

УДК 532.516.013.4 : 536.24

© 2006 г. И. А. БАБУШКИН, В. А. ДЕМИН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ – ШОУ

В работе экспериментально и теоретически исследованы надкритические режимы тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу при подогреве снизу. Построена карта устойчивости конвективных режимов. Обнаружены новые устойчивые и переходные конвективные течения пульсационного типа. Численные расчеты, выполненные для ячейки с теплоизолированными вертикальными гранями, согласуются с экспериментальными данными.

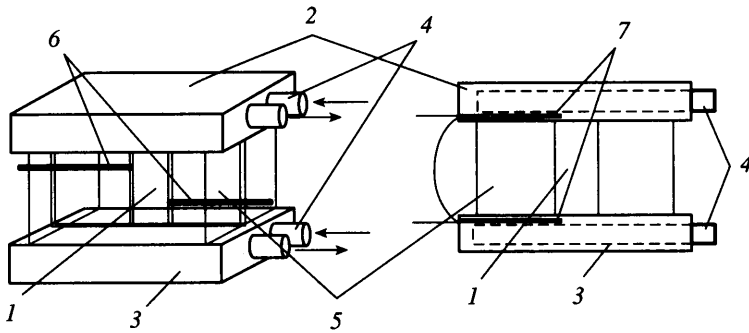
Ключевые слова: тепловая конвекция, переходные режимы, ячейка Хеле – Шоу.

В полостях с большим гидродинамическим сопротивлением установление конвективных режимов происходит, как правило, сложным образом и достаточно длительное время. В отличие от установившихся течений переходные конвективные режимы имеют свою интенсивность, структуру и обладают специфическими особенностями теплопереноса. Таким образом, переходные режимы приходится принимать во внимание при конструировании различных технических устройств, в которых требуется учет тепловой конвекции. Это приводит к необходимости тщательного как теоретического, так и экспериментального изучения переходных течений.

В данной работе экспериментально и теоретически изучаются переходные конвективные режимы, а также устойчивые стационарные и нестационарные течения в тонком вертикальном слое при подогреве снизу. Рассматриваемая полость имеет форму прямоугольного параллелепипеда, один из горизонтальных размеров которого много меньше двух других. Как показывают эксперименты и теоретические расчеты, в этом случае плоскости траекторий элементов жидкости располагаются параллельно широким граням, в широком диапазоне углов наклона слоя (в интервале $0-75^\circ$). В литературе тонкий вертикальный слой, в котором наблюдаются такого рода течения, называется ячейкой Хеле – Шоу. Из-за большого теплового и гидравлического сопротивления область колебательных режимов в ячейке Хеле – Шоу оказывается значительно ближе к нижнему уровню неустойчивости, чем в горизонтальном слое, или полостях, имеющих размеры одного порядка. Данная полость удобна как для экспериментальных (прежде всего оптических) методов исследования, так и для теоретических расчетов, позволяя использовать приближение плоских траекторий. Ранее переходные конвективные режимы в ячейке Хеле – Шоу не изучались.

При численном исследовании тепловой конвекции в подогреваемой снизу квадратной области были обнаружены колебательные режимы при больших значениях числа Рэлея, но прямых экспериментальных подтверждений существования этих режимов не было [1]. Впервые нерегулярные конвективные течения в ячейке Хеле – Шоу с границами высокой теплопроводности были изучены в [2]. Однако металлические границы полости, использовавшиеся в опытах, ограничивали возможности визуального наблюдения за формой нестационарных течений.

Поэтому был поставлен эксперимент [3], где надкритические движения исследовались в плоской подогреваемой снизу ячейке Хеле – Шоу, ограниченной прозрачными пластинами низкой теплопроводности. Были определены границы устойчивости равно-



Фиг. 1. Устройство экспериментальной установки

весия для различных соотношений широких сторон полости, исследована структура стационарных и колебательных движений, описаны два типа колебаний. Указанные колебания – одни из первых физических реализаций хаотического поведения в простой гидродинамической системе. Позднее в [4] был выполнен расчет тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу для широких границ произвольной теплопроводности. Воспроизведены экспериментальные результаты [2, 3], однако как в экспериментах, так и в расчетах геометрия полости отличалась от обсуждаемой ниже, поэтому устойчивые пульсационные и некоторые переходные режимы не были обнаружены.

1. Постановка задачи и эксперимент. Для экспериментального исследования тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу была изготовлена лабораторная модель (фиг. 1). Рабочая полость 1 имеет высоту $h = 40$ мм, длину $l = 20$ мм, толщину $2d = 2.0$ мм и ограничена сверху и снизу алюминиевыми теплообменниками 2, 3, толщиной 16 мм. Термостатирующая жидкость прокачивалась через теплообменники струйными ультратермостатами. С боковых сторон полость ограничивалась плексигласовыми массивами 5 длиной 80 мм и шириной 50 мм. Разность температур между теплообменниками менялась от 0 до 40°C и измерялась дифференциальной медьконстантановой термопарой с диаметром константанового провода 0.20 мм, а медного 0.15 мм; длина спаев составляла 1 мм. Спаи термопары помещали в просверленные отверстия 7 в теплообменниках. Перепад температур между теплообменниками поддерживался с точностью до 0.1°C .

Для визуализации конвективных течений в рабочую жидкость добавляли светорассеивающие частицы алюминиевой пудры и применялось освещение от лампы накаливания. Структуры течений регистрировались с помощью цифровой видеокамеры. Управляющий параметр задачи – тепловое число Рэлея $Ra = g\beta A d^4 / \nu\chi$ [5], где g – ускорение свободного падения; характерный градиент температуры A определялся через разность температур между теплообменниками θ и высоту полости h : $A = \theta/h$; d – полутолщина ячейки; β , ν , χ – соответственно коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности жидкости.

В качестве рабочей жидкости использовалось трансформаторное масло, у которого при температуре 20°C коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности соответственно равны $\beta = 0.69 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\nu = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $\chi = 0.74 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ (число Прандтля $Pr = 324$). Температуры теплообменников одновременно изменялись так, чтобы поддерживать вдоль горизонтального сечения полости в среднем температуру 20°C , что позволяло уменьшить влияние температурной зависимости вязкости жидкости на форму конвективных течений.

В связи с пошаговым изменением перепада температуры время выхода на рабочий режим теплообменников составляло в различных сеансах эксперимента от 10 до 30 мин.

Время установления определенного режима конвекции, оцененное по характерным временам релаксации температурных $h^2/4\chi$ и гидродинамических $h^2/4\nu$ возмущений, было равно 1.5 ч. Реальное время ожидания выхода на конвективные режимы составляло не менее 2 ч.

По результатам экспериментальных исследований были определены границы устойчивости равновесия и конвективных режимов, изучена структура стационарных и колебательных течений в зависимости от значения числа Рэлея. Особое внимание уделялось процессам установления конвективных режимов.

2. Методика расчетов. В соответствии с приближением Хеле – Шоу будем предполагать, что геометрические параметры задачи удовлетворяют требованию $h, l \gg d$ (l – длина ячейки). При моделировании конвекции данное ограничение на толщину ячейки позволяет использовать приближение плоских траекторий, согласно которому в жидкости возможны конвективные движения только в плоскости широких граней (x, y), т.е. $\mathbf{v}(v_x, v_y, 0)$.

Для теоретического описания конвективных движений в ячейке Хеле – Шоу будем использовать уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска [6], которые в безразмерной форме запишем в виде

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}}(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \boldsymbol{\gamma} \quad (2.1)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla T = \Delta T, \quad \text{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

Здесь \mathbf{v} , T , p – поля скорости, температуры и давления; $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. В уравнения входят два безразмерных параметра: число Рэлея Ra и число Прандтля Pr . При обезразмеривании уравнений (2.1), (2.2) были выбраны следующие единицы измерения: $t - [d^2/\nu]$, $v - [\chi/d]$, $T - [\Theta]$, $p - [\rho\nu\chi/d^2]$. В качестве единицы длины использовалась полутолщина слоя d .

На твердых границах полости на скорость должны быть поставлены условия прилипания $\mathbf{v}|_s = 0$. Будет рассматриваться ячейка Хеле – Шоу с теплоизолированными вертикальными гранями, на которых поддерживается постоянный градиент температуры, соответствующий подогреву снизу.

Как показывают оценки, несмотря на то, что в эксперименте установление конвективных режимов происходит в условиях сопряженного теплообмена (коэффициенты теплопроводности для трансформаторного масла и плексигласа соответственно равны 0.111 и 0.20 Вт/м · К), наибольшее влияние на форму конвективных течений оказывает соотношение сторон широких граней полости.

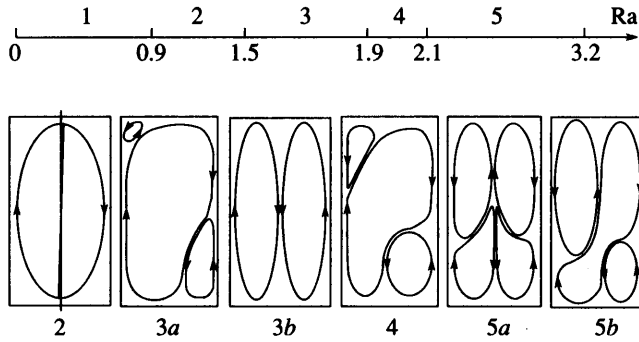
Геометрия задачи позволяет свести трехмерную задачу к плоской, поэтому дальнейший анализ тепловой конвекции производится на основе уравнений, записанных в терминах функции тока и температуры

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Зависимость от координаты z моделируется тригонометрической функцией

$$\psi(x, y, z) = \psi(x, y) \cos(\pi z/2) \quad (2.3)$$

Выделим из поля температуры равновесную часть $T = T_0 + \theta(x, y)$, где равновесный профиль температуры T_0 линейно зависит от вертикальной координаты и соответствует



Фиг. 2. Карта конвективных режимов: механическое равновесие (1); одновихревое стационарное течение (2); переходный режим от одновихревого к двухвихревому течению (3а); стационарное двухвихревое течение (3б); устойчивый пульсационный режим (4); переходный пульсационный четырехвихревой режим (5а); устойчивый четырехвихревой режим с перезамыканием вихрей (5б)

подогреву снизу: $T_0 = -y$. Окончательно система уравнений (2.1), (2.2) в терминах ψ и θ имеет вид

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \psi \partial \phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi \partial \phi}{\partial y \partial x} \right) = \Delta \phi - \text{Ra} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi \partial T}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi \partial T}{\partial y \partial x} = \Delta_1 T + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\phi = -\Delta_1 \psi, \quad \Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

где ϕ – вихрь скорости, Δ_1 – плоский оператор Лапласа.

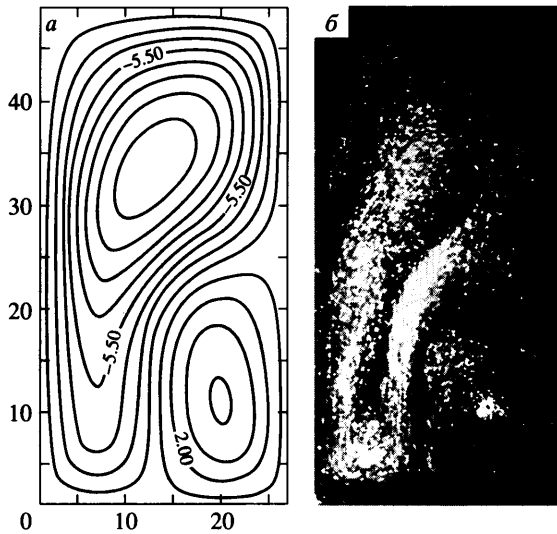
Граничные условия для системы уравнений (2.4), (2.5) принимают форму

$$x = 0, L: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0; \quad y = 0, h: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad \theta = 0 \quad (2.6)$$

Условие теплоизолированности широких граней ($\partial \theta / \partial z = 0$ при $z = \pm 1$) выполняется автоматически.

Задача (2.4)–(2.6) решалась численно методом конечных разностей [7]. В ходе расчетов использовался двухполюсовый метод в сочетании с явной схемой. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались соответственно односторонние и центральные разности. В соответствии с экспериментом расчеты производились для полости с соотношением сторон 2 : 20 : 40. Количество узлов в плоскости широких граней было равно 27×49 . Компьютерный модуль был написан на языке программирования Fortran-90.

3. Обсуждение результатов. Порог устойчивости равновесия, границы надкритических конвективных режимов, а также области существования переходных режимов, полученные по результатам экспериментальных исследований, представлены на диаграмме устойчивости (фиг. 2). В области 1 жидкость находится в механическом равновесии. При числе $\text{Ra} = 0.9$ это состояние становится неустойчивым и возникает одновихревое стационарное движение (область 2, фиг. 2). Эксперименты показывают, что линии тока пред-



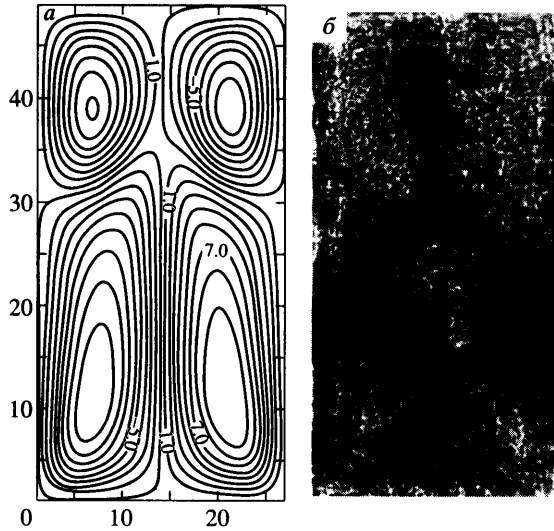
Фиг. 3. Пульсационный одновихревой режим в фиксированный момент времени: *а* – результаты расчета, *б* – экспериментальные данные

ставляют собой овалы, большая ось которых немного наклонена относительно вертикали в сторону циркуляции и лежит в плоскости, параллельной широким границам ячейки, причем составляющая скорости, перпендикулярная этим границам, отсутствует.

По мере роста числа Рэлея интенсивность такого движения возрастает, овальные линии тока еще сильнее отклоняются от вертикали, при этом в углах полости образуются застойные зоны. При дальнейшем увеличении управляющего параметра Ra в этих зонах возникают небольшие вихри с противоположной закруткой. Это возвратное течение появляется при $Ra \approx 1.3$ и имеет значительно меньшую интенсивность, чем основное течение, занимающее центральную область полости. Направление вращения конвективных вихрей при различных реализациях эксперимента устанавливается произвольным образом.

При последующем увеличении ΔT одновихревое движение становится неустойчивым и сменяется при $Ra = 1.5$ двухвихревым стационарным течением (область 3 на фиг. 2, режим 3б). Смена режима происходит в течение 2 ч. Характерная стадия смены формы течения представлена на фиг. 2 (режим 3а). Вихрь в правом нижнем углу полости начинает монотонно увеличиваться в размерах, постепенно вытесняя в левую половину основной вихрь. При увеличении числа Рэлея до $Ra = 1.9$ двухвихревое конвективное движение остается стационарным, увеличивается лишь скорость вращения.

При $Ra = 1.9$ двухвихревое течение становится неустойчивым, в результате чего один из вихрей начинает расти (режим 4, фиг. 2), вытесняя второй в нижний угол. В то же время в противоположном верхнем углу полости образуется небольшой дополнительный вихрь с возвратным течением. Затем нижний подавленный вихрь начинает расти и в некоторый момент времени при достижении примерно одной трети высоты теряется в основном течении, после чего в том же нижнем углу полости вновь появляется вихрь, который, также увеличиваясь в размерах, сливается с основным течением. Процесс повторяется с периодичностью около 5 мин в зависимости от перепада температур. Данные пульсации нижней ячейки вблизи асимметричного течения реализуются в интервале чисел Рэлея $Ra = 1.9-2.1$ и представляют собой в отличие от переходного режима 3а устойчивый пульсационный режим (фиг. 3).



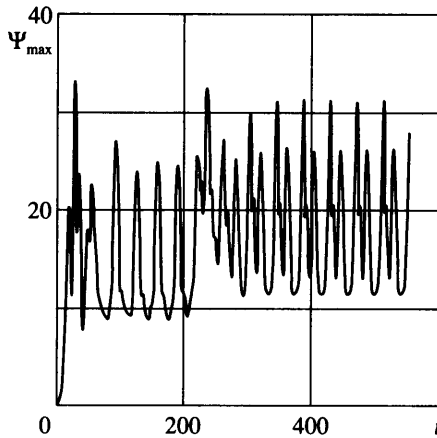
Фиг. 4. Переходный пульсационный четырехвихревой режим в фиксированный момент времени: *а* – результаты расчета, *б* – экспериментальные данные

Переход от пульсаций к колебаниям (область 5, фиг. 2) начинается распространением вниз верхнего углового вихря. Затем происходит его перезамыкание с нижним вихрем в противоположном углу полости. Характерные стадии этого колебательного режима можно найти в [5], качественно картина течения в определенный момент времени изображена на фиг. 2 (режим 5б). Наблюдения показывают, что период колебаний при $Ra = 2.2$ и 2.4 составляет соответственно около трех и одной минуты. Как видно из схематического изображения течения, верхние вихри по размерам доминируют над нижними (вихри сверху по высоте занимают $2/3$ полости) в отличие от структур, найденных в [3], где они симметричны относительно центра полости.

При $Ra \geq 2.1$ иногда возникали структуры, показанные на фиг. 4, причем с ростом температуры они появляются чаще. Данный режим не является стационарным. Так же, как режим в области 4 (фиг. 2), он имеет пульсационный характер. Нижние вихри увеличиваются в размерах, вытягиваясь вдоль вертикальной оси кюветы до середины полости, при этом верхние вихри прижимают их к оси симметрии со стороны боковых стенок (фиг. 4). Затем верхняя область нижних вихрей полностью захватывается конвективными ячейками сверху, при этом вихри в нижней части кюветы снова занимают область около $1/3h$. Такие пульсации происходят несколько раз с периодичностью около 90 с, после чего диагональные ячейки объединяются, и устанавливается четырехвихревой колебательный режим с перезамыканием вихрей (фиг. 2, режим 5б).

График максимума функции тока переходного пульсационного режима при $Ra = 2.4$ в зависимости от времени показан на фиг. 5. Начальный участок регулярных колебаний на амплитудной кривой соответствует переходному режиму (фиг. 4). Этот пульсационный режим неустойчив. Совершив несколько регулярных колебаний, система перестраивается на четырехвихревой колебательный режим с перезамыканием вихрей (режим 5б, фиг. 2). Для реализации переходного пульсационного режима в расчетах потребовалось использовать симметричные относительно вертикали начальные условия для полей функции тока и температуры.

Эксперимент и расчеты дают различные границы соответствующих режимов. В расчетах порог устойчивости механического равновесия, а также границы устойчивости



Фиг. 5. Зависимость максимума функции тока от времени на стадии переходного пульсационного режима

одновихревого, двухвихревого, пульсационного течения и четырехвихревого колебательного режима с перезамыканием вихрей лежат ниже экспериментальных значений. Это объясняется тем, что в расчетах используется условие теплоизолированности широких граней, в то время как в экспериментальной модели широкие грани сделаны из плексигласа, что отвечает промежуточной теплопроводности границ. Теоретическое исследование, выполненное для идеально теплопроводных широких граней [8], дает совсем другую последовательность конвективных режимов. Настоящие расчеты, выполненные для теплоизолированных широких граней, адекватно описывают форму и последовательность конвективных режимов при увеличении управляющего параметра задачи. Главный результат расчетов заключается в том, что теоретически подтверждено наличие устойчивого пульсационного режима (фиг. 3) и переходных режимов изображенных на фиг. 2 (режимы 3а и 5а).

Заключение. Исследованы устойчивые и переходные режимы тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу с соотношением сторон 2 : 20 : 40 при подогреве снизу. В широком диапазоне значений управляющего параметра задачи построена карта устойчивости конвективных режимов. Экспериментально обнаружены новые типы устойчивых и переходных конвективных режимов, которые были названы пульсационными течениями. Результаты численных расчетов подтверждают наличие сложных переходных и устойчивых пульсационных течений.

Авторы статьи благодарят Д.В. Любимова и Г.Ф. Путина за поддержку данной работы и полезные замечания, сделанные при ее выполнении.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов Урал-2004 № 04-02-96026, № 04-02-96038) и Американского фонда гражданских исследований и развития (грант № PE-009-0).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Тарунин Е.Л. Численное исследование конвекции жидкости, подогреваемой снизу // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 6. С. 93–99.
2. Путин Г.Ф., Ткачева Е.А. Конвективные колебания в вертикальном слое жидкости // Тез. докл. 2-й Всесоюз. конф. “Современные проблемы тепловой конвекции”. Пермь, 1975. С. 141.
3. Любимов Д.В., Путин Г.Ф., Чернатыйский В.И. О конвективных движениях в ячейке Хеле – Шоу // Докл. АН СССР. 1977. Т. 235. № 3. С. 554–556.

4. Мызникова Б.И. Численное исследование надкритических режимов тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу при подогреве снизу // Исследование тепловой конвекции и теплопередачи, Свердловск: УНЦ АН СССР, 1981. С. 23–31.
5. Anferov D.V., Babushkin I.A., Demin V.A. Experimental and theoretical investigation of transitional convective flows in Hele – Shaw cell // Proc. Intern. Conf. “Advanced Problems in Thermal Convection”. Perm, Russia, 2004. P. 173–178.
6. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
7. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 с.
8. Демин В.А., Файзрахманова И.С. Устойчивость вибрационно-конвективных движений в ячейке Хеле – Шоу // Вестн. Перм. ун-та, Пермь: Изд-во Пермск. ун-та, Сер. Физика. Вып. 1. 2003. С. 108–113.

Пермь

Поступила в редакцию
31.I.2005