

УДК 533.72:532.5.013

© 2006 г. И. Н. ЛАРИНА, В. А. РЫКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В СТАЦИОНАРНОМ И АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОМ РЕЖИМАХ

Численным методом на основе кинетического уравнения Крука исследовано обтекание кругового цилиндра потоком разреженного газа в стационарном и автоколебательном режимах. Рассмотрено обтекание вращающегося цилиндра и цилиндра с неравномерно нагретой поверхностью. Рассчитаны числа Кнудсена, при которых происходит изменение знака подъемной силы вращающегося цилиндра. Показано, что при малых числах Кнудсена на неравномерно нагретый цилиндр действует подъемная сила.

Ключевые слова: разреженный газ, неустойчивое течение, подъемная сила.

На основе численного решения кинетического уравнения изучаются двумерные стационарные и автоколебательные режимы обтекания кругового цилиндра дозвуковым потоком одноатомного газа. Задача обтекания кругового цилиндра – классический пример, демонстрирующий потерю устойчивости стационарного обтекания при уменьшении числа Кнудсена (возрастания числа Рейнольдса). Интерес к таким режимам обтекания вызван тем, что в неустойчивых режимах обтекания развиваются вторичные течения, образуются периодические отрывы потока, которые приводят к резкому изменению интегральных характеристик воздействия потока газа на тело. Как правило, явления неустойчивости развиваются при малых числах Кнудсена, принадлежащих области перехода от разреженного обтекания к сплошносредному, поэтому в основу изучения этих явлений положено кинетическое уравнение, описывающее течения газа во всем диапазоне разреженности среды [1].

Постановка задачи содержит несколько безразмерных параметров: число Кнудсена Kn , характеризующее разреженность среды, температуру поверхности тела T_w и скорость набегающего потока S . Решение кинетического уравнения находится численным методом второго порядка точности [2, 3]. Расчеты задачи обтекания при заданных постоянных значениях S , T_w и различных Kn позволяют определить критическое число Кнудсена Kn_1 , которое разбивает все множество чисел Кнудсена на две области. При $Kn > Kn_1$ обтекание тела стационарно и устойчиво, а при $Kn < Kn_1$ неустойчиво и происходит в режиме автоколебаний. При фиксированной температуре T_w построена зависимость Kn_1 от безразмерной скорости набегающего потока S . Расчеты, выполненные при постоянной скорости S и различных температурах поверхности тела T_w , показали, что величина Kn_1 существенно зависит от параметра T_w . Результаты расчетов качественно подтверждают выводы экспериментальной [4] и показывают, что, изменяя температуру поверхности цилиндра, можно управлять характером обтекания, т.е. стационарный режим обтекания можно перевести в режим автоколебаний и наоборот.

Аналогичные явления автоколебаний потока имеют место при обтекании цилиндра, который совершает вращение вокруг своей оси с линейной скоростью поверхности S_w . Известно, что на цилиндр, вращающийся в однородном потоке газа, действует сила Магнуса, ортогональная потоку. Если параметры S , T_w и S_w фиксированы, а число Кнудсена принимает всевозможные значения, то направления силы Магнуса при больших и

малых числах Кнудсена противоположны друг другу. Результаты расчетов показали, что существует такое Kn_0 , что при $Kn > Kn_0$ сила Магнуса направлена так же, как и при свободномолекулярном режиме обтекания, а при $Kn_1 < Kn < Kn_0$ она имеет противоположное направление. При $Kn < Kn_1$ возникает режим автоколебаний потока, и сила Магнуса становится функцией времени.

1. Постановка задачи. Рассмотрим круговой цилиндр, который обтекается дозвуковым, равномерным потоком одноатомного разреженного газа. Введем декартову систему координат с ортонормированным базисом x_0, y_0, z_0 . Начало координат расположено в центре кругового цилиндра, а ось z направлена вдоль оси цилиндра. Скорость $S = Sx_0$, направлена вдоль оси x . Будем рассматривать плоское движение газа на основе функции распределения $f(t, \mathbf{r}, \xi)$, удовлетворяющей модельному кинетическому уравнению Крука [1]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} = \nu(f_M - f) \quad (1.1)$$

$$f_M = n(\pi T)^{-3/2} \exp[-(\xi - U)^2/T], \quad \nu = 1.6\pi^{-1/2} n T^{(1-s)} Kn^{-1}$$

где s – показатель степени в законе зависимости вязкости от температуры. Здесь вектор абсолютной скорости ξ имеет компоненты ξ_x, ξ_y, ξ_z . Так как движение газа около цилиндра плоское, функция распределения зависит только от вектора физического пространства $\mathbf{r} = xx_0 + yy_0$. Функция распределения невозмущенного потока f_∞ и функция распределения молекул, отраженных от поверхности тела, f_w имеют вид

$$f_\infty = \pi^{-3/2} \exp[-(\xi_x - S)^2 - \xi_y^2 - \xi_z^2], \quad S = \left(\frac{5}{6}\right)^{1/2} M_\infty$$

$$f_w = n_w(\pi T_w)^{-3/2} \exp[-(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)/T_w], \quad (\xi, \mathbf{r}_0) > 0$$

Здесь температура поверхности тела T_w задана, плотность отраженных частиц n_w определяется условием непротекания поверхности тела, \mathbf{r}_0 – единичный вектор, ортогональный к поверхности кругового цилиндра. Число Маха и скорость набегающего потока есть M_∞ и S . Уравнение (1.1) и граничные условия приведены к безразмерному виду при помощи характерных величин: n_∞, T_∞ – плотность и температура невозмущенного потока, $v_0 = (2kT_\infty/m)^{1/2}$ – тепловая скорость и R – радиус цилиндра. Число Кнудсена определено отношением $Kn = \lambda_0/R, \lambda_0 = 3.2\pi^{-1/2} \mu_\infty / (mn_\infty v_0)$ – длина свободного пробега. Необходимые макропараметры выражаются через функцию распределения в виде интегралов. Для числовой плотности n , компонент средней скорости U_x, U_y и энергии единицы объема $E = nU^2 + 1.5nT$ имеем

$$n = \int f d\xi, \quad nU_x = \int \xi_x f d\xi, \quad nU_y = \int \xi_y f d\xi, \quad E = \int \xi^2 f d\xi$$

В начальный момент времени $t = 0$ в области вне цилиндра задается начальная функция распределения $f_0(\mathbf{r}, \xi)$. Для уравнения (1.1) ставится начально-краевая задача: определить при $t > 0$ функцию распределения $f(t, \mathbf{r}, \xi)$, которая является решением уравнения (1.1), при $t = 0$ удовлетворяет начальному условию, а при $t \geq 0$ удовлетворяет крайвым условиям на теле и на бесконечности.

2. Метод численного решения. Используется новый метод расчета течений газа при малых числах Кнудсена [2, 3]. Функция распределения представляется в виде суммы локально-максвелловской функции распределения и неравновесного добавка, который имеет величину порядка малого числа Кнудсена. В основу описания положены макропараметры n, U, T и неравновесная часть функции распределения $h(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$, где $\mathbf{v} = (\xi - U)/T^{1/2}$ – локаль-

ная скорость, в дискретных узлах которой запоминается функция h . Функция распределения выражается через них равенством

$$f(t, \mathbf{r}, \xi) = nT^{-3/2} [\pi^{-3/2} \exp(-v^2) + h(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})] \quad (2.1)$$

Отметим, что h не дает вклада в макропараметры n , U , T . Локально-максвелловская функция распределения, выраженная через переменную \mathbf{v} и отнормированная на единичную плотность и энергию, имеет канонический вид $g_M = \pi^{-3/2} \exp(-v^2)$. На малом интервале времени Δt уравнение (1.1) расщепляется на последовательность двух уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = v(f_M - f) \quad (2.3)$$

Пусть в момент времени $t = 0$ задана функция распределения. Тогда на интервале $\Delta t/2$ сначала решается уравнение (2.3). Полученная функция распределения используется в качестве начальной для уравнения (2.2), которое решается на интервале Δt , и, наконец, снова на интервале $\Delta t/2$ решается уравнение (2.3). В результате получается функция распределения, которая является решением задачи Коши для исходного уравнения (1.1) со вторым порядком точности по времени в момент времени Δt [2, 3]. Общее решение начальной задачи Коши, поставленной для уравнения (2.2) при $t = t_n$ имеет вид

$$f(t_{n+1}, \mathbf{r}, \xi) = f(t_n, \mathbf{r} - \xi_0 \Delta t, \xi), \quad \mathbf{r} = x\mathbf{x}_0 + y\mathbf{y}_0, \quad \xi_0 = \xi_x \mathbf{x}_0 + \xi_y \mathbf{y}_0$$

Это решение используется при нахождении функции распределения в следующий момент времени $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Проблема построения численной схемы интегрирования уравнения (2.2) сводится к проблеме интерполяции с соответствующим порядком точности значения функции распределения на слое t_n в точке физической плоскости $\mathbf{r} - \xi_0 \Delta t$ по ее значениям в соседних дискретных узлах.

Рассмотрение плоского движения газа около кругового цилиндра проводится в цилиндрической системе координат. В плоскости xu вводятся полярные координаты (r, φ) , где угол φ отсчитывается от оси x против часовой стрелки. Так как движение плоское, все искомые функции зависят только от r, φ . На новом временном слое t_{n+1} сначала определяются макропараметры n, U_x, U_y и T при помощи дивергентной конечно-разностной формы уравнений сохранения числа частиц, импульса и энергии. Значения макропараметров $U(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j}), T(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j})$ и дискретных узлов \mathbf{v}_k позволяют определить вектор ξ и точку $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j} - \xi_0 \Delta t$, из которой в момент времени t_n переносится функция распределения в точку $(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j})$ согласно уравнению (2.2). Далее в момент времени t_n в точке (r, φ) при помощи квадратичной интерполяции по пространству находится локально-максвелловская функция распределения. Такая интерполяция дает хорошие результаты, так как макропараметры меняются по физическому пространству плавно. Разрывы функции распределения содержатся в ее неравновесной части h и имеют величину порядка малого числа Кнудсена, поэтому для определения функции h в точке (t_n, \mathbf{r}, ξ) применяется линейная интерполяция, которая сглаживает разрывы. При этом, благодаря малости h , суммарная ошибка, возникающая при расчете функции распределения f по соотношению (2.1), имеет третий порядок малости. Найденная функция $f(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j}, \mathbf{v}_k)$ и отвечающая ей локально-максвелловская функция $f_M(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j}, \mathbf{v}_k)$ определяют функцию $h(t_{n+1}, \mathbf{r}_{i,j}, \mathbf{v}_k)$, которая не дает вклада в макропараметры.

Уравнение релаксации для функции $h(t, \mathbf{v})$ следует из (2.3), если в него подставить (2.1), тогда имеем

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nu h$$

Частота ν в процессе релаксации считается постоянной. Если в момент времени t_n задана начальная функция $h_{i,j}^n(\mathbf{v}_k)$, то функция h в момент времени $t_{n+1/2} = t_n + 0.5\Delta t$ определяется выражением

$$h_{i,i}^{n+1/2}(\mathbf{v}_k) = h_{i,j}^n(\mathbf{v}_k) \exp(-0.5\nu_{i,j}\Delta t)$$

Это соотношение используется при расчете этапа релаксации. Более подробная информация о численном методе содержится в [2, 3].

Численное исследование дозвукового обтекания цилиндра показало, что с уменьшением числа Кнудсена стационарное обтекание цилиндра становится неустойчивым и возникает режим автоколебаний, сопровождающийся периодическими отрывами потока. Чтобы в расчетах получить режим автоколебаний, необходимо расчетную область брать достаточно большой. Это связано с тем, что след за телом совершает длинноволновые поперечные колебания, которые образуются из-за периодического отрыва потока. Но и сами колебания влияют на отрыв потока. За телом возникает самосогласованный колебательный процесс. Расчетная область должна содержать область самосогласованности решения. Заметим, что на большом удалении от тела нет необходимости проводить вычисления на основе функции распределения. В [5, 6] показано, что при $r \rightarrow \infty$ асимптотика внешней задачи стационарного обтекания тела описывается уравнениями Навье – Стокса для вязкого и теплопроводного газа. При малых числах Кнудсена существует такое r_0 , что при $r \geq r_0$ течение газа можно описывать только на основе макропараметров n , \mathbf{U} и T . Во внешней области макроскопического описания функция h имеет каноническое навье-стоксовское представление, содержащее производные от компонент скорости и температуры. Это представление позволяет замкнуть систему уравнений сохранения числа частиц, импульса и энергии. Более детальная информация о расчете внешней макроскопической области ($r_0 \leq r \leq r_\infty$) содержится в [3]. Во внутренней области $1 \leq r \leq r_0$, прилегающей к телу, применяется кинетическое описание. Величина радиуса внешней границы расчетной области r_∞ полагалась равной 25. Величина r_0 выбиралась различной в зависимости от параметров задачи. При малых числах Кнудсена радиус стыковки кинетической и макроскопической областей r_0 располагался вне кнудсеновского слоя. При числах Кнудсена порядка единицы навье-стоксовская область не вводилась. Заметим, что в последнем случае число Kn не мало, и численный метод имеет лишь первый порядок точности.

3. Результаты расчета обтекания цилиндра. Задача о поперечном дозвуковом обтекании кругового цилиндра потоком газа является объектом исследования многих авторов [7–9]. Интерес к этой задаче вызван существованием нескольких режимов обтекания, отвечающих одним и тем же краевым условиям задачи. Особенно большое число работ посвящено обтеканию цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью [8–10]. В этом случае уравнения Навье – Стокса содержат только безразмерное число Рейнольдса $Re = U_\infty D / \nu_0$, где U_∞ – размерная скорость набегающего потока, D – диаметр цилиндра, ν_0 – кинематическая вязкость жидкости. Экспериментально установлено, что при $Re < Re_1$ ($Re_1 \approx 40$) режим стационарного обтекания несжимаемой жидкости устойчив; при $Re \geq Re_1$ за цилиндром возникают регулярные периодические срывы вихрей и колебания потока. Число Re_1 – критическое число Рейнольдса. Расчеты обтекания цилиндра несжимаемой жидкостью [8] показали, что $Re_1 \approx 55$. Отличие результатов расчета [8] от данных эксперимента [9], по-видимому, связано с присутствием в экспериментальных потоках внешних возмущений, влияющих на характер обтекания.

Кинетическая постановка задачи обтекания цилиндра потоком одноатомного газа содержит несколько безразмерных параметров: число Кнудсена Kn , температуру поверхности тела T_w и скорость набегающего потока S . Число Рейнольдса выражается через эти параметры соотношением $Re = 6.4\pi^{-1/2} S / Kn$.

Решение задачи стационарного обтекания цилиндра однородным потоком газа строилось численным методом установления по времени. В начальный момент времени $t = 0$ функция распределения в области вне цилиндра берется локально-максвелловской, поэтому $h = 0$. Используемый метод расчета течений газа основан на непрерывности макропараметров по физическому пространству, поэтому их начальные распределения должны быть также непрерывны. При $t = 0$ всюду вне цилиндра полагается $n = T = 1$, а компоненты скорости U_r и U_φ задаются равенствами

$$\begin{aligned} U_r &= \psi(r) \cos \varphi, & U_\varphi &= -(\psi(r) + r\psi'(r)) \sin \varphi \\ \psi(r) &= S\{1 - \exp[-\alpha(r-1)]\}^2, & \alpha &= 2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Из (3.1) следует, что на поверхности тела при $r = 1$, $U_r = U_\varphi = 0$, а при $r \rightarrow \infty$, $U_x \rightarrow S$, $U_y \rightarrow 0$. Температура поверхности тела T_w имеет постоянное значение на всей поверхности. Расчеты проводились при значении $s = 1$ для закона вязкости в (1.1). При заданных параметрах S , T_w и $\text{Kn} > \text{Kn}_1$ решение задачи устанавливается к стационарному режиму обтекания. При этом вносимые в поток возмущения с течением времени затухают и стационарный режим обтекания сохраняется.

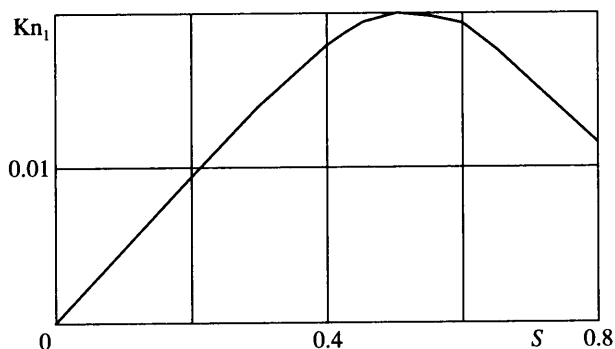
Для создания в потоке асимметричных возмущений линейная скорость поверхности S_w при $\varphi \in [\pi/2, 3\pi/2]$ задавалась как функция времени t

$$S_w(t, \varphi) = \varepsilon \cos \varphi \sin(2\pi t/\tau), \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad (3.2)$$

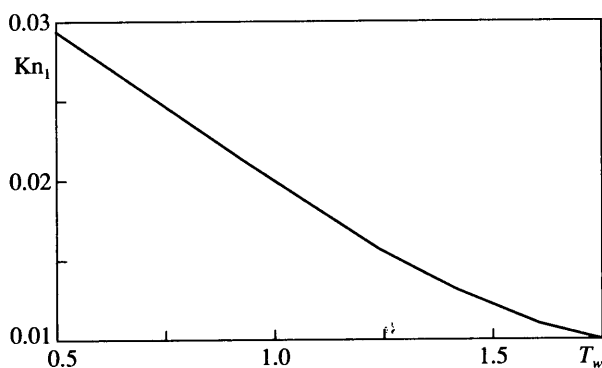
При $t \geq t_0$, $S_w = 0$. Амплитуда колебаний ε в различных расчетах принимала значения от 0.001 до 0.75.

При обтекании цилиндра разреженным газом критическое число Kn_1 является функцией параметров S и T_w . Для того чтобы определить Kn_1 , отвечающее фиксированным значениям S и T_w , проведена серия расчетов при различных числах Кнудсена и постоянных S и T_w . При этом в поток вносилось возмущение, вызванное граничным условием (3.2) с $\varepsilon = 0.01$. Если в расчете с течением времени значения коэффициента подъемной силы C_y затухали, то выбранное число Kn считалось больше критического числа Kn_1 . Если же возникали регулярные колебания C_y , то $\text{Kn} \leq \text{Kn}_1$. Таким образом, была построена зависимость критического числа Kn_1 от скорости набегающего потока S при фиксированной температуре поверхности $T_w = 1$. Результаты представлены на фиг. 1 при $0.2 \leq S \leq 0.8$. Из графика $\text{Kn}_1(S)$ видно, что Kn_1 достигает максимального значения при $S \approx 0.5$.

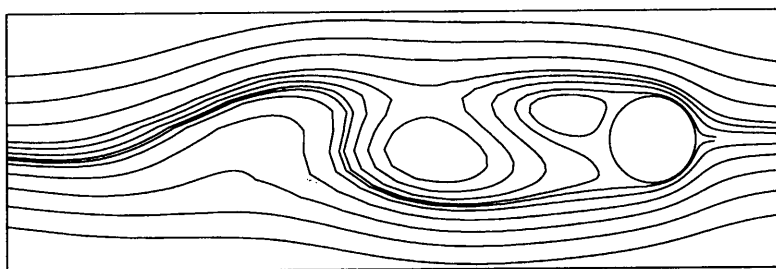
Вычисления критических чисел Рейнольдса Re_1 , отвечающих критическим числам Kn_1 из фиг. 1, показало, что минимальное значение $\text{Re}_1 = 76$ и отвечает $S = 0.2$ при $T_w = 1$. Для меньших значений S при $T_w = 1$ параметр Kn_1 принимает столь малые значения, что возникают большие затраты машинного времени. Это происходит из-за жесткости вхождения малого числа Кнудсена в кинетическое уравнение (1.1). В этом случае численное решение кинетического уравнения должно проводиться с шагами по времени и пространству пропорциональными числу Кнудсена. Для того чтобы преодолеть эту трудность необходимо отказаться от кинетического описания и перейти к решению макроскопических уравнений Навье – Стокса с граничными условиями скольжения и скачка температуры. При малых значениях чисел Кнудсена и скорости S сжимаемостью среды можно пренебречь, и единственным параметром подобия остается число Рейнольдса, поэтому из соотношения $\text{Kn}_1 = 6.4\pi^{-1/2}S/\text{Re}$ следует, что значению $S = 0$ отвечает $\text{Kn}_1 = 0$. Участок графика на фиг. 1 при $S \in [0, 0.2]$ построен при помощи линейной интерполяции между точкой ($\text{Kn}_1 = 0, S = 0$) и расчетной точкой ($\text{Kn}_1 = 0.0095, S = 0.2$). Полученное нами при помощи кинетического подхода наименьшее число Рейнольдса $\text{Re}_1 = 60$ отвечает значениям параметров $\text{Kn}_1 = 0.012, S = 0.2$ и $T_w = 0.5$.



Фиг. 1. Зависимость критического числа Кнудсена Kn_1 от скорости потока S при $T_w = 1$



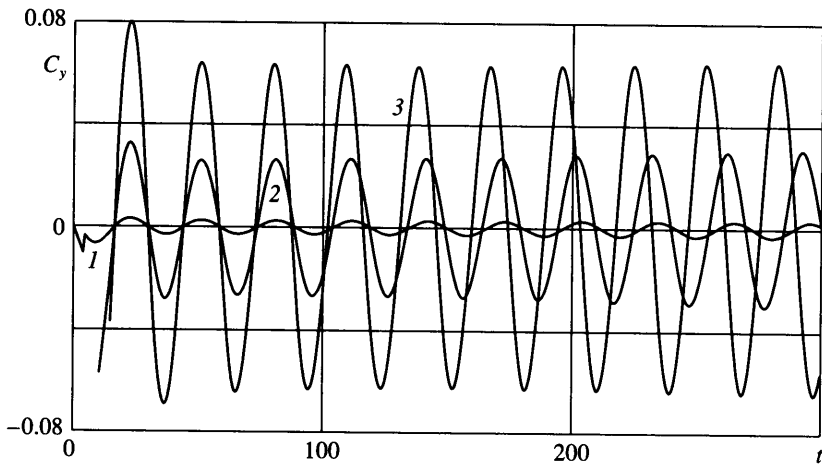
Фиг. 2. Зависимость критического числа Kn_1 от температуры поверхности T_w при $S = 0.5$



Фиг. 3. Распределения линий тока при $t = 50$ для $S = 0.5$, $T_w = 1$ и $Kn = 0.016$

Зависимость Kn_1 от параметра T_w при фиксированном значении $S = 0.5$ показана на фиг. 2. Температура цилиндра влияет на величину Kn_1 , и, следовательно, изменением температуры поверхности можно управлять характером режима обтекания. Мгновенные распределения линий тока при $t = 50$ на фиг. 3 иллюстрируют автоколебательный режим обтекания при $S = 0.5$, $T_w = 1$ и $Kn = 0.016$.

Для критического числа $Kn_1 = 0.02$ и параметров $S = 0.5$, $T_w = 1$ был проведен вычислительный эксперимент, показывающий влияние амплитуды ϵ вносимого начального возмущения (3.2) на амплитуду установившихся колебаний коэффициента подъемной



Фиг. 4. Изменения коэффициента C_y со временем t при $S = 0.5$, $T_w = 1$ и $K_n = 0.02$ для $\epsilon = 0.01; 0.1; 0.25$ (1–3)

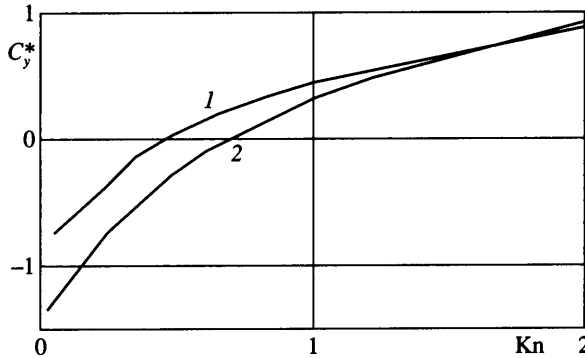
силы C_y . Зависимости C_y от времени t на фиг. 4, отвечающие различным значениям ϵ демонстрируют, что периоды установившихся колебаний приблизительно равны, но их амплитуды на интервале времени до $t = 300$ зависят от величины ϵ начального возмущения. При числах $K_n < K_{n1}$ довольно быстро возбуждается единый режим автоколебаний, не зависящий от начального возмущения. При числах $K_n > K_{n1}$ вносимые в поток возмущения затухают и реализуется стационарный режим обтекания.

4. Обтекание вращающегося цилиндра. Интересные режимы обтекания кругового цилиндра возникают, когда цилиндр совершает вращение вокруг оси [10]. В этом случае дополнительным параметром задачи является линейная скорость вращения поверхности цилиндра S_w .

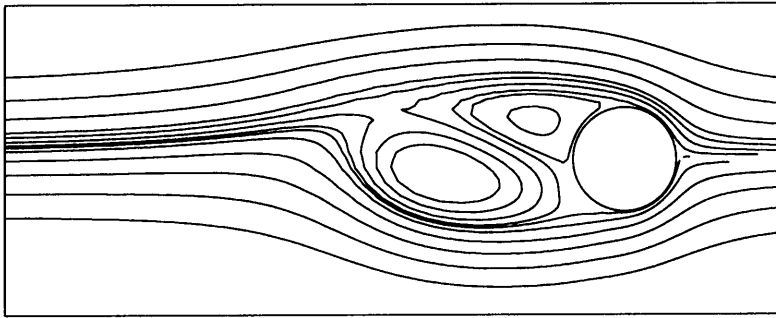
При поперечном обтекании кругового вращающегося цилиндра однородным потоком газа в режиме сплошной среды возникает сила Магнуса, действующая на цилиндр. Объяснение эффекта образования подъемной силы F_y , действующей на плоский профиль в потоке идеальной жидкости, было дано Н.Е. Жуковским, который установил связь величины силы с циркуляцией скорости Γ по бесконечно удаленному контуру, охватывающему профиль

$$|F_y| = mn_\infty U_\infty |\Gamma|$$

Направление силы получается поворотом вектора скорости набегающего потока на прямой угол против направления циркуляции скорости. Для кругового цилиндра направление циркуляции совпадает с направлением вращения цилиндра. Этот результат остается справедливым и для профиля, обтекаемого равномерным дозвуковым потоком идеального газа без вязкости и теплопроводности [11]. При конечных и больших числах Кнудсена газ не описывается уравнениями сплошной среды, в этом случае возникают другие закономерности силового воздействия потока на тело. Так, при свободномолекулярном обтекании вращающегося цилиндра сила Магнуса имеет направление, противоположное силе, действующей на цилиндр в сплошной среде. В этом случае коэффициент C_y определяется выражением $C_y = 0.5\pi S_w/S$. С уменьшением числа Кнудсена коэффициент C_y переходит от положительных значений свободномолекулярных значений к отрицательным значениям, отвечающим режиму сплошной среды. Этот качественный вывод находит подтверждение результатами расчетов C_y при $S_w = 0.3$, $T_w = 1$ и значениях $S = 0.3$ и 0.6 , которые представлены на фиг. 5. Значение K_{n0} , при котором коэффициент



Фиг. 5. Зависимости отношения $C_y^* = C_y / C_y^{fm}$ (C_y^{fm} – свободномолекулярное значение) от Kn при $S_w = 0.3$, $T_w = 1$; $S = 0.6, 0.3$ (1–2)



Фиг. 6. Распределения линий тока при обтекании вращающегося цилиндра в момент $t = 17.5$ для $S = 0.6$, $T_w = 1$ и $S_w = 0.3$, $Kn = 0.015$

C_y становится равным нулю, зависит от параметров задачи: при $S_w = 0.3$, $T_w = 1$ для $S = 0.6$, $Kn_0 = 0.46$, а для $S = 0.3$, $Kn_0 = 0.7$. При $Kn > Kn_0$ коэффициент C_y имеет положительные значения, а при $Kn_1 \leq Kn < Kn_0$ – отрицательные. Начиная с некоторого $Kn < Kn_1$ ($Kn_1 \approx 0.025$), возникает нестационарный режим автоколебаний потока, поэтому C_y становится функцией времени. В этом случае стационарный режим обтекания является неустойчивым и не реализуется.

На фиг. 6 представлено характерное распределение линий тока в момент времени $t = 17.5$ при $S = 0.6$, $S_w = 0.3$, $T_w = 1.5$, $Kn = 0.015$, отвечающих режиму автоколебаний.

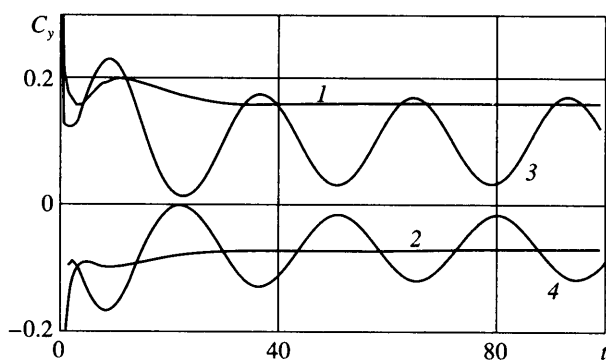
5. Обтекание неравномерно нагретого цилиндра. Образование подъемной силы, действующей на цилиндр при обтекании однородным потоком газа, возможно не только при вращении цилиндра, но и при неравномерном распределении температуры его поверхности вдоль направления y координаты. В этом случае также существует критическое число Kn_1 , при котором возникают автоколебания потока.

Рассмотрим обтекание цилиндра равномерным потоком газа, когда температура его поверхности задана выражением

$$T_w(\varphi) = 1 + \alpha \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi; \quad T_w(\varphi) = 1, \quad \pi \leq \varphi \leq 2\pi \quad (5.1)$$

а линейная скорость поверхности $S_w = 0$.

Для скорости набегающего потока $S = 0.5$ были проведены расчеты при $\alpha = \{-0.5; 0.5\}$ и различных числах Кнудсена. Зависимости коэффициента подъемной силы C_y от вре-



Фиг. 7. Зависимости коэффициента C_y от времени t для неравномерно нагретого цилиндра при $S = 0.5$: 1, 2 – $Kn = 0.1$, $\alpha = -0.5, 0.5$; 3 – $\alpha = -0.5$; $Kn_1 = 0.021$, 4 – $0.5, 0.017$

мени t показывают на фиг. 7, что при $Kn = 0.1$ устанавливается стационарный режим обтекания. В обоих случаях значения C_y стремятся к некоторым конечным пределам, которые имеют знаки, противоположные знаку величины α . Для $\alpha = -0.5$ и $S = 0.5$ критическое число $Kn_1 = 0.121$ – зависимость $C_y(t)$ – 3. Для $\alpha = 0.5$ и $S = 0.5$ критическое число $Kn_1 = 0.017$ – зависимость $C_y(t)$ – 4. Заметим, что для образования автоколебаний около неравномерно нагретого цилиндра не требуется вводить в поток специальных возмущений. При числах $Kn \leq Kn_1$ автоколебания возникают из-за несимметричного распределения температуры поверхности, задаваемого выражением (5.1).

Если температура поверхности цилиндра распределена по соотношению (5.1), то в покоящемся газе на цилиндр действует сила, направленная от горячей стороны к холодной. Расчеты, выполненные для $\alpha = -0.5$, $S = 0$, $Kn = 0.1$, показали, что величина этой силы $F_y = 0.001$. Если цилиндр с распределенной таким образом температурой обтекается дозвуковым потоком со скоростью S , то его подъемная сила F_y с ростом величины S сначала достигает некоторого максимального значения, а потом убывает. При $\alpha = -0.5$, $Kn = 0.1$ подъемная сила F_y имеет максимальное значение $F_y = 0.044$ при $S = 0.7$. Увеличение подъемной силы F_y с ростом S вызвано образованием около его холодной поверхности тонкого кнудсеновского слоя, в котором происходит значительное изменение основных макропараметров поперек слоя. Наличие на холодной стороне поверхности тела кнудсеновского слоя, в котором происходит сильное изменение плотности газа, влияет на перенос импульса от набегающего потока к поверхности тела. Это и приводит к появлению подъемной силы, направленной от горячей стороны поверхности к холодной.

Заключение. Выполненные расчеты показывают возможности вычислительного эксперимента исследовать как стационарные, так и нестационарные режимы обтекания кругового цилиндра потоком одноатомного разреженного газа. Расчеты, выполненные при различных скоростях набегающего потока, показали, что критические числа Кнудсена достигают наибольших значений в дозвуковом потоке, и, изменяя температуру поверхности тела, можно управлять режимом обтекания. Проведенные расчеты обтекания вращающегося цилиндра однородным потоком газа показали, что направление подъемной силы меняется на противоположное с уменьшением числа Кнудсена. Расчеты обтекания неравномерно нагретого цилиндра обнаружили появление подъемной силы, действующей в направлении от горячей поверхности к холодной. С уменьшением числа Кнудсена также возникают автоколебания потока с периодическим изменением во времени подъемной силы около некоторого уровня.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 04-01-00347) и по проекту ОМН РАН № 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука. 1967. 440 с.
2. Ларина И.Н., Рыков В.А. Численный метод второго порядка точности для решения уравнения Больцмана при малых числах Кнудсена // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2002. Т. 42. № 4. С. 559–568.
3. Ларина И.Н., Рыков В.А. Расчет обтекания кругового цилиндра газом при малых числах Кнудсена // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2005. Т. 45. № 7. С. 1304–1320.
4. Езерский А.Б. Отрывное обтекание нагретого цилиндра при малых числах Маха // ПМТФ. 1990. № 5. С. 56–62.
5. Маслова Н.Б. Стационарные решения уравнения Больцмана в неограниченных областях // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 4. С. 844–848.
6. Maslova N.B. Nonlinear evolution equations // Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences, World Scientific. 1993. V. 10. 193 p.
7. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит, 1997. 495 с.
8. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 519 с.
9. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир. 1973. Т. 1. 299с.; Т. 2. 280с.; Т. 3. 333 с.
10. Шкадова В.П. Вращающийся цилиндр в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 1. С. 16–21.
11. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука. 1976. 573 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.VII. 2005