

УДК 532.546:534.11

© 2006 г. О. Р. ГАНИЕВ

## ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ОСРЕДНЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ В НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Рассмотрена задача об осредненном течении вязкой несжимаемой жидкости, насыщающей пористый неподвижный и несжимаемый скелет, при периодическом воздействии. Показано, что наличие неоднородности пористости среды по пространству приводит к возникновению осредненного течения жидкости (величина течения квадратично зависит от амплитуды воздействия). При этом течение направлено в сторону увеличения пористости. В частности, это означает, что волновое воздействие на нефтяной пласт может приводить к перетоку жидкости на границах раздела из низкопористых слабопроницаемых участков коллектора в участки с высокой пористостью, например к притоку жидкости из блоков в трещины в трещиноватопористых коллекторах, что позволяет увеличить добычу нефти.

Показано, что при наличии постоянного градиента давления составляющая потока, вызванная периодическим воздействием, может иметь значительный вес в общем потоке, особенно на границе с низкопористыми слоями или блоками. С увеличением амплитуды воздействия эта доля может значительно превышать составляющую, связанную с постоянным градиентом давления.

*Ключевые слова:* вибрация, осреднение по времени, поток жидкости, неоднородная пористая среда, пористость, градиент давления.

Основная идея волновых технологий [1–4] заключена в том, чтобы преобразовать волновые воздействия в односторонне-направленное монотонное движение, реализующее необходимый технологический процесс. Так, для очистки призабойных зон добывающих скважин требуется обеспечить направленное в одну сторону движение засоряющих коллектор твердых частиц и удаление их оттуда. Такого же рода задача возникает также в случаях, когда нефть и вода образуют в коллекторах пласта изолированные кластеры, которые удерживаются в пласте значительными капиллярными силами. В этом случае необходимо обеспечить в пласте направленное в определенную сторону движение, но не твердых частиц, а флюида. Перечисленные виды движений могут быть реализованы в пластах с помощью особых волн, возбуждаемых благодаря вибрационным воздействиям. Эти волны, распространяясь по нелинейной среде, которой являются насыщенные жидкостью пористые среды, могут трансформировать колебательные движения (вибрацию) в направленные в одну сторону монотонные движения.

Рассмотрим упругую пористую среду, насыщенную сжимаемой жидкостью. Система уравнений механики, ее описывающая [5], достаточно сложна, поэтому рассмотрим одномерное (вдоль оси  $x$ ) установившееся движение вязкой несжимаемой жидкости в неоднородном пористом несжимаемом и неподвижном скелете при периодическом воздействии на жидкость (интерес представляет среднее за период движение жидкости). Физические свойства пористого скелета  $\rho_2^0$ ,  $\alpha_{i0}$ ,  $k_0$  считаются неоднородными по пространству. Тогда

$$v_2 = 0, \quad \rho_2^0 = \text{const}, \quad \rho_1^0 = \text{const}$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10}(x), \quad \alpha_2 = \alpha_{20}(x), \quad k = k_0(x), \quad \frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x} = 0 \quad (\alpha_1 v_1 = q(t)). \quad (1)$$

$$\frac{\rho_1^0(1 + \chi_m \alpha_2)}{\alpha_1} \left( \frac{dq}{dt} - q^2 \frac{1}{\alpha_1^2} \frac{d\alpha_1}{dx} \right) + \frac{K_\mu \mu_1}{\alpha_1 k} q = - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

Здесь  $v_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\rho_i^0$  – скорость, объемная концентрация, истинная плотность  $i$ -й фазы ( $1$  – жидкость,  $2$  – скелет),  $k$  – проницаемость скелета,  $\mu_1$  – динамическая вязкость жидкости,  $K_\mu$ ,  $\chi_m$  – коэффициенты трения и присоединенной массы,  $p_1$  – давление в жидкости.

Пусть при  $x = L$  поддерживается постоянное давление  $p_1(L)$ , а при  $x = 0$  задано периодическое изменение давления  $p_1(0) = p_1(L) + P_0 \sin(2\pi\omega t)$ . Тогда, проинтегрировав уравнение (1) по  $x$  от  $0$  до  $L$ , получим нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение для определения  $q$ :

$$\frac{dq}{dt} \int_0^L \frac{\rho_1^0(1 + \chi_m \alpha_2)}{\alpha_1} dx + q \int_0^L \frac{K_\mu \mu_1}{\alpha_1 k} dx - q^2 \int_0^L \frac{\rho_1^0(1 + \chi_m \alpha_2)}{\alpha_1^3} \frac{d\alpha_1}{dx} dx = P_0 \sin(2\pi\omega t)$$

Введем следующие характерные масштабы и безразмерные параметры:

$$T = \frac{1}{\omega}, \quad L, \quad P_0, \quad k_0, \quad \alpha_1^0, \quad V_1 = \frac{k_0 P_0}{\mu_1 L}$$

$$t = T\tau, \quad x = Ly, \quad k = k_0 K, \quad q = \alpha_1^0 V_1 Q$$

Здесь масштаб для скорости основан на законе Дарси. Проведя обезразмеривание, получим

$$A_1 \frac{dQ}{d\tau} + A_2 Q - A_3 Q^2 = A_4 \sin(2\pi\tau) \quad (2)$$

$$A_1 = \int_0^1 \frac{1 + \chi_m \alpha_2}{\alpha_1} dy, \quad A_2 = \frac{K_\mu \mu_1}{\rho_1^0 \omega k_0} \int_0^1 \frac{1}{\alpha_1 K} dy$$

$$A_3 = \frac{\alpha_1^0 k_0 P_0}{\omega \mu_1 L^2} \int_0^1 \frac{1 + \chi_m \alpha_2}{\alpha_1^3} \frac{d\alpha_1}{dy} dy = \frac{\alpha_1^0 k_0 P_0}{\omega \mu_1 L^2} \frac{\alpha_1(1) - \alpha_1(0)}{\alpha_1(1)\alpha_1(0)} \left( \frac{1 + \chi_m \alpha_1(1) - \alpha_1(0)}{2 \alpha_1(1)\alpha_1(0)} - \chi_m \right)$$

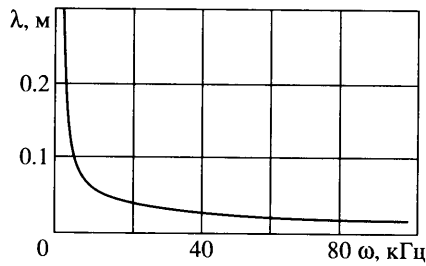
$$A_4 = \frac{\mu_1}{\rho_1^0 \omega k_0 \alpha_1^0}$$

Возьмем следующие характерные значения параметров [5, 6]:

$$\omega = 1 \cdot 10^5 \text{ Гц}, \quad P_0 = 10^5 \text{ Па}, \quad k_0 = (0.2-3) \cdot 10^{-12} \text{ м}^2, \quad \alpha_1^0 = 0.01-0.3,$$

$$\rho_1^0 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \mu_1 = 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}, \quad \chi_m \approx 0.5, \quad K_\mu = 1-2$$

Масштаб длины  $L$  будем выбирать из условия несжимаемости жидкости (сжимаемость скелета меньше сжимаемости жидкости). Для этого необходимо, чтобы длина



Фиг. 1. Зависимость длины волны  $\lambda$  от частоты  $\omega$  ( $k_0 = 10^{-12} \text{ м}^2$ ,  $\alpha_2 = 0.7$ ,  $\chi_m = 0.5$ ,  $K_\mu = 1$ )

волны в среде была больше  $L$ . Для скорости звука в насыщенной пористой среде с неподвижным несжимаемым скелетом имеется следующее выражение [7]:

$$C = \frac{C_1}{\text{Re}(\sqrt{1 + \alpha_2(\chi_m - i\delta)})}, \quad \delta = \frac{2\pi K_\mu \mu_1}{\omega k \rho_1^0 \alpha_2}$$

где  $C_1$  – скорость звука в чистой жидкости. Длина волны определяется как  $\lambda = C\omega^{-1}$  (фиг. 1). В качестве масштаба длины можно выбрать, например, четверть длины волны.

Можно показать, что в выбранном диапазоне параметров  $|A_3| \ll A_i$  ( $0 < A_i$ ,  $i = 1, 2, 4$ ). Следовательно, выбрав  $A_3$  в качестве малого параметра, можно воспользоваться для решения уравнения (2) методом разложения по малому параметру. Представив решение (2) в виде  $Q(\tau) = Q_0(\tau) + A_3 Q_1(\tau) + \dots$  и собрав члены при одинаковых степенях  $A_3$ , для определения первых двух членов разложения получим систему уравнений

$$A_1 \frac{dQ_0}{d\tau} + A_2 Q_0 = A_4 \sin(2\pi\tau), \quad A_1 \frac{dQ_1}{d\tau} + A_2 Q_1 = Q_0^2 \quad (3)$$

Общее решение первого уравнения (3) записывается в виде

$$Q_0(\tau) = A \exp\left(-\frac{A_2}{A_1}\tau\right) + \frac{A_4}{\sqrt{4\pi^2 A_1^2 + A_2^2}} \sin(2\pi\tau + \varphi)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{-2\pi A_1}{A_2}\right)$$

где  $A$  – произвольная константа. Установившийся режим (при  $\tau \rightarrow \infty$ ) имеет вид

$$Q_0(\tau) = \frac{A_4}{\sqrt{4\pi^2 A_1^2 + A_2^2}} \sin(2\pi\tau + \varphi) \quad (4)$$

Подставляя (4) во второе уравнение (3), получим установившееся решение этого уравнения

$$Q_1(\tau) = \frac{A_4^2}{2A_2(4\pi^2 A_1^2 + A_2^2)} + A \sin(4\pi\tau + \varphi + \theta)$$

где  $A$ ,  $\theta$  – некоторые константы. Таким образом, сумма первых двух членов разложения делает следующее выражение для установившегося решения уравнения (2):

$$Q(\tau) = \frac{A_4}{\sqrt{4\pi^2 A_1^2 + A_2^2}} \sin(2\pi\tau + \varphi) + A_3 \left( \frac{A_4^2}{2A_2(4\pi^2 A_1^2 + A_2^2)} + A \sin(4\pi\tau + \varphi + \theta) \right)$$

Проведя осреднение по времени, получим

$$\langle Q(\tau) \rangle = \frac{A_3 A_4^2}{2A_2(4\pi^2 A_1^2 + A_2^2)} \approx \frac{I_3}{2I_2^3} \frac{k_0^2 P_0 \rho_1^0}{\alpha_1^0 \mu_1^2 L^2 K_\mu^3} \quad (5)$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{\alpha_1(y) K(y)} dy, \quad I_3 = \frac{\alpha_1(L) - \alpha_1(0)}{\alpha_1(L) \alpha_1(0)} \left( \frac{1 + \chi_m \alpha_1(L) + \alpha_1(0)}{2 \alpha_1(L) \alpha_1(0)} - \chi_m \right)$$

или в размерном виде

$$\langle q(t) \rangle = P_0^2 \frac{I_3}{2I_2^3} \left( \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \right)^3 \frac{\rho_1^0}{L^3} \quad (6)$$

Здесь было учтено, что почти для всего диапазона рассматриваемых значений параметров  $4\pi^2 A_1^2 \ll A_2^2$  (за исключением частот, близких к 100 кГц).

Как видно из выражения (6), наличие неоднородности пористости среды  $\alpha_1$  по пространству приводит к возникновению одностороннего в среднем течения жидкости в пористой среде при периодическом воздействии. Причем течение направлено в сторону больших значений пористости (определяется знаком разности  $\alpha_1(L) - \alpha_1(0)$  в выражении для  $I_3$ ), т.е. в сторону расширения проходного сечения для жидкости. Это означает, что волновое воздействие, например, на нефтяной пласт может приводить к перетоку жидкости на границах раздела из низкопористых слабопроницаемых участков коллектора в участки с высокой пористостью, в частности к притоку жидкости из блоков в трещины в трещиноватопористых коллекторах, что позволяет увеличить добычу трудноизвлекаемой нефти. При равенстве значений пористости на границах среднее течение не возникает (при рассмотренных граничных условиях на давление).

Как следует из (6), реализующийся поток тем больше, чем больше значение  $I_3$ , чем меньше  $I_2$  и расстояние  $L$ , на котором реализуется заданный перепад пористости, и чем больше значение амплитуды воздействия  $P_0$  (квадратичная зависимость).

Пусть проницаемость среды постоянна  $K(y) = 1$ , а распределение пористости задано следующей ступенчатой функцией:

$$\alpha_1(y) = \alpha_1(0), \quad 0 \leq y \leq h; \quad \alpha_1(y) = \alpha_1(1), \quad h \leq y \leq 1$$

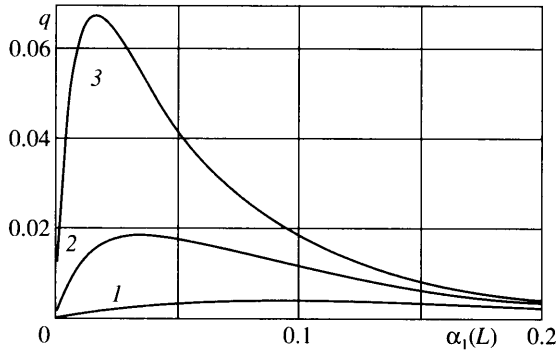
В качестве масштаба длины  $L$  примем четверть длины волны для частоты 100 кГц –  $\lambda \approx 1$  см. Приведены зависимости абсолютного значения суточного расхода жидкости  $q$ , м<sup>3</sup>/сут через единицу площади поверхности от значения  $\alpha_1(L)$  ( $k_0 = 10^{-12}$  м<sup>2</sup>,  $\alpha_1(0) = 0.3$ ,  $k_0 = 10^{-12}$  м<sup>2</sup>,  $\chi_m = 0.5$ ,  $K_\mu = 1$ ) имеют немонотонный характер, и величина расхода растет с увеличением  $h$  (фиг. 2).

На фиг. 3 приведены те же зависимости для  $h = 0.9$  и различных значений амплитуды воздействия  $P_0 = 1, 1.2, 1.5 \cdot 10^5$  Па. Большим значениям амплитуды соответствуют вышележащие кривые.

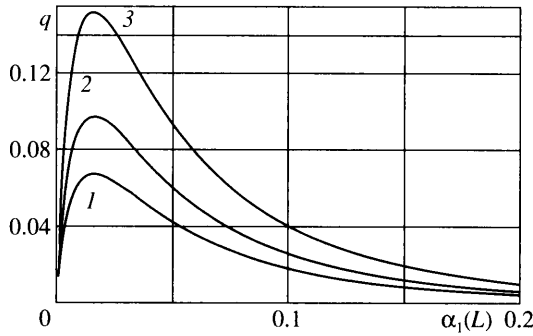
Для сравнения величины расхода возникающего за счет колебаний с расходом при постоянном перепаде давления зададим на левом конце следующее граничное условие:

$$p_1(0) = p_1(L) + \delta p + P_0 \sin(2\pi\omega t)$$

где знак  $\delta p$  определяет знак постоянного градиента давления. Характерные перепады пластового давления составляют от одного до трех десятков атмосфер на расстояниях несколько сотен метров. Примем за масштаб пластового давления перепад в  $2 \cdot 10^6$  Па



Фиг. 2. Зависимости суточного расхода жидкости  $q$ , м<sup>3</sup>/сут, через единицу площади поверхности от  $\alpha_1(L)$  для  $h = 0.5, 0.8, 0.9$  (кривые 1–3),  $P_0 = 10^5$  Па,  $\alpha_1(0) = 0.3$



Фиг. 3. То же, что на фиг. 2 для  $h = 0.9$ ,  $P_0 = 1, 1.2, 1.5 \cdot 10^5$  Па (кривые 1–3)

на расстоянии 200 м, тогда характерное значение  $\delta p$  равно  $10^4$  Па (для рассматриваемых параметров  $\delta p \approx 28$  Па).

Уравнение (4) примет вид

$$A_1 \frac{dQ}{d\tau} + A_2 Q - A_3 Q^2 = A_4 (\Delta P + \sin(2\pi\tau))$$

$$\delta p = P_0 \Delta P$$

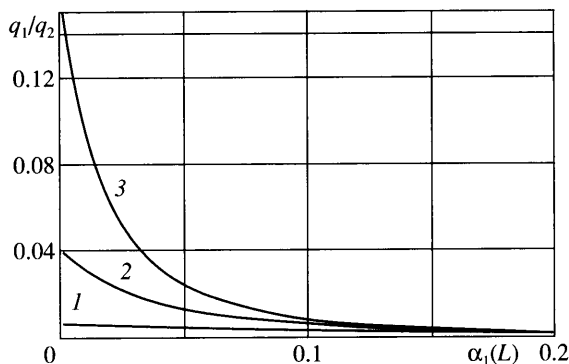
Повторим схему решения, описанную выше, получим следующее выражение:

$$\langle Q(\tau) \rangle = \frac{A_4 \Delta P}{A_2} + \frac{A_3 A_4}{A_2} \left( \frac{\Delta P^2}{A_2^2} + \frac{1}{2(4\pi^2 A_1^2 + A_2^2)} \right) \quad (7)$$

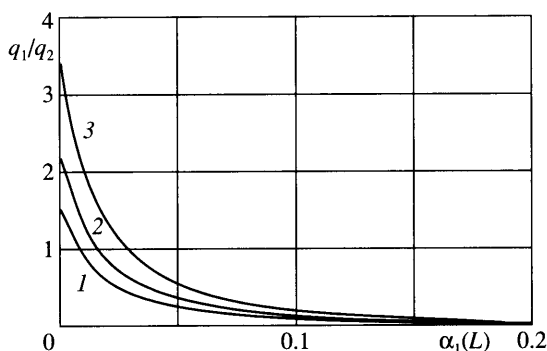
или в размерном виде (с учетом  $4\pi^2 A_1^2 \ll A_2^2$ )

$$\langle q(t) \rangle = \frac{\delta p}{L} \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \frac{1}{I_2} + \left( (\delta p)^2 + \frac{P_0^2}{2} \right) \frac{I_3}{I_2^3} \left( \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \right)^3 \frac{\rho_1^0}{L^3} \quad (8)$$

Первый член уравнений (7), (8) соответствует закону Дарси, а второй вызван неоднородностью пористости по пространству, инерционными эффектами и периодическим



Фиг. 4. Зависимости  $q_1/q_2$  от  $\alpha_1(L)$  для  $h = 0.5, 0.8, 0.9$  (кривые 1–3),  $P_0 = 10^5$  Па



Фиг. 5. Зависимости  $q_1/q_2$  от  $\alpha_1(L)$  для  $h = 0.9$ ,  $P_0 = 1, 1.2, 1.5 \cdot 10^5$  Па (кривые 1–3)

воздействием. Причем, градиент пористости и градиента давления могут “работать” как в одном направлении, так и в противоположных (определяется знаками  $\delta p$  и  $I_3$ ).

Разделим выражение (8) на две части

$$q_1 = \frac{P_0^2 I_3}{2 I_2^3} \left( \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \right)^3 \frac{\rho_1^0}{L^3}$$

$$q_2 = \frac{\delta p}{L} \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \frac{1}{I_2} + (\delta p)^2 \frac{I_3}{I_2^3} \left( \frac{k_0}{\mu_1 K_\mu} \right)^3 \frac{\rho_1^0}{L^3}$$

где первое выражение соответствует отсутствию постоянного перепада давления (чисто вибрационная составляющая), а второе – его наличию.

Для случая, когда градиент пористости и градиент постоянного давления работают в одном направлении, на фиг. 4 приведены графики зависимости отношения  $q_1/q_2$  от  $\alpha_1(L)$  для значения параметров как для фиг. 2. Вибрационная составляющая может иметь значительный вес в общем потоке, особенно на границе с низкопористыми слоями или блоками. С увеличением амплитуды воздействия эта доля может значительно превышать другую составляющую (фиг. 5, значения параметров как для фиг. 3).

**Заключение.** Аналитически показано, что при вибрационном воздействии на несжимаемую вязкую жидкость, насыщающую несжимаемую неподвижную пористую среду,

наличие неоднородности пористости среды  $\alpha_1$  по пространству приводит к возникновению осредненного течения жидкости в пористой среде при периодическом воздействии (величина расхода квадратично зависит от амплитуды воздействия). Течение направлено в сторону увеличения пористости (определяется знаком разности пористости на концах интервала), т.е. в сторону расширения проходного сечения для жидкости. Это означает, что волновое воздействие на нефтяной пласт может приводить к перетоку жидкости на границах раздела из низкопористых слабопроницаемых участков коллектора в участки с высокой пористостью, например к притоку жидкости из блоков в трещины в трещиноватопористых коллекторах, что позволяет увеличить добычу нефти. При равенстве значений пористости на границах осредненное течение не возникает.

Зависимости абсолютного значения суточного расхода жидкости через единицу площади поверхности от пористости на правом конце интервала имеют немонотонный характер.

При наличии постоянного перепада давления (например, разница между пластовым давлением и давлением на забое) градиент пористости и градиент постоянного давления могут “работать” как в одном направлении, так и в противоположных. При этом вибрационная составляющая может иметь значительный вес в общем потоке, особенно на границе с низкопористыми слоями или блоками. С увеличением амплитуды воздействия эта доля может значительно превышать составляющую, связанную с постоянным градиентом давления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Динамика частиц при воздействии вибрации. Киев: Наук. думка, 1975. 168 с.
2. Ганиев Р.Ф., Кобаско Н.И., Кулик В.В., Украинский Л.С. Колебательные явления в многофазных средах и их использование в технике и в технологии. Киев: Техника, 1980. 142 с.
3. Волновая технология и техника. Научные основы, промышленные испытания и их результаты, перспективы использования / Под ред. Р.Ф. Ганиева. М.: Изд. фирма НЦ НВМТ, 1993. 127 с.
4. Украинский Л.Е. Волновая технология в нефтяной промышленности / Под ред. Р.Ф. Ганиева. Уфа: Изд-во РНТИК “Баштехинформ”. 1999. 46 с.
5. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
6. Физические свойства минералов и горных пород при высоких термодинамических параметрах: Справочник / Под ред. И.П. Воларовича. М.: Недра, 1988. 255 с.
7. Gubaidullin A.A., Kuchugurina O.Yu. The peculiarities of linear wave propagation in double porous media // Transport in Porous Media. 1999. V. 34. Nos. 1–3. P. 29–45.

Москва

Поступила в редакцию  
5.V.2005