

УДК 532.526.4:533.6.011.72

© 2005 г. В. Я. БОРОВОЙ, И. В. ЕГОРОВ, А. С. СКУРАТОВ, И. В. СТРУМИНСКАЯ

## **ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОСОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ С ПОГРАНИЧНЫМ И ВЫСОКОЭНТРОПИЙНЫМ СЛОЯМИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ**

Проведено многопараметрическое экспериментальное и численное исследование структуры течения и теплообмена в зоне интерференции косого скачка уплотнения с поверхностью плоской пластины, причем интерференция изучена как при наличии, так и в отсутствие затупления передней кромки. Эксперименты проведены при числах  $M = 6, 8$  и  $10$  и числах Рейнольдса  $Re_L$ , рассчитанных по длине пластины  $L = 120$  мм и параметрам невозмущенного потока, от  $0.24 \cdot 10^6$  до  $1.31 \cdot 10^6$ . Варьировались радиус затупления передней кромки пластины, интенсивность падающего скачка и его положение относительно передней кромки пластины. Численное моделирование осуществлялось путем решения полных двумерных уравнений Навье – Стокса и осредненных уравнений Рейнольдса с использованием  $q$ - $\omega$ -модели турбулентности. Ламинарный пограничный слой переходил в турбулентное состояние внутри зоны отрыва, индуцированной скачком уплотнения. Показано, что затупление пластины существенно уменьшает интенсивность теплообмена в зоне интерференции, причем с увеличением числа Маха этот эффект усиливается.

**Ключевые слова:** скачок уплотнения, интерференция, ламинарный пограничный слой, ламинарно-турбулентный переход, высокоэнтропийный слой, теплообмен, численное моделирование, уравнения Навье – Стокса, уравнения Рейнольдса.

Данное исследование связано с проблемой создания воздухозаборника для высокоскоростных летательных аппаратов. Одним из элементов воздухозаборника является обечайка, которая может быть схематически представлена в виде плоской пластины. При некоторых условиях полета скачок уплотнения, генерируемый клином воздухозаборника, может падать на внутреннюю поверхность обечайки и приводить к существенному изменению всех характеристик потока и теплообмена газа с этой поверхностью.

Некоторые исследования взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем появились еще в 1940 г. В конце 50-х годов началось глубокое и всестороннее изучение этого явления, продолжающееся до сих пор. Сначала в большинстве работ исследовались двумерные течения [1–11]. Рассматривалось взаимодействие пограничного слоя с падающим извне косым скачком уплотнения, со скачками, образующимися в угле сжатия и перед ступенькой. Были выявлены фундаментальные свойства течения в зоне отрыва, формирующейся при таком взаимодействии. В частности, было установлено, что при “свободном” взаимодействии характеристики потока перед точкой отрыва и в начале зоны отрыва не зависят от типа возмущения, вызывающего отрыв [2]. Экспериментально и теоретически был определен вид зависимости давления в точке отрыва и в области “плато” от чисел Маха и Рейнольдса [3, 5].

Исследования теплообмена показали, что в конце зоны отрыва, вызванного скачком уплотнения, коэффициент теплоотдачи резко возрастал и образовывался пик теплового потока. Ламинарно-турбулентный переход внутри зоны отрыва влияет на форму и длину зоны отрыва и вызывает дополнительное усиление теплообмена. Была установлена зависимость максимального коэффициента теплоотдачи от параметров набегающего потока и интенсивности скачка уплотнения.

Несколько позднее началось изучение простейших пространственных интерференционных течений, например течения вблизи киля с острой передней кромкой [12–15]. Эти течения сходны с двумерными течениями в отношении как распределения давления, так и теплопередачи. К этим работам в последние годы прибавились исследования “несвободного” взаимодействия, обладающего некоторыми существенными особенностями [16].

Наконец, в конце 60-х годов были исследованы существенно трехмерные интерференционные течения, например на пластине перед цилиндрическим препятствием [17–20], которые показали, что внутри трехмерной отрывной зоны может сформироваться сверхзвуковое течение, замыкающееся скачком уплотнения. Коэффициент теплоотдачи в такой зоне может быть значительно больше, чем в двумерной зоне отрыва. Обзор исследований теплообмена в зонах интерференции, включая трехмерные зоны, представлен в [21].

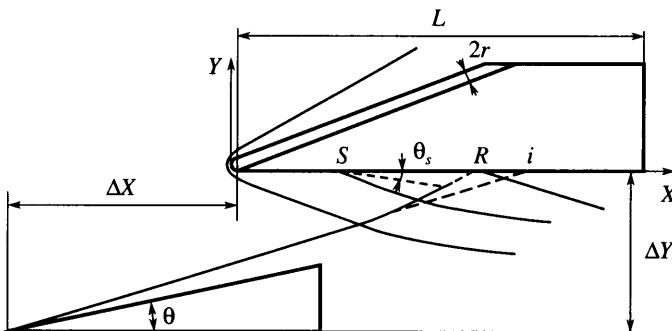
В последние 20 лет продолжаются интенсивные исследования интерференции скачков уплотнения с пограничным слоем (главным образом с турбулентным) [22–24]. Основное внимание вновь уделяется двумерным и простейшим трехмерным взаимодействиям. Но теперь главная цель – разработка адекватных методов численного моделирования интерференционных течений. Применяются разные подходы к расчету (решение осредненных уравнений Рейнольдса, прямое численное моделирование, моделирование крупных вихрей) и полуэмпирические модели турбулентности. Достигнут существенный прогресс в описании реальных течений. Однако пока не удается рассчитать с приемлемой точностью распределение трения и теплообмена в развитых зонах отрыва, образующихся при падении на поверхность тела сильных скачков уплотнения.

Почти во всех исследованиях, посвященных как двумерным, так и трехмерным течениям, изучается взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем острой пластины (или острого конуса). В то же время передняя кромка обечайки воздухозаборника (и других элементов гиперзвукового летательного аппарата) должна иметь некоторое затупление. Оно необходимо для уменьшения теплового потока, поступающего из газа в переднюю кромку, и её максимальной температуры. С другой стороны, радиус затупления передних кромок необходимо ограничивать, чтобы избежать ухудшения аэродинамических характеристик воздухозаборника [25] и всего летательного аппарата.

Влияние затупления на теплообмен в зоне падения скачка уплотнения практически не исследовано. При гиперзвуковых скоростях это влияние должно быть существенным, так как затупление порождает высокоянтropийный слой, в котором течение характеризуется пониженными значениями полного давления, плотности и числа Маха. О сильном влиянии затупления на интерференционное течение свидетельствуют результаты численного расчета течения невязкого газа в рамках уравнений Эйлера, проведенного в начале данной работы. Они показали, что даже небольшое затупление передней кромки пластины, на которую падает скачок уплотнения, может вызвать перестройку течения: при достаточно большой интенсивности падающего скачка перед ним формируются одна или две замкнутые циркуляционные зоны.

Влиянию затупления на аэродинамическое нагревание изолированной пластины (т.е. в отсутствие падающего скачка уплотнения) посвящена предыдущая статья авторов [26] (содержащая краткий обзор предшествующих исследований этой проблемы). В данной работе (см. также [27]) проводятся как экспериментальное, так и численное исследования течения в зоне падения скачка уплотнения на поверхность как острой, так и затупленных пластин.

**1. Аэродинамическая труба. Параметры потока. Модель.** Экспериментальное исследование выполнено на установке УТ-1М ЦАГИ. Она представляет собой аэrodинамическую трубу кратковременного действия, работающую по схеме трубы Людви-



Фиг. 1. Схема модели

га. Продолжительность стационарного течения составляла 40 мс. Описание установки приведено в [26]. Параметры потока, при которых проводилось исследование, представлены ниже:

$M$	6	8	10
$T_0, \text{К}$	680	750	775
$P_0, \text{бар}$	7.8–22.7	9, 35	36
$\text{Re}_L \cdot 10^{-6}$	0.45–1.32	0.22; 0.89	0.52
$r, \text{мм}$	0.008; 1; 2; 4	0.008; 4	0.008; 4

Здесь  $T_0$  и  $P_0$  – температура и давление адиабатически заторможенного потока,  $r$  – радиус затупления пластины. Температура поверхности модели во время эксперимента изменялась незначительно и оставалась близкой к начальной температуре:  $T_w = 283\text{--}291 \text{ К}$ . Таким образом, температурный фактор, т.е. отношение температуры поверхности к температуре торможения  $t_w = T_w/T_0$ , был равен приблизительно 0.42; 0.39 и 0.37 при  $M = 6; 8$  и 10.

Исследуемая модель состоит из двух частей (фиг. 1): из пластины и генератора падающего скачка уплотнения. Передняя часть пластины имеет форму несимметричного клина: плоская нижняя поверхность, на которой проводятся измерения, параллельна направлению невозмущенного потока, верхняя поверхность наклонена к потоку под углом 20°. Для изменения радиуса затупления передней кромки на модели устанавливались накладки. Длина модели без накладок 120 мм, ширина – 150 мм. Применились накладки радиусом  $r = 1, 2, 4$  и 10 мм, которые генерировали головную ударную волну. Передняя кромка модели без накладки практически остры: измерения показали, что радиус затупления равен 0.008 мм. На нижней поверхности пластины были установлены 69 термопарных датчиков теплового потока. Измерения теплового потока проводились методом тонкой стенки. Термопары были приварены к стенке толщиной 0.1 мм. Расстояние между датчиками составляло 1–2 мм. Более подробное описание пластины приведено в [26].

Генераторами падающего скачка уплотнения служили острые клинья с углами  $\theta = 10^\circ, 15^\circ$  и  $20^\circ$ . Для изменения положения падающего скачка относительно передней кромки пластины клинья могли перемещаться в вертикальном и горизонтальном направлениях.

По результатам измерения теплового потока определялись числа Стантона  $St = q/[\rho_\infty u_\infty c_p(T_r - T_w)]$ . Здесь  $q$  – плотность теплового потока,  $\rho_\infty$  и  $u_\infty$  – плотность и скорость газа в невозмущенном потоке,  $c_p$  – его теплоемкость при постоянном давлении. Из-за отсутствия значений температуры адиабатической поверхности  $T_r$  при сложных

течениях, сопровождающихся ламинарно-турбулентным переходом, в приведенной выше формуле в качестве нее использована температура торможения  $T_0$ .

Анализ результатов измерений в [26] показал, что среднеквадратичная величина случайной погрешности измерений на изолированной пластине составляла около 3%. При падении на пластину скачка уплотнения случайная погрешность измерения максимального коэффициента теплоотдачи также не превышала эту величину. Однако для переходных и турбулентных интерференционных течений характерны колебания пика теплового потока, образующегося при падении скачка [28]. В результате этого среднеквадратичная величина случайной погрешности измерения одним и тем же датчиком выросла при интерференционном течении до 5%. Систематическая погрешность была определена в [26] путем сравнения результатов измерения теплового потока на изолированной острой пластине при больших значениях числа Рейнольдса, когда влияние вязкого взаимодействия пренебрежимо мало, с результатами расчета по теории пограничного слоя. Она составила в среднем около 6% от измеряемой величины.

При большой неравномерности теплообмена, характерной для отрывного течения, возникает еще вопрос о погрешностях, вызванных ограниченным пространственным разрешением метода измерения и растеканием тепла вдоль поверхности пластины. Приведенные ниже экспериментальные данные показывают, что ширина пика теплового потока, образующегося в конце зоны отрыва, составляет как правило не менее 20 мм. На эту длину приходилось от 10 до 20 датчиков, что достаточно для полного описания формы пика теплового потока и выявления его максимальной величины. Растекание тепла вдоль поверхности пластины тем больше, чем больше число Фурье (т.е. безразмерное время)

$$Fo = a\tau/\Delta^2$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности материала стенки,  $\Delta$  – ширина пика,  $\tau$  – продолжительность эксперимента. Характерное значение числа Фурье для данной работы очень мало (порядка  $10^{-4}$ ), что исключает существенное влияние перетекания тепла на результаты измерений.

**2. Численный метод. Постановка задачи.** При теоретическом анализе потоков с различными режимами течения все большую роль играет численное моделирование на основе интегрирования осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса. Эти уравнения являются незамкнутыми, для их замыкания используются различные модели турбулентности, как алгебраические, так и дифференциальные.

В алгебраических моделях недостающие параметры определяются из алгебраических соотношений, как, например, в часто используемых двуслойных моделях Себеси – Смита и Балдвина – Ломакса [29]. Они просты, не требуют дополнительных дифференциальных уравнений и не приводят к неустойчивости численной процедуры при моделировании. Один из основных недостатков алгебраических моделей – независимость характеристик турбулентности от предыстории течения.

Дифференциальные модели турбулентности, в которых для определения недостающих параметров используются дополнительные дифференциальные уравнения, лишены этого недостатка. Например, двухпараметрические модели турбулентности:  $k - \varepsilon$  и  $q - \omega$  [29]. Здесь  $k$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций,  $\varepsilon$  – скорость дисси-пации энергии турбулентных пульсаций,  $q = \sqrt{k}$  и  $\omega = \varepsilon/k$ . Модель турбулентности  $q - \omega$  разрабатывалась для сверхзвуковых течений сжимаемого газа [29]. С этой целью в ней использовано осреднение по Фавру (плотностное осреднение), суть которого состоит в представлении компонентов вектора скорости (так же как и энтальпии) в виде

$$u_i = \langle u_i \rangle + u'', \quad \langle u_i \rangle = \frac{\bar{\rho} \bar{u}_i}{\bar{\rho}}, \quad \bar{\rho}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} \rho(\mathbf{r}, s) ds$$

Осреднение по Фавру, а также некоторые другие отличительные особенности  $q$ -модели турбулентности позволили значительно повысить устойчивость численного решения задачи в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса в произвольной криволинейной системе координат  $(\xi, \eta)$ , где  $x = x(\xi, \eta)$ ,  $y = y(\xi, \eta)$  – декартовы координаты, можно записать в дивергентной форме

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} = \mathbf{B}$$

Здесь  $\mathbf{Q}$  – вектор консервативных зависимых переменных задачи,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{G}$  – векторы потоков в криволинейной системе координат,  $\mathbf{B}$  – вектор источника. Векторы  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{B}$  связаны с соответствующими векторами  $\mathbf{Q}_c$ ,  $\mathbf{E}_c$ ,  $\mathbf{G}_c$  и  $\mathbf{B}_c$  в декартовой системе координат по формулам

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_c, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_c \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \xi}{\partial y}\right), \quad \mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \eta}{\partial y}\right)$$

Здесь  $\mathbf{B} = J\mathbf{B}_c$ , в которых  $J = \partial(x, y)/\partial(\xi, \eta)$  – якобиан преобразования.

Декартовы компоненты векторов  $\mathbf{Q}_c$ ,  $\mathbf{E}_c$ ,  $\mathbf{G}_c$  и  $\mathbf{B}_c$  для двумерных осредненных по Рейнольдсу (с использованием осреднения по Фавру) уравнений Навье – Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_c = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(e + q^2) \\ \rho q \\ \rho \omega \end{vmatrix}, \quad \mathbf{E}_c = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u H + \frac{5}{3}\rho u q^2 + I_x \\ \rho u q + I_x^q \\ \rho u \omega + I_x^\omega \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho v H + \frac{5}{3}\rho v q^2 + I_y \\ \rho v q + I_y^q \\ \rho v \omega + I_y^\omega \end{vmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_1 \rho \omega q \\ h_2 \rho \omega^2 \end{vmatrix}$$

где  $\rho$  – плотность газа;  $u$ ,  $v$  – декартовы компоненты вектора скорости  $\mathbf{V}$ ;  $p$  – давление;  $e = h - p/\rho + (u^2 + v^2)/2$  – полная энергия на единицу объема;  $H = h + (u^2 + v^2)/2$  – полная энталпия,  $h = c_p T$  – статическая энталпия;  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\tau$  – тензор вязких напряжений с компонентами

$$\tau_{xx} = (\mu + \mu_T) \left( \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yy} = (\mu + \mu_T) \left( \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} - 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

где  $\mu$  и  $\lambda$ ,  $\mu_T$  и  $\lambda_T$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности.

Векторы теплового потока  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{I}^q$  и  $\mathbf{I}^w$

$$\mathbf{I} = -(\lambda + \lambda_T) \operatorname{grad}(T) + \tau \mathbf{V}, \quad \mathbf{I}^q = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_1}\right) \operatorname{grad}(q), \quad \mathbf{I}^w = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_2}\right) \operatorname{grad}(w)$$

Вектор источника в уравнениях для плоского случая имеет вид

$$\mathbf{B} = J(0, 0, 0, 0, h_1 \rho \omega q, h_2 \rho \omega^2)^T$$

В данной работе использована двухпараметрическая дифференциальная  $q$ – $\omega$ -модель турбулентности [29] с выражениями для турбулентной вязкости

$$\mu_T = C_\mu f \frac{\rho q^2}{\omega}, \quad f = 1 - \exp\left(-\alpha \frac{\rho r_w q}{\mu}\right), \quad \alpha = 0.02, \quad C_\mu = 0.09$$

$$h_1 = C_{11} \left( C_\mu f \frac{S}{\omega^2} - \frac{2}{3} \frac{\operatorname{div} \mathbf{V}}{\omega} \right) - C_{12}, \quad h_2 = C_{21} \left( C_\mu \frac{S}{\omega^2} - C_{23} \frac{\operatorname{div} \mathbf{V}}{\omega} \right) - C_{22}$$

$$S = \frac{4}{3} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

где  $C_{11} = C_{12} = 0.5$ ,  $C_{21} = 0.055 - 0.5f(q, r_w, \rho, \mu)$ ,  $C_{22} = 0.833$ ,  $C_{23} = 2.4$ ,  $Pr_1 = 2.0$ ,  $Pr_2 = 2.0$ ,  $r_w$  – расстояние от стенки.

Для замыкания системы уравнений использованы: уравнение состояния совершенного газа

$$p = \rho R T / M$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $M$  – молярный вес газа; зависимость молекулярного коэффициента вязкости от температуры по формуле  $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^{0.7}$  и условие постоянства чисел Прандтля  $Pr = \mu c_p / \lambda = 0.7$ ,  $Pr_T = \mu_T c_p / \lambda_T = 0.9$ .

На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью, ставились условия непротекания и прилипания, условие изотермичности поверхности с  $T_w = T_{wo} \times T_0$ , где  $T_w$  – температура стенки, а  $T_0$  – температура торможения газа в невозмущенном потоке,  $q = 0$ ,  $d\omega/dn = 0$ .

*Аппроксимация уравнений.* Задача решается численно с помощью неявного конечно-объемного метода второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Его применение к уравнениям Навье – Стокса позволяет получить разностные аналоги законов сохранения в виде

$$\frac{\mathbf{Q}_{j,k}^{n+1} - \mathbf{Q}_{j,k}^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{E}_{j+1/2,k}^{n+1} - \mathbf{E}_{j-1/2,k}^{n+1}}{h_\xi} + \frac{\mathbf{G}_{j,k+1/2}^{n+1} - \mathbf{G}_{j,k-1/2}^{n+1}}{h_\eta} = 0$$

где  $n$  – номер временного слоя;  $j$  – номер узла расчетной сетки вдоль координаты  $\xi$ ,  $k$  – вдоль  $\eta$ ;  $\Delta t$  – величина шага по времени;  $h_\xi, h_\eta$  – величины шагов сетки вдоль координат  $\xi, \eta$  соответственно. Эта схема консервативная, т.е. обеспечивает выполнение законов сохранения даже при наличии разрывных решений. Она неявная, что позволяет избежать (теоретически) ограничения по устойчивости, особенно для жестких систем дифференциальных уравнений.

Для аппроксимации невязкой части векторов потоков  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{G}$  в полуцелых узлах применяется подход Годунова [30] второго порядка точности и приближенный метод решения Рой [31] задачи Римана о распаде разрыва. Тогда

$$\mathbf{E}_{j+1/2} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{Q}_L) + \mathbf{E}(\mathbf{Q}_R) - \mathbf{R}(\mathbf{Q}_{LR}) \Phi(\varphi(\lambda_k)) \mathbf{R}(\mathbf{Q}_{LR})^{-1} (\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L)]$$

где  $\Phi(\varphi(\lambda_k))$  – диагональная матрица с элементами  $\varphi(\lambda_k)$ ;  $\lambda_k$  – собственные числа матрицы  $\mathbf{A} = \partial \mathbf{E} / \partial \mathbf{Q}$ . Столбцы матрицы  $\mathbf{R}(\mathbf{Q}_{LR})$  – правые собственные векторы матрицы  $\mathbf{A}$ . Функция энтропийной коррекции  $\varphi(\lambda)$  имеет вид

$$\varphi(\lambda) = \begin{cases} |\lambda|, & |\lambda| > \epsilon \\ \frac{\lambda^2 + \epsilon^2}{2\epsilon}, & |\lambda| \leq \epsilon \end{cases}$$

где  $\epsilon = 1.0 \cdot 10^{-3}$ . Чтобы повысить порядок аппроксимации до второго, используется принцип минимума производных [32] (невозрастания полной вариации TVD) для интерполяции зависимых переменных на границу элементарной ячейки

$$\mathbf{Q}_L = \mathbf{Q}_j + \frac{1}{2} m(\mathbf{Q}_j - \mathbf{Q}_{j-1}, \mathbf{Q}_{j+1} - \mathbf{Q}_j), \quad \mathbf{Q}_R = \mathbf{Q}_{j+1} - \frac{1}{2} m(\mathbf{Q}_{j+1} - \mathbf{Q}_j, \mathbf{Q}_{j+2} - \mathbf{Q}_{j+1})$$

$$m(a, b) = \begin{cases} a, & ab > 0, \quad |a| < |b| \\ b, & ab > 0, \quad |a| > |b| \\ 0, & ab \leq 0 \end{cases}$$

Собственные числа и векторы матрицы  $A$  вычисляются с помощью приближенного метода Рой [31] решения задачи Римана о распаде разрыва.

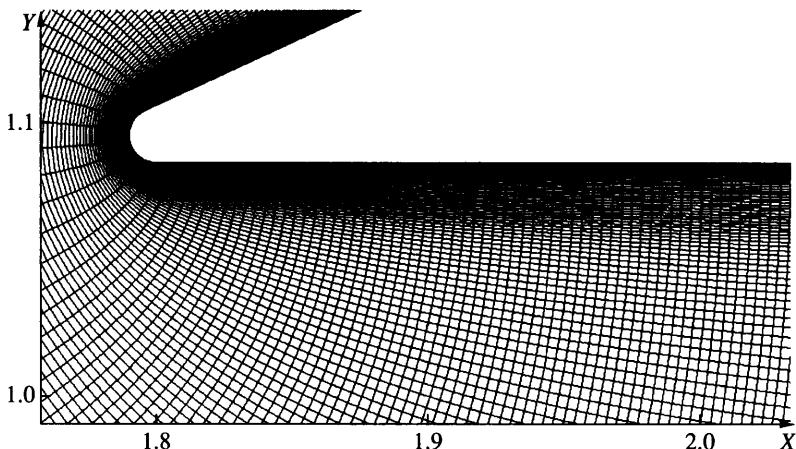
Для аппроксимации вязких слагаемых в полуцелых узлах расчетной сетки используется центрально-разностная аппроксимация второго порядка. Прямые и смешанные производные аппроксимируются следующим образом:

$$\left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \xi} \right)_{j+1/2, k} = \frac{\mathbf{U}_{j+1, k} - \mathbf{U}_{j, k}}{h_\xi}, \quad \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \eta} \right)_{j+1/2, k} = \frac{\mathbf{U}_{j+1, k+1} + \mathbf{U}_{j, k+1} - \mathbf{U}_{j+1, k-1} - \mathbf{U}_{j, k-1}}{4h_\eta}$$

где  $\mathbf{U}$  – вектор неконсервативных зависимых переменных. Шаблон разностной схемы для аппроксимации уравнений Навье – Стокса составляет 13 точек.

*Решение разностных уравнений.* Нелинейную систему разностных уравнений, полученную в результате аппроксимации, можно записать в виде  $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0$ , где  $\mathbf{X}$  – вектор искомых сеточных функций, представляющий собой совокупность  $\mathbf{U}$  по всем узлам расчетной сетки, а  $F$  – нелинейный сеточный оператор. Для двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса  $\dim(\mathbf{F}) = \dim(\mathbf{X}) = 6 \times N$ , где  $N$  – суммарное число узлов расчетной сетки. Для решения этой системы используется модифицированный метод Ньютона – Рафсона

$$\mathbf{X}^{[k+1]} = \mathbf{X}^{[k]} - \tau_{k+1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^{[k]})$$



Фиг. 2. Фрагмент расчетной сетки

Здесь  $\mathbf{D} = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}$  – матрица Якоби;  $k$  – номер итерации; параметр регуляризации  $\tau_k$  определяется

$$\tau_{k+1} = \frac{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]}, \mathbf{X}^{[k]} - \mathbf{X}^{[k-1]})}{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]})^2}$$

где  $\Delta\mathbf{X}^{[k]} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}^{[k]})$  – вектор поправок.

По мере сходимости итерационного процесса  $\tau_k \rightarrow 1$ , а скорость сходимости теоретически стремится к квадратичной. Матрица Якоби формируется с использованием конечно-разностного подхода. При аппроксимации двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса по описанной выше разностной схеме второго порядка точности оператор  $\mathbf{D}$  имеет разреженную блочную 13-диагональную структуру, а элементарный блок ее представляет собой плотную матрицу размера  $6 \times 6$ . Решение системы линейных алгебраических уравнений, получаемой на итерации по нелинейности, осуществлялось при помощи итерационного метода минимальных невязок (GMRES) [33] и неполного  $LU$ -разложения в качестве предобусловливателя. Заметим, что итерационный метод (по сравнению с прямым методом) достаточно устойчив, несмотря на упрощение численного алгоритма. Это позволяет существенно уменьшить время расчета и требуемую память.

Расчеты проведены для двух типов конфигурации расчетной области. Первая конфигурация была использована для моделирования течения газа около острой пластины и состояла из области между пластиной и генератором скачка уплотнения. Вторая конфигурация применялась для задачи обтекания затупленной пластины. В этом случае генератор скачка в расчетной области отсутствовал, а на внешней по отношению к затупленной пластине границе использованы краевые условия, соответствующие обтеканию генератора и полученные при решении задачи для острой пластины.

В области интегрирования использована ортогональная расчетная сетка, полученная на основе интегрального метода и содержащая  $501 \times 151$  узлов. Для разрешения пограничного слоя вблизи поверхности тела проводилось сгущение расчетной сетки таким образом, чтобы на пограничный слой приходилось примерно 20% узлов в направлении, нормальном к поверхности тела. Фрагмент конфигурации расчетной сетки около затупленной пластины показан на фиг. 2.

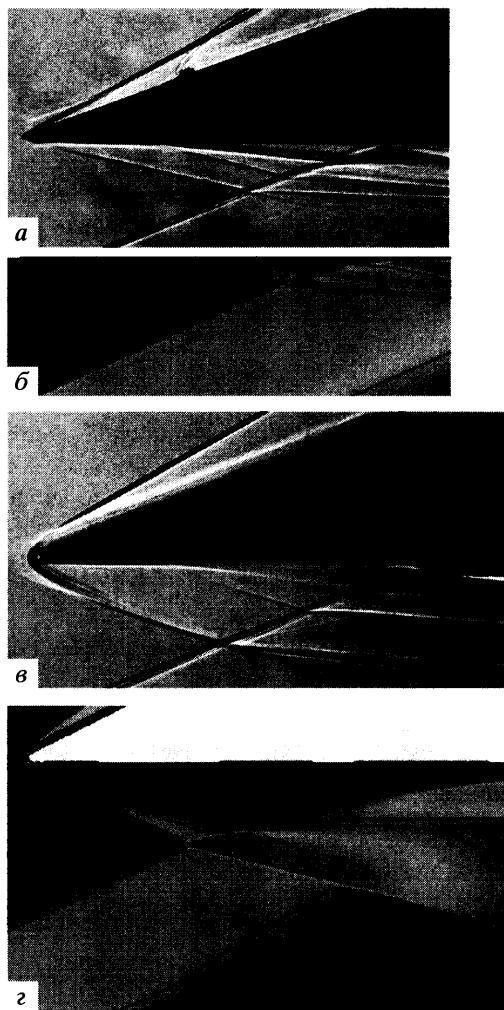
**3. Основные особенности течения газа и теплообмена в зоне падения скачка уплотнения на поверхность острой и затупленной пластин.** Изучается падение скачка уплотнения на поверхность пластины на существенном удалении от ее передней кромки. Если пластина имеет затупление, то падающий скачок пересекается при этом с ослабленной головной волной. В этом случае реализуется регулярное взаимодействие падающего косого скачка с ударной волной, в результате чего на поверхность обтекаемого тела приходит косой скачок уплотнения (это взаимодействие 6-го рода по классификации Эдни, см., например, [21]). Такое же взаимодействие происходит и в случае острой пластины, однако в этом случае падающий скачок пересекается со слабым скачком, индуцированным нарастающим пограничным слоем пластины.

Об интенсивности падающего скачка дает представление отношение давления  $P_2$  позади падающего и отраженного скачков к давлению  $P_\infty$  в невозмущенном потоке (это отношение рассчитывалось без учета вязкости газа и затупления пластины). Положение падающего скачка обозначается условной координатой  $X_i$  точки, в которой падающий скачок пересекся бы с пластиной в отсутствие головной волны и других возмущений, как показано на фиг. 1.

В качестве примера на фиг. 3 приведены теневые фотографии потока и диаграммы с рассчитанными линиями постоянной плотности, выполненные в одинаковом масштабе и для одного режима течения, характеризующегося одинаковым значением отношения давлений  $P'_2 = P_2/P_\infty = 22.5$  и  $X_i$  и различающегося лишь радиусом затупления передней кромки пластины.

Падающий скачок уплотнения вызывает отрыв пограничного слоя. В обоих примерах, представленных на фиг. 3, точка отрыва, судя по экспериментальным данным, располагается на некотором удалении от передней кромки пластины, т.е. происходит свободный отрыв. Угол наклона границы зоны отрыва  $\theta_s$  мал: при  $M = 6$ ,  $\theta_s = 4.8^\circ$  на острой пластине и  $7.2^\circ$  на затупленной пластине, что свидетельствует о ламинарном характере течения в передней части зоны отрыва. На это указывает также резкость изображения границы зоны отрыва на теневых фотографиях (судя по приведенным ниже результатам исследования теплообмена, в конце зоны отрыва происходил ламинарно-турбулентный переход). Угол наклона скачка уплотнения, индуцированного зоной отрыва,  $\beta_s$  на острой и затупленной пластинах составляет соответственно  $12.4$  и  $18^\circ$ . По соотношению углов  $\theta_s$  и  $\beta_s$  можно оценить число Маха  $M_s$  перед зоной отрыва. Для острой пластины оно приблизительно соответствует числу Маха в невозмущенном потоке ( $M_s \approx M_\infty = 6$ ), а для затупленной пластины  $M_s \approx 4.5$ . Уменьшение числа Маха перед зоной отрыва и падающим скачком вызвано падением полного давления в головной ударной волне.

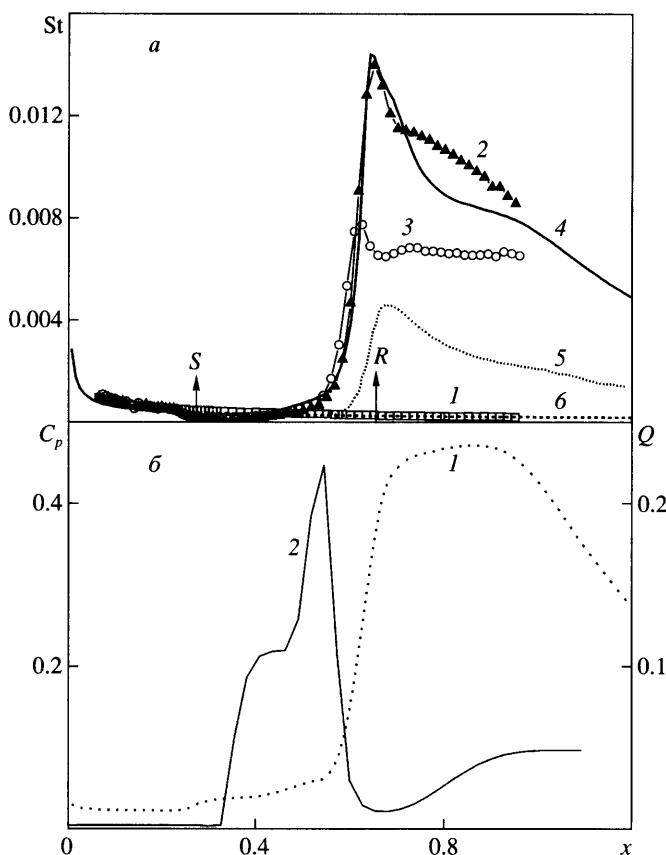
Численное моделирование воспроизводит основные особенности интерференционного течения как в отсутствие затупления, так и при его наличии: формирование зоны отрыва и генерируемого ею скачка уплотнения, что видно на фиг. 3, а также образование пика теплового потока в конце зоны отрыва (см. ниже). Однако детальное сопоставление результатов расчета и эксперимента указывает на то, что качество численного моделирования реального течения при наличии затупления значительно ниже, чем в его отсутствие. Для острой пластины данные о положении и форме зоны отрыва и генерируемого ею скачка уплотнения, полученные в результате расчетов и экспериментов, практически совпадают. На затупленной пластине, согласно численному расчету, поток отрывается вблизи линии сопряжения цилиндрического затупления передней кромки с плоской поверхностью (т.е. происходит несвободный отрыв), в результате чего зона отрыва захватывает всю поверхность пластины от ее передней кромки до точки падения скачка. В действительности же, как показывают эксперименты, и на затупленной пластине пограничный слой отрывается на некотором удалении от передней кромки, т.е. происходит свободный отрыв (если интенсивность пада-



Фиг. 3. Структура потока в зоне интерференции при  $M = 6$ ,  $Re_L = 1.3 \cdot 10^6$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\Delta X = 180$  мм: *a, b* – эксперимент; *b, c* – CFD; *a, b* –  $r = 0$ ; *c, d* –  $r = 1$  мм

ющего скачка не превышает определенную величину), и зона отрыва занимает лишь часть поверхности пластины перед падающим скачком уплотнения.

Описанные выше особенности интерференционного течения, естественно, оказывают большое влияние и на теплообмен. На фиг. 4 представлены результаты экспериментального и численного исследований теплообмена, а также результаты расчета распределения давления и интенсивности пульсаций скорости ( $x = X/L$ ). Согласно экспериментальным данным, падение скачка уплотнения как на острую, так и на затупленную пластину не влияет на распределение числа Стантона  $St$  почти до самой точки отрыва  $S$  (фиг. 4, *a*). За этой точкой число  $St$ , существенно уменьшается, несмотря на рост давления. Это характерно для ламинарного отрывного течения и связано, с одной стороны, с уменьшением интенсивности переноса тепла в отрывном течении (почти в 2 раза при одинаковом давлении [2]) и, с другой стороны, с малостью повышения давления в ламинарной области отрыва. Перед точкой присоединения  $R$  число  $St$  резко возрастает и его повышение продолжается и за этой точкой.



Фиг. 4. Параметры потока в зоне интерференции при  $M = 6$ ,  $Re_L = 1.3 \cdot 10^6$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\Delta X = 180$  мм: а –  $St$ , 1–3 – эксперимент, 4–6 – CFD; 1, 6 –  $r = 0$ , без скачка; 2 –  $r = 0$ , со скачком; 3 –  $r = 1$  мм, со скачком; 4 –  $r = 0$ , со скачком и с учетом турбулентности; 5 –  $r = 0$ , со скачком и без учета турбулентности; б – CFD, 1 –  $Q$ , 2 –  $C_p$

Изменение теплообмена в зоне присоединения потока связано в первую очередь с увеличением давления. Дополнительный рост теплообмена происходит, как известно, из-за утончения пограничного слоя вблизи линии растекания. Кроме того, при исследованных параметрах потока значительное увеличение числа  $St$  вызвано также ламинарно-турбулентным переходом в конце зоны отрыва. Об этом свидетельствует сопоставление результатов численного моделирования обтекания острой пластины без и с учетом турбулентности потока (фиг. 4, а): без турбулентности расчетные значения максимального числа  $St$  приблизительно в 3 раза меньше экспериментальных значений, а с учетом турбулентности расчетные данные близки к экспериментальным. Уровень турбулентности характеризует величина  $Q = (u^2 + v^2)^{0.5}/u_\infty$ , пропорциональная энергии турбулентных пульсаций, которая достигает максимума в зоне присоединения (см. фиг. 4, б).

Сопоставление экспериментальных распределений числа  $St$  на острой и затупленной ( $r = 1$  мм) пластинах на фиг. 4, а показало, что затупление пластины приводит к существенному уменьшению максимального числа  $St$  в зоне интерференции. Оно происходит из-за образования за затуплением высокоэнтропийного слоя с пониженными значениями плотности газа и числа Маха. Это приводит, как показывает анализ ре-

зультатов численного моделирования, во-первых, к понижению максимального давления за падающим и отраженным скачками и, во-вторых, к увеличению толщин слоя смешения в зоне отрыва и пограничного слоя в зоне присоединения. На изолированной пластине, т.е. в отсутствие падающего скачка, затупление приводит к противоположному результату: оно вызывает увеличение числа  $St$  вблизи передней кромки вследствие повышения давления за затуплением (см., например, [26]).

Описанные выше различия структур течения, полученных в результате численного моделирования и в экспериментах, приводят и к существенным расхождениям распределений коэффициента теплоотдачи. Согласно результатам расчета затупленной пластины, увеличение числа  $St$  начинается непосредственно за передней кромкой, в то время как, согласно экспериментальным данным, нарастание  $St$  начинается на значительном удалении от передней кромки, где в действительности происходит отрыв потока. Максимальные расчетные величины числа  $St$  также существенно отличаются от экспериментальных результатов.

Расхождения между результатами расчета и экспериментов как в структуре течения, так и в распределении теплового потока по затупленной пластине вызваны, вероятно, тем, что используемая модель турбулентности неадекватно описывает процесс смешения пограничного слоя со струей высокоэнтропийного газа, формирующейся в гиперзвуковом потоке за затуплением.

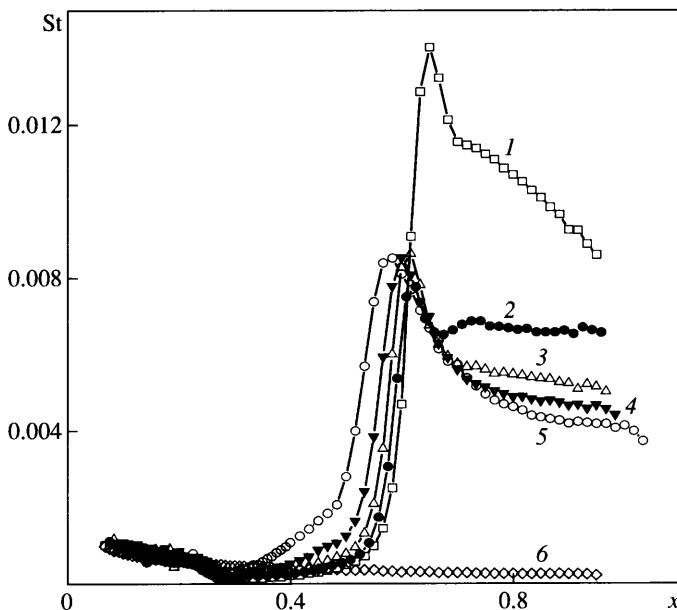
На основе результатов теневого фотографирования течения были составлены корреляционные формулы, описывающие положение точек свободного отрыва и присоединения на острых и затупленных пластинах. Использованы результаты более 30 экспериментов, выполненных во всем исследованном диапазоне газодинамических и геометрических параметров.

Важная характеристика интерференционного течения – длина области отрыва  $l_s$ . Ниже анализируются экспериментальные результаты сначала для острой, а потом для затупленной пластины. Согласно опубликованным данным (см., например, [8]), число  $Re$  слабо влияет на относительную длину зоны отрыва  $l'_s = l_s/X_i$  как при турбулентном, так и при переходном течении в зоне отрыва, что подтвердилось и в данном эксперименте. При ламинарном состоянии невозмущенного пограничного слоя длина зоны отрыва увеличивается с ростом перепада давлений в падающем и отраженном скачках пропорционально  $(P'_2 - 1)^{0.36}$ , как показано в [8]. Однако эта связь установлена лишь при одном числе Маха ( $M \approx 7.8$ ) и в узком диапазоне отношений давления (от 1 до 4.5), а для других значений числа  $M = 6$  и  $10$ , согласно [9], она расходится с экспериментальными данными. На основании данных, соответствующих разным числам  $M = 6, 8$  и  $10$ , удалениям падающего скачка уплотнения от передней кромки пластины и перепадам давления  $P'_2$  (от 10.5 до 69), здесь получена корреляционная формула, определяющая с погрешностью не более 15% относительную длину зоны отрыва на острой пластине

$$l'_s = 0.76 C_p^{0.36} - 0.27$$

$$C_p = \frac{2(P'_2 - 1)}{\gamma \cdot M_\infty^2}$$

где  $\gamma = 1.4$  отношение удельных теплоемкостей,  $l_s = X_i - X_s$  – условная длина зоны отрыва. Эта формула получена для свободного взаимодействия, когда точка отрыва находится на некотором удалении от передней кромки пластины (при  $X_s/L \geq 0.05$ ).



Фиг. 5. Влияние радиуса затупления  $r$  на распределение числа St при  $M = 6$ ,  $Re_L = 1.26 \cdot 10^6$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\Delta X = 180$  мм: 1–5 –  $r = 0, 1, 2, 4, 10$  мм со скачком; 6 –  $r = 0$  без скачка

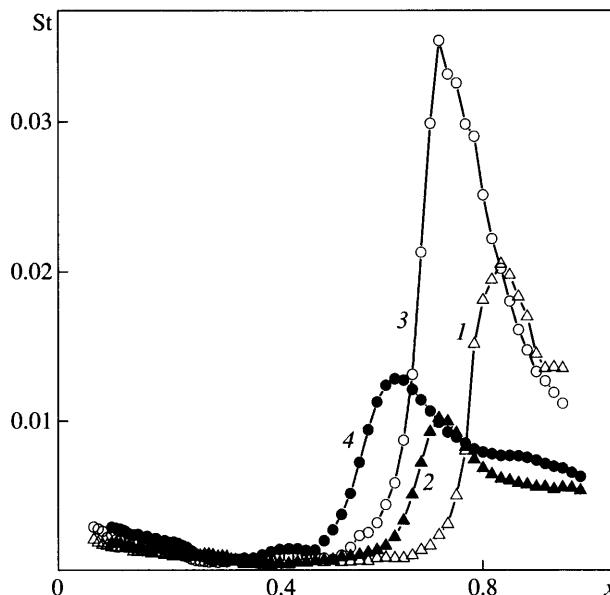
Затупление пластины приводит к небольшому возрастанию условной длины зоны отрыва, причем оно тем больше, чем больше перепад давлений в скачках

$$\frac{l_b}{l_s} = 1 - 0.0033 C_p + 0.087 C_p^2$$

Здесь индексы  $b$  и  $s$  соответствуют затупленной и острой пластинам.

Точка присоединения оторвавшегося потока на острой пластине располагается позади точки падения скачка:  $X_R/X_i = 1.1-1.2$ ; на затупленной пластине – перед условной точкой падения скачка:  $X_R/X_i = 0.89-0.93$ .

**4. Влияние различных факторов на теплообмен в зоне интерференции.** Радиус затупления передней кромки. Выше было показано, что затупление радиусом 1 мм при исследованных параметрах потока существенно снижает максимальное значение коэффициента теплоотдачи St в зоне интерференции. Однако увеличение радиуса  $r$  свыше 1 мм при тех же параметрах потока практически не влияет на эту величину, что демонстрируют экспериментальные данные, представленные на фиг. 5. Этот факт связан, по-видимому, с большой относительной величиной радиуса затупления  $r/\delta^*$  передней кромки пластины, где  $\delta^*$  – толщина вытеснения невозмущенного пограничного слоя в точке падения скачка. В экспериментах, представленных на фиг. 5,  $\delta^* \approx 0.9$  мм,  $r/\delta^* = 1.1-11$ . Толщина же высокоэнтропийного слоя вдали от передней кромки многократно превышает  $r$ , так как плотность газа у плоской поверхности во много раз меньше, чем в окрестности затупления [34]. В таких условиях поглощение высокоэнтропийного слоя пограничным слоем не успевает произойти до зоны падения скачка, и энтропийный слой во всех случаях достигает зоны интерференции. Существенного изменения теплопередачи в этой зоне в зависимости от радиуса затупления  $r$  следует ожидать лишь при значительно меньших относительных величинах затупления, чем в данном исследовании.

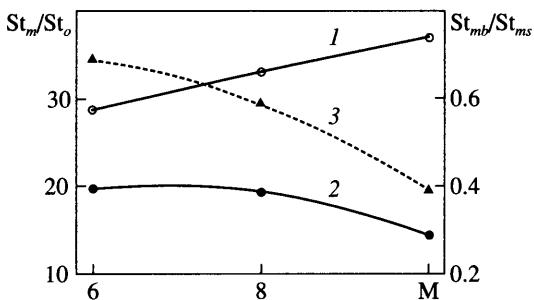


Фиг. 6. Распределение числа St по острой и затупленной пластинам при числах  $M = 8, 10$  и  $\theta = 15^\circ$ : 1, 2 –  $M = 8$ ,  $Re_L = 0.80 \cdot 10^6$ ; 3, 4 –  $M = 10$ ,  $Re_L = 0.48 \cdot 10^6$ ; 1, 3 –  $r = 0$ ; 2, 4 –  $r = 4$  мм

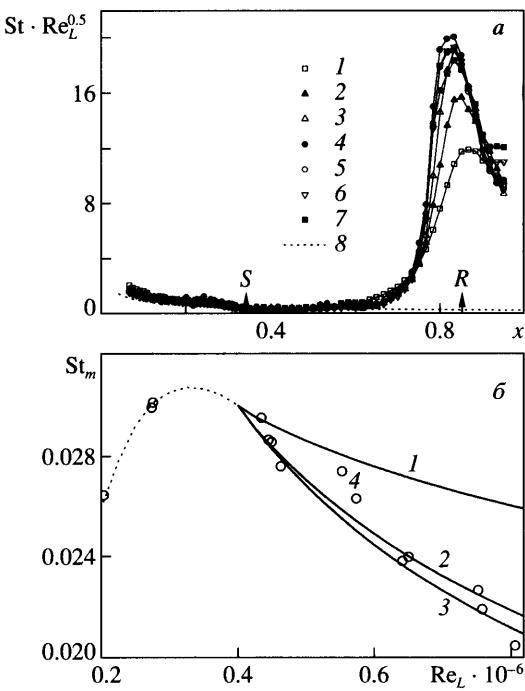
Затупление пластины приводит к уменьшению числа St не только в зоне присоединения, но также и в протяженной зоне, расположенной позади линии присоединения (фиг. 5). Однако здесь в отличие от зоны присоединения изменение  $r$  в исследованном диапазоне оказывает значительное влияние на теплообмен: с увеличением радиуса от  $r = 1$  мм до 4 мм ( $r/\delta^* \equiv 4.5$ ) число St существенно падает. Лишь при дальнейшем увеличении  $r$  уменьшение числа St резко замедляется. Расширение диапазона значений радиуса  $r$ , в котором он влияет на теплообмен за точкой присоединения потока, связано, по-видимому, с интенсивным перемешиванием высокоэнтропийного слоя с граничным слоем в этой области течения.

**Число Маха.** Параметры течения в высокогенераторном слое определяются изоэнтропическим расширением газа от состояния за отошедшей от притупления головной ударной волны до малого давления на поверхности пластины. С ростом числа Маха отношение плотности в высокогенераторном слое к плотности за головной волной уменьшается, вследствие чего его толщина, отнесенная к радиусу затупления, увеличивается [34]. Это должно усиливать влияние затупления на теплообмен с ростом числа  $M$ . Эксперименты и расчеты подтверждают это (фиг. 6). Как и при меньшем числе  $M = 6$  (фиг. 5), падающий скачок вызывает отрыв потока и резкое усиление теплообмена в конце области отрыва. С увеличением числа  $M$  различие максимальных значений числа St на затупленной и острой пластинах возрастает. Это демонстрирует также фиг. 7: при увеличении числа  $M$  отношение  $St_{mb}/St_o$  для острой пластины увеличивается (кривая 1), а для затупленной пластины уменьшается (2). В явном виде влияние затупления на теплообмен характеризует отношение максимального числа  $St_{mb}$  для затупленной пластины к аналогичной величине  $St_{ms}$  для острой пластины, также показанное на фиг. 7 (3). Величина этого отношения уменьшается от 0.69 до 0.39 при изменении  $M$  от 6 до 10.

**Число Рейнольдса.** Влияние числа Рейнольдса  $Re$  на теплообмен в зоне интерференции подробно исследовалось на примере острой пластины при одном числе  $M = 8$  и



Фиг. 7. Влияние числа  $M$  на степень максимального усиления теплообмена при  $\theta = 15^\circ$  и  $M = 6 - Re_L = 1.31 \cdot 10^6$ ;  $8 - 0.86 \cdot 10^6$ ;  $10 - 0.50 \cdot 10^6$ : 1, 2 –  $St_m/St_0$ ; 3 –  $St_{mb}/St_{ms}$ ; 1, 2 –  $r = 0$ ; 4 –  $mm$



Фиг. 8. Влияние числа  $Re$  на степень максимального усиления теплообмена при  $M = 8$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\Delta X = 180$  мм,  $r = 0$ : а – 1 –  $Re_L \cdot 10^{-6} = 0.2; 0.28; 0.45; 0.56; 0.65; 0.76; 0.81$  со скачком; 8 – без скачка [36]; б – 1 – 3 –  $n = 0.2; 0.45; 0.5$  – расчет; 4 – эксперимент

одном положении генератора скачка ( $\Delta X = 180$  мм). Было выполнено 19 экспериментов, причем часть опытов проводилась на одном и том же режиме многократно для уменьшения случайной погрешности.

Результаты измерений теплового потока представлены на фиг. 8, а в виде зависимости произведения  $St \cdot Re_L^{0.5}$  от относительной координаты  $x = X/L$ . В отсутствие падающего скачка это произведение, согласно теории пограничного слоя, не зависит от числа  $Re$  (например, для  $M = 8$   $St_0 \cdot Re_X^{0.5} = 0.311$ ) при условии, что  $Re$  настолько вели-

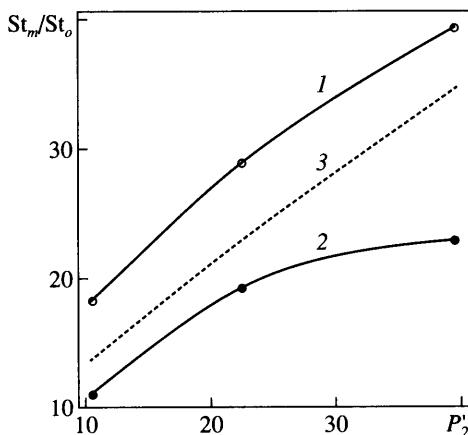
ко, что вязко-невязкое гиперзвуковое взаимодействие не оказывает влияние на течение. В исследованном диапазоне число  $Re$  практически не влияет на величину произведения  $St \cdot Re^{0.5}$  как до точки отрыва, так и в области пониженного теплообмена за этой точкой (при  $x = 0.3\text{--}0.6$ ). Примечательно, что и в зоне присоединения, т.е. в зоне турбулентного течения, произведение  $St \cdot Re^{0.5}$  тоже слабо зависит от  $Re$  при значениях  $Re_L > 0.4 \cdot 10^6$ .

При числах  $Re_L < 0.3 \cdot 10^6$  значения максимального числа  $St_m$  увеличиваются с ростом  $Re_L$  (фиг. 8, б). Вероятно, это связано с ламинарно-турбулентным переходом в зоне отрыва. При дальнейшем росте числа  $Re_L$ , начиная со значения  $0.4 \cdot 10^6$ , число  $St$  уменьшается. Три расчетных кривых вида  $St \sim Re^{-n}$  на фиг. 8, б соответствуют разным значениям показателя степени  $n$ . В качестве опорного значения во всех случаях использована величина  $St = 0.0299$  при  $Re_L = 0.4 \cdot 10^6$ . Видно, что экспериментальная величина числа  $St_m$  в зоне интерференции уменьшается с увеличением числа  $Re_L$  гораздо быстрее, чем в случае безотрывного течения турбулентного пограничного слоя ( $n = 0.2$ ). Экспериментальная зависимость лучше всего аппроксимируется степенной зависимостью с  $n = 0.45$ , близкой к зависимости, характерной для ламинарного пограничного слоя ( $n = 0.5$ ). При  $M = 8$  было проведено несколько экспериментов также с затупленной передней кромкой  $r = 4$  мм. Для них получено  $n \approx 0.31$ .

Влияние числа  $Re_L$  на теплообмен в зоне интерференции исследовалось также при числе  $M = 6$  и радиусе затупления  $r = 1$  мм. В этом случае экспериментальная зависимость  $St_m = f(Re_L)$  близка к степенной функции с  $n = 0.38$ . При числе  $M = 6$  эксперименты проведены на всех остальных режимах лишь при максимальном  $1.3 \cdot 10^6$  и минимальном  $0.4 \cdot 10^6$  значениях числа  $Re_L$ . По результатам этих экспериментов оценена величина показателя степени  $n$ . Значения  $n$  несколько изменяются в зависимости от радиуса затупления, положения падающего скачка и его интенсивности. Они заключены в диапазоне от  $n = 0.2$  до  $0.4$ . Наблюдается тенденция уменьшения абсолютной величины  $n$  с увеличением  $r$  и с приближением скачка уплотнения к передней кромке.

Имеется аналогия между приведенными данными и результатами исследования влияния турбулентности набегающего потока на теплообмен в окрестности лобовой критической точки затупленного тела (см., например, [35]). Экспериментальные и теоретические исследования указывают на то, что при малой турбулентности потока зависимость коэффициента теплоотдачи от числа Рейнольдса близка к аналогичной зависимости для ламинарного течения, а при большой турбулентности она приближается к зависимости, характерной для турбулентного течения.

*Интенсивность падающего скачка.* Исследовались течение и теплообмен при числе  $M = 6$  и трех величинах угла клина, генерирующего падающий скачок:  $\theta = 10^\circ, 15^\circ$  и  $20^\circ$ . Этим углам соответствуют следующие величины относительного давления  $P'_2$ , т.е. отношения давления  $P_2$  позади падающего и отраженного скачков (к давлению  $P_\infty$ ): 10.5, 22.5 и 39.7 (при вычислении значения  $P'_2$  влияние вязкости не учитывалось). Эксперименты проводились с острой ( $r = 0$ ) и затупленной ( $r = 4$  мм) пластинами. Варьировалось также положение падающего скачка и число Рейнольдса. По мере удаления падающего скачка от передней кромки максимальный коэффициент теплоотдачи слабо уменьшается (на затупленной пластине) или остается приблизительно постоянным (на острой). На фиг. 9 представлены относительные величины  $St_m$  на острой и затупленной пластинах в зависимости от перепада давления  $P'_2$ , полученные для одного положения максимума теплового потока  $X_m/L = 0.4$  путем интерполяции по  $X_m/L$ . Максимальное число  $St_m$  отнесено во всех случаях к одной и той же величине числа  $St_0$ , рассчитанной по теории пограничного слоя для острой пластины [36]. При условиях, в



Фиг. 9. Влияние интенсивности падающего скачка на степень максимального усиления теплообмена при  $M = 6$ ,  $Re_L = 1.31 \cdot 10^6$ ,  $X_m/L = 0.4$ : 1, 2 – эксперимент; 1 –  $r = 0$ ; 2 –  $r = 4$  мм; 3 – расчет по формуле (4.1)

которых проводились описываемые эксперименты, величина  $St_0$  определяется соотношением  $St_0 \cdot Re^{0.5} = 0.302$ .

Результаты исследования теплообмена на острой пластине сопоставлены на фиг. 9 с опубликованными экспериментальными данными [11]. В ней (см. также [21]) анализируются результаты 11 исследований, охватывающие широкий диапазон значений числа  $M$  (от 2.4 до 13), единичного числа Рейнольдса (от  $1.3 \cdot 10^6$  до  $1.2 \cdot 10^8$  1/м) и углов генератора скачка уплотнения (от  $10^\circ$  до  $20^\circ$ ), причем данные получены как при ламинарном, так и при турбулентном состояниях невозмущенного пограничного слоя. В [11] для представления экспериментальных результатов применены величины  $St^*$  и  $Re^*$ , введенные Эккертом. В них используются значения плотности и вязкости, вычисленные при определяющей температуре  $T^*$

$$\frac{T^*}{T_e} = 1 + 0.5 \left( \frac{T_w}{T_e} - 1 \right) + 0.22 \left( \frac{T_r}{T_e} - 1 \right)$$

где  $T_w$  и  $T_e$  – значения температуры поверхности и на внешней границе пограничного слоя. На изолированной острой пластине (т.е. в отсутствие падающего скачка) турбулентный теплообмен описывается формулой Эккера

$$St^* = 0.0288 (Re^*)^{-1/5} (Pr^*)^{-2/3} \quad (4.1)$$

Эта же формула использована в [11] и для представления максимального коэффициента теплоотдачи в зоне интерференции при переходном и турбулентном течении, причем значения плотности и температуры газа рассчитываются позади падающего и отраженного скачков, а длина  $X$  – расстояние от передней кромки пластины до точки падения скачка. При таком представлении многочисленные экспериментальные данные располагаются в [11] между значениями числа  $St$ , которые дает формула (4.1) и удвоенными значениями. На фиг. 9 результаты расчета по формуле (4.1) представлены кривой 3. Результаты измерения максимального коэффициента теплоотдачи в зоне интерференции на острой пластине (кривая 1) заключены между величинами, предоставляемыми формулой (4.1), и удвоенными величинами, что согласуется с опубликованными результатами [11].

Анализ теневых фотографий и распределения числа  $St$  по длине пластины показал, что с увеличением интенсивности падающего скачка точка отрыва пограничного слоя приближается к передней кромке пластины. При  $\theta = 20^\circ$  поток отрывается в точке сопряжения затупления с плоской поверхностью, т.е. при  $\theta = 20^\circ$  происходит несвободный отрыв потока. В то же время интенсивность скачка практически не влияет на положение точки присоединения: во всех случаях она располагается непосредственно за скачком (в случае острой пластины) или непосредственно перед ним (на затупленной). Таким образом, с увеличением интенсивности падающего скачка зона отрыва удлиняется.

Из фиг. 9 видно, что при  $\theta > 15^\circ$  увеличение числа  $St$  с ростом перепада давлений замедляется, что связано с переходом свободного отрыва в несвободный. Однако во всем исследованном диапазоне интенсивностей падающего скачка затупление приводит к существенному уменьшению  $St_m$  в зоне интерференции: при  $M = 6$  коэффициент теплоотдачи уменьшается из-за наличия затупления на 33–42%.

**Заключение.** Проведено экспериментальное исследование и численное моделирование структуры потока и теплообмена в области интерференции падающего косого скачка уплотнения с поверхностью острой и затупленных пластин при различных значениях чисел Маха и Рейнольдса; а также интенсивности падающего скачка и его положения. В исследованном диапазоне параметров потока невозмущенный пограничный слой находился в ламинарном состоянии. Падающий скачок вызывал отрыв пограничного слоя и ламинарно-турбулентный переход внутри зоны отрыва.

Выявлена фундаментальная особенность теплообмена в зоне интерференции при наличии затупления: оно существенно уменьшает максимальную величину коэффициента теплоотдачи в зоне присоединения потока. С увеличением числа Маха этот эффект усиливается из-за падения полного давления в высокоЭнтрапийном слое, генерируемом затуплением, и утолщения этого слоя: при  $M = 6$  максимальный коэффициент теплоотдачи уменьшается приблизительно в 1.5 раза, а при  $M = 10$  – в 2.5 раза. В противоположность этому в отсутствие падающего скачка затупление усиливает теплообмен вблизи передней кромки.

В исследованном диапазоне относительных величин радиуса затупления ( $r/\delta^* > 1.1$ ) изменение его практически не влияет на величину  $St_m$  в зоне присоединения потока.

За зоной присоединения затупление пластины также вызывает уменьшение коэффициента теплоотдачи. Здесь пороговое значение относительного радиуса затупления, при котором прекращается его влияние на теплообмен ( $r/\delta^* \approx 4.5$ ), значительно больше, чем в зоне присоединения потока.

Численное моделирование правильно описывает основные особенности течения газа в области интерференции (отрыв и присоединение потока, ламинарно-турбулентный переход в зоне отрыва). С помощью численного моделирования выявлено влияние ламинарно-турбулентного перехода внутри зоны отрыва на теплообмен в области присоединения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 05-01-00557, 05-01-00562).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bogdonoff S.M., Kepler C.E. Separation of a supersonic turbulent boundary layer // J. Aeron. Sci. 1955. № 6. P. 414–424, 430.
2. Chapman D., Kuehn D., Larson H. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition // NACA Rep. № 1356. 1958. 40 p .
3. Erdos J., Pallone A. Shock-boundary layer interaction and flow separation // Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. Washington, 1962. Stanford: Calif. Univ. Press. 1962. P. 239–254.
4. Holden M.S. Experimental studies of separated flows of hypersonic speed. II: Two-dimensional wedge separated flow studies // AIAA Journal. 1966. V. 4. No. 5. P. 790–799.

5. Нейланд В.Я. К асимптотической теории плоских стационарных сверхзвуковых течений со срывными зонами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 22–32.
6. Кондратьев И.А. Экспериментальное исследование теплопередачи на плоской пластине при взаимодействии косого скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем // Учен. зап. ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 2. С. 18–23.
7. Coleman G.T., Stollery J.L. Heat transfer from hypersonic turbulent flow at a wedge compression corner // J. Fluid. Mech. 1972. V. 56. Pt 4. P. 741–752.
8. Kaufman L.G., Johnson C.B. Weak incident shock interactions with Mach 8 laminar boundary layers // NASA. Techn. Note. 1974. № TN D7-835. 45 p.
9. Johnson C.B., Kaufmann L.G. Incident shock interactions with boundary layers // J. Spacecraft and Rockets. 1975. V. 12. № 6. P. 327–328.
10. Holden M.S. Shock wave-turbulent boundary layer interaction in hypersonic flow // AIAA Paper. 1977. № 77-45. 30 p.
11. Hung F.T., Greenschlag S.N., Scottoline C.A. Shock-wave-boundary-layer interaction effects on aerodynamic heating // J. Spacecraft and Rockets. 1977. V. 14. № 1. P. 25–31.
12. Miller D.S., Hijmen R., Redeker E., Janssen W.C., Mullen C.R. A study of shock impingement on boundary layer at Mach 16 // Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. Washington, 1962. Calif. Univ. Press, 1962. Р. 255–278.
13. Боровой В.Я., Севастьянова Е.В. Течение газа и теплообмен в зоне взаимодействия ламинарного пограничного слоя с ударной волной вблизи полукрыла, установленного на пластине // Учен. зап. ЦАГИ. 1973. Т. 4. № 2. С. 54–63.
14. Bramlette T.T., Smith R.R., Sliski N.J. Fin induced laminar interactions on sharp and spherically blunted cones // J. Spacecraft and Rockets. 1973. V. 10. № 11. P. 696–703.
15. Желтоводов А.А. Физические особенности и некоторые свойства двумерных и трехмерных отрывных течений при сверхзвуковых скоростях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 3. С. 45–54.
16. Зубин М.А., Остапенко Н.А. О “несвободном” взаимодействии косого скачка уплотнения с пограничным слоем в окрестности передней кромки пластины со скольжением // Докл. РАН. 1999. Т. 368. № 1. С. 50–57.
17. Войтенко Д.М., Зубков А.И., Панов Ю.А. Обтекание цилиндрического препятствия на пластине сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 1. С. 121–125.
18. Авдуевский В.С., Медведев К.И. Физические особенности течения в области отрыва при трехмерном взаимодействии пограничного слоя с ударной волной // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 1. С. 25–33.
19. Войтенко Д.М., Зубков А.И., Панов Ю.А. О существовании сверхзвуковых зон в пространственных отрывных течениях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 1. С. 20–24.
20. Боровой В.Я., Рыжкова М.В. Теплообмен и течение газа при взаимодействии ламинарно-пограничного слоя с ударной волной, образующейся вблизи цилиндрического препятствия // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 1. С. 78–87.
21. Боровой В.Я. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. М.: Машиностроение, 1983. 141 с.
22. Thivet F., Knight D., Zheltovodov A., Maksimov A. Insights in turbulence modeling for crossing shock shock wave turbulent boundary layer interactions // AIAA Journal. 2001. V. 39. № 6. P. 985–995.
23. Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Расчет взаимодействия падающего косого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине // ПМТФ. 2004. Т. 45. № 3. С. 61–71.
24. Zheltovodov A.A. Advances and problems in modeling of shock wave turbulent boundary layer interactions // XII Intern. Conf. on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk. 2004. P. 225–236.
25. Старухин В.П., Чевагин А.Ф. Влияние затупления входных кромок на характеристики подкрыльевых воздухозаборников // Учен. зап. ЦАГИ. 1994. Т. 25. № 1–2. С. 89–100.
26. Боровой В.Я., Егоров И.В., Скуратов А.С., Струминская И.В. Ламинарный теплообмен острой и затупленных пластин с гиперзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 1. С. 174–186.
27. Боровой В.Я., Егоров И.В., Скуратов А.С., Струминская И.В. О влиянии высокозэнтропийного слоя на теплообмен в зоне падения косого скачка уплотнения на поверхность притупленной пластины // Докл. РАН. 2005. Т. 400. № 1. С. 1–4.

28. *Dolling D.S.* Unsteadiness of shock-induced turbulent separated flows – some key questions // AIAA Paper. 2001. № 2001–2708. 15 p.
29. *Coakley T.J., Huang P.G.* Turbulence modeling for high speed flows // AIAA Paper. 1993. № 920–436. 15 p.
30. *Годунов С.К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Мат. сб. 1959. Т. 3. № 47. С. 271–291.
31. *Roe P.L.* Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference scheme // J. Comput. Phys. 1981. V. 43. № 2. P. 357–372.
32. *Колган В.П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.
33. *Бабаев И.Ю., Башкин В.А., Егоров И.В.* Численное решение уравнений Навье – Стокса с использованием итерационных методов вариационного типа // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 11. С. 1693–1703.
34. *Лунев В.В.* Гиперзвуковая аэrodинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
35. *Юдаев Б.Н., Михайлов М.С., Савин В.К.* Теплообмен при взаимодействии струй с препядствиями. М.: Машиностроение, 1977. 247 с.
36. *Башкин В.А.* Расчет коэффициентов трения и теплопередачи пластины, конуса и тупоносого тела в окрестности критической точки при ламинарном течении в пограничном слое без учета диссоциации // Тр. ЦАГИ. 1964. Вып. 937. С. 22–85.

Москва

Поступила в редакцию  
16.II.2005