

УДК 532.529:532.59

© 2006 г. А. Р. БАЯЗИТОВА, И.К. ГИМАЛТДИНОВ, В.Ш. ШАГАПОВ

ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТРУБЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ СМЕСЬЮ С НЕОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО СЕЧЕНИЮ

Изучена эволюция волн давления в трубе, заполненной газожидкостной средой, при ступенчатом распределении пузырьков по сечению трубы. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными. Показано, что из-за появления поперечных течений при неравномерном распределении пузырьков происходит более интенсивное затухание импульсного давления по сравнению со случаем гомогенного распределения. Кроме того, анализируется взаимодействие волн давления с пузырьковым кластером в трубе, заполненной жидкостью.

Ключевые слова: пузырьковая жидкость, двумерные волны давления, неоднородное распределение пузырьков по сечению.

1. Постановка задачи. Рассмотрим двумерные осесимметричные волновые возмущения в трубе с газожидкостной смесью при неоднородном распределении пузырьков по сечению трубы. Такое волновое движение может реализоваться, например, при торцевом воздействии поршнем давления или скорости на систему с осесимметричным распределением пузырьков в канале. В частности, такая ситуация имеет место, когда пузырьки находятся вблизи стенки трубы в кольцевом объеме или расположены в присоединенной зоне в виде газожидкостного ядра, или расположены в виде сферического кластера. На фиг. 1 представлено схематичное изображение для первой ситуации, когда осевая зона с радиусом R_p заполнена “чистой” жидкостью, а периферийная часть (цилиндрический слой шириной $\Delta R = R_c - R_p$) – смесью с однородной объемной концентрацией газа α_{g0} ($\alpha_{g0} \ll 1$) и одинакового радиуса a_0 пузырьками.

Полагая общепринятые допущения для пузырьков жидкостей, запишем систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [1]

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (i = l, g)$$

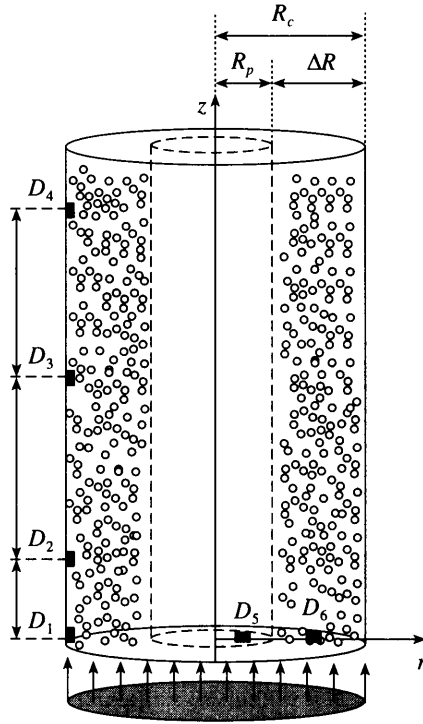
$$\frac{dn}{dt} + n \frac{v_r}{r} + n \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0$$

$$\rho_l^0 \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial r} = 0, \quad \rho_l^0 \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial z} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma-1)q}{a} \quad (1.1)$$

$$w = \frac{da}{dt}, \quad \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = 4/3\pi n a^3, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l$$

где a – радиус пузырьков, γ – показатель адиабаты для газа, p_i – давления фаз, ρ_i^0 – истинные плотности фаз, α_i – объемные содержания фаз, q – интенсивность теплообмена,



Фиг. 1. Схема задачи

n – число пузырьков в единице объема, w – радиальная скорость пузырьков, v_r и v_z – радиальная и осевая составляющие скорости. Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [2], будем полагать, что $w = w_R + w_A$, где w_R определяется из уравнения Рейля – Ламба, а w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}$$

где ν_l – вязкость жидкости, C_l – скорость звука в “чистой” жидкости.

Будем полагать, что жидкость является линейно сжимаемой, а газ калорически совершенным

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g$$

где R – газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем индексами 0 внизу снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g (a/a_0)^3}{p_0}$$

$$Nu = \sqrt{Pe}, \quad Pe \geq 100, \quad Nu = 10, \quad Pe < 100$$

$$Pe = 12(\gamma - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{k_g}, \quad k_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g}$$

где $T_0 = \text{const}$ – температура жидкости, c_g и λ_g – теплоемкость и теплопроводность газа, Nu и Pe – числа Нуссельта и Пекле.

Из этой математической модели в частном случае при $\alpha_{g0} = 0$ следует волновое уравнение для линейно сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в “чистой” жидкости с пузырьковой средой это обстоятельство в свою очередь позволяет использовать сквозные методы расчета.

2. Метод численного расчета. Для численного анализа задачи об эволюции волн давления в трубе, заполненной газожидкостной средой, при неравномерном (ступенчатом) распределении пузырьков по сечению трубы и по взаимодействию волны давления со сферическим пузырьковым кластером удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной в разд. 1, записанной в лагранжевых координатах. Это, в частности, связано с тем, что в лагранжевых координатах первоначальные границы неоднородностей остаются неподвижными. Из уравнений, приведенных в разд. 1, после некоторых преобразований можно получить следующую систему в лагранжевых переменных:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{r}{r_0 J \rho_l^0} \left(\frac{\partial p_l}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial p_l}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial z}{\partial t} = v_z$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{r}{r_0 J \rho_l^0} \left(\frac{\partial p_l}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial p_l}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v_r$$

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_{g0}} \left(\frac{3\alpha_g w}{a} - \frac{\partial J}{\partial t} \left(\frac{\rho_{l0}}{\rho_l^0 J^2} + \frac{\alpha_g}{J} \right) \right)$$

$$\frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = w = w_R + w_A \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial w_R}{\partial t} = \left(\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4v_l \frac{w_R}{a} \right) \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}$$

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = 3 \frac{\alpha_g w}{a} - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}$$

$$J = \frac{r}{r_0} \left(\frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} \right)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{v_r J}{r} + \frac{r}{r_0} \left(\frac{\partial v_z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial v_r}{\partial r_0} - \frac{\partial v_z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial v_r}{\partial z_0} \right)$$

где z_0 и r_0 – лагранжевы переменные, в качестве которых берутся начальные эйлеровы координаты, J – якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным [3].

Система (2.1) решалась численно по явной схеме. Приведенные уравнения, из-за учета межфазного теплообмена и акустической разгрузки пузырьков, являются системой с достаточно сильной естественной диссипацией, поэтому не требуется вводить искусственную вязкость.

Для аппроксимации дифференциальных уравнений используем равномерную шахматную сетку.

Для проведения численных экспериментов примем следующие начальные и граничные условия. Условия при $(t = 0)$, $z > 0$, соответствующие исходному состоянию покоя неоднородной пузырьковой смеси в трубе, запишутся в виде

$$p = p_0, \quad v_r = v_z = 0, \quad \rho = \rho_0.$$

Кроме того, для газожидкостного кольца необходимо добавить:

$$R_p < r_0 < R_c: \alpha_g = \alpha_{g0}, \quad \rho = \rho_{l0}^0(1 - \alpha_{g0}), \quad p_g = p_0, \quad a = a_0, \quad w = 0,$$

$$0 < r_0 < R_p: \alpha_{g0} = 0, \quad \rho = \rho_{l0}^0$$

а для газожидкостного ядра:

$$R_p < r_0 < R_c: \alpha_{g0} = 0, \quad \rho = \rho_{l0}^0,$$

$$0 < r_0 < R_p: \alpha_g = \alpha_{g0}, \quad \rho = \rho_{l0}^0(1 - \alpha_{g0}), \quad p_g = p_0, \quad a = a_0, \quad w = 0$$

В случае однородной газожидкостной смеси в трубе радиуса R_c имеем

$$0 < r < R_c: \alpha_g = \alpha_{g0}, \quad \rho = \rho_{l0}^0(1 - \alpha_{g0}), \quad p_g = p_0, \quad a = a_0, \quad w = 0$$

На оси симметрии ($r_0 = 0$) и стенке трубы ($r_0 = R_c$) принимаются условия непротекания жидкости $v_r = 0$.

На торцевой границе приняты два вида граничных условий: условие на жестком поршне или условие на поршне давления

$$z_0 = 0: 0 < r_0 < R_c \quad v_z(r_0, t) = v_{0z}(t) \quad (2.2)$$

$$z_0 = 0: 0 < r_0 < R_c \quad p_l(r_0, t) = p_{l0}(t) \quad (2.3)$$

Задание скорости поршня, в частности, соответствует воздействию на среду метанием жесткого ударника, а задание давления на границе $z_0 = 0$ – разрыву мембраны между камерой высокого давления, заполненной газом, и рабочей камерой, заполненной исследуемой системой.

На другой торцевой границе ($z_0 = L_z$) условие ставится в зависимости от конкретной задачи. Если на $z_0 = L_z$ среда граничит с газом, то для волн, распространяющихся по пузырьковой смеси, эта граница эквивалентна свободной поверхности, и здесь в качестве граничного условия задается условие постоянства давления $p(L_z, r) = p_0$. Если же на границе $z_0 = L_z$ движение жидкости ограничено жесткой стенкой, то для скорости ставится условие $v_z = 0$. Возможен третий тип условия. Для того, чтобы возмущения “уходили” из области расчетов, не отражаясь от границы $z_0 = L_z$, на этой границе необходимо поставить неотражающие условия, в частности этого можно добиться, используя импедансное соотношение, связывающее амплитуды давления и скорости [3] $\Delta p_l = \Delta v_z \rho_l^0 C_l$, где Δp_l и Δv_z – текущие значения возмущений давления и осевой скорости для лагранжевой системы для границ расчетной области.

Рассмотрим вопрос необходимости учета двухскоростных эффектов. Время инерционного сжатия пузырька $t \approx t_M/4 \approx a_0 \pi / 2 \sqrt{\rho_l / 3 \gamma p_0}$, где t_M – период Миннаерта. Так как скорость газа в 3 раза больше скорости жидкости, то относительная скорость равна удвоенной скорости жидкости:

$$u \approx 2 \Delta p_l / \rho C, \quad C = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_l \alpha_{g0}}}$$

Тогда перемещение газа относительно жидкости равно

$$\Delta l \approx \sqrt{\frac{\alpha_{g0} a_0 \pi \Delta p_l}{3 \cdot 2 \gamma p_0}} \Rightarrow \frac{\Delta l}{a_0} \approx \sqrt{\frac{\alpha_{g0} \pi \Delta p_l}{3 \cdot 2 \gamma p_0}}$$

Для рассматриваемых амплитуд ($\Delta p/p_0 < 10$) получим, что $\Delta l/a_0 \ll 1$. Таким образом, относительное смещение среды очень мало и поэтому нет необходимости рассматривать двухскоростные эффекты.

3. Результаты расчетов. Проведены расчеты применительно к экспериментальным данным [4], полученным в ударной трубе длиной 1.5 м с внутренним диаметром 0.053 м. Внутри рабочего участка трубы располагалась тонкостенная лавсановая трубка диаметром 0.0375 м. Диаметр лавсановой трубки был подобран таким образом, чтобы площадь поперечного сечения внутри нее была равна площади кольца между лавсановой трубкой и стеной рабочего участка. Рабочий участок заполнялся жидкостью и насыщался пузырьками газа через генератор, расположенный в нижней части трубы. Опыты проводились для трех различных структур пузырьковой среды. Пузырьки подавались равномерно либо по сечению всего рабочего участка (гомогенная среда), либо в кольцевой зазор между лавсановой трубкой и твердой стенкой рабочего участка (пузырьковое кольцо), либо внутрь лавсановой трубки (пузырьковое ядро). После создания в трубе пузырьковой смеси с заданной конфигурацией, по системе производился торцевой удар с помощью жесткой пластины, площадь которой равна сечению трубы.

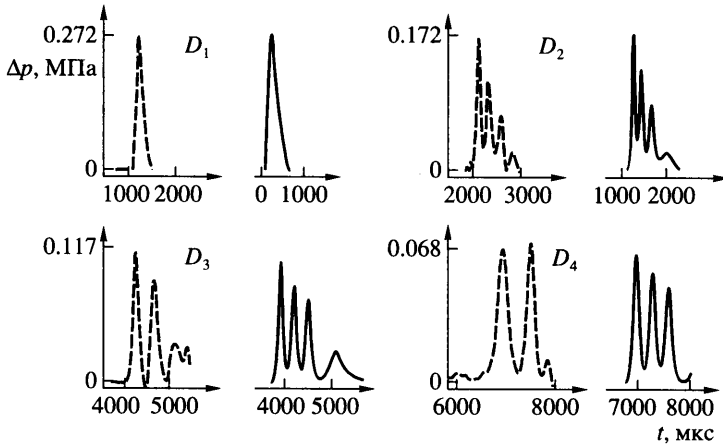
Среднее по сечению трубы объемное содержание газа во всех трех случаях составляет $\bar{\alpha}_{g0} = 0.005$, при этом истинные объемные содержания пузырьков и их радиусы для обоих случаев расслоенной структуры были равны $\alpha_{g0} = 0.01$, $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-3}$ м. В качестве рабочей жидкости использовался 50%-ный (по массе) раствор глицерина в воде, в качестве газовой фазы – фреон-12 или азот. Волны давления регистрировались пьезоэлектрическими датчиками D_1, D_2, D_3 и D_4 , расположенными вдоль рабочего участка на расстояниях $z_0 = 0, 0.25, 0.76$ и 1.25 м от места входа волн давления соответственно. Численные расчеты применительно к экспериментам проводились при следующих теплофизических параметрах:

Газ	c_g , Дж/кг · К	ρ_{g0} , кг/м ³	λ_g , м · кг/К · с ³	γ	χ_g , м ² /с
Фреон-12	595	5.06	0.0097	1.14	$3.2 \cdot 10^{-6}$
Азот	1041	1.15	0.0256	1.4	$2.2 \cdot 10^{-5}$

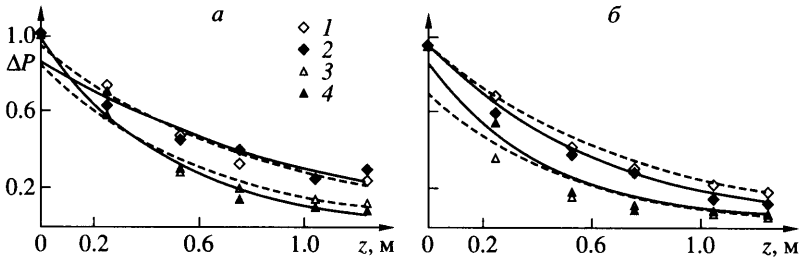
$$\rho_l = 1115 \text{ кг/м}^3, \quad \nu_l = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \quad T_0 = 293 \text{ К}, \quad p_0 = 0.1 \text{ МПа}$$

$$h_{z,0} = h_{r0} = 10^{-3} \text{ м}, \quad \tau = 10^{-7} \text{ с}$$

Результаты сравнения расчетов и экспериментов [4] в случае гомогенного распределения пузырьков приведены на фиг. 2 и 3. На фиг. 3, 4, б и 5, а введено обозначение



Фиг. 2. Осциллограммы датчиков 1–4 в случае гомогенной структуры среды



Фиг. 3. Гомогенная структура среды: затухание волн давления для фреоновых (а) и азотных (б) пузырьков: 1, 3 – эксперимент, 2, 4 – расчет, а – $\Delta p_0/p_0 = 2.5$ (1, 2), 9.5 (3, 4); б: $\Delta p_0/p_0 = 1.9$ (1, 2); $\Delta p_0/p_0 = 14$ (3, 4)

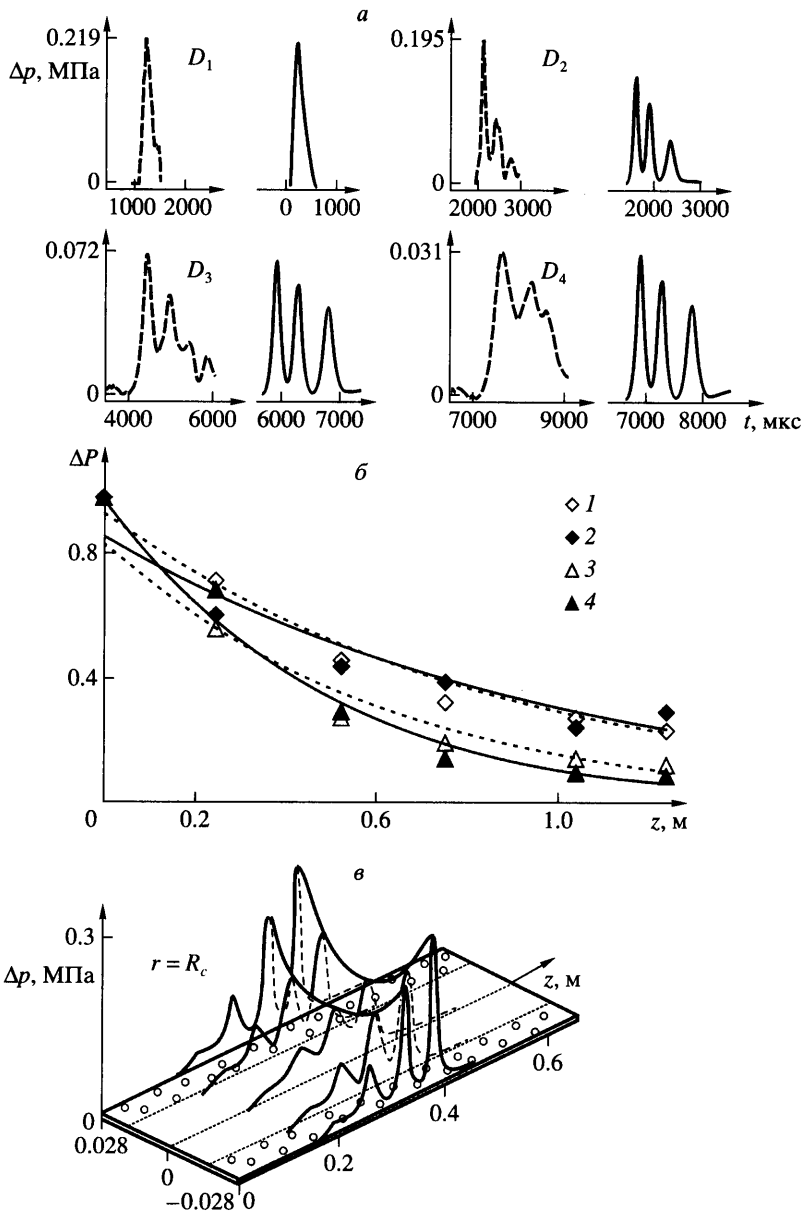
$\Delta P = \Delta p/p_0$. Штриховые линии соответствуют экспериментальным данным, сплошные – расчетным. Импульс, полученный в экспериментах метанием жесткого ударника, в расчетах моделировался заданием скорости поршня на границе $z_0 = 0$ в виде “треугольника”:

$$v_{0z}(t) = \Delta v_z \frac{t}{t_1} (0 < t < t_1); \quad \Delta v_z \frac{(t_1 + t_2) - t}{t_1 - t_2} (t_1 < t < t_2 + t_1); \quad 0 (t > t_2 + t_1) \quad (3.1)$$

$$\Delta v_z = 0.7 \text{ м/с}, \quad t_1 = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ с}, \quad t_2 = 2.2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

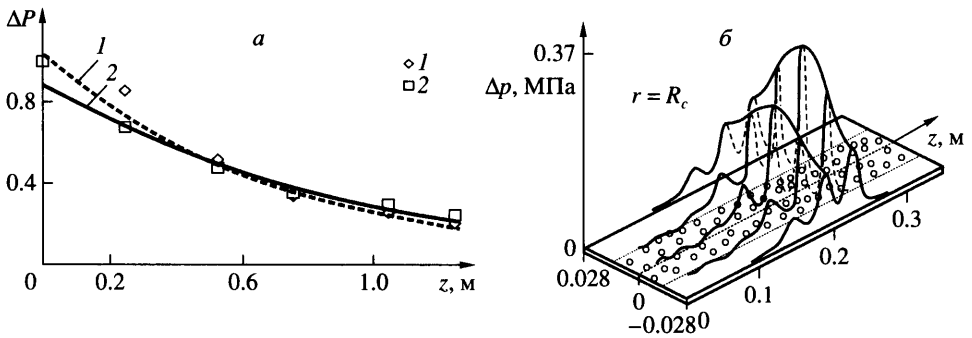
где Δv_z – амплитуда возмущения скорости, t_1 и t_2 – периоды подъема и спада скорости ударника соответственно.

Как следует из фиг. 2 и 3, наблюдается неплохое согласование расчетных данных с экспериментальными. В случае пузырьков азота, у которых коэффициент теплопроводности больше, чем у фреона, затухание происходит более интенсивно. С ростом амплитуды первоначального сигнала интенсивность затухания усиливается (точки 3 и 4 на фиг. 3).



Фиг. 4. Кольцевая структура: показания датчиков 1–4 (а); затухание волн давления (фреоновые пузырьки) (б): 1, 3 – эксперимент, 2, 4 – расчет, 1, 2 – однородная структура среды ($\Delta p_0/p_0 = 2.5$), 3, 4 – газожидкостное кольцо ($\Delta p_0/p_0 = 2.1$). Сплошные линии – расчет, штриховые – эксперимент; эпюра давления в момент времени 2 мс (в)

В расчетах параметры для фиг. 4, определяющие граничный импульс, а также все прочие параметры смеси задавались так же, как для фиг. 2, кроме объемного содержания газа в области пузырькового кольца, которое составляло $\alpha_{g0} = 0.01$. Из сравнения данных, приведенных на фиг. 4, а и б следует, что, когда пузырьки расположены в кольцевом слое вблизи стенки (точки 3 и 4), имеет место неплохое соответствие между экс-



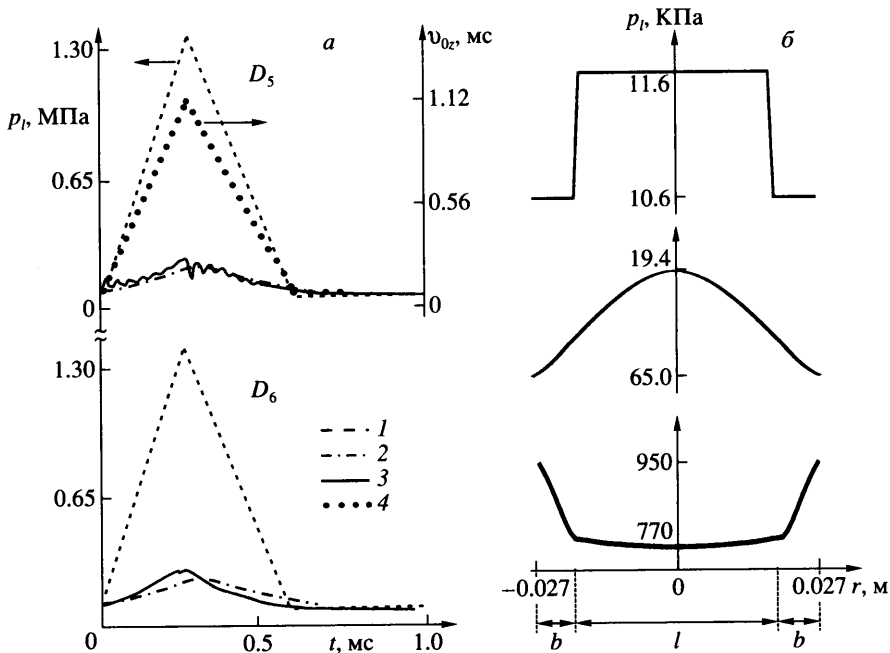
Фиг. 5. Пузырьковое ядро: затухание волн давления (азотные пузырьки) (а): 1, 2 – расчет, 1 – гомогенная структура среды ($\Delta\rho_0/\rho_0 = 1.7$), 2 – газожидкостный столб в центре трубы ($\Delta\rho_0/\rho_0 = 2.2$); эпюра давления в момент времени 2 мс (б)

периментальными и расчетными данными. При неравномерном по сечению распределении пузырьков фиг. 4, б затухание происходит более интенсивно, чем в случае равномерного (или гомогенного) распределения. Для кольцевого расположения пузырьков, на начальных расстояниях ($z \approx 0.25$ м) амплитуда сформировавшегося всплеска давления значительно превышает соответствующие пиковые значения давления, возникающие при гомогенном распределении. Это связано с тем, что на начальном от границы участке формирования волны происходит ее поперечное преломление в зону пузырькового слоя, расположенную вблизи стенки жидкости и являющуюся более сжимаемой средой.

Более детальная картина динамики волны в трубе, с кольцевым расположением пузырьков, приведена на фиг. 4, в в виде эпюры давления от координат r и z . Здесь и на последующих рисунках распределения давления представлены для всего осевого сечения трубы ($-R_c < r < R_c$). Возмущения, распространяющиеся в виде предвестника вдоль осевой зоны по чистой жидкости, значительно опережают основную волну. Вследствие того, что акустический импеданс $\rho_1^0 C_1$ для “чистой” жидкости значительно выше, чем аналогичный параметр для пузырьковой смеси, возмущения, распространяющиеся вдоль центральной зоны “чистой” жидкости быстро съедаются из-за разгрузки на боковой границе с пузырьковой жидкостью. Эта граница ($r_0 = R_p$) для возмущений, распространяющихся в центральной зоне, фактически играет роль свободной поверхности. А для основных возмущений, распространяющихся по газожидкостному кольцу, граница ($r_0 = R_p$) действует аналогично твердой стенке.

Кроме того, из-за сильного различия акустических импедансов “чистой” и пузырьковой жидкостей, профили давления по сечению трубы вблизи поршня в период его активного воздействия ($0 < t < t_1 + t_2$) сильно неоднородны. Из расчетных данных (фиг. 4, в) также следует, что в процессе эволюции определяющую роль играет газожидкостное кольцо. На фоне распространяющихся в пузырьковом кольце со скоростью ~ 160 – 180 м/с волн давления быстрые возмущения в зоне “чистой” жидкости, как уже отмечено, практически незаметны.

Рассмотрим случай пузырькового ядра. Граничный импульс задавался как для предыдущего случая (фиг. 4). Для величин параметров, определяющих воздействие поршнем, приняты следующие значения $\Delta v_z = 0.38$ м/с, $t_1 = 0.25$ мс, $t_2 = 0.25$ мс. При одинаковом воздействии жестким поршнем на гомогенную и расслоенную среду датчик 1 ($z = 0.001$ м), расположенный на стенке, регистрирует импульсы в случае пузырькового ядра с амплитудой $\Delta p = 2.7 \cdot 10^5$ Па, в случае пузырькового кольца и гомогенного распределения с амплитудами $-\Delta p = 3.2 \cdot 10^5$ Па и $\Delta p = 2.1 \cdot 10^5$ Па соответственно. Причем (фиг. 5, а) на



Фиг. 6. Эволюция волн давления (а) при задании на границе ($z_0 = 0$) скорости: осциллограммы датчиков D_5 (0.001 м; $R_p/2$), D_6 (0.001 м; $R_p + (R_c - R_p)/2$). Линии 1–4 соответствуют случаям “чистой” жидкости, гомогенной пузырьковой жидкости ($\alpha_{g0} = 0.005$), кольцевому распределению пузырьков фреона ($\alpha_{g0} = 0.01$), профилю скорости жесткого ударника. Эпюры давлений на поршне для сечения $z = 0.001$ м в моменты времени 0.001, 0.05 и 0.3 мс (б)

начальном участке ($z_0 < 0.6$ м) интенсивность затухания для неоднородной смеси сильнее, чем для гомогенной. Но, как следует из показаний более дальнего датчика ($z_0 > 0.8$ м), наоборот, затухание становится более интенсивным в случае гомогенного распределения. Общий характер затухания волн в данном случае аналогичен картине, рассмотренной в предыдущем пункте, и определяется преломлением волн в среде, имеющей сильно неоднородные акустические свойства в поперечном направлении.

По эпюре давления, соответствующей времени 2 мс (фиг. 5, б), видно, что волна, образованная ударом жесткого поршня по всему сечению трубы, вдоль приосевой пузырьковой зоны движется со скоростью ~ 100 м/с, приблизительно равной скорости волны в соответствующей гомогенной пузырьковой смеси.

В момент времени 0.2 мс амплитуда давления в областях “чистой” и пузырьковой жидкостей в зоне контакта с твердым поршнем одинакова. Для этого момента времени воздействие скоростью жесткого ударника продолжается, что на первый взгляд является необычным. Акустические импедансы “чистой” и пузырьковой жидкости отличаются более чем в 15 раз, и поэтому при воздействии жестким ударником на границе $z_0 = 0$ профиль давления в областях контакта поршня “чистой” и пузырьковой жидкости должен быть сильно неоднородным. Параметры системы и первоначального импульса для фиг. 6 такие же, как для фиг. 4. На начальном этапе воздействия жестким поршнем ($t \leq 0.001$ мс) (фиг. 6, б) может наблюдаться сильно неоднородное П-образное распределение давления. Но постепенно, для больших времен, значительно превышающих времена прохождения волн давления расстояний порядка линейных масштабов поперечной

неоднородности пузырьковой системы (в данном случае они определяются величинами $R_c = 27 \cdot 10^{-3}$ м и $R_p = 19 \cdot 10^{-3}$ м), происходит на поршне установление более однородного профиля давления. Для обоих датчиков осциллограммы давления в случае кольцевого расположения пузырьков (фиг. 6, а) практически совпадают со случаем гомогенного распределения. Небольшие всплески с характерными временами порядка $t = R_p/C_l$ (сплошные линии) обусловлены переотражениями, связанными с поперечными неоднородностями пузырьковой смеси.

Пусть в цилиндрической трубе радиуса R_c , заполненной жидкостью, находится сферический кластер пузырьков с центром на оси. Рассмотрим в такой системе ударную волну, образованную повышением давления на границе $z_0 = 0$. Соответствующее граничное условие запишется в виде:

$$p_l(r, t) = p_0 + \Delta p_l \exp\left(-\left(\frac{t - t_*/2}{t_*/6}\right)^2\right) \left(0 < t < \frac{1}{2}t_*\right), \quad p_0 + \Delta p_l, \quad \left(t > \frac{1}{2}t_*\right) \quad (3.2)$$

где Δp_l – амплитуда давления, t_* – характерное время повышения давления.

Будем считать, что в исходном состоянии система находилась в покое. Тогда начальные условия запишутся в виде:

$$(z - z_{cl})^2 + r^2 \leq R_{cl}^2: \alpha_g = \alpha_{g0}, \quad \rho = \rho_l^0(1 - \alpha_{g0}), \quad p_g = p_0, \quad a = a_0, \quad w = 0$$

$$(z - z_{cl})^2 + r^2 > R_{cl}^2: \rho = \rho_l^0$$

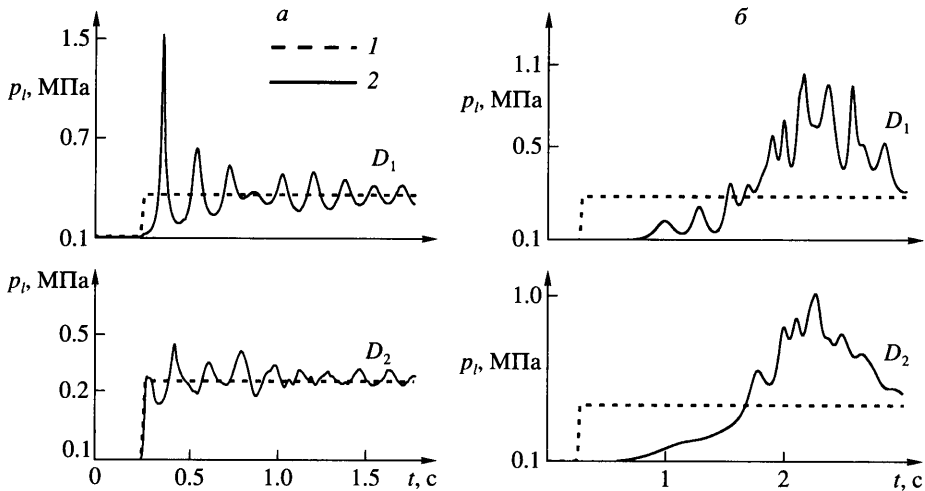
Здесь z_{cl} – координата центра кластера по оси z , R_{cl} – его радиус.

На границе $z_0 = L_z$ расчетной области приняты неотражающие условия в виде импедансного соотношения $\Delta p_l = \Delta v_z \rho_l^0 C_l$ [3].

Численные эксперименты проводились при следующих геометрических и теплофизических параметрах системы (жидкость – вода, газ – воздух): $c_g = 1006$ Дж/кг · К, $\rho_g = 1.29$ кг/м³, $\lambda_g = 0.026$ м · кг/К · с³, $T_0 = 300$ К, $p_0 = 0.1$ МПа, $\alpha_{g0} = 10^{-2}$, $a_0 = 10^{-3}$ м, $R_c = 0.1$ м, $z_{cl} = 0.4$ м, $\Delta p_l = 0.3$ МПа, $t_* = 0.1$ мс, $h_{z0} = h_{r0} = 10^{-3}$ м, $\tau = 10^{-7}$ с.

Осциллограммы на фиг. 7, а соответствуют радиусу кластера $R_{cl} = 0.02$ м. Видно, что в этом случае, когда радиус кластера мал ($R_{cl} < R_c/2$), датчик, находящийся в центре кластера (датчик 1), показывает осцилляционный закон изменения давления. При этом амплитуда первого всплеска превышает амплитуду ударной волны более чем в 2 раза ($p_l > 10$ атм). Датчик, расположенный на стенке, регистрирует сигнал с небольшими всплесками давления. Осцилляции в показаниях датчиков 1 и 2 связаны с многократным отражением волны от кластера и от границы $z_0 = 0$. Картины на фиг. 7, б иллюстрируют динамику волны типа ступенька, когда радиус кластера равен радиусу трубы ($R_{cl} = R_c = 0.1$ м). В этом случае оба датчика регистрируют значительное повышение амплитуды возмущений давления по сравнению с амплитудой инициирующей ударной волны. Анализ численных расчетов показал, что, когда кластер достаточно мелкий ($R_{cl} < R_c/2$), усиление давления внутри кластера происходит за счет двумерных и нелинейных эффектов, описанных в [5, 6]. Когда радиус кластера достаточно большой ($R_{cl} \geq R_c/2$), увеличение амплитуды давления на участках, находящихся вблизи кластера, связано с процессами аккумуляции из-за задержки волн кластером и многократного отражения волн от кластера и границы $z_0 = 0$, где поддерживается давление $p = p_0 + \Delta p_0$. Этот эффект, описанный впервые в [7], по-видимому, и является определяющим в появлении уединенной волны, наблюдаемой в экспериментах [8].

Заключение. Численно исследована эволюция волн давления в трубе с разной геометрией распределения пузырьков по сечению. Произведено сравнение с экспериментом.



Фиг. 7. Эволюция волн давления в трубе заполненной жидкостью при наличии пузырькового кластера маленьких ($R_{cl} = 0.02$ м) (а) и крупных ($R_{cl} = 0.1$ м) (б) размеров. Линии 1, 2 соответствуют случаям наличия и отсутствия кластера в трубе

При неравномерном распределении пузырьков из-за появления поперечных волновых течений происходит более интенсивное затухание импульсного давления по сравнению со случаем гомогенного распределения при прочих одинаковых параметрах системы.

При расположении пузырьков в кольцевом объеме на участках стенки трубы, находящихся вблизи торца, через который происходит удар, из-за фокусировки возмущений в более сжимаемый пузырьковый слой амплитуда давления может значительно превышать соответствующие значения, которые реализуются при гомогенном распределении пузырьков.

При воздействии жестким ударником на торец трубы, заполненной газожидкостной смесью, в случае кольцевого режима на начальном этапе может наблюдаться сильно неоднородное Π -образное распределение давления. Но постепенно, для больших времен, значительно превышающих времена прохождения волн давления расстояний порядка линейных масштабов поперечной неоднородности пузырьковой системы, происходит установление на поршне более однородного давления.

Динамика волны давления типа “ступенька” в трубе, заполненной жидкостью и содержащей на оси пузырьковый кластер, сопровождается появлением волн, амплитуда которых превышает амплитуду первоначальной волны, причем когда кластер достаточно мелкий ($R_{cl} < R_c/2$, где R_{cl} – радиус кластера, R_c – радиус трубы) усиление давления в кластере происходит из-за фокусировки волн в кластере. Когда радиус кластера достаточно большой ($R_{cl} \geq R_c/2$), увеличение амплитуды давления на участках, находящихся вблизи кластера, связано с накоплением энергии, которое происходит из-за задержки волн в кластере и многократного отражения волн от кластера и торцевой границы, в которой поддерживается давление типа “ступенька”.

Работа поддержана грантом “РФФИ-Агидель” код 05-19-91719.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.; Ч 2. 360 с.
2. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1077–1081.

3. Ильгамов М.А., Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: Физматлит, 2003. 238 с.
4. Донцов В.Е., Накоряков В.Е. Волны давления в газожидкостной среде с расслоенной структурой жидкость – пузырьковая смесь // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 4. С. 102–108.
5. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималтдинов И.К., Галимзянов М.Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Докл. РАН. 2001. Т. 378. № 6. С. 763–768.
6. Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вишивков В.А., Дудникова В.И., Лазарева Г.Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Докл. РАН. 2001. Т. 381. № 6. С. 773–776.
7. Нигматулин Р.И., Губайдуллин А.А., Ахметов А.Т., Бекишев С.А., Михайлов Е.Н. Экспериментальные и теоретические моделирования эффекта аномального усиления ударных волн в высоковязких жидкостях // Докл. РАН. 1996. Т. 346. № 1. С. 46–50.
8. Донцов В.Е. Взаимодействие ударной волны со сферическим газожидкостным кластером // ПМТФ. 2004. Т. 45. № 1. С. 3–11.

Стерлитамак

Поступила в редакцию
7.VI.2005