

УДК 532.516.5.013.3:533.5.011.5

© 2006 г. И. В. ЕГОРОВ, В. Г. СУДАКОВ, А. В. ФЕДОРОВ

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОСПРИИМЧИВОСТИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ К АКУСТИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

На основе численного решения двумерных уравнений Навье – Стокса исследована восприимчивость сверхзвукового ( $M_\infty = 6$ ) пограничного слоя на плоской пластине к акустическим возмущениям. Численные результаты, полученные для быстрой и медленной акустических волн, падающих под нулевым углом на пластину, находятся в качественном соответствии с асимптотической теорией. Расчеты, проведенные для других углов падения акустических волн, показывают новые черты поля возмущений в окрестности передней кромки пластины. Показано, что скачок, образующийся около передней кромки, благодаря вязко-невязкому взаимодействию, может оказывать значительное влияние на акустическое поле и процесс восприимчивости.

*Ключевые слова:* уравнения Навье – Стокса, сверхзвуковые течения, пограничный слой, возмущения, численное моделирование, акустика.

Предсказание ламинарно-турбулентного перехода – важная задача для проектирования и расчета сопротивления высокоскоростных летательных аппаратов [1]. Обзор достижений в методологии расчета чисел Рейнольдса перехода можно найти в [2]. Экспериментальные исследования в гиперзвуковых аэродинамических трубах весьма ограничены. Прямое численное моделирование может восполнить этот пробел, так как численный эксперимент дает детальную информацию о поле возмущений. Этот метод можно использовать для разработки и верификации теоретических моделей, а также при моделировании сложных течений, для которых методы теории устойчивости, такие как нелинейные параболизированные уравнения устойчивости, не применимы. Этим объясняется возрастающий интерес к прямому численному моделированию процессов ламинарно-турбулентного перехода. В частности, проведено численное моделирование восприимчивости и устойчивости гиперзвукового пограничного слоя на параболической передней кромке [3] и на плоской пластине [4, 5].

Теоретическая модель восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине к акустическим возмущениям разработана в [6, 7]. Она раскрывает физику локальной восприимчивости, связанной с дифракцией и рассеянием акустических волн около передней кромки пластины. В [8] выполнено сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными [9, 10], полученными в аэродинамической трубе.

В данной работе с помощью TVD-схемы второго порядка [11] решаются уравнения Навье – Стокса для двумерных нестационарных, сжимаемых течений, что позволяет достаточно точно моделировать рассеяние и дифракцию акустических возмущений в области передней кромки пластины. Исследование нарастания возмущений в сверхзвуковом пограничном слое, вызванных локальным периодическим вдувом-отсосом, показало, что данный метод расчета пригоден для задач восприимчивости и устойчивости сверхзвукового пограничного слоя [11].

В настоящей работе проводится численное моделирование восприимчивости пограничного слоя на плоской пластине ( $M_\infty = 6$ ) к акустическим возмущениям. Численные

результаты, полученные для быстрой и медленной акустических волн, падающей под нулевым углом, сопоставляются с теоретическими данными [6, 7] и результатами численного моделирования [5]. Численные эксперименты, проведенные для углов падения акустических возмущений  $\pm 45^\circ$ , позволяют выявить новые черты поля возмущений в окрестности передней кромки, которые могут играть важную роль в процессе восприимчивости.

**1. Постановка задачи и численный метод.** Вязкие сжимаемые течения описываются уравнениями Навье – Стокса, получающимися из законов сохранения массы, импульса и энергии. Для двумерных нестационарных течений уравнения Навье – Стокса в криволинейной системе координат  $(\xi, \eta)$ , где  $x = x(\xi, \eta)$ ,  $y = y(\xi, \eta)$  – декартовы координаты, записываются в безразмерной форме и консервативном виде

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} = 0$$

Здесь  $\mathbf{Q}$  – вектор консервативных зависимых переменных,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{G}$  – векторы потоков в криволинейной системе координат. Эти векторы выражаются через соответствующие векторы в декартовой системе координат  $\mathbf{Q}_c, \mathbf{E}_c, \mathbf{G}_c$

$$\mathbf{Q} = J \mathbf{Q}_c, \quad \mathbf{E} = J \left( \mathbf{E}_c \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \xi}{\partial y} \right), \quad \mathbf{G} = J \left( \mathbf{E}_c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)$$

где  $J = \det \|\partial(x, y) / \partial(\xi, \eta)\|$  – якобиан преобразования. Компоненты векторов в декартовой системе координат для двумерных уравнений Навье – Стокса

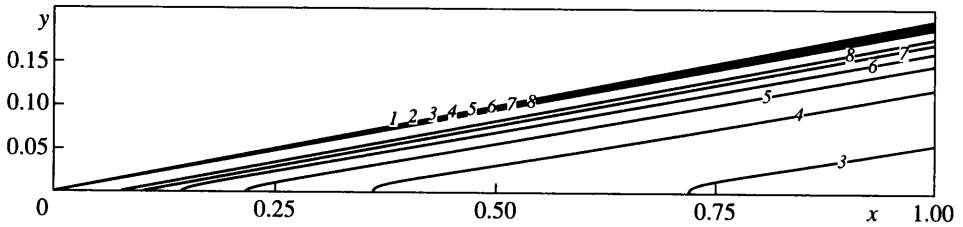
$$\mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_c = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \tau_{xx} \\ \rho u v - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \tau_{xy} \\ \rho u H - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \left( u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + \frac{\mu}{\text{Pr}(\gamma - 1) M_\infty^2} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \tau_{yy} \\ \rho v H - \frac{1}{\text{Re}_\infty} \left( u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + \frac{\mu}{\text{Pr}(\gamma - 1) M_\infty^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{bmatrix}$$

Здесь  $\rho$  – плотность;  $u, v$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{V}$ ;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $e$  – полная энергия на единицу объема;  $H$  – удельная энтальпия;  $\tau$  – тензор напряжений с компонентами

$$\tau_{xx} = \mu \left( -\frac{2}{3} \text{div} \mathbf{V} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left( -\frac{2}{3} \text{div} \mathbf{V} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$\mu$  – динамический коэффициент вязкости, который вычислялся по степенному закону  $\mu = T^{0.7}$ .



Фиг. 1. Стационарное поле давления для  $M_\infty = 6$ ,  $Re_\infty = 2 \cdot 10^6$ ;  $p = 0.0200$  (кривая 1), 0.0204 (2), 0.0208 (3), 0.0212 (4), 0.0216 (5), 0.0220 (6), 0.0224 (7), 0.0228 (8)

Система уравнений для совершенного газа замыкается уравнением состояния  $p = \rho T / (\gamma M_\infty^2)$ . Уравнения Навье – Стокса выписаны в безразмерном виде. Зависимые переменные отнесены к соответствующим параметрам в набегающем потоке, а давление – к удвоенному скоростному напору. Координаты отнесены к характерному линейному размеру  $L$ , а время обезразмерено на отношение  $L$  к скорости на бесконечности. При этом  $Re_\infty$  – число Рейнольдса,  $M_\infty$  – число Маха,  $\gamma$  – отношение удельных теплоемкостей совершенного газа,  $Pr$  – число Прандтля. В настоящей работе  $\gamma = 1.4$ ,  $Pr = 0.72$ .

Задача решалась численно с помощью неявного метода конечного объема второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Использована квазимонотонная схема типа схемы Годунова. Это особенно важно в задачах, где расчетная область содержит ударные волны. В [11] было получено стационарное решение задачи обтекания плоской пластины с острой передней кромкой и показано, что данную схему можно применять для задач устойчивости сверхзвукового пограничного слоя на пластине.

В настоящей работе проведено численное моделирование восприимчивости к акустическим возмущениям. Расчетная область является прямоугольником с нижней стороной, совпадающей с поверхностью пластины. На этой границе расчетной области ставятся условия прилипания, т.е. равенства нулю всех компонент скорости. Поверхность пластины считалась адиабатической  $dT_w/dn = 0$ . На правой границе использовалась линейная экстраполяция зависимых переменных  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $T$ .

Расчетная сетка составляла  $1501 \times 201$  и имела сгущение в области пограничного слоя вблизи поверхности тела и в области передней кромки пластины, где формируется ударная волна. Задача решалась в два этапа. Сначала находилось численное решение продольного обтекания плоской пластины при  $M_\infty = 6$ ,  $Re_\infty = 2 \times 10^6$ , где число Рейнольдса определено по длине пластины  $L$ . При этом на левой и верхней границах ставились условия набегающего потока. Рассчитанное поле давления стационарного обтекания пластины показано на фиг. 1. Вязко-невязкое взаимодействие приводит к формированию ударной волны, исходящей с передней кромки пластины. Как будет показано ниже, этот скачок уплотнения играет важную роль в процессе восприимчивости около передней кромки.

На втором этапе, после того, как стационарное решение обтекания плоской пластины рассчитано, плоская монохроматическая акустическая волна добавлялась в набегающий поток (фиг. 2) с помощью возмущений зависимых переменных

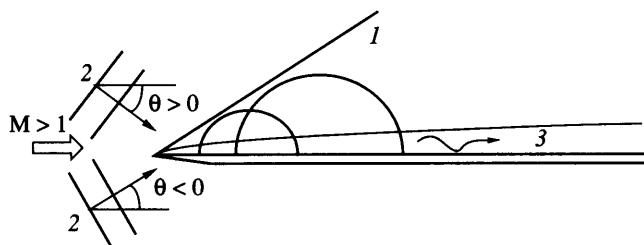
$$(u', v', p', T')_\infty^T = (|u'|, |v'|, |p'|, |T'|)_\infty^T \exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)]$$

где  $|u'|$ ,  $|v'|$ ,  $|p'|$ ,  $|T'|$  – безразмерные амплитуды возмущений, связанные соотношениями

$$|p'| = \epsilon, \quad |u'| = \pm M_\infty |p'| \cos \theta,$$

$$|v'| = \mp M_\infty |p'| \sin \theta, \quad |T'| = (\gamma - 1) M_\infty^2 |p'|$$

(1.1)



Фиг. 2. Схема восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к акустическим возмущениям: 1 – ударная волна, 2 – акустические волны, 3 – пограничный слой

Здесь  $\theta$  – угол падения акустической волны, он положительный (отрицательный), если акустическая волна падает на пластину сверху (снизу);  $\varepsilon$  – малый параметр, характеризующий амплитуду волн;  $k_x = k_\infty \cos \theta$ ,  $k_y = -k_\infty \sin \theta$  – компоненты волнового вектора;  $\omega$  – безразмерная частота;  $k_\infty = \omega / (\cos \theta \pm 1/M_\infty)$ . В соотношениях верхний (нижний) знак соответствует быстрой (медленной) акустической волне. Если  $\theta = 0^\circ$ , тогда

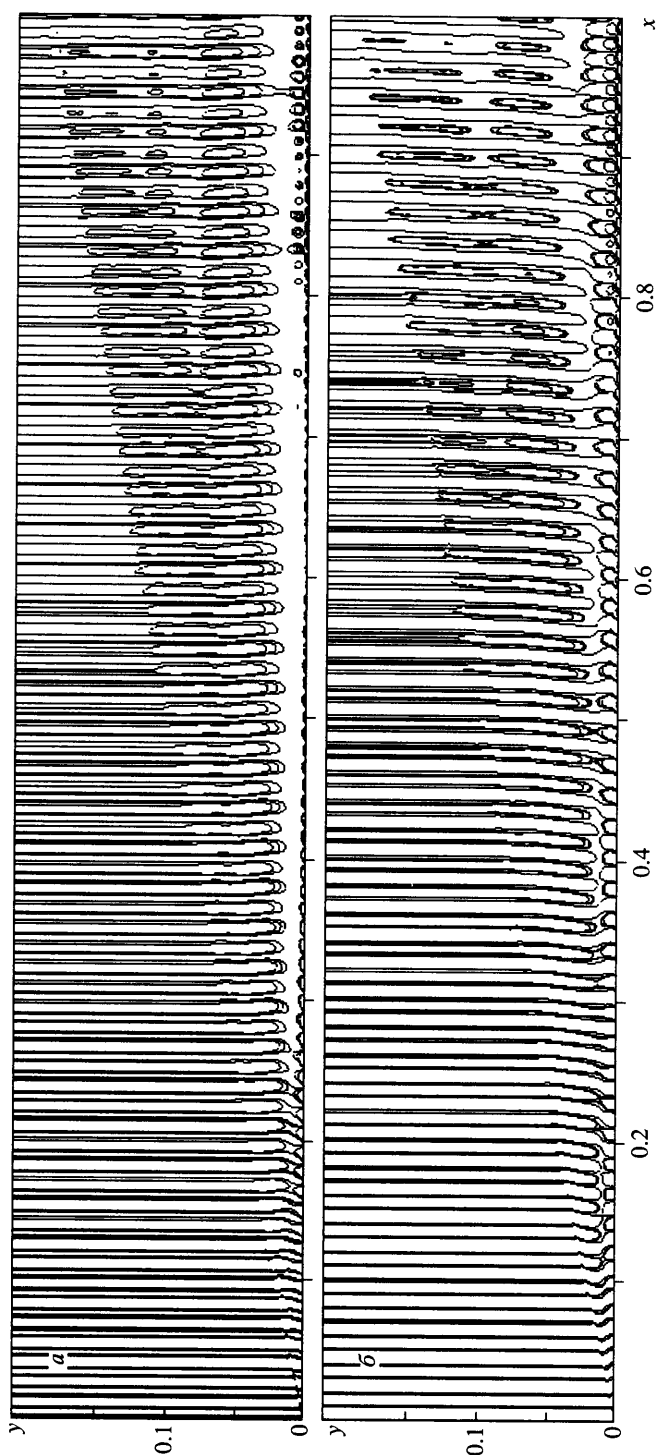
$$k_x = k_\infty, \quad k_y = 0, \quad |u'| = \pm M_\infty |p'|, \quad |v'| = 0, \quad |p'| = \varepsilon, \quad |T'| = (\gamma - 1) M_\infty^2 |p'|$$

Для положительных углов  $\theta$  (волна падает сверху) возмущения (1.1) добавлялись на левой и верхней границах расчетной области, для отрицательных  $\theta$  (волна падает снизу) – на левой границе расчетной области, а на верхней ставились “мягкие” условия. При этом возмущения температуры на поверхности пластины  $T'(y = 0) = 0$ , т.е. при решении нестационарной задачи температура стенки равнялась температуре адиабатической стенки, полученной при решении стационарной задачи  $T_w(x, t) = T_{ad}(x)$ .

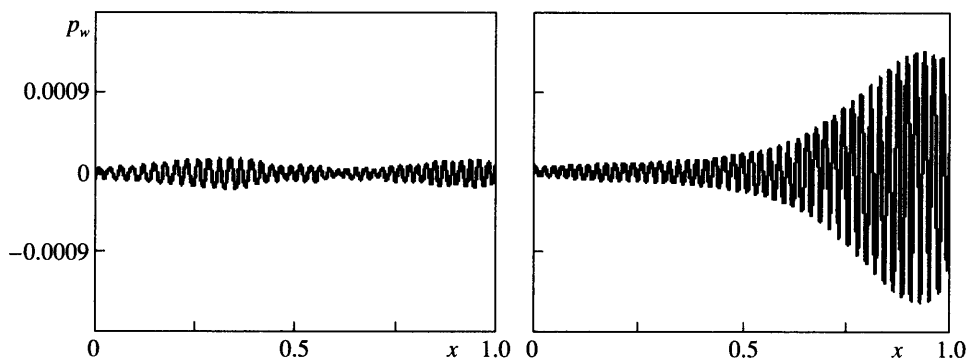
Чтобы моделировать восприимчивость пограничного слоя к акустическим возмущениям, быстрая или медленная акустические волны вводились в набегающий поток после получения стационарного поля обтекания пластины. Эти волны имели малую амплитуду  $\varepsilon = 5 \times 10^{-5}$ , обеспечивающую линейный процесс восприимчивости, и безразмерную частоту  $\omega = 260$ , соответствующую частотному параметру  $F = \omega/Re = 1.3 \times 10^{-4}$ . Заметим, что амплитуда возмущения должна быть много больше численной ошибки, с которой получено решение стационарной задачи. Для малых амплитуд акустических волн это решение, полученное с большой точностью, приводит к сильному увеличению времени расчета невозмущенного поля течения. Уравнения Навье – Стокса интегрировались до момента выхода нестационарного решения на установившийся периодический режим.

**2. Акустические волны с нулевым углом падения.** Сначала проведено численное моделирование для угла падения акустической волны  $\theta = 0^\circ$ . Разность между решениями нестационарной и стационарной задач в заданный момент времени дает мгновенное поле возмущений. Типичная картина поля возмущений давления, индуцированных быстрой и медленной акустическими волнами, представлена на фиг. 3, а, б. Видно, что ударная волна слабо возмущает акустическое поле.

Рассмотрим случай падающей быстрой акустической волны. Акустическая волна после попадания в пограничный слой синхронизируется с быстрой модой в пограничном слое (мода  $F$  по терминологии [8]). Это приводит к монотонному росту амплитуды моды  $F$  в интервале  $0 < x < 0.2$  (см. одноячейные структуры в пограничном слое). Далее вниз по течению фазовая скорость моды  $F$  уменьшается, происходит рассинхронизация, возмущения снижаются, и мода  $F$  затухает. Затем мода  $F$  синхронизируется с неустойчивой медленной модой в пограничном слое (мода  $S$  по терминологии [8] или вторая мода согласно терминологии Мэка [12]) и возбуждает последнюю через механизм межмодового обмена (см. [7]),  $0.6 < x < 0.7$ . Ниже по течению мода  $S$  растет вследствие неустойчивости,



Фиг. 3. Поля возмущений давления, индуцированные быстрой (а) и медленной (б) акустическими волнами при  $\theta = 0$



Фиг. 4. Возмущения давления на поверхности пластины, индуцированные быстрой (а) и медленной (б) акустическими волнами при  $\theta = 0$

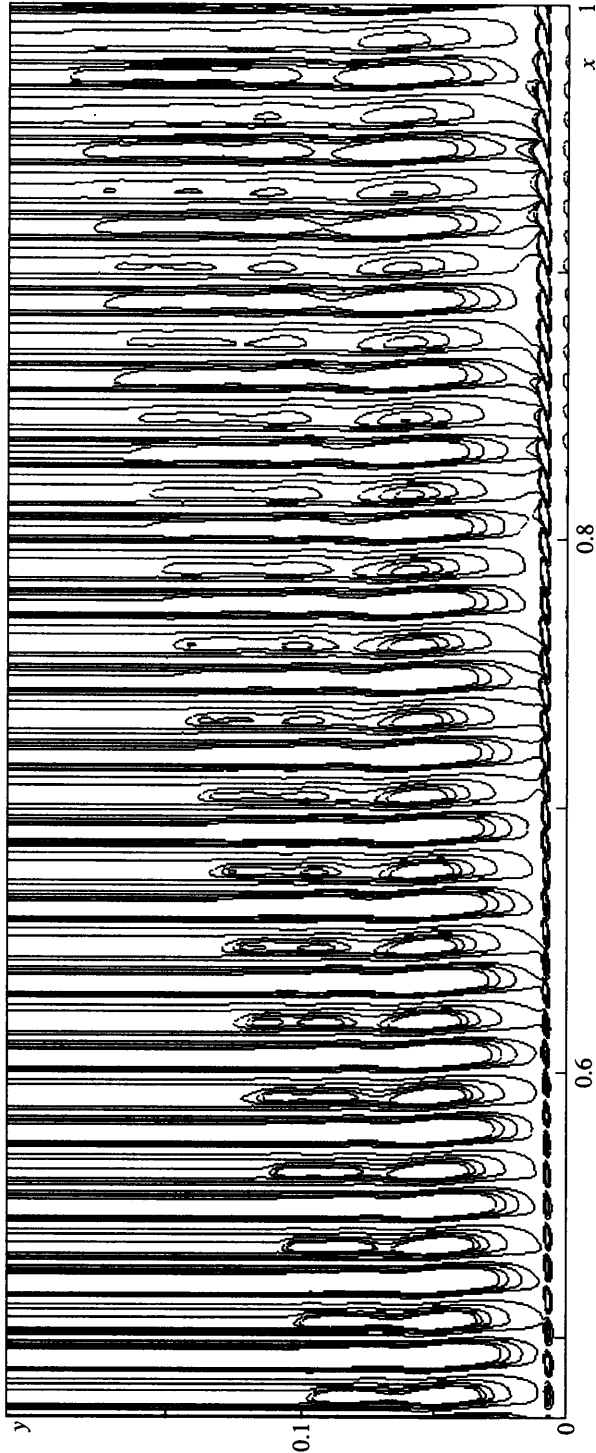
что приводит к образованию двухъячеистых структур в пограничном слое,  $0.8 < x < 1$  (см. фиг. 3, а). Эти явления ясно видны на распределении возмущения давления на поверхности пластины (фиг. 4, а). Описанный выше сценарий согласуется со сценарием, описанным асимптотической теорией [6–8] и результатами численного моделирования [5].

На фиг. 5 можно видеть мгновенное поле возмущений плотности, индуцированное быстрой акустической волной. В критическом слое, где средняя скорость близка к фазовой скорости и возмущения плотности максимальны, возмущения формируют дорожку ячеек. В области  $x < 0.7$  соседние ячейки разделены между собой, что характерно для моды  $F$ . Вниз по течению соседние ячейки начинают перекрываться и образуют веретенообразную структуру ( $0.8 < x < 1$ ), что типично для моды  $S$ . Детальный фрагмент этих структур показан на фиг. 6, а для моды  $F$  ( $0.2 \leq x \leq 0.3$ ) и на фиг. 6, б для моды  $S$  ( $0.85 \leq x \leq 0.95$ ). Заметим также, что картина поля возмущений плотности, индуцированных быстрой акустической волной, качественно совпадает с результатами численного моделирования [5].

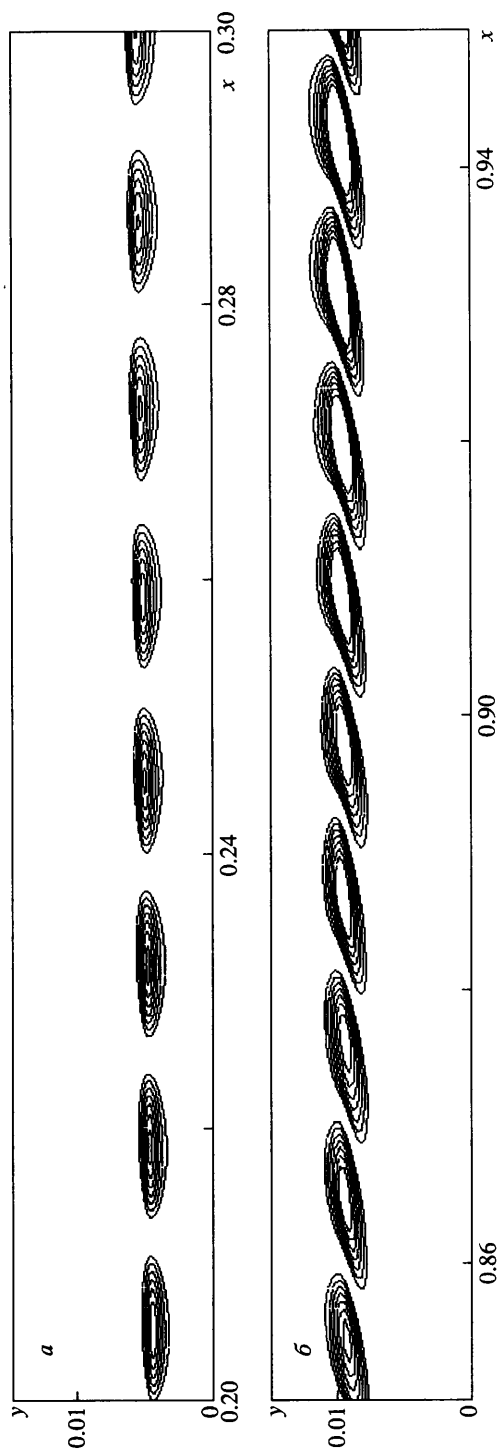
В противоположность случаю с быстрой акустической волной, медленная акустическая волна напрямую синхронизуется с модой  $S$  около передней кромки, согласно теоретическим исследованиям [6–8]. Это приводит к алгебраическому (порядка  $x^{1/4}$ ) росту амплитуды моды  $S$ , начиная от носика пластины [6–8]. Фигура 7 показывает, что теоретическая зависимость достаточно хорошо соответствует росту возмущений около передней кромки, полученному прямым численным моделированием. Далее вниз по течению мода  $S$  становится неустойчивой, и ее амплитуда растет экспоненциально. Максимальная амплитуда моды  $S$  при  $x \approx 0.9$  значительно больше, чем максимальная амплитуда, индуцируемая быстрой акустической волной. Это ясно видно на фиг. 4, б, где показаны возмущения давления на поверхности пластины в зависимости от координаты  $x$  в заданный момент времени. Такое поведение также согласуется с теоретическими исследованиями [6–8]. В случае падения медленной акустической волны в критическом слое образуется веретенообразная структура возмущений плотности уже вблизи передней кромки (аналогичная структуре на фиг. 6, б), что еще раз свидетельствует о доминировании моды  $S$  в данной области.

Другая интересная черта наблюдается снаружи пограничного слоя как в случае падения быстрой, так и при падении медленной акустических волн. Чуть выше пограничного слоя амплитуда возмущений давления относительно мала (фиг. 3). Зона “молчания” разделяет возмущения в пограничном слое и внешнее акустическое поле. Она растет вниз по течению, что соответствует теоретическому решению [6–8] для акустических возмущений в дифракционной зоне.

**3. Акустические волны с разными углами падения.** Результаты численного моделирования для быстрой и медленной акустических волн с углами падения  $\theta = +45^\circ$  (сверху)

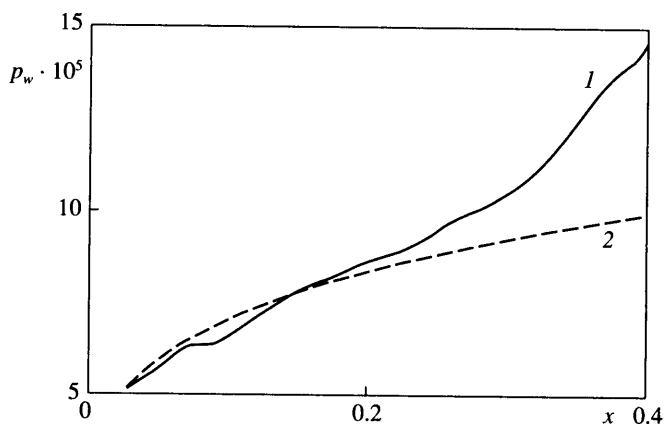


Фиг. 5. Возмущения плотности, индуцированные быстрой акустической волной при  $\theta = 0$



Фиг. 6. Возмущения плотности, индуцированные быстрой акустической волной: *a* – мода *F*, *б* – мода *S*



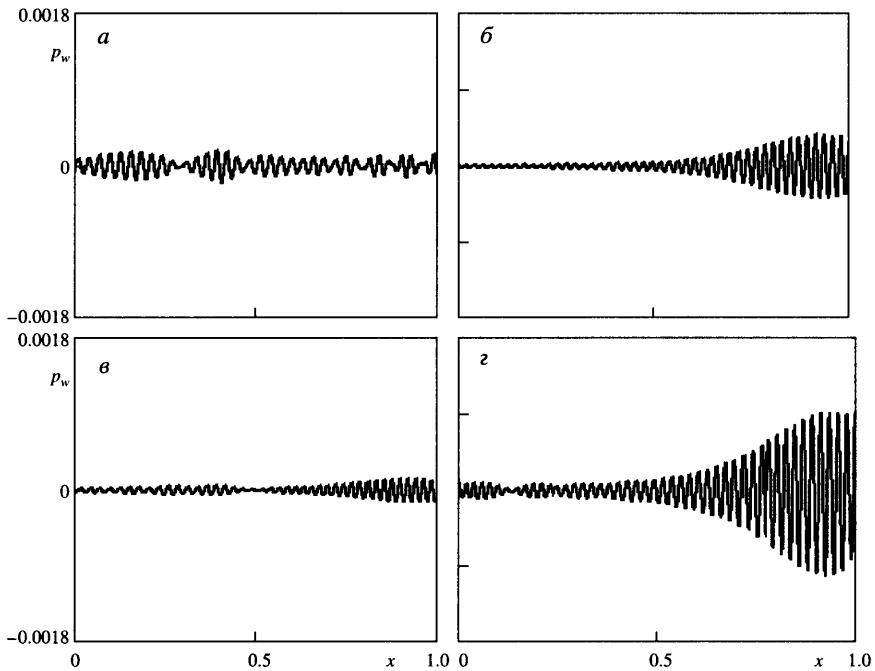


Фиг. 7. Амплитуда возмущений давления на стенке вблизи передней кромки пластины: 1 — численное моделирование, 2 — асимптотическая теория [6–8]

и  $-45^\circ$  (снизу) обнаруживают новые черты восприимчивости, которые не описываются асимптотической теорией [6–8]. Эти явления связаны со взаимодействием падающей акустической волны со скачком уплотнения около передней кромки пластины. Известно, что акустическая волна, проходя через ударную волну, меняет свою амплитуду и образует волны энтропии и завихренности за скачком [13]. Вместе с тем акустические волны попадают в пограничный слой и отражаются от поверхности пластины назад. Эти эффекты могут изменить поле возмущений между поверхностью пластины и скачком уплотнения, особенно около передней кромки пластины, где вязко-невязкое взаимодействие максимально.

Распределения возмущений давления на поверхности пластины для разных случаев показаны на фиг. 8. Левый столбец соответствует падению быстрой акустической волны, правый — медленной при углах падения  $\theta = +45^\circ$  (верхняя строка) и  $-45^\circ$  (нижняя строка). Видно, что во всех случаях медленная акустическая волна генерирует более сильные возмущения вниз по потоку, чем быстрая. Однако рост неустойчивой моды в сверхзвуковом пограничном слое зависит и от угла ее падения (фиг. 8, б, з). Медленная акустическая волна с углом падения  $\theta = +45^\circ$  (падение сверху) генерирует меньшие возмущения, чем волна с углом  $\theta = -45^\circ$  (падение снизу). Чтобы понять причины такого поведения, необходимо рассмотреть явления, происходящие около передней кромки пластины.

Поле возмущений давления ( $0 \leq x \leq 0.15$ ) при падении медленной акустической волны под углами  $\theta = +45^\circ$  (фиг. 9, а) и  $-45^\circ$  (фиг. 9, б) демонстрирует, что ударная волна и поверхность пластины образуют клинообразный волновод, в котором возмущения распространяются вниз по потоку. Внешние возмущения проникают через ударную волну и генерируют вынужденные акустические колебания. Вынужденные возмущения имеют две компоненты: первая компонента связана с проникновением акустики через скачок, вторая связана с рассеянием акустических волн передней кромкой пластины. Медленная акустическая волна, падающая под углом  $\theta = +45^\circ$ , почти не проникает через ударную волну, и волновод не возбуждается (фиг. 9, а). Напротив волна с  $\theta = -45^\circ$  усиливается, проходя через скачок, и генерирует колебания в волноводе (фиг. 9, б). Численные результаты качественно согласуются с линейной теорией прохождения акустических волн через наклонную ударную волну [13]. В частности, по линейной теории [13] коэффициент прохождения медленной акустической волны ( $\theta = +45^\circ$ ) через данный скачок, равен нулю. Такая акустическая волна не проникает через скачок уплотнения,



Фиг. 8. Распределения возмущений давления на поверхности пластины, индуцированные быстрой и медленной акустическими волнами при углах падения:  $a, б - \theta = +45^\circ$ ,  $в, г - \theta = -45^\circ$

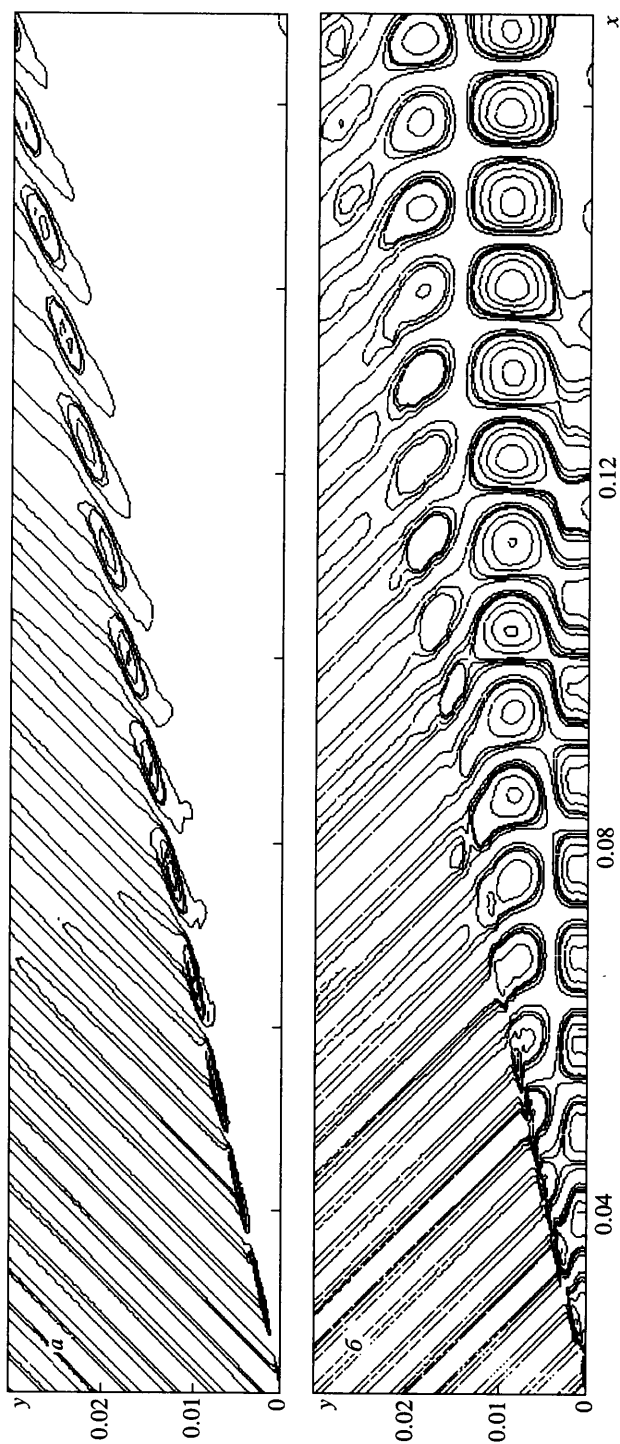
что и получено в ходе численного моделирования. Для медленной акустической волны ( $\theta = -45^\circ$ ) коэффициент прохождения больше единицы, т.е. волна усиливается, что соответствует результатам расчетов. Заметим, что линейная теория не учитывает отражения акустических волн от поверхности пластины и неоднородность среднего поля течения. Таким образом, взаимодействие акустических волн со скачком уплотнения около передней кромки пластины может играть значительную роль в процессе восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя.

Аналогичная ситуация наблюдается и для других углов падения быстрой или медленной акустических волн. Так, быстрая акустическая волна с углом падения  $\theta = +45^\circ$  усиливается при прохождении через скачок, а с  $\theta = -45^\circ$  – не проникает через скачок. Сравнение амплитуды возмущений давления на стенке для этих случаев представлено на фиг. 8,  $a, в$ .

Линейная теория [13] позволяет также определить амплитуды энтропийных волн и волн завихренности, образующихся после прохождения акустической волны через наклонный скачок. Численное моделирование в настоящей работе показывает, что амплитуды этих возмущений малы во всех рассмотренных случаях.

Итак, при падении акустической волны под углом к передней кромке пластины проявляются два фактора, влияющих на рост неустойчивой моды в пограничном слое. Первый фактор связан с разницей фаз между падающими акустическими волнами и неустойчивой модой пограничного слоя (модой  $S$ ). Второй фактор связан с прохождением акустических волн через скачок и возбуждением клинообразного волновода.

**Заключение.** Выполнено численное моделирование восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине с острой передней кромкой к акустическим возмущениям. Изучено распространение возмущений в пограничном слое, вызванных быстрой и медленной акустическими волнами, падающими на пластину сверху и снизу. Показано, что скачок уплотнения, образующийся около передней кромки, благодаря вязко-не-



Фиг. 9. Поле возмущений давления ( $0 \leq x \leq 0.15$ ) при падении медленной акустической волны под углами:  $a - \theta = +45^\circ$ ,  $b - \theta = -45^\circ$

вязкому взаимодействию, может оказывать значительное влияние на акустическое поле и процесс восприимчивости. Этот эффект не учитывается асимптотической теорией.

Результаты для случаев падения быстрой и медленной акустической волны под нулевым углом к передней кромке качественно соответствуют результатам теоретических исследований и расчетов.

Около передней кромки ударная волна и поверхность пластины образуют клинообразный волновод, в котором акустические моды распространяются вниз по течению. Поле возмущений в этом волноводе зависит от типа и угла падения акустической волны. Медленная акустическая волна с углом падения  $\theta = +45^\circ$  (сверху) и быстрая с  $\theta = -45^\circ$  (снизу) слабо проникают через скачок, и волновод не возбуждается. Напротив, медленная акустическая волна с  $\theta = -45^\circ$  и быстрая с  $\theta = +45^\circ$  усиливаются при прохождении через наклонный скачок и эффективно возбуждают колебания в волноводе. Уровень акустического ближнего поля играет заметную роль в процессах восприимчивости и развитии возмущений вниз по потоку. Эти численные примеры показывают, что даже слабый скачок уплотнения может значительно влиять на поле возмущений около передней кромки и на процесс восприимчивости.

Вместе с тем, развитие неустойчивой моды пограничного слоя зависит от разницы фаз между этой модой и акустическими возмущениями. Увеличение разницы фаз приводит к уменьшению амплитуды неустойчивой моды. Действие этих двух эффектов (рассинхронизация и возбуждение волновода) ведет к немонотонной зависимости уровня восприимчивости от угла падения акустической волны. Более того, при падении медленной акустической волны снизу возмущения вниз по потоку больше, чем при падении сверху. Это явление может быть предметом дальнейших теоретических, численных и экспериментальных исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reed H.L., Kimmel R., Schneider S., Arnal D.* Drag prediction and transition in hypersonic flow // AIAA Paper. 1997. № 97-1818.
2. *Гапонов С.А., Маслов А.А.* Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
3. *Zhong X.* Leading-Edge Receptivity to Free-Stream Disturbance Waves for Hypersonic Flow over Parabola // J. Fluid. Mech. 2001. V. 441. P. 315-367.
4. *Ma Y., Zhong X.* Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Pt. 1. Wave structures and interactions // J. Fluid. Mech. 2003. V. 488. P. 31-78.
5. *Ma Y., Zhong X.* Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Pt 2. Receptivity to free-stream sound // J. Fluid. Mech. 2003. V. 488. P. 79-121.
6. *Федоров А.В., Хохлов А.П.* Возбуждение неустойчивых мод сверхзвукового пограничного слоя акустическими волнами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 67-74.
7. *Fedorov A.V., Khokhlov A.P.* Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2001. V. 14. № 6. P. 359-375.
8. *Fedorov A.V.* Receptivity of a high-speed boundary layer to acoustic disturbances // J. Fluid Mech. 2003. V. 491. P. 101-129.
9. *Маслов А.А., Семенов Н.В.* Возбуждение собственных колебаний пограничного слоя внешним акустическим полем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 74-78.
10. *Maslov A.A., Shpilyuk A.N., Sidorenko A., Arnal D.* Leading-edge receptivity of a hypersonic boundary layer on a flat plate // J. Fluid Mech. 2001. V. 426. P. 73-94.
11. *Егоров И.В., Судаков В. Г., Федоров А.В.* Численное моделирование распространения возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 6. С. 33-44.
12. *Mack L.M.* Linear stability theory and the problem of supersonic boundary layer transition // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 3. P. 278-289.
13. *Дьяков С.П.* Взаимодействие ударных волн с малыми возмущениями. 1 // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. № 4 (10). С. 948-961.