

УДК 532.516:577.151.35

© 2006 г. Р. В. БИРИХ, А. Л. ЗУЕВ, К. Г. КОСТАРЕВ, Р. Н. РУДАКОВ

КОНВЕКТИВНЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЬКА ВОЗДУХА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ

Экспериментально изучена и численно смоделирована концентрационная конвекция изотермической жидкости вблизи пузырька воздуха, зажатою между вертикальными стенками горизонтального канала прямоугольного сечения. Канал заполнен водным раствором поверхностно-активного вещества (ПАВ) с неоднородной концентрацией. В результате конкуренции гравитационной конвекции в объеме полости и конвекции Марангони у поверхности пузырька возникает колебательный режим движения, который в эксперименте наблюдается в течение нескольких часов. В численном эксперименте колебания удается получить при начальном горизонтальном градиенте концентрации ПАВ. На фоне медленной гравитационной конвекции наблюдаются кратковременные вспышки на порядок более интенсивной конвекции Марангони. Эксперимент и численный расчет достаточно хорошо согласуются по структуре конвективного движения и периоду колебаний.

Ключевые слова: концентрационно-капиллярная конвекция, гравитационная конвекция, колебательный режим, эксперимент, численное моделирование.

Капиллярные течения Марангони, возникающие вблизи пузырьков и капель благодаря температурной или концентрационной неоднородности поверхностного натяжения на границе раздела фаз, представляют интерес ввиду их существенного влияния на развитие различных технологических процессов. В большинстве случаев экспериментальное воспроизведение полных условий протекания таких процессов и сбор необходимой информации оказываются невозможными, и для анализа технологических процессов остается только путь численного моделирования. Как следствие, для проверки адекватности результатов этого моделирования очень привлекательна возможность их сопоставления с данными специально поставленных экспериментов.

Изучению поведения капель и пузырьков под воздействием термо- и концентрационно-капиллярных сил посвящено большое число работ [1–6]. Наиболее подробно изучен случай термокапиллярной конвекции. Результаты многих исследований показывают, что при наличии в жидкости градиента температуры, направленного вверх, вокруг пузырька, зажатою снизу к твердой плоскости, возникает термокапиллярное течение в виде стационарного осесимметричного тороидального вихря. При больших значениях числа Марангони ($\sim 3 \cdot 10^4$) это течение становится неустойчивым, приобретая азимутальную составляющую скорости, и наблюдается медленная осцилляция теплового поля около пузырька в горизонтальном направлении [7].

В случае концентрационно-капиллярной конвекции, несмотря на сходство движущих сил, характер течения оказывается иным. Отличие, в первую очередь, связано с тем, что времена диффузии примеси превышают времена диффузии тепла на 2–3 порядка. Соответственно концентрационные неоднородности в жидкостях существуют значительно дольше тепловых, а интенсивность капиллярных течений многократно возрастает. Резко изменяется и соотношение вкладов в массоперенос капиллярного и конкурирующих с ним других конвективных механизмов, таких, как гравитационный. Еще одной характерной чертой концентрационно-капиллярной конвекции является то, что

механизм выхода (адсорбции) ПАВ на поверхность раздела также отличается от механизма формирования температуры границы. Граница раздела, рассматриваемая как отдельная фаза, обладает инерционными свойствами, и вдоль нее возможен как конвективный перенос ПАВ, так и его поверхностная диффузия. Эти факторы приводят к возникновению новых явлений, не имеющих термокапиллярных аналогов.

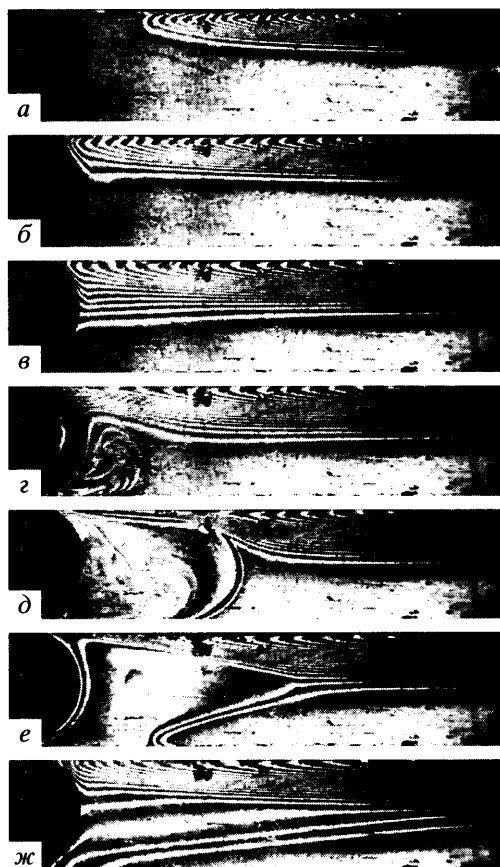
Так, в экспериментах [8–10] было обнаружено развитие колебательной конвекции вокруг неподвижного пузырька воздуха в водном растворе ПАВ, вертикально-стратифицированном по концентрации. Пузырек достаточно большого объема помещался в интерференционную ячейку в виде тонкого горизонтального слоя и имел поэтому форму диска со свободной боковой поверхностью. В результате визуализации вокруг пузырька были выявлены кратковременные периодические изменения концентрации ПАВ в растворе в горизонтальном направлении. Однако эволюцию распределения ПАВ по вертикали проследить не удалось.

Ниже предлагаются результаты нового эксперимента по исследованию динамики вертикального распределения концентрации ПАВ и структуры конвективного движения, возникающего вокруг пузырька. Численное моделирование наблюдаемого в эксперименте течения проведено на базе полных уравнений концентрационной конвекции при больших значениях числа Шмидта с диффузионным выносом ПАВ на поверхность пузырька без формирования поверхностной фазы.

1. Эксперимент. В опытах использовалась заполненная раствором ПАВ вертикальная ячейка Хеле-Шоу толщиной 1.2 мм, ограниченная двумя стеклянными стенками с зеркальным полупрозрачным покрытием, со стороны которых и осуществлялось наблюдение. Внутри ячейки твердыми вставками выделялся горизонтальный канал прямоугольного сечения высотой 2 мм. В центр канала помещался пузырек воздуха, который полностью перекрывал канал и имел свободные боковые границы. Принятая форма полости и пузырька позволяла использовать оптические (интерференционные) методы для визуализации вертикальной структуры конвективного течения и распределения концентрации ПАВ в жидкости. Кроме того, предпринятый переход к “квазидвумерной” модели предоставлял возможность провести достаточно простое численное моделирование эксперимента.

Опыты были выполнены с различными начальными распределениями ПАВ, в качестве последних использовались водные растворы метилового, этилового и изопропилового спиртов (значения числа Шмидта для этих жидкостей составляли соответственно 582, 1000 и 1637). Растворы метилового спирта характеризуются наименьшими значениями вязкости и концентрационного коэффициента поверхностного натяжения, изопропилового – наибольшими [11, 12]. Коэффициенты диффузии, напротив, максимальны для растворов метилового спирта и минимальны для растворов изопропилового спирта. Плотности всех спиртов весьма близки. Таким образом, в эксперименте удалось охватить широкий диапазон свойств жидкости и безразмерных диффузионных чисел Марангони и Грасгофа. Максимальная концентрация спирта в растворе составляла 30%.

В первой серии опытов ячейка Хеле-Шоу заполнялась первоначально дистиллированной водой, а в ее верхнюю часть наливался более легкий раствор спирта. Затем из нижней части ячейки откачивалась вода до тех пор, пока граница раствора не опускалась до середины устья канала. Из-за различия плотностей жидкостей в канале возникало адвективное течение, которое переносило спирт вдоль верхней границы канала к пузырьку в виде характерного концентрационного “языка” (фиг. 1, а–в). Разность концентрации спирта, в данном случае изопропилового, между двумя ближайшими однотонными интерференционными полосами составляла ~0.34%. При достижении потоком спирта пузырька поверхность последнего приходила в движение под действием капиллярных сил, направленных вниз, так как поверхностное натяжение спирта меньше, чем у воды. Развивалась Марангони конвекция (фиг. 1, з), которая уже примерно через 1 с достигала максимальной интенсивности (фиг. 1, д). Возникшее течение имело вид за-

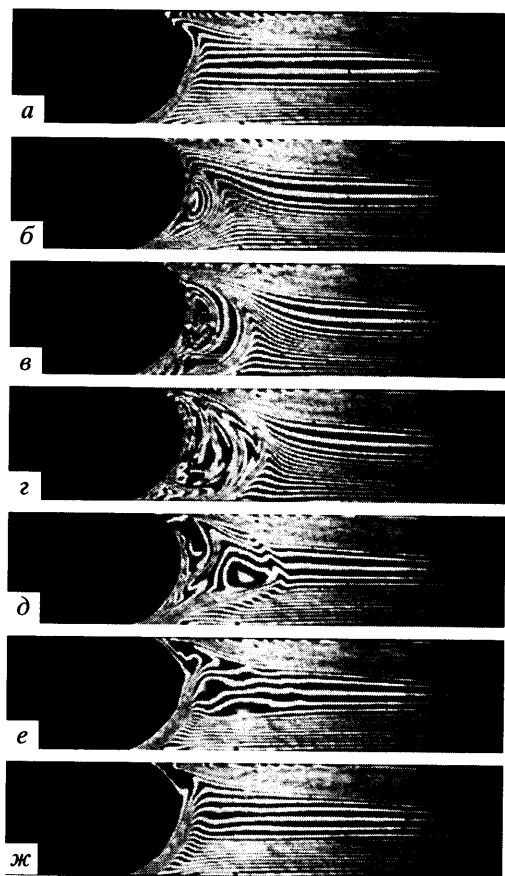


Фиг. 1. Интерферограммы поля концентрации изопропилового спирта вблизи пузырька воздуха в опытах с подтеканием “языка” ПАВ; t , с: –48; –28; 0; 0.2; 1.2; 6.2; 37 (а–ж)

мкнутой ячейки, поскольку увлекаемый раствор обладал меньшей плотностью, чем окружающая жидкость, и поэтому сразу же всплывал, покидая приграничную область. В результате активного перемешивания жидкость около пузырька становилась однородной, а концентрационный “язык” отсекался от пузырька, вследствие чего Марангони конвекция быстро затухала (фиг. 1, *е*). С этого момента формирование распределения ПАВ вновь определялось медленным адвективным течением. Следующий цикл интенсификации конвективного движения начался через 37 с (фиг. 1, *ж*). Описываемые колебания могли продолжаться в течение несколько часов с медленно увеличивающимся периодом.

Отметим, что за начало отсчета времени в опыте взят момент возникновения Марангони конвекции, а не момент достижения “языком” ПАВ поверхности пузырька (фиг. 1, *б*). Возникшая задержка в развитии капиллярного движения (~28 с, фиг. 1, *в*), по-видимому, связана с формированием поверхностной фазы ПАВ. В последующих циклах колебаний эта задержка не наблюдалась.

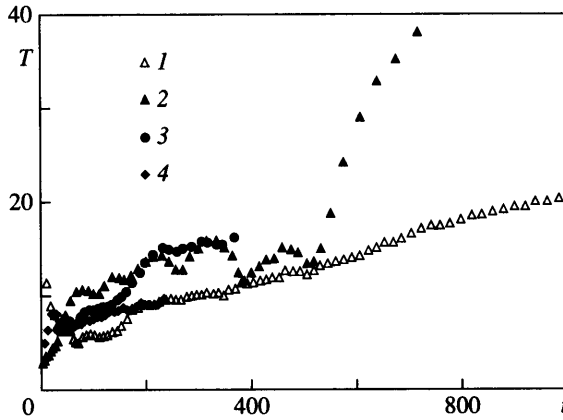
Во второй серии опытов в канале изначально создавался вертикальный градиент концентрации ПАВ, а затем в него помещался пузырек воздуха. Этот способ позволял достичь гораздо более высоких значений начального градиента концентрации и соот-



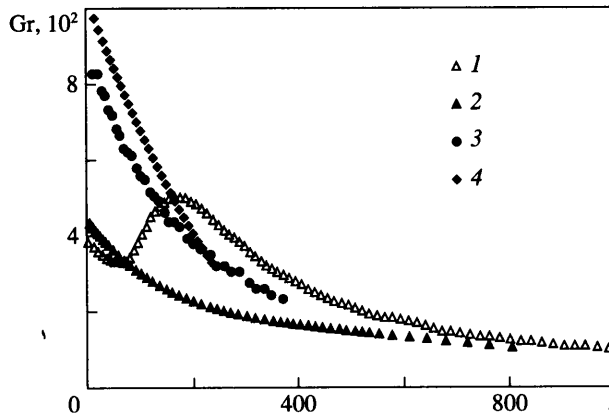
Фиг. 2. Интерферограммы поля концентрации этилового спирта вблизи пузырька воздуха в опытах с начальной вертикальной стратификацией ПАВ. t , с: 0; 0.2; 0.4; 0.8; 5; 10; 20 (а–ж)

ответственно концентрационного числа Марангони, от чего в значительной мере зависела интенсивность и продолжительность колебаний. Эволюция концентрационного поля вблизи пузырька в случае такого начального распределения ПАВ представлена на фиг. 2 на примере опыта с раствором этилового спирта (цена одной интерференционной полосы $\sim 0.53\%$). При введении пузырька у его границы сразу возникало концентрационно-капиллярное течение жидкости (момент времени $t = 0$ с). Как и ранее, конвекция Марангони успевала разрушить вертикальную стратификацию раствора ПАВ за время порядка 1 с (фиг. 2, з), что приводило к затуханию капиллярного течения. Затем возникшая в результате перемешивания смесь со средней плотностью оттеснялась адвективным движением от пузырька в срединную часть канала (фиг. 2, д–е). Постепенно у границы пузырька восстанавливалась стратификация, близкая к первоначальной (фиг. 2, ж), и кратковременная конвекция Марангони вспыхивала вновь.

Таким образом, устанавливалось осциллирующее течение с начальным периодом, близким к 20 с (под периодом колебаний подразумевается промежуток времени между двумя моментами начала интенсификации капиллярной конвекции). Временные зависимости периода конвективных колебаний в опытах с разными спиртами представлены в безразмерной форме на фиг. 3 (в качестве единицы времени использовано вязкое вре-



Фиг. 3. Зависимость периода колебаний от времени (в безразмерном виде) в опытах с изопропанолом (1, 2), этанолом (3) и метанолом (4). Точки 1 соответствуют ситуации с подтекающим “язычком” ПАВ, 2–4 – с линейным начальным градиентом концентрации



Фиг. 4. Зависимость числа Грасгофа от безразмерного времени. Обозначения те же, что на фиг. 3

мя). Во всех случаях период колебаний монотонно увеличивался со временем, а затем колебания внезапно прекращались, как и в случае концентрационной конвекции около пузырька в горизонтальном слое с вертикальным градиентом ПАВ [9]. Продолжительность колебательного режима в значительной степени определялась начальным градиентом концентрации ПАВ. Причиной увеличения с течением времени периода колебаний являлось постепенное перемешивание всего объема раствора и соответствующее снижение вертикального перепада концентрации. Это приводило к уменьшению эффективных чисел Марангони и Грасгофа, определенных по разности концентрации спирта на верхней и нижней границах канала на расстоянии $3h$ от поверхности пузырька. На фиг. 4 приведена зависимость эффективного числа Грасгофа от безразмерного времени.

2. Математическая модель. Для численного моделирования описанных явлений рассмотрим конвективное течение в прямоугольной области, вызванное неоднородным

распределением в объеме капельной жидкости растворимой компоненты легкой примеси – ПАВ с концентрацией c . Одна из вертикальных стенок полости ($x = 0$) моделирует границу жидкости с воздушным пузырьком, непроницаемую для ПАВ. Остальные границы полости предполагаются твердыми. Плотность жидкости ρ и коэффициент поверхностного натяжения σ линейно зависят от концентрации ПАВ:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta c), \quad \sigma = \sigma_0 - \sigma_1 c$$

и во всей области возможна гравитационная конвекция, а вблизи поверхности пузырька – конвекция Марангони.

Полная система уравнений свободной конвекции в безразмерных переменных функции тока ψ , вихрь φ и концентрация c имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \Delta \varphi - Gr \frac{\partial c}{\partial x} \\ \Delta \psi &= -\varphi, \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = Sc^{-1} \Delta c \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$Gr = \frac{g \beta c C_0 h^3}{\nu^2}, \quad Sc = \frac{\nu}{D}$$

Здесь Gr – число Грасгофа, Sc – число Шмидта, h – высота слоя, C_0 – максимальное значение концентрации ПАВ в начальном состоянии, g – ускорение свободного падения, β , ν и D – коэффициенты объемного расширения, кинематической вязкости и диффузии жидкости. В качестве единиц измерения взяты расстояния – h , времени – h^2/ν , функции тока – ν , концентрации – C_0 .

На границах области ставились следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} x = 0: \psi &= 0, \quad \varphi = Ma Sc^{-1} \frac{\partial c}{\partial y}, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad \left(Ma = \frac{\sigma_1 C_0 h}{\eta D} \right) \\ x = L: \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \\ y = 0, 1: \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

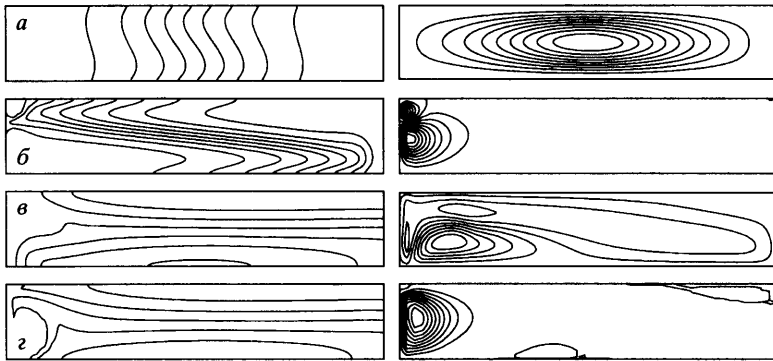
Здесь Ma – число Марангони, η – динамическая вязкость жидкости, L – длина области, измеренная в единицах высоты. Условие для вихря на границе пузырька записано из условия баланса касательных напряжений.

В начальном состоянии жидкость предполагалась покоящейся ($\psi = 0$, $\varphi = 0$). Чтобы смоделировать подтекание ПАВ к поверхности пузырька, подобное тому, как было реализовано в эксперименте, в начальном состоянии задавалось распределение ПАВ с горизонтальным градиентом концентрации в виде

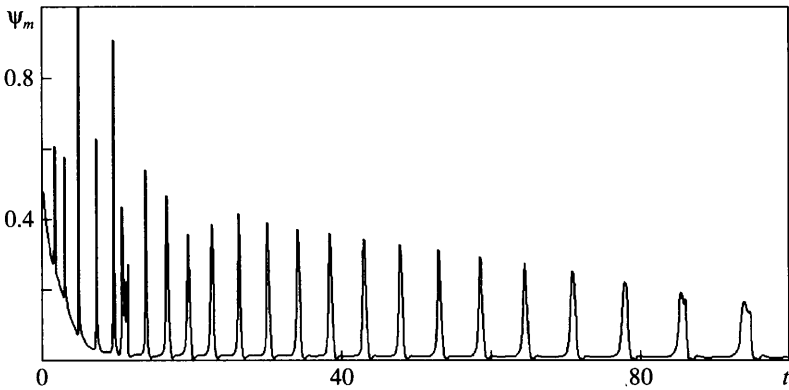
$$c(0, x, y) = 0.5[1 + \text{th}(2x - L)/\text{th}L] \quad (2.3)$$

Нестационарная краевая задача (2.1)–(2.3) решалась методом конечных разностей на квадратной сетке 40×200 по неявной схеме Кранка-Николсона. Решение уравнения Пуассона для функции тока находилось методом последовательной верхней релаксации.

3. Результаты расчета. В начальном состоянии на поверхности пузырька отсутствует градиент концентрации ПАВ (у поверхности пузырька чистая жидкость). В поле тяжести под влиянием горизонтального градиента легкой компоненты возникает слабое конвективное течение, которое меняет распределение концентрации ПАВ в слое



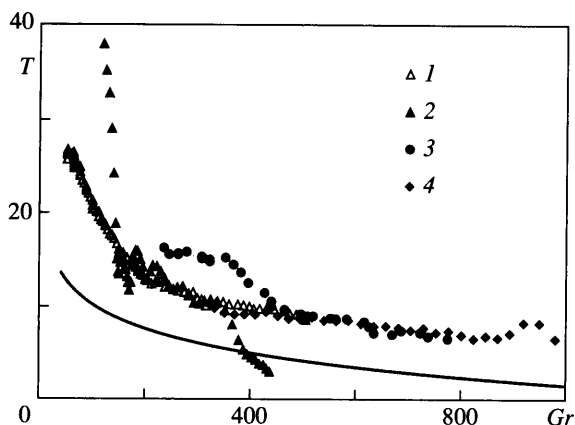
Фиг. 5. Изолинии концентрации ПАВ (левая колонка) и изолинии функции тока (правая колонка) для $Ma = 10^6$, $Gr = 10^2$, $Sc = 10^3$, $L = 5$ в моменты времени $t = 0.5, 10, 65, 86.5$ – а, б, в, з соответственно



Фиг. 6. Зависимость максимального значения функции тока от времени для $Ma = 10^6$, $Gr = 500$, $Sc = 10^3$, $L = 5$

(фиг. 5). При времени, близком к 10 безразмерным единицам, достаточно высокая концентрация ПАВ достигает границы пузырька, вдоль нее возникает градиент поверхностного натяжения, и вспыхивает конвекция Марангони (фиг. 5, б). Интенсивная Марангони конвекция отсекает от адвективного вихря область у поверхности пузырька и выравнивает концентрацию ПАВ в ней. Вследствие этого конвекция Марангони затухает, и адвективное движение вновь охватывает всю область. Благодаря такому взаимодействию адвективного течения и Марангони конвекции возникал автоколебательный режим. Типичные распределения концентрации ПАВ и изолинии функции тока для разных фаз в развитом колебательном режиме показаны на фиг. 5, в, з.

Изменение интенсивности течения в процессе колебаний иллюстрирует фиг. 6, на которой представлена зависимость от времени максимального значения функции тока для $Gr = 500$ при тех же остальных параметрах. Вначале колебания (как и в эксперименте) носят несколько нерегулярный характер. В дальнейшем устанавливаются достаточно регулярные колебания, амплитуда которых со временем убывает, а период увеличивается (фиг. 6). Период автоколебаний уменьшается с ростом числа Грасгофа и слабо зависит от числа Марангони (фиг. 7).



Фиг. 7. Зависимость безразмерного периода колебаний от числа Грасгофа. Обозначения те же, что на фиг. 3. Сплошная линия – результаты численного расчета для $Ma = 10^6$, $Sc = 10^3$, $L = 5$

С уменьшением числа Шмидта в численном эксперименте наблюдалось постепенное исчезновение колебательного режима конвекции. При $Sc = 100$ еще наблюдается несколько всплеск Марангони конвекции, интенсивность которых быстро убывает. Так же, как в эксперименте для тепловых задач с числом Прандтля порядка 10, колебательный режим при $Sc = 10$ в расчете не был обнаружен.

Заключение. Экспериментально и теоретически исследована концентрационная конвекция в вытянутом горизонтальном канале, перекрытом с одной стороны пузырьком воздуха. При больших значениях числа Шмидта ($\sim 10^3$) в полости с неоднородным распределением ПАВ может возникать автоколебательный режим конвекции. Возникновение колебаний связано с взаимодействием медленного адвективного течения с кратковременными всплесками интенсивной конвекции Марангони. Определена зависимость периода колебаний от параметров задачи. Полученные в численном расчете распределения концентрации ПАВ на разных фазах колебаний хорошо согласуются с результатами эксперимента.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 06-01-00221.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Young N.O., Goldstein J.S., Block M.J. The motion of bubbles in a vertical temperature gradient // J. Fluid Mech. 1959. V. 6. № 3. С. 350–356.
2. Братухин Ю.К. Термокапиллярный дрейф капельки вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 156–161.
3. Косвинцев С.Р., Решетников Д.Г. Движение капель при диффузии растворимого ПАВ во внешнюю среду. Эксперимент // Колл. журн. 2001. Т. 63. № 3. С. 350–358.
4. Братухин Ю.К., Косвинцев С.Р., Макаров С.О. Движение капель при диффузии растворимого ПАВ во внешнюю среду. Теория // Колл. журн. 2001. Т. 63. № 3. С. 359–365.
5. Transport processes in Drops, Bubbles and Particles / Ed. R.P. Chhabra and D. de Kee., N.Y.: Hemisphere, 1992.
6. Subramanian R.S., Balasubramaniam R. The motion of bubbles and drops in reduced gravity. Cambridge: Univ. Press, 2001.

7. *Betz J., Straub J.* Numerical and experimental study of the heat transfer and fluid flow by thermocapillary convection around gas bubbles // *J. Heat and Mass Transfer.* 2001. № 37. P. 215–227.
8. *Зуев А.Л., Костарев К.Г.* Тепловая и концентрационная конвекция Марангони вокруг пузырька воздуха в жидкости // *Гидродинамика.* Вып. 14. Пермь: ПГУ, 2004. С. 88–99.
9. *Зуев А.Л., Костарев К.Г.* Концентрационно-капиллярная конвекция вблизи поверхности пузырька в горизонтальном слое неоднородного раствора жидкости // *Конвективные течения.* Пермь: Перм. гос. пед. ун-т, 2003. С. 123–139.
10. *Kostarev K.G., Zuev A.L., Viviani A.* Oscillatory Marangoni convection around the air bubble in a vertical surfactant stratification // *Comptes Rendus. Mécanique.* 2004. V. 332. № 1. С. 1–7.
11. *Справочник химика / Под ред. Б.П. Никольского.* Т. 3. М.; Л.: Госхимиздат, 1964. 1005 с.
12. *Vazquez G., Alvarez E., Navaza J.M.* Surface-tension of alcohol + water from 20 to 50°C // *J. Chem. Eng. Data.* 1995. V. 40. № 3. P. 611–614.

Пермь

Поступила в редакцию
29.III.2006