

УДК 532.592

© 2005 г. В. А. КАЛИНИЧЕНКО

**РАЗВИТИЕ СДВИГОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПРИУЗЛОВЫХ ОБЛАСТЯХ
СТОЯЧЕЙ ВНУТРЕННЕЙ ВОЛНЫ**

Представлены результаты экспериментального исследования начальной стадии развития сдвиговой неустойчивости границы раздела двух несмешивающихся жидкостей, совершающих относительное осциллирующее движение при параметрическом возбуждении стоячих внутренних волн. Выявлены три стадии искажения синусоидального волнового профиля: образование коротких вторичных волн, их обрушение и переход к крупномасштабным вихреобразованиям. Показано, что развитие квазистационарных волновых возмущений в приузловых областях стоячей волны происходит при значениях крутизны волны $\Gamma \sim 0.08-0.13$ и критического числа Рейнольдса ламинарного пограничного слоя $R \sim 90-300$. Проведено сравнение данных эксперимента с классической теорией Кельвина – Гельмгольца.

Ключевые слова: осциллирующие потоки, сдвиговая неустойчивость, стоячая внутренняя волна, параметрический резонанс.

Интерес к проблеме устойчивости границы раздела двух жидкостей, совершающих относительное осциллирующее движение, обусловлен нестационарностью многих природных процессов. Отметим обрушение внутренних волн в океане [1], образование донных форм при воздействии периодических потоков воды на песчаное дно в прибрежной зоне [2], генерацию пятен турбулентности и изменение начальной стратификации океана и атмосферы [3]. При описании начальной стадии развития сдвиговой неустойчивости на границе раздела жидкостей обычно используется анализ устойчивости малых возмущений основного течения. Однако непосредственное применение методов теории устойчивости для случая вязких осциллирующих жидкостей невозможно, и в основном приходится опираться на экспериментальные результаты.

Экспериментально исследовалась потеря устойчивости осциллирующего потока однородной жидкости, создаваемого бегущими волнами в гидроканале [4], колебаниями сильфона в вертикальной трубке [5], колеблющимся поршнем в резонансной [6], круговой и прямоугольной трубах [7], изменением скорости течения над плоским и профилированным дном [8]. Во всех случаях профили скорости были нестационарными, а некоторые из них характеризовались обратными течениями. Потеря устойчивости колеблющегося пограничного слоя носит локальный характер [5–8] и может быть определена критическим значением числа Рейнольдса $11 < R < 500$, где $R = U_0^2/\omega\nu$, U_0/ω – характерная амплитуда смещения частицы жидкости на границе пограничного слоя, ω – частота колебаний потока, ν – кинематическая вязкость жидкости. Разброс критических значений R можно объяснить различиями в постановке эксперимента.

Сложностью постановки эксперимента объясняется и тот факт, что практически отсутствуют работы по изучению неустойчивости осциллирующих потоков двуслойной жидкости. Так, в [9] исследовалась устойчивость вертикальной границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в узком зазоре между коаксиальными неподвижным внутренним и колеблющимся внешним цилиндрами. Неустойчивость такого осциллирующего двухфазного течения Куэтта проявляется в генерации волновых воз-

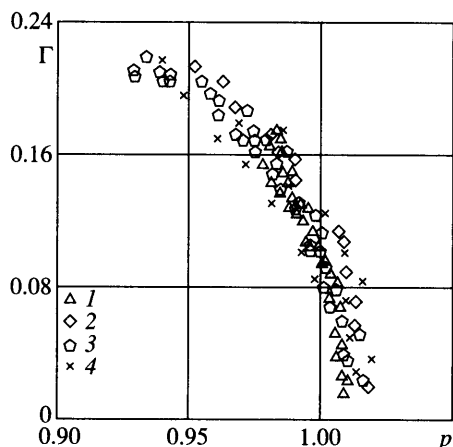
мущений первоначально гладкой границе раздела при $R \sim 50$. При исследовании процесса зарождения донных форм на границе вода – тонкий слой ожигенного песка использовалась колеблющаяся в горизонтальном направлении кольцевая кювета [10]. Первые признаки появления песчаных волн при наименьшей частоте колебаний кюветы (1 Гц) отмечены при $R \sim 200$. В [11] образованию квазистационарного рельефа на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей при высокочастотных горизонтальных колебаниях прямоугольного сосуда соответствовало критическое значение $R \sim 50$, рассчитанное по менее вязкой жидкости.

В настоящей работе с целью исследования процесса потери устойчивости границы раздела двух осциллирующих жидкостей экспериментально изучается картина течения в приузловой области стоячей внутренней волны, возбуждаемой в контролируемых условиях при резонансе Фарадея. Волновые движения границы раздела двух жидкостей различной плотности связаны с наличием осциллирующего сдвигового слоя в приузловой области, поскольку векторы тангенциальной составляющей скорости частиц двуслойной жидкости имеют противоположное направление по разные стороны от границы. Если амплитуда стоячей волны достаточно велика, возможно развитие неустойчивости сдвигового слоя, приводящее к образованию волн, пространственные масштабы которых существенно меньше длины основной волны.

Впервые о вторичных возмущениях в приузловой области стоячей волны на границе раздела двух смешивающихся жидкостей упоминается в [12]. В этих экспериментах для возбуждения стоячей внутренней волны использовался волнопродуктор плунжерного типа на боковых стенках прямоугольного сосуда. При критизме волны $\Gamma = 2\zeta/\lambda \sim 0.127$ (ζ – амплитуда, λ – длина волны) в приузловой области наблюдалась пара вихрей с изменяющимся направлением вращения. В [12] сделано предположение о том, что генерация вихрей связана с развитием сдвиговой неустойчивости, но какие-либо детальные исследования не проводились. Кроме [12], для стоячих внутренних волн не известны экспериментальные наблюдения начальной стадии потери устойчивости границы раздела двух осциллирующих жидкостей. Одна из причин отсутствия таких наблюдений – использование в экспериментах волнопродукторов, вносящих существенные искажения в поле скоростей колеблющейся жидкости.

1. Постановка эксперимента. В настоящей работе для генерации внутренних волн использован резонанс Фарадея [13], что обеспечивает меньшую чувствительность к внешним возмущениям по сравнению с возбуждением волн плунжерами [12]. Заполненный двухслойной жидкостью прямоугольный сосуд ($50 \times 4 \times 40$ см) совершал колебания в вертикальном направлении с частотой Ω и амплитудой s . При s выше некоторого критического значения и Ω порядка удвоенной собственной частоты ω заданной волновой моды на границе раздела наблюдались стоячие волны частоты $\Omega/2$. В качестве рабочих жидкостей использованы керосин – вода, керосин – водный раствор сахара, керосин – водный раствор глицерина, вода – водный раствор NaCl. Плотность жидкостей измерялась пикнометром, кинематическая вязкость – капиллярным вискозиметром ВКЖ-2, откалиброванным на дистиллированной воде, а поверхностное натяжение оценивалось с помощью метода капиллярных волн. Характеристики жидкостей приведены в таблице.

Жидкость	Плотность ρ_1 , г/см ³	Вязкость ν_1 , сСт	Плотность ρ_2 , г/см ³	Вязкость ν_2 , сСт	Поверхностное натяжение σ , дин/см
Керосин – вода	0.79	1.6	1.00	1.00	24
Керосин – раствор сахара	0.79	1.6	1.22	13.43	28
Керосин – раствор глицерина	0.79	1.6	1.09	2.76	21
Керосин – раствор тиосульфата	0.79	1.6	1.24	1.3	26
Керосин – водный раствор NaCl	0.79	1.6	1.195	1.2	27
Вода – водный раствор NaCl	1.00	1.00	1.19	1.2	–

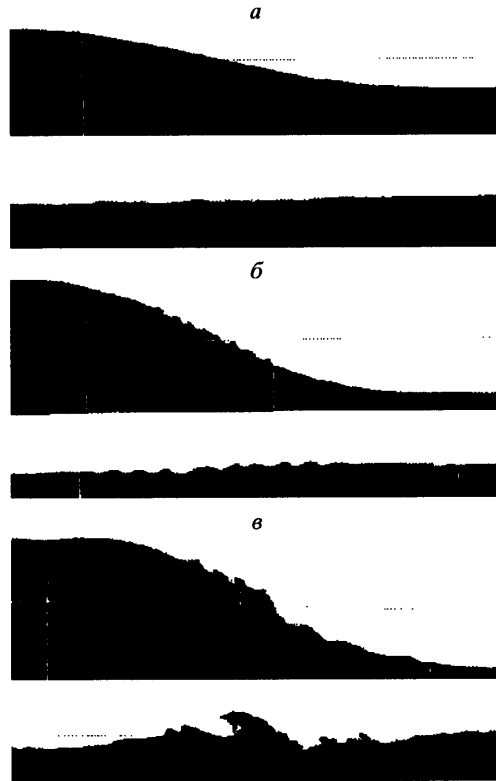


Фиг. 1. Зависимость крутизны Γ от частоты p для двуслойных жидкостей и волновых мод n : 1 – керосин – вода, $n = 2$; 2 – керосин – водный раствор сахара, $n = 2$; 3 – керосин – вода, $n = 3$; 4 – керосин – водный раствор NaCl, $n = 3$

В экспериментах с помощью лазерного доплеровского анемометра [14] измерялась индуцированная волновым движением скорость основного течения жидкостей над и под узлами стоячей волны. Волновые профили анализировались на основании материалов кино- и видеосъемки. Исследовались вторая, третья и четвертая волновые моды ($n = 2, 3, 4$) на границе раздела двух жидкостей глубиной $h_{1,2} = 15$ и 18 см при амплитуде $s = 1.8$ см. При фиксированном значении s вариация частоты Ω обеспечивала изменение амплитуды ζ возбуждаемых волн и, в конечном счете, локальной скорости частиц жидкостей.

2. Результаты и обсуждение. Рассмотрим изменение профиля внутренних волн при увеличении их крутизны. Зависимость крутизны $\Gamma = 2\zeta/\lambda$ возбуждаемых волн от безразмерной частоты $p = \Omega/(2\omega)$ колебаний сосуда приведена на фиг. 1. Для характерных режимов колебаний на фиг. 2 представлены два положения границы раздела керосин – раствор сахара в моменты ее максимального отклонения и прохождения через положение равновесия. При крутизне $\Gamma = 0.072$ см и частоте $p = 1.015$ профиль волны практически синусоидальный (фиг. 2, а). При $\Gamma = 0.116$ и $p = 1.009$ в приузловых областях наблюдается образование довольно регулярных групп коротких волн (фиг. 2, б). Симметричный относительно узловой точки участок вторичного волнообразования имеет протяженность порядка четверти длины основной волны $\lambda/4 \sim 12$ см, причем на нем укладывается $N = 8$ волновых возмущений. Их длина порядка $\Lambda \sim 1.3\text{--}1.5$ см, а амплитуда $0.2\text{--}0.6$ см.

Для системы коротких волн характерно, что они не меняют своего относительного положения при волновых движениях границы раздела (см. фиг. 3). При $\Gamma = 0.147$ и $p = 0.992$ вторичные волны в приузловых областях становятся неустойчивыми, как видно из фиг. 2, в. Наблюдаемая картина похожа на обрушение поверхностных волн. Отметим, что с ростом крутизны основной волны наблюдается увеличение длины вторичных волн Λ . При дальнейшем увеличении Γ реализуется переход от системы коротких неустойчивых волн к паре вихрей с периодически изменяющимся направлением вращения (фиг. 4). Описанное выше изменение волнового профиля справедливо для всех несмешивающихся жидкостей, используемых в экспериментах. Для жидкостей с близкими кинематическими вязкостями (например, керосин–вода) не всегда удавалось четко выделить режим неустойчивых вторичных волнообразований; в этом случае на-



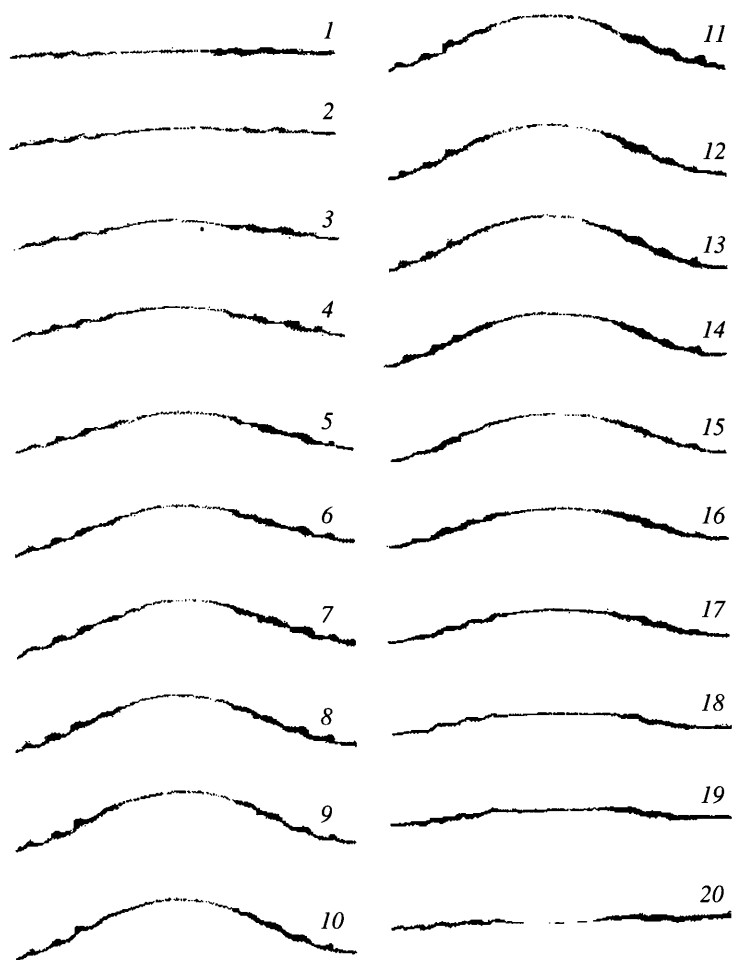
Фиг. 2. Профили второй волновой моды в моменты максимального отклонения границы раздела керосин – водный раствор сахара и прохождения положения равновесия (показана половина длины волны $\lambda/2 = 25$ см): а–в – $\Gamma = 0.072$; 0.116 ; 0.147

блюдался переход от гладкого волнового профиля к профилю с парой вихрей в приузловой зоне.

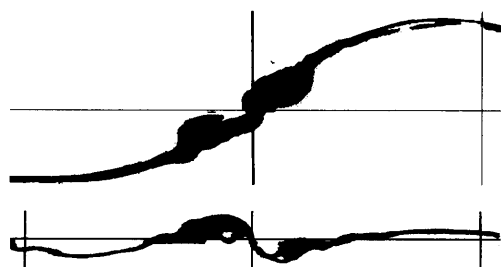
Использование двухслойной жидкости, для которой вязкости существенно отличались (керосин – водный раствор сахара), позволило проследить начальную стадию вторичного волнообразования, хотя при этом и не наблюдалось интенсивное вихреобразование в приузловых областях. В случае смешивающихся жидкостей (пресная вода – водный раствор NaCl или тиосульфата) вместо образования вторичных волн наблюдалось размытие границы раздела с последующим переходом к “грибообразной” форме профиля (фиг. 5). Из фиг. 2 и 4 следует, что образование системы коротких волн и их переход к паре вихрей с изменяющимся направлением вращения происходит в приузловых областях, для которых характерен максимальный относительный сдвиг локальных скоростей верхней и нижней жидкостей.

Анализ экспериментальных данных показал, что для использованных в опытах двухслойных жидкостей переход от гладкого профиля к профилю с возмущениями (вторичные волнообразования или пара вихрей) в приузловой зоне стоячих волн Фарадея реализуется при крутизне $\Gamma \sim 0.08$ – 0.13 .

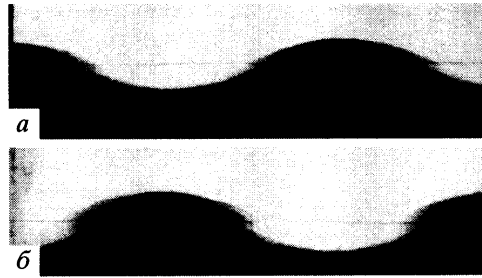
Для выявления структуры вторичных волнообразований использовано фотографирование треков частиц нейтральной плавучести (янтарь, максимальный размер частиц порядка 0.3 мм). На фиг. 6 для второй волновой моды на границе керосин–вода приведены фотографии приузловой области при $\Gamma \sim 0.124$ и 0.165 , причем время экспозиции



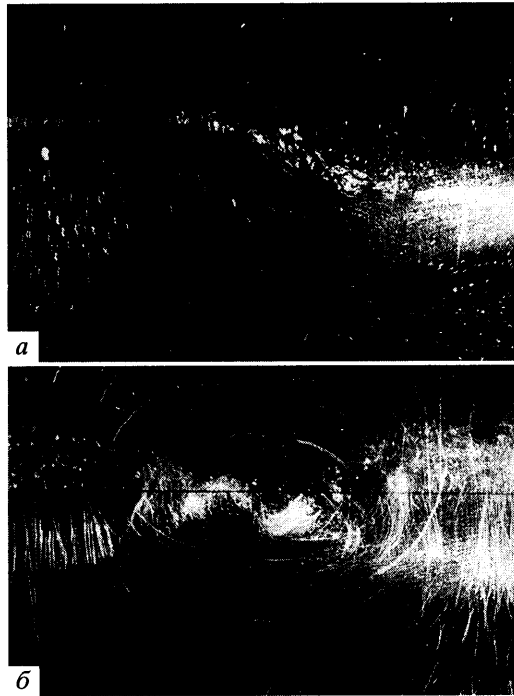
Фиг. 3. Кинограмма второй моды стоячей волны на границе раздела керосин – вода; $\Gamma = 0.134$, $\rho = 0.990$, $\Lambda = 3.5$ см; шаг по времени $\Delta t = 0.04$ с



Фиг. 4. Профили третьей волновой моды в моменты максимального отклонения границы раздела керосин – вода и прохождения положения равновесия (показана половина длины волны), $\Gamma = 0.222$



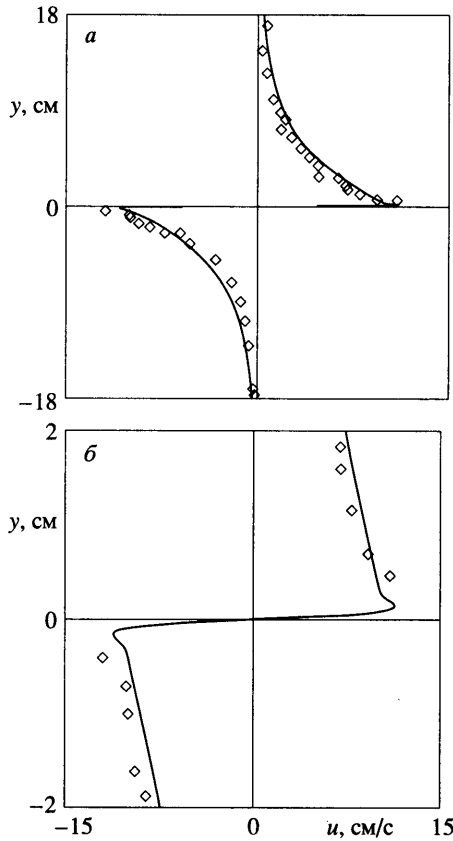
Фиг. 5. Развитие сдвиговой неустойчивости в приузловой зоне третьей волновой моды на границе раздела вода – водный раствор NaCl, $h_{12} = 15$ см, $s = 2.0$ см: $a - \Gamma = 0.15$, $p = 0.981$; $b - 0.172$, 0.961



Фиг. 6. Визуализация вихревых структур в приузловой зоне с помощью частиц янтаря; керосин – вода, $n = 2$: $a-b - \Gamma = 0.124$, 0.165

в первом случае составляло четверть периода, а во втором – период волны. Анализ фотографий показывает, что вторичные возмущения в приузловой области носят скорее вихревой, чем волновой характер.

Для измерений локального сдвига в узловых точках для второй и третьей волновых мод использован лазерный доплеровский анемометр. Соответствующие вертикальные профили амплитуды горизонтальной составляющей скорости двуслойной жидкости приведены на фиг. 7.



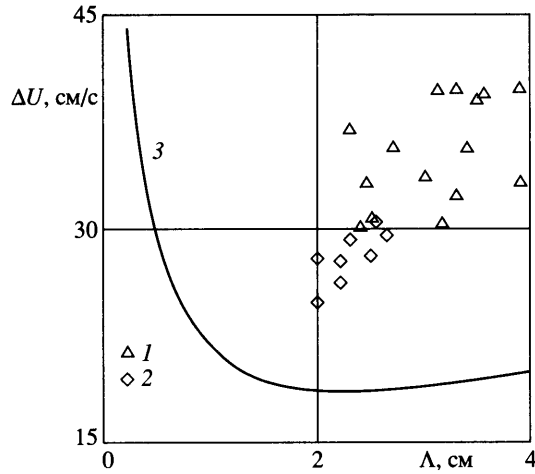
Фиг. 7. Вертикальные профили горизонтальной составляющей скорости жидкости; керосин – вода, $n = 3$, $\Gamma = 0.115$

В соответствии с [15], в приближении стоячих волн Фарадея бесконечно малой амплитуды поле горизонтальной скорости вязкой двуслойной жидкости описывается соотношениями

$$\begin{aligned}
 u_1(x, y, t) &= \zeta \omega \left[-e^{-ky} \cos \omega t + 2\rho_2 \sqrt{v_2} r^{-1} e^{-y\delta_1^{-1}} \cos(\omega t - y\delta_1^{-1}) \right] \sin kx, \quad (y \geq 0) \\
 u_2(x, y, t) &= \zeta \omega \left[e^{ky} \cos \omega t - 2\rho_1 \sqrt{v_1} r^{-1} e^{y\delta_2^{-1}} \cos(\omega t + y\delta_2^{-1}) \right] \sin kx, \quad (y \leq 0) \\
 r &= \rho_1 \sqrt{v_1} + \rho_2 \sqrt{v_2}, \quad \delta_i = \left(\frac{2\nu_i}{\omega} \right)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

где величины δ_i определяют толщину ламинарного пограничного слоя на границе раздела верхней и нижней жидкостей. Кривые на фиг. 7 отвечают профилям, рассчитанным по (2.1). Видно неплохое соответствие теории и эксперимента.

Поскольку отсутствуют какие-либо аналитические работы по анализу устойчивости границы раздела двух вязких осциллирующих жидкостей, для интерпретации результатов эксперимента используем квазистационарное приближение. Осциллирующее течение в каждый момент времени рассматривается как стационарный поток, оп-



Фиг. 8. Зависимость максимальной относительной скорости ΔU от длины волны λ волновых возмущений на границе керосин – вода: 1–2 – $n = 2$; 3 – расчет по (2.2)

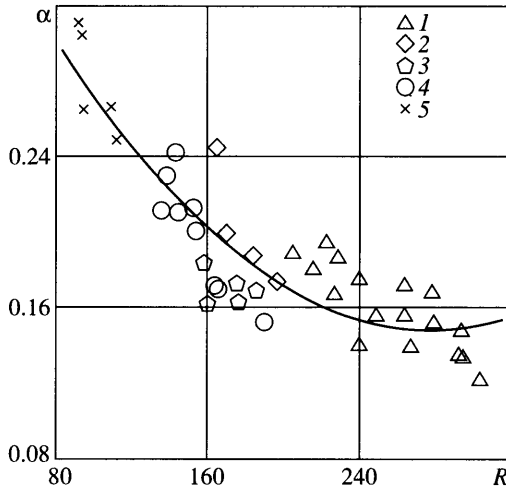
ределяемый соответствующим данному моменту времени профилем скорости. Анализ рассчитанных по (2.1) вертикальных профилей горизонтальной составляющей скорости для различных фаз волнового цикла показал, что для временного интервала, равного $1/8$ периода волны для второй моды и $1/6$ для третьей моды, граница раздела близка к горизонтальной и относительный сдвиг максимален. В этом случае следует рассматривать задачу устойчивости двух разнонаправленных горизонтальных потоков жидкости. Отметим, что для указанных интервалов различие профилей скорости не превышает 10–15%, а описываемые ими потоки наблюдаются дважды за цикл волны при смене направления течения.

Согласно классической теории [16], волновые возмущения вида $Ae^{ik(x-ct)}$ на границе раздела двух разнонаправленных стационарных потоков идеальной жидкости являются нейтрально-устойчивыми, если

$$c_i = \left[\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} (U_1 - U_2)^2 - \frac{\Delta \rho g + \sigma k^2}{(\rho_1 + \rho_2) k} \right]^{1/2} = 0 \quad (2.2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $c = c_r + ic_i$, c_r – фазовая скорость, kc_i – коэффициент, определяющий временной рост возмущений. На фиг. 8 представлены зависимости между максимальным значением относительной скорости ΔU течения двух жидкостей типа керосин–вода и длиной λ волновых возмущений, измеренных в экспериментах и рассчитанных по соотношению (2.2) для второй и третьей волновых мод. Модель Кельвина–Гельмгольца дает критические значения $\lambda = 2.2$ см и $\Delta U = 18.6$ см/с. В эксперименте для второй моды внутренних волн $\lambda = 2.4$ см и $\Delta U = 30.2$ см/с, а для третьей моды – $\lambda = 2.0$ см и $\Delta U = 24.95$ см/с, т.е. имеются существенные различия в величинах рассчитанного и измеренного относительного сдвига.

Модель Кельвина–Гельмгольца предполагает наличие плоского разрыва скорости на границе раздела двух жидкостей. Из фиг. 7, б следует, что в качестве переходного слоя между двумя потоками можно рассматривать пограничные слои толщиной δ_j . Тогда для оценки влияния вязкости на развитие возмущений в приузловой зоне данные эксперимента можно представить в безразмерном виде на (αR) – плоскости, где



Фиг. 9. Экспериментальная зависимость длины волны α от числа Рейнольдса R для осциллирующего потока, создаваемого волной Фарадея на границе раздела: 1 – керосин – вода, $n = 2$; 2 – керосин – вода, $n = 3$; 3 – керосин – раствор тиосульфата, $n = 3$; 4 – керосин – раствор тиосульфата, $n = 4$; 5 – керосин – раствор сахара, $n = 2$

$\alpha = 2\pi\delta/\Lambda$ и $R = \zeta\Omega\delta/\nu$, как это принято в теории неустойчивости стационарных течений вязкой жидкости [17]. На фиг. 9 приведены значения α и R , определяющие возникновение и развитие регулярных волновых возмущений в приузловых областях в условиях эксперимента.

Заключение. Использование параметрического резонанса как способа генерации стоячих внутренних волн на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей позволило провести экспериментальное исследование процесса разрушения волн, начиная с появления в приузловых областях регулярных групп волновых возмущений. Показано, что при крутизне стоячей волны $\Gamma \sim 0.08-0.13$ и числе Рейнольдса ламинарного пограничного слоя $R \sim 90-300$ происходит развитие квазистационарных волновых возмущений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 05-01-00043).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Woods J.D. Wave induced shear instability in the summer thermocline // J. Fluid Mech. 1968. V. 32. Pt 4. P. 791–800.
2. Sleath J.F.A. Sea Bed Mechanics. N.Y.: Wiley, 1984. 335 p.
3. Thorpe S.A. Transitional phenomena and the development of turbulence in stratified fluids: a review // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. № C5. P. 5231–5248.
4. Collins J.A. Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves // J. Geophys. Res. 1963. V. 68. № 21. P. 6007–6014.
5. Сергеев С.И. О колебаниях жидкости в трубах при умеренных числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 1. С. 168–170.
6. Merkli P., Thomann H. Transition to turbulence in oscillating pipe flow // J. Fluid Mech. 1975. V. 68. Pt 3. P. 567–575.
7. Das D., Arakeri J.H. Transition of unsteady velocity profiles with reverse flow // J. Fluid Mech. 1998. V. 374. P. 251–283.

8. *Koneko A., Honji H.* Double structures of steady streaming in the oscillatory viscous flow over a wavy wall // *J. Fluid Mech.* 1979. V. 93. Pt 4. P. 727–736.
9. *King M.R., Leighton D.T., McCready M.J.* Stability of oscillatory two-phase Couette flow: theory and experiment // *Phys. Fluids.* 1999. V. 11. № 4. P. 833–844.
10. *Scherer M.A., Melo F., Marder M.* Sand ripples in a oscillating annular sand-water cell // *Phys. Fluids.* 1999. V. 11. № 1. P. 58–67.
11. *Иванова А.А., Козлов В.Г., Эвекс П.* Динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей при горизонтальных вибрациях // *Изв. РАН. МЖГ.* 2001. № 3. С. 28–35.
12. *Thorpe S.A.* On standing internal waves of finite amplitude // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 32. Pt 3. P. 299–319.
13. *Калиниченко В.А.* Лабораторное исследование параметрической неустойчивости в двухслойной жидкости // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* 1986. № 2. С. 206–210.
14. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Тимофеев А.С.* Экспериментальное исследование поля скоростей параметрически возбуждаемых волн в двухслойной жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 5. С. 161–166.
15. *Кравцов А.В., Секерж-Зенькович С.Я.* Параметрическое возбуждение волн в вязкой двухслойной жидкости в замкнутом сосуде // *Журн. вычислит. математики и мат. физики.* 1993. Т. 33. № 4. С. 611–619.
16. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.;Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
17. *Drazin P.G.* On stability of parallel flow of incompressible fluid of variable density and viscosity // *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1962. V. 58. Pt 4. P. 646–661.

Москва

Поступила в редакцию
7.V.2003