3) позволяет рассматривать по отдельности тепловую задачу и гидродинамическую. Сшивка решений происходит с помощью граничных условий на поверхности гидрозольной частицы.

**3. Вывод выражений для фотофоретической силы и скорости.** Подставляя (2.3) в уравнение гидродинамики (1.1) с учетом (1.12), разделив переменные, получаем дифференциальное уравнение для функции  $G(y)$ , решение которого ищем в виде обобщенных степенных рядов (см., например, [6, 12]). В конечном итоге имеем выражения для компонент массовой скорости, удовлетворяющие краевому условию при  $y \rightarrow \infty$

$$V_r(y, \theta) = \cos \theta (1 + A_1 G_1 + A_2 G_2), \quad V_\theta(y, \theta) = -\sin \theta (1 + A_1 G_3 + A_2 G_4)$$

$$G_1 = -\frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta_n^{(1)}}{(n+3)y^n}, \quad G_3 = G_1 + \frac{y}{2} G_1', \quad G_4 = G_2 + \frac{y}{2} G_2' \quad (3.1)$$

$$G_2 = -\frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta_n^{(2)}}{(n+1)y^n} - \frac{\alpha}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ (n+3) \ln \frac{1}{y} - 1 \right] \frac{\Delta_n^{(1)}}{(n+3)^2 y^n}$$

В (3.1)  $G_k^I, G_k^{II}$  – первая и вторая производные по  $y$  от соответствующих функций ( $k = 1, 2$ ). Значения коэффициентов  $\Delta_n^{(1)}$  ( $n \geq 1$ ) и  $\Delta_n^{(2)}$  ( $n \geq 3$ ) находятся с помощью рекуррентных соотношений

$$\Delta_n^{(1)} = -\frac{1}{n(n+5)} \sum_{k=1}^n [(n+4-k)(\alpha_k^{(1)}(n+5-k) - \alpha_k^{(2)}) + \alpha_k^{(3)}] \gamma^k \Delta_{n-k}^{(1)}$$

$$\Delta_n^{(2)} = -\frac{1}{(n+3)(n-2)} \left[ -6\alpha_n^{(4)} \gamma^{(n)} + \sum_{k=1}^n \{(n+2-k)[(n+2-k)\alpha_k^{(1)} - \alpha_k^{(2)}] + \alpha_k^{(3)} \} \gamma^k \Delta_{n-k}^{(2)} + \alpha \sum_{k=0}^n [(2n+5-2k)\alpha_k^{(1)} - \alpha_k^{(2)}] \gamma^k \Delta_{n-k-2}^{(1)} \right]$$

При вычислении коэффициентов  $\Delta_n^{(1)}$  и  $\Delta_n^{(2)}$  по вышеприведенным формулам необходимо учитывать, что

$$\Delta_0^{(1)} = -3, \quad \Delta_0^{(2)} = -1, \quad \Delta_2^{(2)} = 1,$$

$$\alpha_0^{(1)} = \alpha_0^{(4)} = 1, \quad \alpha_0^{(2)} = 4, \quad \alpha_0^{(3)} = A - 4, \quad \alpha_n^{(1)} = F_n, \quad \alpha_n^{(2)} = (4-n)F_n + AF_{n-1}$$

$$\alpha_n^{(3)} = 2AF_{n-1} - 2(2+n)F_n, \quad \alpha_n^{(4)} = \frac{A^n}{n!}, \quad \Delta_1^{(2)} = -\frac{\gamma}{4} [6\alpha_1^{(4)} + 2(3\alpha_1^{(1)} - \alpha_1^{(2)}) + \alpha_1^{(3)}]$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{15} \{ -6\gamma\alpha_2^{(4)} + [3(4\alpha_1^{(1)} - \alpha_1^{(2)}) + \alpha_1^{(3)}] \Delta_1^{(2)} - [2(3\alpha_2^{(1)} - \alpha_2^{(2)}) + \alpha_2^{(3)}] \gamma \}$$

Используя граничные условия на поверхности частицы для компонентов массовой скорости, можно найти постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$ , входящие в выражения (3.1). Приведем явный вид коэффициента  $A_2$ , поскольку, как будет показано ниже, через этот коэффициент выражается общая сила, действующая на твердую неравномерно нагретую сферическую частицу

$$A_2 = -\frac{N_2}{N_1} + \varepsilon 2K_{ts} \frac{v_{es} G_1}{R t_{is} U_\infty N_1} \left\{ \frac{RJ}{\lambda_{is} T_\infty \delta} + \frac{\omega_0 \lambda_{es}}{\delta \lambda_{is}} \left[ 1 + \frac{N_2(2\tau_2 + \tau_2')}{N_1} - \frac{2\tau_1 + \tau_1'}{G_1} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} G_2 \right) \right] \right\}$$

$$\delta = 1 + 2 \frac{\lambda_{es}}{\lambda_{is}} + 4 \frac{\sigma_0 \sigma_1 R T_\infty^3}{\lambda_{is} t_{is}^3}, \quad N_2 = -G_1', \quad N_2 = G_1 G_2' - G_2 G_1'$$

где  $\tau_1'$  и  $\tau_2'$  – первые производные по  $u$  от соответствующих функций.

Сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности частицы [8] и в данном случае равна  $F = -4\pi R \mu_\infty U_\infty A_2 \exp\{-A\gamma\}$ . Учитывая явный вид коэффициента  $A_2$ , получаем общее выражение для силы, действующей на твердую неравномерно нагретую сферическую частицы в вязкой несжимаемой жидкости. Эта сила аддитивно складывается из силы вязкого сопротивления среды  $F_\mu$  и силы  $F_q$

$$F = F_\mu + \varepsilon F_q \tag{3.2}$$

$$F_q = -8\pi R \mu_\infty K_{ts} \frac{G_1 v_{es}}{N_1 t_{is}} \left\{ \frac{J}{\lambda_{is} T_\infty \delta} + \frac{\omega_0 \lambda_{es}}{\delta R \lambda_{is}} \left[ 1 - \frac{N_2}{N_1} (2\tau_2 + \tau_2') - \frac{2\tau_1 + \tau_1'}{G_1} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} G_2 \right) \right] \right\} \exp\{-A\gamma\}, \quad F_\mu = 4\pi R \mu_\infty U_\infty \frac{N_2}{N_1} \exp\{-A\gamma\}$$

Приравняв общую силу  $F$  к нулю, получаем общее выражение для скорости упорядоченного движения твердой сферической частицы

$$U_q = -\varepsilon 2K_{ts} \frac{G_1 v_{es} \lambda_{es}}{N_2 t_{is} \lambda_{is} \delta} \left\{ \frac{J}{T_\infty} + \frac{\omega_0}{R} \left[ 1 - \frac{N_2(2\tau_2 + \tau_2')}{N_1} - \frac{2\tau_1 + \tau_1'}{G_1} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} G_2 \right) \right] \right\} \tag{3.3}$$

В случае, когда величина нагрева поверхности частицы достаточно мала, т.е. средняя температура поверхности незначительно отличается от температуры окружающей среды на бесконечности ( $\gamma \rightarrow 0$ ), зависимостью коэффициентов переноса от температуры можно пренебречь и тогда  $G_1 = 1$ ,  $G_1' = -3$ ,  $G_2 = 1$ ,  $G_2' = -1$ ,  $N_1 = 2$ ,  $N_2 = 3$ ,  $\tau_1 = -1/4$ ,  $\tau_1' = 3/4$ ,  $\tau_2 = 1/2$ ,  $\tau_2' = -1/2$  и формулы (3.2), (3.3) переходят в известные выражения для газа, например [2] (при  $\omega_0 = 0$ ).

**4. Анализ полученных результатов.** Формулы (3.2), (3.3) позволяют оценить влияние движения среды и нагрева поверхности при экспоненциально-степенном виде зависимости вязкости окружающей жидкости от температуры на величины фотофоретической силы и скорости при произвольных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее.

В общем случае фотофоретическая сила (фотофоретическая скорость) складывается из суммы двух слагаемых, появление которых обусловлено соответственно чисто фотофоретической силой (скоростью) – первое слагаемое пропорционально дипольному моменту плотности тепловых источников  $J$ , неоднородно распределенных в объеме частицы, и второе слагаемое учитывает влияние движения среды (т.е. учет конвективных членов в уравнении теплопроводности).

В случае фотофоретической силы, как видно из формулы (3.2), основной вклад в поведение частицы дает учет зависимости коэффициента динамической вязкости от температуры. Поскольку даже небольшое повышение средней относительной температуры поверхности частицы приводит к значительному уменьшению коэффициента вязкости жидкости вблизи частицы.

В случае фотофоретической скорости, как видно из формулы (3.3), ситуация выглядит по-другому. Второе слагаемое в (3.3) пропорционально  $\omega_0 = \gamma Pr_\infty$ , т.е. произведению числа Прандтля на относительный перепад температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее. Учитывая, что в жидкости число  $Pr_\infty$ , в отличие от газа, где оно порядка единицы, может принимать большие значения, например для глицерина при  $T = 293$  К,  $Pr_\infty = 7250$ ; для воды при  $T = 293$  К,  $Pr_\infty = 6.75$  и относительный перепад температуры  $\gamma$  может быть тоже существенным, то вклад второго слагаемого по порядку величины, может быть, сравним с основным эффектом.

Формулы (3.2), (3.3) показывают также, что на величины и направления  $F_q$  и  $U_q$  будет оказывать влияние величины и направление дипольного момента плотности тепловых источников и теплопроводность частицы. При  $\lambda_i \rightarrow \infty$  значения  $F_q$  и  $U_q$  при фиксированной величине дипольного момента плотности тепловых источников стремятся к нулю.

Чтобы оценить, какой вклад движение среды оказывает на скорость фотофореза твердой сферической частицы, необходимо конкретизировать природу тепловых источников, неоднородно распределенных в ее объеме. В качестве примера рассмотрим простой случай, когда частица поглощает излучение как черное тело, т.е. нагрев частицы происходит за счет поглощения электромагнитного излучения. В этом случае поглощение излучения происходит в тонком слое толщиной  $\delta R \ll R$ , прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной  $\delta R$  определяется с помощью формулы [13]

$$q_i(r, \theta) = \begin{cases} -\frac{I_0}{\delta R}, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \quad R - \delta R \leq r \leq R \\ 0, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

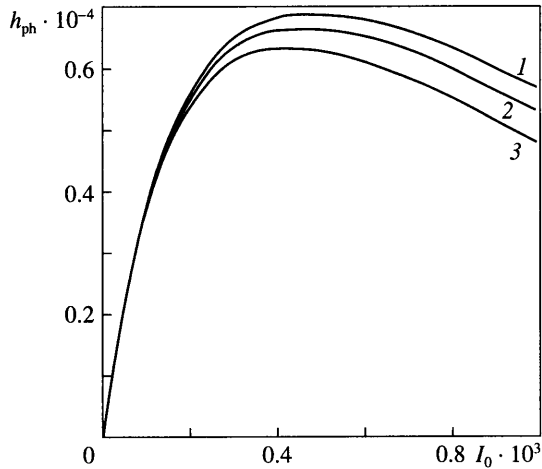
где  $I_0$  – интенсивность падающего излучения, связанная со средней температурой поверхности частицы  $T_{is}$  соотношением  $T_{is} = T_\infty + RI_0/(4\lambda_e)$ .

В результате получаем выражения для силы и скорости фотофоретического движения абсолютно черных твердых частиц сферической формы с учетом влияния движения среды

$$F_{ph} = \varepsilon 6\pi R \mu_\infty K_{is} f_{ph}, \quad U_{ph} = \varepsilon K_{is} h_{ph} \quad (4.1)$$

$$f_{ph} = \frac{2}{3} \frac{G_1 v_{es}}{N_1 t_{is} \lambda_{is} \delta T_\infty} I_0 \left\{ 1 - \frac{Pr_\infty}{2} \left[ 1 - \frac{N_2(2\tau_1 + \tau_2')}{N_1} - \frac{2\tau_1 + \tau_1'}{G_1} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} G_2 \right) \right] \right\} \exp\{-A\gamma\}$$

$$h_{ph} = \frac{G_1 v_{es}}{N_2 t_{is} \lambda_{is} \delta T_\infty} I_0 \left\{ 1 - \frac{Pr_\infty}{2} \left[ 1 - \frac{N_2(2\tau_2 + \tau_2')}{N_1} - \frac{2\tau_1 + \tau_1'}{G_1} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} G_2 \right) \right] \right\}$$



Зависимость функции  $h_{ph}$  от интенсивности падающего излучения  $I_0$  (Вт/см<sup>2</sup>): 1–3 –  $\omega = 0.5; 0.7$  и 1

Для иллюстрации вклада нагрева поверхности и движения среды в скорость фотофореза твердой гидрозолевой частицы на фигуре приведены значения функции  $|h_{ph}|$  от  $I_0$ . Численные оценки проводились для частиц борированного графита, взвешенных в воде при  $T_\infty = 273$  К,  $R = 25$  мкм,  $\lambda_{is} = 55$  Вт/м град,  $Pr_\infty = 12.99$ , которые показали существенный вклад движения среды в скорость фотофореза нагретой твердой частицы.

**Заключение.** В стоковском приближении при малых числах Пекле и Рейнольдса получены аналитические выражения для фотофоретической силы и фотофоретической скорости движения нагретой твердой гидрозолевой частицы сферической формы при произвольных перепадах температуры в ее окрестности. Результаты работы могут быть использованы при проектировании экспериментальных установок, в которых необходимо обеспечить направленное движение гидрозолевых частиц; при оценке скорости осаждения гидрозолевых частиц в каналах; создании установок, предназначенных для селективного разделения частиц по размерам. Количественное исследование обсуждаемого явления для твердых неравномерно нагретых частиц представляет собой вполне реальную экспериментальную задачу.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баканов С.П., Ролдугин В.И. О двух методах построения теории термофореза крупных аэрозольных частиц // Коллоид. журн. 1977. Т. 39. № 6. С. 1027–1038.
2. Кутуков В.Б., Шукин Е.Р., Яламов Ю.И. О фотофоретическом движении крупной аэрозольной частицы в поле оптического излучения // Журн. техн. физики. 1976. Т. 46. № 3. С. 626–627.
3. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // Журн. техн. физики. 1982. Т. 52. Вып. 11. С. 2253–2261.
4. Борис А.Ю. Термофорез и взаимодействие равномерно нагретых сферических частиц в газе // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 2. С. 324–327.
5. Шукин Е.Р., Малай Н.В. Фотофоретическое и термодиффузиофоретическое движение нагретых нелетучих аэрозольных частиц // Инж.-физ. журн. 1988. Т. 54. № 4. С. 628–635.
6. Малай Н.В. К вопросу о термофорезе твердой сферической частицы в жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 6. С. 145–154.



7. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
9. Бретшнайдер Ст. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.; Л.: Химия, 1966. 535 с.
10. Acrivos A., Taylor T.D. Heat and mass transfer from single spheres in stokes flow // Phys. Fluids. 1962. V. 5. № 4. P. 387–394.
11. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
12. Малай Н.В., Шукин Е.Р., Яламов Ю.И. Влияние движения среды на термокапиллярную силу нагретой капли в вязкой жидкости в поле внешнего градиента температуры // Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40. № 1. С. 114–120.
13. Борен К.Ф., Хафмен Д.Р. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.

Белгород

Поступила в редакцию  
17.XI.2005