

УДК 533.6.011

© 2006 г. А. Г. КУЗЬМИН

БИФУРКАЦИИ ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ СИММЕТРИЧНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Численно исследовано трансзвуковое обтекание аэродинамического профиля с малой кривизной в средней части. Установлено ветвление стационарных решений уравнений Эйлера, обусловленное неустойчивостью течения при определенных углах атаки и числах Маха натекающего потока. Изучена зависимость коэффициента подъемной силы от этих параметров.

Ключевые слова: аэродинамический профиль, местные сверхзвуковые зоны, неустойчивость, бифуркации.

В [1–3] была исследована устойчивость невязкого трансзвукового течения в канале с параллельными стенками и гладким выступом, расположенным на нижней стенке. Выявлена неустойчивость стационарных течений, содержащих сверхзвуковые зоны, близко расположенные друг к другу, или сверхзвуковую зону с внутренними косыми скачками уплотнения. Показано, что в этих случаях малые изменения числа Маха, заданного на выходе из канала, могут приводить к качественному изменению структуры течения.

Концепция структурной неустойчивости способствовала пониманию причин неединственности трансзвукового обтекания, установленной в исследованиях ряда авторов в 1990-е годы. Эти причины были проанализированы в [4–6] для семейства симметричных профилей $y(x) = \pm 0.06 [1 - (2x - 1)^4]^{1/2} (1 - x^m)^2$ при $10 \leq m \leq 12$ и углах атаки до 0.6° . Для несимметричных профилей Whitcomb и DSMA532 неустойчивость обтекания получена на режимах с отрицательными углами атаки [7].

В данной работе проведено исследование бифуркационных явлений для симметричного профиля с $m = 16$ из указанного выше семейства при $-1^\circ < \alpha < 1^\circ$.

1. Постановка задачи и численный метод. Рассматривается двумерное обтекание потоком воздуха профиля

$$y(x) = \pm 0.06 \sqrt{1 - (2x - 1)^4} (1 - x^m)^2, \quad m = 16, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (1.1)$$

Невязкое течение описывается системой уравнений Эйлера, решение которой требуется найти в области с внешней границей, расположенной на достаточно большом расстоянии от профиля. Условия на входной и выходной частях внешней границы определяются углом атаки α и числом Маха на бесконечности $M_\infty < 1$ [8]. На профиле задается условие скольжения. Начальными условиями являются параметры однородного потока (в который мгновенно вносится профиль) или неоднородное поле течения, полученное в результате расчета обтекания при других значениях M_∞ и α . Постоянная адиабаты принята равной 1.4. Для численного решения поставленной задачи использована программа NSC2KE, основанная на методе конечных объемов второго порядка точности [4, 9]. Интегрирование по времени проводилось с помощью явного четырехточечного алгоритма Рунге–Кутты. Стационарные решения находились методом установления с применением локальных шагов по времени.

Вычислительная неоднородная C-образная сетка состояла из треугольных элементов, сгущавшихся около профиля, в области ударных волн и в следе. Внешняя граница

расчетной области располагалась на расстоянии 15–18 длин хорд от профиля. Каждая сторона профиля была представлена 265 сеточными узлами, в следе находилось 102 узла, на внешней границе – 733 узла, а в радиальных направлениях (близких направлению нормали к профилю и следу) задавалось 215 шагов сетки.

Точность данного метода тестировалась на ряде задач, в частности на задаче о трансзвуковом течении в канале с выступом на нижней стенке [1–3]. Кроме того, были проведены расчеты обтекания профиля NACA0012 при $\alpha = 1.25^\circ$. Сравнение полученных значений коэффициента подъемной силы и изолиний числа Маха с результатами, найденными для этого профиля в [10], продемонстрировало высокую точность использованного метода.

2. Результаты расчетов. Численное моделирование стационарного обтекания профиля (1.1) показало, что при $\alpha = 0$ график зависимости коэффициента подъемной силы $C_L(M_\infty)$ от числа Маха состоит из четырех ветвей и имеет качественно такой же вид, как и для профилей, изученных в [4–6]. При этом правая и левая ветви графика соответствуют симметричному обтеканию, а верхняя и нижняя ветви, определенные в интервале

$$0.8256 < M_\infty < 0.8365 \quad (2.1)$$

– асимметричному обтеканию с разным количеством местных сверхзвуковых зон на верхней и нижней сторонах профиля. Ширина диапазона (2.1) соответствует изменению скорости натекающего потока примерно в 3.3 м/с, если для скорости звука принято значение 250 м/с. Анализ влияния измельчения сетки показал, что погрешность найденных границ интервала (2.1) составляет ± 0.0004 .

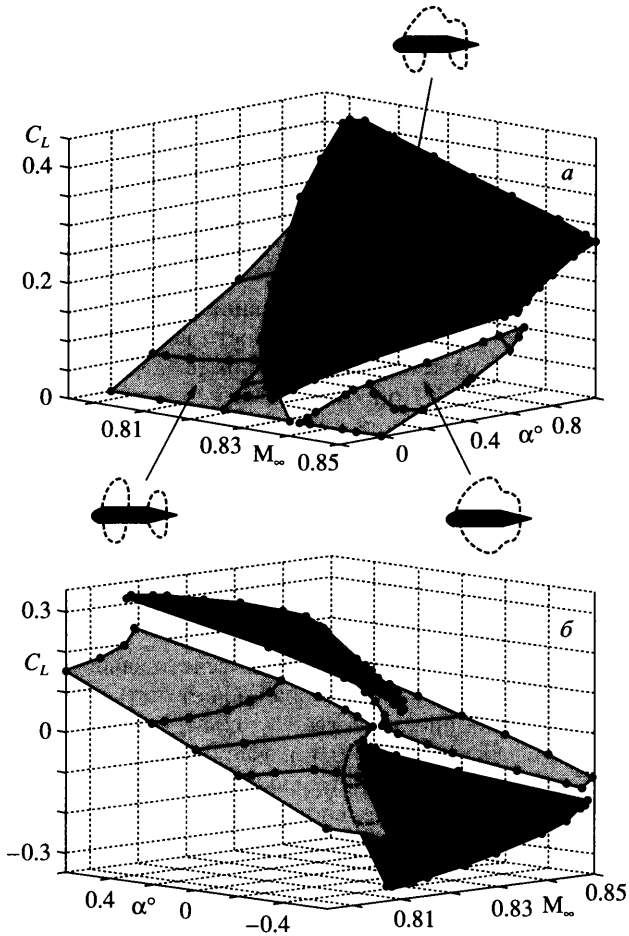
Для углов атаки $-1^\circ < \alpha < 1^\circ$ проведенная серия расчетов выявила зависимость коэффициента подъемной силы C_L от α и M_∞ , которая может быть изображена в виде кусочно-непрерывной поверхности в пространстве (C_L, α, M_∞) . Фрагмент этой поверхности, расположенный в полупространстве $C_L > 0$, показан на фиг. 1, а. Верхняя часть поверхности слегка выдвинута в область отрицательных α , что отвечает ситуации с положительной подъемной силой при отрицательном угле атаки. Разным частям поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ соответствуют, как правило, картины обтекания с разным количеством местных сверхзвуковых зон на верхней и нижней сторонах профиля, схематично указанные на фиг. 1, а.

Фрагмент поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$, расположенный в полупространстве $C_L < 0$ (см. фиг. 1, б), построен по соотношению $C_L(-\alpha, M_\infty) = -C_L(\alpha, M_\infty)$, справедливому в силу симметрии профиля (1.1).

С увеличением угла α до 1° разрыв между верхней и боковыми частями поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ изменяется незначительно. При $|\alpha| \geq 0.8^\circ$ скачкообразный переход между верхней и левой ее частями вызван иным видом неустойчивости, не связанным с расщеплением местной сверхзвуковой зоны на верхней стороне профиля при уменьшении M_∞ . Данная неустойчивость обусловлена изменением углов подхода ударных волн к профилю и, по-видимому, достижением предельного положения, при котором регулярное отражение больше не может существовать.

В частности, при фиксированном $\alpha = 0.8^\circ$ и постепенном падении M_∞ от 0.81 до значения 0.8029 (отмеченного 1 на фиг. 2) происходят плавное уменьшение размеров сверхзвуковой зоны на верхней стороне профиля и формирование дозвукового максимума скорости вблизи точки $x \approx 0.85$. При дальнейшем снижении M_∞ до 0.8026 развивается нестационарный переход, в результате которого система ударных волн в конце сверхзвуковой зоны сливается в одну ударную волну, сдвигающуюся в процессе релаксации вверх по течению до координаты $x = 0.6$. Это сопровождается формированием при $x \approx 0.85$ второй местной сверхзвуковой зоны, которая постепенно увеличивается в размерах и занимает участок профиля $0.8 < x < 0.87$.

На фиг. 2 представлены бифуркационные кривые, полученные проецированием краев поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ на плоскость (α, M_∞) . Серым цветом выделены проекции ле-

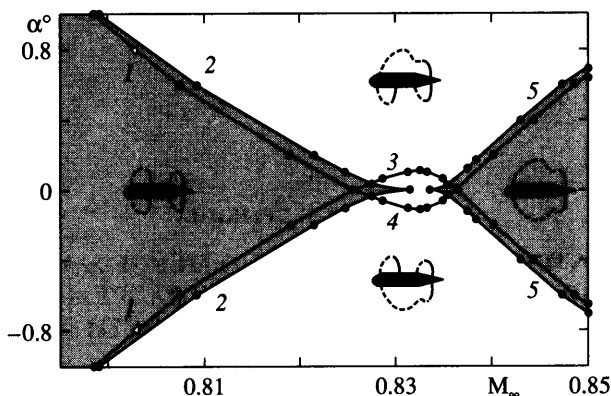


Фиг. 1. Фрагменты поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$: a – в верхнем полупространстве, b – в полной окрестности нулевого угла атаки

вого и правого крыльев этой поверхности, показывающие границы устойчивости симметричного обтекания при возмущениях угла атаки. Например, при возмущениях $|\alpha| > 0.05^\circ$ симметричное обтекание неустойчиво в диапазоне $0.827 \leq M_\infty \leq 0.836$, т.е. в интервале числа Маха длины 0.009.

Между правой и левой частями поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ находится сингулярное число Маха $M_x \approx 0.8325$, при котором симметричное обтекание неустойчиво по отношению к сколь угодно малым возмущениям угла атаки, геометрии профиля или вычислительной сетки. Природа этой неустойчивости обусловлена невозможностью стационарного течения с двумя местными сверхзвуковыми зонами, имеющими одну общую точку на профиле [1, 3].

Сравнение с результатами, полученными в [4, 5], показывает, что в случае $m = 16$ длина интервала неединственности (2.1), так же как и максимальное значение C_L , больше, чем для профилей семейства (1.1) с $m = 10$ и 12. Это объясняется уменьшением кривизны профиля вблизи его середины при увеличении m , что обуславливает больший эффект структурной неустойчивости. В то же время длина интервала (2.1) и максимальное значение C_L здесь меньше, чем для профиля с прямолинейной средней частью [11].



Фиг. 2. Бифуркационные кривые, полученные проецированием краев различных частей поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ на плоскость (α, M_∞) : 1 – значения $\alpha = \pm 0.8^\circ$, $M_\infty = 0.8029$, при которых происходит формирование дозвукового максимума скорости на профиле; 2, 5 – проекции краев левой и правой частей поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$, 3, 4 – нижней и верхней частей

Заключение. Для невязкого стационарного обтекания аэродинамического профиля с малой кривизной в средней части изучена зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки и числа Маха натекающего потока. Подтверждено, что коэффициент подъемной силы может изменяться скачком при непрерывном варьировании этих параметров. Установлены линии разрывов и ветвления решений на плоскости (M_∞, α) .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 05-01-00529). Автор выражает благодарность А.В. Ивановой и К.В. Бабарыкину за помощь в проведении расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kuz'min A.G. Interaction of a shock wave with the sonic line // IUTAM Symp. Transsonicum IV. Dordrecht: Kluwer, 2003. P. 13–18.
2. Кузьмин А.Г., Иванова А.В. Неустойчивые режимы невязкого трансзвукового течения в канале // Мат. моделирование. 2004. Т. 16. № 10. С. 35–40.
3. Kuz'min A.G., Ivanova A.V. The structural instability of transonic flow associated with amalgamation / splitting of supersonic regions // J. Theoret. and Comput. Fluid Dynamics. 2004. V. 18. № 5. С. 335–344.
4. Иванова А.В., Кузьмин А.Г. Неединственность трансзвукового обтекания аэродинамического профиля // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 4. С. 152–159.
5. Семенов Д.С. Неустойчивые режимы трансзвукового обтекания аэродинамического профиля // Мат. моделирование. 2004. Т. 16. № 11. С. 101–106.
6. Kuz'min A.G. Bifurcation of transonic flow over a flattened airfoil // Frontiers of Fluid Mechanics / Eds.: D.A. Caughey and M.M. Hafez. World Scient. Publ. Co. LTD, 2005. С. 285–295.
7. Кузьмин А.Г., Иванова А.В. Структурная неустойчивость трансзвукового течения около аэродинамического профиля // Инж.-физ. журн. 2004. Т. 77. № 5. С. 134–138.
8. Peyret R., Taylor T.D. Computational methods for fluid flow. N.Y. etc.: Springer, 1990. 358 p.
9. Mohammadi B. Fluid dynamics computation with NSC2KE: an user-guide, release 1.0. INRIA Techn. Report. 1994. № RT-0164. 71 p.
10. Delanyae M., Geuzaine Ph., Essers J.A. Development and application of quadratic reconstruction schemes for compressible flows on unstructured adaptive grids // AIAA Paper. 1997. № 97–2120; 13th AIAA CFD Conf. Snowmass, 1997. P. 250–260.
11. Hafez M.M., Guo W.H. Nonuniqueness of transonic flows // Acta Mech. 1999. V. 138. № 3/4. P. 177–184.