

УДК 532.66

© 2006 г. О. Е. АЛЕКСАНДРОВ

УРАВНЕНИЕ КОНВЕКТИВНОЙ ДИФFUЗИИ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ В КАПИЛЛЯРЕ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОЛЯ СКОРОСТИ

Показано, что конвективный перенос в бинарной смеси при вихревой конвекции может быть описан в терминах закона Фика с эффективным коэффициентом диффузии, не зависящим от концентрации. Определен вид эффективного коэффициента диффузии для произвольной конвекции смеси. Предложено обобщение уравнения диффузии Стефана–Максвелла на случай диффузии в многокомпонентной смеси при произвольном вихревом поле скорости движения смеси. Рассмотрены особенности конвективного переноса на примере трехкомпонентной смеси. Приведено решение уравнения конвективного переноса через длинный капилляр для трехкомпонентной смеси в условиях однородной вдоль оси капилляра конвекции. Установлено, что при сильно различающихся коэффициентах диффузии компонентов возможно возникновение экстремума плотности смеси внутри капилляра, а также изменение и исчезновение экстремума в зависимости от величины конвективного потока.

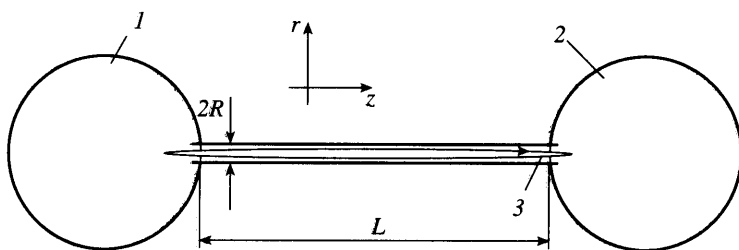
Ключевые слова: многокомпонентные смеси, диффузия, конвекция.

Данная работа – продолжение [1, 2], где найдено решение стационарного уравнения диффузии для неоднородной трехкомпонентной газовой смеси в длинном канале в отсутствие движения смеси и с учетом движения смеси вдоль оси канала с постоянной скоростью. Свободная конвекция в неоднородной трехкомпонентной газовой смеси в поле сил тяжести при условиях, когда плотность смеси сверху ниже, чем внизу, открыта в 1966 г. Первые исследования [3–5] и последующие экспериментальные данные [6, 7] показали, что конвекция обладает целым рядом особенностей. Подробнее о экспериментальных исследованиях см. [3–8].

С целью установления причин аномальной конвекции в [7] решена стационарная система уравнений устойчивой трехкомпонентной диффузии через капилляр для случая малой концентрации одного из компонентов. Точное решение этой задачи для произвольных концентраций компонентов приведено в [1, 2]. Показано, что при значительно различающихся коэффициентах диффузии компонентов смеси внутри канала может возникнуть экстремум плотности смеси. При этом устойчивость в поле силы тяжести нарушается, даже если в верхней колбе плотность смеси меньше, чем в нижней.

Для более полного описания указанного феномена в условиях конвективного движения смеси необходимо решение гидродинамической задачи переноса – совместное решение уравнений диффузии и Навье–Стокса в задаче о свободной конвекции в поле силы тяжести. Отыскание такого решения – весьма сложная задача из-за нелинейности уравнений переноса. Причем, если уравнение Навье–Стокса для задачи можно линеаризовать, так как течение достаточно медленное, то уравнение многокомпонентной диффузии, как казалось до настоящего момента, принципиально не линеаризуется, за исключением предела бесконечно малой концентрации одного из компонентов.

В работе рассматриваются особенности диффузионно-конвективного переноса и показано, что конвективный перенос, обусловленный вихревым движением смеси, может быть описан подобно молекулярной диффузии в терминах закона Фика с эффективным



Фиг. 1. Схема диффузии через капилляр: 1, 2 – колбы с концентрациями компонентов смеси C_{1i} , C_{2i} и давлением смеси P_1 , P_2 соответственно, 3 – конвективное течение газа (циркуляция) в капилляре

коэффициентом диффузии, не зависящим от концентрации, а уравнение Стефана–Максвелла может быть записано в квазилинейной относительно концентрации форме.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу стационарного конвективного движения трехкомпонентной смеси идеальных газов через длинный ($L \gg r$) капилляр, где L – длина и R – радиус капилляра. Схема приведена на фиг. 1. Для определенности ниже всюду предполагается, что индекс $i = 1, 2, 3$ нумерует компоненты смеси и они упорядочены так, чтобы $m_1 < m_2 < m_3$, где m_i – масса молекулы i -го компонента.

Пусть в колбах (фиг. 1) поддерживаются постоянные значения концентраций компонентов смеси и давления смеси, и полный поток частиц через канал равен нулю, т.е. рассматриваем только вихревую конвекцию, когда движение смеси в одном направлении сопровождается противотоком смеси, равной интенсивности. Система полагается изотермической. В этом случае, стационарный перенос в трехкомпонентной смеси через капилляр описывается уравнениями непрерывности, Навье–Стокса и Стефана–Максвелла. Система уравнений непрерывности и диффузии выглядит так

$$T = \text{const}, \quad \sum_i c_i = 1, \quad n \sum_i c_i \mathbf{u}_i = \mathbf{j},$$

$$\text{div}(nc_i \mathbf{u}_i) = 0, \quad \sum_{j=1}^3 \frac{c_i c_j}{D_{ij}} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) = -\text{grad}(c_i), \quad i = 1, 2$$
(1.1)

где T – температура газа; n – числовая плотность газа, причем n изменяется вдоль капилляра из-за бароэффекта и наличия гравитации; c_i – молярная концентрация i -го компонента; \mathbf{u}_i – вектор среднечисловой скорости i -го компонента; \mathbf{j} – плотность полного потока частиц; D_{ij} – коэффициент взаимодиффузии i -го и j -го компонентов. В системе (1.1) имеются 12 неизвестных (c_i , \mathbf{u}_i) и 12 независимых уравнений, т.е. она полная.

Роль уравнения Навье–Стокса сводится к тому, что в смеси может быть возбуждено течение и пространственное распределение плотности потока \mathbf{j} для этого течения будет определяться уравнением Навье–Стокса. Поскольку система (1.1) полная, можно утверждать, что в канале существует некоторое течение смеси, описываемое векторным полем плотности потока частиц $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r})\mathbf{u}(\mathbf{r})$, где \mathbf{u} – среднечисловая скорость движения смеси. В общем случае $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ зависит от распределения концентраций, а для задачи свободной гравитационной конвекции $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ – определяется распределением концентраций.

В силу независимости $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ от поля концентраций, например можно устанавливать поле течения внешним воздействием на газ, то можно и нужно сформулировать такую задачу диффузионно-конвективного переноса: при данном поле $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ и граничных условиях для концентрации определить поле концентраций. В результате решения этой задачи можно получить $c_i(\mathbf{r}, \mathbf{j}(\mathbf{r}))$.

2. Эффективный коэффициент диффузии. Обычный метод решения системы (1.1) – преобразование ее к системе уравнений диффузии, аналогичных уравнению конвективной бинарной диффузии ([7, 9])

$$\operatorname{div}(nD_{ef}\operatorname{grad}(c_i)) + n\mathbf{u}_i\operatorname{grad}(c_i) = 0 \quad (2.1)$$

где nD_{ef} – эффективный коэффициент диффузии i -го компонента в смеси. Эффективный коэффициент диффузии в этом подходе получается в виде функции от концентраций c_i и коэффициентов молекулярной диффузии D_{ij} , решить соответствующую систему уравнений не удается.

Помимо нецелесообразности преобразования системы (1.1) к форме (2.1) это усложняет систему, увеличивая порядок дифференциального уравнения, это преобразование возможно не всегда. Уравнение Стефана–Максвелла справедливо только в системе координат, относительно которой смесь покоится либо движется равномерно и прямолинейно. При преобразовании (1.1) к виду (1.2) об этом часто забывают, полагая, что \mathbf{u}_i может быть произвольным вектором. На самом деле предположение о произвольности \mathbf{u}_i приводит к противоречию в уравнении Стефана–Максвелла.

Введем обозначение для потока частиц компонента: $\mathbf{j}_i = nc_i\mathbf{u}_i$ и перепишем уравнение Стефана-Максвелла в форме

$$-\operatorname{grad}(c_i) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{nD_{ij}}(c_j\mathbf{j}_i - c_i\mathbf{j}_j), \quad i = 1, 2 \quad (2.2)$$

Любое непрерывное векторное поле \mathbf{j}_i может быть однозначно (с точностью до констант) представлено в виде суперпозиции вихревого и потенциального полей [10]

$$\mathbf{j}_i = \operatorname{rot}(\Psi_i) + \operatorname{grad}(\varphi_i) \quad (2.3)$$

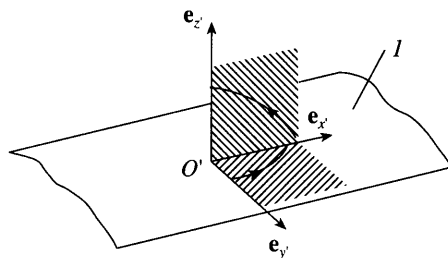
где Ψ_i – векторный потенциал, а φ_i – скалярный потенциал потока. В этих обозначениях можно переписать в виде

$$\begin{aligned} -\operatorname{grad}(c_i) = & \sum_{j=1}^3 \frac{1}{nD_{ij}}[c_j\operatorname{rot}(\Psi_j) - c_j\operatorname{rot}(\Psi_i)] + \\ & + \sum_{j=1}^3 \frac{1}{nD_{ij}}(c_i\operatorname{grad}(\varphi_j) - c_j\operatorname{grad}(\varphi_i)), \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Заметим, что отношение $(c_i/nD_{ij}) > 0$ и проанализируем тип векторных полей слева и справа в равенстве. Векторное поле, порождаемое градиентом скалярной функции, обладает незамкнутыми линиями тока. Векторное поле, порождаемое ротором векторной функции, обладает замкнутыми линиями тока. Умножение векторного поля на положительную непрерывную скалярную функцию не может изменить тип поля, т.е. разомкнуть или замкнуть линии тока. Тогда слева в уравнении стоит потенциальное поле, а справа – сумма потенциального и вихревого поля. Такое равенство никогда не может выполняться. Единственный возможный вариант – это тривиальное равенство нулю суммы, содержащей ротор. Непротиворечивой формой уравнения (2.2), таким образом, может быть только

$$-\operatorname{grad}(c_i) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{nD_{ij}}(c_i\operatorname{grad}(\varphi_j) - c_j\operatorname{grad}(\varphi_i)), \quad i = 1, 2 \quad (2.5)$$

Но в этом случае уравнение и система становятся независимыми от вихревого потока, что явно противоречит эксперименту – при наличии циркуляции в канале поток ком-



Фиг. 2. Система локальных ортогональных координат: I – поверхность равной концентрации ($c = \text{const}$)

понентов смеси через канал увеличивается. Следовательно, циркуляция должна входить в уравнение через эффективные коэффициенты nD_{ij} , которые для вихревых течений не совпадают с молекулярными коэффициентами диффузии. Поток $c_i \text{grad}(\varphi_i)$ в уравнении описывает перенос компонента из одной точки пространства в другую, связанный с присутствием градиента концентрации в системе. Достаточно очевидно, что при отсутствии градиента концентрации никакая циркуляция не приведет к возникновению переноса.

Для определения эффективного бинарного коэффициента диффузии рассмотрим бинарную смесь и чисто вихревое течение смеси $\mathbf{j} = \text{rot}(\Psi)$. Перейдем в новую систему координат (x', y', z') с ортами

$$\mathbf{e}_{z'} = \frac{\text{grad}(c)}{|\text{grad}(c)|}, \quad \mathbf{e}_{y'} = \frac{\Psi - \mathbf{e}_{z'}(\mathbf{e}_{z'}\Psi)}{|\Psi - \mathbf{e}_{z'}(\mathbf{e}_{z'}\Psi)|}, \quad \mathbf{e}_{x'} = \mathbf{e}_{y'} \times \mathbf{e}_{z'} \quad (2.6)$$

Здесь c – концентрация любого из двух компонентов бинарной смеси. Соответствующая локальная система координат изображена на фиг. 2. Замена в (2.6), например, концентрации первого компонента $c = c_1$ на $c_2 = (1 - c_1)$ меняет только направление оси Z' на противоположное, оставляя все последующие рассуждения справедливыми. Уравнение диффузии должно быть инвариантно, относительно преобразования координат из одной ортогональной системы в другую [10].

Движение смеси в дифференциально малой окрестности начала координат новой системы представляет собой суперпозицию движения в плоскостях $(XY)'$ и $(XZ)'$. Векторный потенциал в этой системе координат можно записать так

$$\Psi' = \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi'_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi'_z \end{pmatrix} = \Psi'_y + \Psi'_z \quad (2.7)$$

В этом случае уравнение бинарной конвективной диффузии можно записать

$$\text{div}(nD\text{grad}(c)) + \text{rot}(\Psi')\text{grad}(c) = 0$$

Поскольку, в силу определений (2.6) и (2.7), скалярное произведение $\text{rot}(\Psi'_z)\text{grad}(c) \equiv 0$ (это обусловлено очевидным требованием отсутствия переноса вдоль поверхности равной концентрации) уравнение преобразуется к виду

$$\text{div}(nD\text{grad}(c)) + \text{rot}(\Psi'_y)\text{grad}(c) = 0$$

что эквивалентно уравнению

$$\operatorname{div}[-D_m \operatorname{grad}(c)] = 0, \quad D_m = \begin{pmatrix} nD - \Psi'_y \\ \Psi'_y \quad nD \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Уравнение (2.8) есть уравнение сохранения числа частиц для компонента смеси, тогда поток

$$\mathbf{j}_{ef} = -D_m \operatorname{grad}(c) \quad (2.9)$$

можно рассматривать как эффективный диффузионный поток компонента, а множитель перед градиентом концентрации – как эффективный коэффициент диффузии.

Компоненты потока можно записать

$$j_{xef} = -nD \frac{\partial c}{\partial x'} + \Psi'_y \frac{\partial c}{\partial z'}, \quad j_{zef} = -nD \frac{\partial c}{\partial z'} - \Psi'_y \frac{\partial c}{\partial x'} \quad (2.10)$$

при этом следует потребовать, чтобы j_{xef} был равен нулю, так как перенос вдоль поверхности равной концентрации должен отсутствовать. Подставляя уравнение $0 = -nD \partial c / \partial x' + \Psi'_y \partial c / \partial z'$ в (2.10), имеем

$$\mathbf{j}_{ef} = \mathbf{e}_{z'} \left(nD + \frac{(\Psi'_y)^2}{nD} \right) \frac{\partial c}{\partial z'}$$

где $\mathbf{e}_{z'}$ – единичный вектор, совпадающий по направлению с градиентом концентрации (см. (2.6)). Совершив переход в исходную систему координат, получим

$$\mathbf{j}_{ef} = \left(nD + \frac{(\Psi - \mathbf{e}_{z'}(\mathbf{e}_{z'} \Psi))^2}{nD} \right) \operatorname{grad}(c) \quad (2.11)$$

Следовательно, поток компонента бинарной смеси в чисто вихревом течении смеси можно представить как произведение скаляра на градиент концентрации.

Выражение (2.11) совпадает по форме с законом Фика для молекулярной диффузии, и скаляр должен трактоваться как эффективный коэффициент диффузии для вихревого течения

$$nD_{ef} = nD + \frac{(\Psi + \mathbf{e}_{z'}(\mathbf{e}_{z'} \Psi))^2}{nD} \quad (2.12)$$

Эффективный коэффициент диффузии (2.12) зависит от координат, так как от координат зависит векторный потенциал скорости, и от направления, поскольку зависит от взаимной ориентации векторов Ψ и $\operatorname{grad}(c)$. В остальном выражение (2.11) вполне совпадает с классическим законом Фика для молекулярной диффузии в анизотропной среде. Следовательно, эффективный коэффициент диффузии бинарной смеси (2.12) может быть прямо использован в обобщении закона Фика на многокомпонентные смеси, т.е. в уравнении Стефана–Максвелла

$$-\operatorname{grad}(c_i) = \sum_{j=1}^3 (c_j \operatorname{grad}(\varphi_j) - c_j \operatorname{grad}(\varphi_i)) \left(nD_{ij} + \frac{(\Psi + \mathbf{e}_{z'}(\mathbf{e}_{z'} \Psi))^2}{nD_{ij}} \right)^{-1} \quad (2.13)$$

Уравнение (2.13) – непротиворечивое обобщение уравнения Стефана–Максвелла для случая конвективно-диффузионного переноса в многокомпонентной смеси при ее вихревом движении, заданном полем потока полного числа частиц $j = \text{rot}(\Psi)$. Вектор $\mathbf{j}_{i\text{ef}} = \text{grad}(\varphi_i)$ описывает эффективный поток компонента смеси, обусловленный наличием градиента концентрации.

В общем случае уравнение (2.13) нелинейно относительно концентрации, поскольку эффективный коэффициент диффузии зависит от направления градиента концентрации в точке \mathbf{e}_z . Знак вектора \mathbf{e}_z несуществен, и замена \mathbf{e}_z на $-\mathbf{e}_z$ не меняет выражения для эффективного коэффициента диффузии (2.12), т.е. безразлично концентрацию какого из компонентов бинарной смеси использовать в (2.12) и (2.13). Это уравнение становится линейным в случае плоского течения, когда скорость течения имеет только две ненулевые компоненты (u_x, u_z) и концентрация – функция только двух координат: x, z . В этом случае $\mathbf{e}_z \Psi \equiv 0$ и зависимость от направления градиента концентрации исчезает из эффективного коэффициента диффузии.

3. Свойства градиентного переноса в вихревом течении. Рассмотрим свойства градиентного переноса в вихревых течениях на основании уравнения (2.13). Основное свойство следует из вида эффективного коэффициента диффузии (2.12): с ростом интенсивности вихревого движения подвижности компонентов смеси изменяются.

Действительно, для нулевой скорости течения эффективный коэффициент диффузии совпадает с молекулярным и в общем случае чем тяжелее молекулы в паре компонентов i и j , тем ниже их подвижность (меньше коэффициент nD_{ij}). Следовательно, молекулы смеси более тяжелых компонентов переносятся (например, через капилляр) относительно медленнее, чем молекулы смеси более легких компонентов при том же градиенте концентрации.

С ростом Ψ эффективный коэффициент диффузии стремится к

$$\lim_{|\Psi| \rightarrow \infty} nD_{ij\text{ef}} = (\Psi - \mathbf{e}_z(\mathbf{e}_z \Psi))^2 / nD_{ij}$$

т.е. при одном и том же вихревом потоке более легкие компоненты имеют меньшую подвижность, чем более тяжелые.

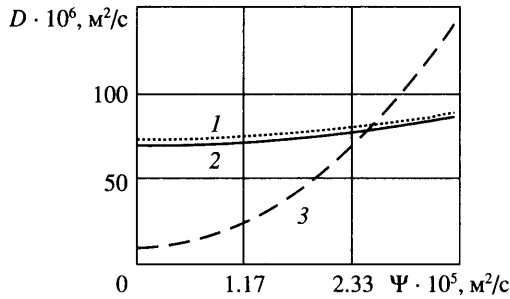
Для бинарной диффузии через капилляр это приводит к тому, что с ростом циркуляции в канале потоки компонентов через него возрастают медленнее для легких смесей, чем для тяжелых в тех же условиях. Для многокомпонентных смесей изменение относительной подвижности приведет к изменению распределения концентрации в канале при вариации интенсивности течения, если даже распределение поля скорости сохраняется.

Вернемся к исходной задаче: определить распределение концентраций в длинном канале при диффузии через него трехкомпонентной смеси в условиях конвективного движения. Уравнение (2.13) сравнительно просто разрешимо для геометрий, когда можно априорно указать основное направление градиента концентрации, например, как это имеет место в длинном капилляре.

Для капилляра можно сначала попытаться определить зависимость средней по сечению канала концентрации $\langle c_i(z) \rangle$ от продольной координаты. Для этого усредним уравнение (2.13) по сечению капилляра, предполагая, что течение медленное и концентрация слабо изменяется по радиусу

$$\frac{\partial \langle c_i \rangle}{\partial z} = \sum_{j=1}^3 (\langle c_i \rangle \langle j_{zj\text{ef}} \rangle - \langle c_j \rangle \langle j_{zi\text{ef}} \rangle) \left\langle nD_{ij} + \frac{(\Psi + \mathbf{e}_z(\mathbf{e}_z \Psi))^2}{nD_{ij}} \right\rangle^{-1}$$

Здесь использовано приближение $\langle Y(r)X(r) \rangle \approx \langle Y(r) \rangle \langle X(r) \rangle$. Плотность потока $\langle j_{zi\text{ef}} \rangle$ – константа, поскольку стенки канала непроницаемы для молекул смеси. Предположив,



Фиг. 3. Эффективный коэффициент бинарной диффузии D_i как функция интенсивности циркуляции: 1 – $\text{H}_2\text{-N}_2$, 2 – $\text{H}_2\text{-Ar}$, 3 – $\text{N}_2\text{-Ar}$

что направление градиента концентрации практически совпадает с осью капилляра, получим уравнение

$$-\frac{\partial \langle c_i \rangle}{\partial z} = \sum_{j=1}^3 (\langle c_i \rangle \langle j_{zj\ ef} \rangle - \langle c_j \rangle \langle j_{zi\ ef} \rangle) \left\langle nD_{ij} + \frac{(\Psi - \mathbf{e}_z \Psi_z)^2}{nD_{ij}} \right\rangle^{-1} \quad (3.1)$$

Это уравнение линейно относительно $\langle c_i(z) \rangle$ и, следовательно, имеет единственное решение.

Ограничимся пока рассмотрением простейшего случая – однородной по оси Z циркуляции смеси (Ψ не зависит от z). В этом случае уравнение (3.1) становится линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами и по форме система уравнений для капилляра

$$\sum_i c_i = 1, \quad \sum_i j_i = 0, \quad j_i = \text{const}_i, \quad i = 1, 2 \quad (3.2)$$

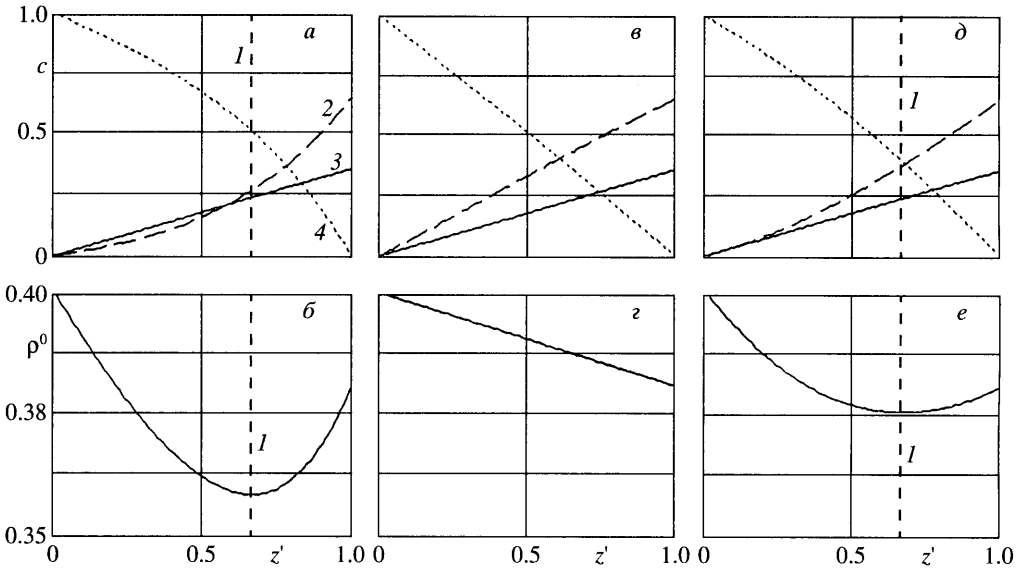
$$\sum_{j=1}^3 \frac{1}{nD_{ij}} (c_i j_j - c_j j_i) = -\frac{dc_i}{dz}, \quad i = 1, 2$$

совпадает с системой уравнений трехкомпонентной молекулярной диффузии через капилляр [1]. Здесь и далее опущен индекс “ef” при коэффициенте диффузии ($nD_{ij} = nD_{ij\ ef}$) и индексы “z” и “ef” при потоке ($j_i = j_{zi\ ef}$). Единственное отличие системы (3.2) от [1]: вместо коэффициента молекулярной диффузии уравнение содержит эффективный коэффициент диффузии, зависящий от интенсивности течения смеси в канале. В остальном решение, полученное в [1, 2], остается полностью применимым и для системы (3.2).

При значительном различии масс компонентов смеси и, как следствие, существенном различии коэффициентов бинарной диффузии в капилляре может возникать экстремум плотности смеси [1, 2]. В результате смесь в вертикальном канале может утратить устойчивость, и начнется конвекция. В [7] описаны экспериментальные исследования по конвективной неустойчивости диффузии трехкомпонентных смесей через вертикальный канал для различных газов.

Рассмотрим, как повлияет возникновение однородной по длине канала конвекции на распределение плотности смеси вдоль канала при постоянном значении концентрации компонентов смеси на его концах. Для примера возьмем смесь $\text{H}_2\text{-N}_2\text{-Ar}$, другие смеси рассмотрены в [1, 7].

Эффективные коэффициенты диффузии (2.12) будут изменяться с ростом интенсивности циркуляции Ψ , как это показано на фиг. 3. Здесь интенсивность циркуляции Ψ связана с вихревым потенциалом как $\Psi = |\Psi - \mathbf{e}_z \Psi_z|$ и полагается, что $|\Psi| = 0$ при отсутствии движения смеси. В более общем случае под интенсивностью циркуляции следует



Фиг. 4. Распределение концентрации (а), (в), (д) и плотности ρ^0 (б), (г), (е) вдоль канала для смеси, состоящей из N_2 на одном конце и $0.35 H_2 + 0.65 Ar$ на другом, при интенсивности циркуляции: а, б – $\Psi = 0$; в, г – $\Psi = 0.3614nD_1$ и д, е – $\Psi = 4 \cdot nD_1$; l – положение экстремума плотности, 2 – Ar, 3 – H_2 , 4 – N_2

понимать $|\Psi - e_z(e_z\Psi)|$. При интенсивности циркуляции $\Psi = 0.3614nD_1$ значения эффективных коэффициентов практически равны, при больших значениях интенсивности циркуляции подвижность пары N_2 –Ar (D_3) начинает превосходить подвижность пар H_2 – N_2 (D_1) и H_2 –Ar (D_2).

Вместе с подвижностью изменяется и распределение плотности смеси вдоль канала. При $\Psi = 0$ распределение плотности имеет экстремум (фиг. 4). При повышении Ψ до $0.3614 \cdot nD_1$ экстремум исчезает и распределение плотности становится линейным, а затем при дальнейшем увеличении до $4 \cdot nD_1$ вновь возникает экстремум на том же самом месте канала. С дальнейшим ростом Ψ экстремум практически не изменяется. Величины потоков через капилляр относительно потоков при $\Psi = 0$ приведены в таблице.

Единственное отличие экстремума при $\Psi = 4nD_1$ – несколько меньшая абсолютная величина экстремума. Таким образом, трехкомпонентная смесь в вертикальном капилляре будет неустойчива как при отсутствии циркуляции (первая область неустойчивости), так и при наличии достаточно интенсивной однородной по длине канала циркуляции (вторая область неустойчивости), и существует некоторое промежуточное значение циркуляции, при котором смесь устойчива.

Такое поведение вполне может объяснить наблюдавшиеся в эксперименте [7] колебательные процессы в конвективном движении. Так как в отсутствие циркуляции возникает максимальная неустойчивость, в процессе развития циркуляции могут иметь место два сценария: 1) с возрастанием Ψ уменьшается неустойчивость, и циркуляция стабилизируется на некотором уровне (достаточно низком – порядка скорости диффузионного потока); 2) возникшая неустойчивость достаточно велика, а циркуляция достаточно интенсивна, чтобы перейти точку устойчивости и попасть во вторую область неустойчивости, и возрастать далее. В последнем случае максимальная величина циркуляции будет определяться вязким трением в газе. И наконец, в случае, если интенсивность циркуляции во второй области неустойчивости невысока, т.е. близка к точке устойчиво-

Ψ	$j_1/j_1(0)$	$j_2/j_2(0)$	$j_3/j_3(0)$
$0.3614nD_1$	1.1	3	34
$4nD_1$	14.5	105	1593

сти, то можно наблюдать обратный переход – уменьшение циркуляции вплоть до исчезновения неустойчивости и, как следствие, самой циркуляции. В результате система снова попадает в первую область неустойчивости, и в ней вновь возникнет циркуляция, после чего цикл увеличение – уменьшение может повториться, порождая наблюдаемые в эксперименте циклические процессы.

При достаточной величине циркуляции во второй области неустойчивости переход системы из второй области неустойчивости в первую может носить характер аperiodических возмущений. Дело в том, что вблизи точки устойчивости циркуляция стремится к затуханию, и если случайное возмущение приблизит интенсивность циркуляции (вторая область неустойчивости) к точке устойчивости, то произойдет переход в первую область.

Формально, решение [1] может приводить к распределению плотности, имеющему не только минимум плотности, но и максимум (хотя на исследованных экспериментально смесях максимум не наблюдается). Для экстремума–максимума вторая область неустойчивости отсутствует.

Заключение. Предложенное обобщение уравнения Стефана–Максвелла на случай вихревых течений смеси позволяет получить распределение концентрации и плотности смеси вдоль длинного капилляра в условиях однородной по длине капилляра конвекции. Обобщение уравнения Стефана–Максвелла выведено без явных предположений о виде вихревого течения и может быть применено для описания переноса в более сложных течениях.

Для трехкомпонентной смеси увеличение интенсивности циркуляции может приводить к изменению распределения плотности вдоль канала. Причем для некоторых смесей может наблюдаться экстремум плотности как в отсутствие циркуляции, так и при ее достаточной интенсивности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров О.Е. Точное решение уравнения диффузии через капилляр для трехкомпонентной смеси // Журн. техн. физики. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 21–24.
2. Александров О.Е. Точное решение уравнения диффузии через капилляр для трехкомпонентной смеси // ПМТФ. 2002. Т. 43. Вып. 3. С. 59–65.
3. Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. 1966. V. 9. № 4. P. 711–721.
4. Miller L., Spurling T.H., Mason E.A. Instabilities in ternary diffusion // Phys. Fluids. 1967. V. 10. № 8. P. 1809–1813.
5. Ивакин Б.А., Суетин П.Е., Харин Г.С. О неустойчивости трехкомпонентной диффузии // Тр. Урал. политехн. и-та. 1969. № 172. С. 158–159.
6. Жаврин Ю.И. Влияние давления на стабильность диффузии в некоторых трехкомпонентных смесях // Журн. техн. физики. 1984. Т. 54. № 5. С. 943–947.
7. Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальная диффузионная неустойчивость многокомпонентных изотермических газовых смесей. Алматы–Екатеринбург: Принт, 1998. 180 с.
8. Селезнев В.Д., Мелких А.В., Александров О.Е., Косов В.Н. Аномальная неустойчивость при смешении газов в вертикальном канале // Природа. 2000. № 7. С. 5–12.
9. Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальная гравитационная неустойчивость механического равновесия при диффузионном смешении в изотермических трехкомпонентных газовых смесях // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 185–192.
10. Корн К., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977. 831 с.