

УДК 532.546.013.4

© 2005 г. Д. В. ЛЮБИМОВ, С. В. ШКЛЯЕВ

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ КАПЕЛЬ В ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПОТОКАХ

Рассмотрено поведение включения (капли) одной жидкости в пористой среде, заполненной другой жидкостью. Получен стационарный режим осаждения капли жидкости под действием силы тяжести, показана неустойчивость этого режима. Изучено также горизонтальное движение жидкого включения под действием стационарного градиента пластового давления.

Ключевые слова: фильтрация, межфазная граница, осаждение, вытеснение, стационарный режим, устойчивость.

Изучение движения компактных включений жидкой фазы в пористой среде, насыщенной другой жидкостью, под действием стационарных сил представляет интерес для теории гидродинамической устойчивости в многофазных системах.

Наряду с этим имеются многочисленные технологические применения такого рода исследований. Так, например, при производстве магния возникает проблема извлечения капель расплавленного магния из пористой титановой губки, насыщенной жидким хлористым магнием.

Другим примером может служить добыча нефти при помощи вытеснения ее водой, закачиваемой в нефтяной пласт. В этом случае плоский фронт вытеснения неустойчив [1, 2], вследствие чего на конечных этапах добычи образуются нефтяные целики, окруженные водой. Задача извлечения этих целиков актуальна, так как позволяет заметно увеличить отдачу месторождения.

Наиболее часто в задачах подобного рода используют уравнения фильтрации двухкомпонентной жидкости [2]. Однако на начальных этапах вытеснения можно пренебречь взаимопроникновением жидкостей друг в друга и считать границу раздела жидкостей макроскопической. Кроме того, эффективная граница фаз (скачок насыщенности) может сформироваться и в ходе эволюции смеси [2].

1. Постановка задачи. Рассмотрим безграничную пористую среду, заполненную жидкостью с плотностью ρ_1^* и вязкостью η_1^* . В пористой среде под действием силы тяжести движется капля другой жидкости, обладающей плотностью ρ_2^* и вязкостью η_2^* . Будем пренебрегать размытием межфазной границы, рассматривая процессы на временах, малых по сравнению с характерным временем взаимопроникновения жидкостей друг в друга по порам. На границе раздела также пренебрегаем влиянием капиллярных сил. Обе жидкости будем считать несжимаемыми.

В данных условиях динамика системы описывается уравнениями Дарси и непрерывности в каждой из жидкостей:

$$\nabla p_j + \eta_j \mathbf{v}_j + \rho_j \boldsymbol{\gamma} = 0 \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_j = 0 \quad (j = 1, 2) \quad (1.2)$$

На границе раздела, определяемой уравнением $f(\mathbf{r}, t) = 0$, выполняются граничные условия:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla f = 0 \quad (1.3)$$

$$[v_n] = [p] = 0 \quad (1.4)$$

Вдали от капли движение жидкости отсутствует.

Здесь квадратными скобками обозначается скачок соответствующей величины при переходе из первой среды во вторую, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх (орт оси z), \mathbf{v} – гидродинамическая скорость, а не скорость фильтрации.

Задача (1.1)–(1.4) записана в безразмерном виде, в качестве единиц измерения расстояния, времени, скорости и давления выбраны следующие величины:

$$L, \frac{L(\eta_1^* + \eta_2^*)}{K_e g (\rho_1^* + \rho_2^*)}, K_e g \frac{\rho_1^* + \rho_2^*}{\eta_1^* + \eta_2^*}, (\rho_1^* + \rho_2^*) g L$$

Здесь $K_e = K/m$ (m – коэффициент пористости среды, K – ее проницаемость), g – ускорение свободного падения. Характерный размер включения L выбирается так, чтобы безразмерный объем капли составлял $4\pi/3$ – объем шара единичного радиуса.

Краевая задача (1.1)–(1.4) характеризуется безразмерными параметрами:

$$\rho_{1,2} = \frac{\rho_{1,2}^*}{\rho_1^* + \rho_2^*}, \quad \eta_{1,2} = \frac{\eta_{1,2}^*}{\eta_1^* + \eta_2^*}$$

$$\rho_1 + \rho_2 = 1, \quad \eta_1 + \eta_2 = 1$$

В ходе решения (1.1)–(1.4) требуется найти поля скорости и давления, а также форму поверхности осаждающейся (всплывающей) капли.

2. Стационарное осаждение капли. Рассмотрим стационарное решение задачи (1.1)–(1.4), определяя форму поверхности капли и скорость ее движения.

Очевидно, что в силу симметрии задачи в стационарном случае центр масс капли может иметь ненулевой лишь z -компоненту скорости $-U$ (считаем, что $U > 0$ в случае осаждения). Перейдем в систему отсчета, связанную с движущейся каплей, в силу чего в уравнении Дарси появится дополнительное слагаемое

$$\nabla p_j + \eta_j(\mathbf{v}_j - \boldsymbol{\gamma}U) + \rho_j \boldsymbol{\gamma} = 0 \quad (2.1)$$

Вдали от капли будем иметь

$$r \rightarrow \infty: \mathbf{v}_1 = \boldsymbol{\gamma}U \quad (2.2)$$

Остальные уравнения и граничные условия остаются прежними. Дальнейшие выкладки будут проводиться в собственной системе отсчета капли, для переменных оставлены прежние обозначения.

В данной системе отсчета стационарно движущаяся капля не меняет своей формы, т.е. нормальная компонента скорости на границе раздела сред обращается в нуль для обеих жидкостей. Это означает, что в самой капле течение отсутствует. Действительно, вводя потенциал скорости второй жидкости, получим для него уравнение Лапласа с нулевой нормальной производной на границе. Это уравнение имеет единственное решение в виде произвольной постоянной величины.

Таким образом, получаем, что в собственной системе отсчета капля неподвижна $\mathbf{v}_2^{(0)} = 0$, т.е. в системе, связанной с пористым скелетом, она движется как целое. Распределение давления в капле также легко определяется:

$$p_2^{(0)} = (\eta_2 U - \rho_2)z \quad (2.3)$$

Представим давление в окружающей каплю жидкости в виде

$$p_1^{(0)} = -\rho_1 z + \Pi \quad (2.4)$$

тогда для скорости жидкости получим

$$\mathbf{v}_1^{(0)} = \gamma U - \eta_1^{-1} \nabla \Pi \quad (2.5)$$

а вспомогательное поле Π (добавка к гидростатическому давлению) определяется из краевой задачи:

$$\Delta \Pi = 0 \quad (2.6)$$

$$f_0(\mathbf{r}) = 0: \Pi = (\eta_2 U + [\rho])z, \quad \nabla_n \Pi = \eta_1 U \gamma_n \quad (2.7)$$

$$r \rightarrow \infty: \Pi \rightarrow 0 \quad (2.8)$$

Полученная задача с точностью до обозначений совпадает с задачей о распределении потенциала электростатического поля, создаваемого однородным на бесконечности электрическим полем вне и внутри замкнутой диэлектрической полости в другом диэлектрике. Роль диэлектрических постоянных играют $\eta_{1,2}^{-1}$, поле вне полости $\gamma \eta_1 [\rho] / [\eta] - \nabla \Pi$, поле внутри постоянно и равно $\gamma \eta_2 ([\rho] / [\eta] - U)$.

Свойством создавать внутри себя постоянное поле во внешнем однородном поле обладает лишь эллипсоид, одна из главных осей которого параллельна внешнему полю [3]. Таким образом, стационарно движущаяся капля имеет форму эллипсоида, одна из главных осей совпадает с осью z . Ниже рассматривается семейство эллипсоидов вращения с осью симметрии, параллельной оси z .

Для сферы решение задачи (2.6)–(2.8) очевидно

$$U = -\frac{[\rho]}{\eta_2 + \eta_1/2}, \quad \Pi = \alpha \frac{\cos \vartheta}{r^2}, \quad \alpha = \frac{\eta_1 [\rho]}{\eta_1 + 2\eta_2} \quad (2.9)$$

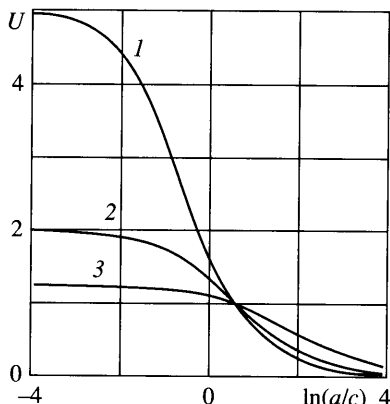
В общем случае форма поверхности капли и скорость осаждения даются формулами

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad U = -\frac{[\rho]}{\eta_2 + \eta_1 F_0}$$

Для эллипсоида вращения с отношением полуосей $a/c = \sqrt{1 - \sigma_0^{-2}}$ функция F_0 имеет вид

$$F_0 = -\frac{Q_1(\sigma_0)}{\sigma_0 Q_1'(\sigma_0)}, \quad Q_1(x) = \frac{1}{2} x \ln \frac{x+1}{x-1} - 1$$

где Q_1 – функция Лежандра первого порядка [4].



Фиг. 1. Скорость осаждения капли в зависимости от отношения полуосей $\eta_1 = 0.8, 0.5, 0.2$ (кривые 1–3)

Для вытянутого эллипсоида вращения величина σ_0 вещественная, причем $\sigma_0 > 1$. Для сплюснутого эллипсоида $\sigma_0 = is_0, s_0 > 0$. В последнем случае справедлива очевидная формула

$$Q_1(ix) = x(\pi/2 - \arctg x) - 1 \tag{2.10}$$

В предельном случае узкой капли ($\sigma_0 \rightarrow 1$) скорость осаждения максимальна:

$$U = -[\rho]/\eta_2$$

Дискообразная капля ($s_0 \rightarrow 0$) остается неподвижной. В предельных случаях $\sigma_0 \rightarrow \infty$ и $s_0 \rightarrow \infty$ получаем скорость осаждения сферической капли (2.9).

Скорость осаждения капли в зависимости от логарифма отношения полуосей представлена на фиг. 1 для трех значений вязкости капли (принято, что $[\rho] = -1$). Узкая капля осаждается быстрее в более вязкой жидкости, широкая – в менее вязкой. Капля с отношением полуосей $a/c = 1.815$ оседает с безразмерной скоростью, равной $-[\rho]$, независимо от соотношения безразмерных вязкостей.

Скорость осаждения не зависит от размеров капли, что легко объяснить. Действительно, в режиме стационарного осаждения сила тяжести уравновешивается вязкой силой Дарси. Обе эти силы объемные, т.е. их баланс не дает характерного размера включения.

Для описания поля давления введем координаты σ, τ вытянутого эллипсоида вращения (см. [4]). Начало координат поместим в центр капли, поверхность которой дается условием $\sigma = \sigma_0$. Добавка к полю давления Π имеет вид

$$\Pi = \frac{[\rho]\eta_1 A}{Q_1'(\sigma_0)(\eta_2 + \eta_1 F_0)} Q_1(\sigma)\tau, \quad A^{-3} = \sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \tag{2.11}$$

Для сплюснутого эллипсоида вращения формула (2.11) остается в силе, однако σ является мнимым. В этом случае удобно ввести вещественную переменную $\sigma = is$, воспользовавшись равенством (2.10). Величины s, τ – координаты сплюснутого эллипсоида вращения; поверхность капли задается уравнением $s = s_0$.

3. Задача линейной устойчивости. Рассмотрим устойчивость полученных стационарных режимов осаждения.

Изучим подробно случай капли, имеющей сферическую форму. Внесем в краевую задачу (1.2)–(1.4), (2.1), (2.2) возмущения давления q_j , скорости w_j и отклонения

поверхности раздела ξ . Линеаризуя по малым возмущениям и исключая возмущения скорости ($\mathbf{w}_j = -\nabla q_j / \eta_j$), получим

$$\Delta q_j = 0 \quad (3.1)$$

$$r = 1: \lambda \eta_2 \xi = \frac{\partial q_2}{\partial r}, \quad [q] = 3\alpha \cos \vartheta \xi, \quad \left[\frac{q_r}{\eta} \right] = -\frac{3\alpha (\sin^2 \vartheta \xi) \vartheta}{\eta_1 \sin \vartheta} \quad (3.2)$$

Здесь λ – декремент возмущений, α задается формулой (2.9), индексами r и ϑ обозначаются производные по соответствующим переменным. Задача (3.1)–(3.2) записана для осесимметричных мод возмущений.

Будем искать поля возмущений давления и отклонение поверхности раздела в виде рядов

$$q_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n P_n(\theta)}{r^{n+1}}, \quad q_2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n r^n P_n(\theta), \quad \xi = \sum_{n=1}^{\infty} C_n P_n(\theta) \quad (3.3)$$

где введено обозначение $\theta = \cos \vartheta$, P_n – полиномы Лежандра. Указанные разложения давления удовлетворяют уравнениям Лапласа (3.1). Слагаемые с $n = 0$ отброшены в силу сохранения объема капли.

Подставляя разложения (3.3) и явный вид стационарного решения (2.3)–(2.5), (2.9) в граничные условия (3.2), получаем систему уравнений для коэффициентов A_n , B_n , C_n . Исключая A_n и B_n , получаем рекуррентное соотношение для коэффициентов разложения ξ

$$C_{n+1} = -\frac{(n + \eta_2)(2n + 3) \lambda}{n(n + 1)(2n + 1)3\alpha} C_n \quad (3.4)$$

Используя признак Вейерштрасса, легко показать, что ряд для отклонения поверхности равномерно сходится при любых λ . Мажорантным рядом для (3.3) служит ряд $\sum_n |C_n|$, который сходится по признаку Даламбера, так как в силу (3.4) имеем $|C_{n+1}|/|C_n| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Аналогичные соотношения справедливы и для коэффициентов разложения возмущений давления A_n и B_n . При этом решение линейной однородной задачи можно нормировать, например, полагая C_1 равным единице.

Таким образом, для любого декремента возмущений существует нетривиальное решение краевой задачи (3.1)–(3.2), т.е. спектр декрементов сплошной, заполняющий всю комплексную плоскость. Это означает, что стационарное решение (2.9) неустойчиво.

Соотношение (3.4) позволяет определить локализацию монотонно нарастающих возмущений. Для вещественных значений декремента ряд (3.3) совпадает с мажорантным рядом $\sum_n |C_n|$ в одном из полюсов: северном ($\vartheta = 0$), если $\lambda[\rho] < 0$, или южном ($\vartheta = \pi$) –

в противоположном случае. Для растущих возмущений наибольшие значения отклонения поверхности реализуются на переднем фронте осаждающейся или всплывающей капли, где более плотная жидкость находится над легкой. Эта неустойчивость, являющаяся аналогом неустойчивости Рэлея – Тейлора для пористой среды, впервые обнаружена в задаче о плоском фронте вытеснения [2]. В обеих задачах наибольшей скоростью роста обладают мелкомасштабные возмущения, что делает несущественной кривизну поверхности раздела. Монотонные возмущения, локализованные на заднем фронте, затухают. Колебательные возмущения имеют вид бегущих вдоль по-

верхности волн. Мнимая часть декремента обусловлена сносом возмущений основным течением (касательным к поверхности).

Для осаждающейся капли, имеющей форму эллипсоида вращения (как вытянутого, так и сплюснутого), задача устойчивости выглядит более громоздкой. Например, для вытянутого эллипсоида вращения возмущения давления и отклонение поверхности раздела представляются в виде рядов

$$q_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n(\sigma) P_n(\tau), \quad q_2 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n P_n(\sigma) P_n(\tau) \tag{3.5}$$

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} C_n P_n(\tau)$$

Для рядов (3.5) получено громоздкое рекуррентное соотношение: коэффициент C_{n+2} выражается через C_{n+1} , C_n , C_{n-1} , C_{n-2} . При этом из условия сохранения объема капли получаем $C_2 = 5P_2(\sigma_0)C_0$; коэффициент C_3 однозначно определяется по C_0 , C_1 , C_2 . Анализ полученного рекуррентного соотношения показывает, что при больших n возможны четыре асимптотических решения:

$$C_{n+1}^{(1)} = \mu_1 n C_n^{(1)}, \quad C_{n+1}^{(2)} = \frac{\mu_2}{n}, \quad C_{n+1}^{(3,4)} = \pm(\sigma_0 - \sqrt{\sigma_0^2 - 1}) C_n^{(3,4)} \tag{3.6}$$

Как видно из (3.6), условие сходимости мажорантного ряда $\sum_n |C_n^{(j)}|$ ($j = 1-4$) не выполняется только для $j = 1$, в остальных случаях по признаку Даламбера ряды сходятся.

Тогда, оставляя в силе условие нормировки $C_1 = 1$, можно подобрать коэффициент C_0 таким образом, чтобы ряд (3.5) сходился равномерно, т.е. чтобы C_n не содержало проекции на $C_n^{(1)}$.

Для сплюснутого эллипсоида вращения формулы (3.5), (3.6) остаются справедливыми, если положить $\sigma = is$. Остаются в силе и выводы о сходимости рядов (3.5).

Численное суммирование рядов показало, что монотонно растущие возмущения локализованы на переднем фронте движущейся капли, колебательные имеют вид бегущих вдоль поверхности волн. Таким образом, для любого λ удастся найти нетривиальное решение задачи устойчивости, т.е. стационарно осаждающаяся капля, имеющая форму эллипсоида вращения, неустойчива.

4. Движение цилиндрической капли под действием градиента пластового давления. Рассмотрим горизонтальное движение включения жидкости в пористой среде, заполненной другой жидкостью, возникающее за счет градиента пластового давления. С точки зрения практических приложений, подобную задачу логично рассмотреть в плоской постановке.

Выбираем оси координат следующим образом: ось x направлена вдоль градиента давления ($\gamma = \nabla x$), ось y – поперек.

Математическая постановка задачи практически полностью эквивалентна задаче (1.1)–(1.4). Изменения состоят в том, что все векторы лежат в плоскости $x - y$, сила тяжести не существенна (в уравнении (1.1) нет последнего слагаемого), а вдали от капли задан постоянный градиент давления

$$r \rightarrow \infty: p_1 = x, \quad \mathbf{v} = -U_\infty \gamma, \quad U_\infty = \eta_1^{-1}$$

Задача записана в безразмерных переменных, в качестве единиц измерения давления, скорости и времени приняты

$$P_x L, \frac{K_e P_x}{\eta_1^* + \eta_2^*}, \frac{(\eta_1^* + \eta_2^*)L}{K_e P_x}$$

где P_x – величина градиента давления вдали от капли, остальные обозначения прежние. Единица измерения длины выбиралась так, чтобы площадь включения S была равна π .

Переходя в систему отсчета,двигающуюся с центром масс капли (со скоростью $-U\gamma$), убеждаемся, что стационарно движущееся включение имеет форму эллипса $x^2/a^2 + y^2/c^2 = 1$, при этом внутренняя жидкость в собственной системе отсчета неподвижна: $\mathbf{v}_2 = 0$. Поля давлений и скорости внешней жидкости имеют вид

$$p_1 = x + \Pi, \quad p_2 = \eta_2 U x, \quad \mathbf{v}_1 = (U - U_\infty)\gamma - \eta_1^{-1} \nabla \Pi$$

Добавка Π к давлению внешней жидкости определяется краевой задачей:

$$\Delta \Pi = 0 \tag{4.1}$$

$$f_0(r) = 0: \Pi = (\eta_2 U - 1)x, \quad \nabla_x \Pi = (\eta_1 U - 1)\gamma_n \tag{4.2}$$

$$r \rightarrow \infty: \Pi = 0 \tag{4.3}$$

Для круга ($f_0 = r - 1$) решение задачи (4.1)–(4.3) очевидно:

$$U = 2, \quad \Pi = -[\eta]r^{-1} \cos \vartheta \tag{4.4}$$

Вводим эллиптические координаты [4]:

$$x = A c h u \cos v, \quad y = A s h u \sin v \quad (a > c)$$

$$x = A s h u \cos v, \quad y = A c h u \sin v \quad (a < c)$$

Поверхность раздела жидкостей имеет вид $u = u_0$, при этом отношение полуосей эллипса равно $\text{cth} u_0$ ($\text{th} u_0$ при $a < c$), а постоянная $A = (\text{ch} u_0 \text{sh} u_0)^{-1/2}$ определяется из условия $S = \pi$.

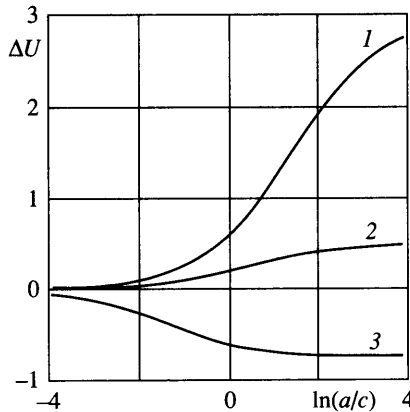
Решение краевой задачи (4.1)–(4.3) имеет вид

$$U = \frac{2}{1 \mp [\eta] \exp(-2u_0)}, \quad \Pi = \frac{U[\eta] \exp(-u)}{A} \cos v \tag{4.5}$$

Верхний знак в скорости движения капли соответствует капле, вытянутой вдоль градиента давления ($a > c$), нижний – поперек ($a < c$).

В случае $u_0 \rightarrow 0$ формула (4.5) дает $U_m = \eta_2^{-1}$ для верхнего знака и $U = U_\infty$ для нижнего. Нетрудно убедиться, что $|U_m - U_\infty|$ – максимальное значение $|U - U_\infty|$. Таким образом, включение, вытянутое вдоль градиента давления, двигается с максимальной относительной скоростью. Включение, вытянутое поперек градиента давления, неподвижно относительно внешней жидкости. Эти результаты совпадают с аналогичными результатами, полученными для осаждающейся капли. При $u_0 \rightarrow \infty$ формулы (4.5) дают предельное выражение (4.4), справедливое для круглой капли.

График зависимости относительной скорости движения капли $\Delta U = U/U_\infty - 1$ от логарифма отношения полуосей a/c приведен на фиг. 2 для разных значений вязкости внутренней жидкости.



Фиг. 2. Скорость относительного движения включения под действием градиента давления в зависимости от отношения полуосей $\eta_1 = 0.8, 0.6, 0.2$ (кривые 1–3)

В двумерной постановке исследована устойчивость стационарного движения включения. Для капли, имеющей форму круга, задача устойчивости принимает вид (обозначения для полей возмущений оставлены те же, что и в разд. 3):

$$\Delta q_{1,2} = 0 \tag{4.6}$$

$$r = 1: \lambda \eta_2 \xi = \frac{\partial q_2}{\partial r}, \quad [q] = -2[\eta]\xi, \quad \left[\frac{q_r}{\eta} \right] = \frac{2[\eta]}{\eta_1} (\sin \vartheta \xi) \vartheta \tag{4.7}$$

Для четной моды неустойчивости будем искать решения задачи (4.6)–(4.7) в виде рядов

$$q_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos n \vartheta}{r^n}, \quad q_2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n r^n \cos n \vartheta, \quad \xi = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos n \vartheta \tag{4.8}$$

Подставляя (4.8) в граничные условия (4.7) и исключая коэффициенты A_n, B_n , получим рекуррентное соотношение для коэффициентов разложения отклонения поверхности раздела в ряд Фурье

$$C_{n+1} = \frac{\lambda}{2[\eta]n} C_n$$

Полученный ряд сходится для любых значений декремента, т.е. стационарное движение включения в виде кругового цилиндра неустойчиво.

Монотонные возмущения быстрее всего нарастают при $\vartheta = 0$, если $\eta_1 < \eta_2$ и при $\vartheta = \pi$ в противоположном случае. Это связано с тем, что плоская граница раздела неустойчива в случае, когда вытесняющая жидкость является менее вязкой [2]. Для капли имеются два фронта вытеснения (локально плоских для мелкомасштабных возмущений), один из которых всегда неустойчив. Если вязкость внешней жидкости меньше, то неустойчивость развивается на заднем фронте, в противоположном случае – на переднем.

Исследование стационарного движения эллиптической капли, полностью аналогичное рассмотрению в разд. 3, показало, что стационарное движение неустойчиво и в этом случае. При этом задача устойчивости имеет нетривиальные решения для произвольного значения декремента.

Заключение. Изучено стационарное осаждение компактного включения одной жидкости в пористой среде, заполненной иной жидкостью. Найдена форма стационарно движущейся капли и определена скорость осаждения. При исследовании устойчивости стационарного осаждения обнаружено, что капля неустойчива. При этом спектр декрементов сплошной и заполняет всю комплексную плоскость.

В двумерной постановке также исследовано движение включения под действием однородного градиента давления. Получен стационарный режим фильтрации и показана его неустойчивость.

Исследование проведено в упрощенной постановке, не учитывающей многие физические факторы: влияние капиллярных сил, размытие границы раздела и т.д. Однако полученные результаты вполне разумно описывают поведение большого включения (такого, что объемные силы велики по сравнению с поверхностными) на первоначальной стадии движения.

Полученные выводы имеют вполне понятный физический смысл: в пористой среде включение одной жидкости не является единым целым, поэтому нет сил, удерживающих каплю от распада. Эти результаты качественно согласуются с экспериментальными данными, полученными в [5].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке из средств гранта PE-009-0 Американского фонда гражданских исследований и развития (АФГИР), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 04-01-96068 p2004Урал_a) и Программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ-1981.2003.1). Авторы благодарны И.С. Файзрахмановой за чтение рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чарный И.А. Основы подземной гидравлики. М.: Гостоптехиздат, 1956. 260 с.
2. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М.: Физматлит, 2001. 656 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 831 с.
5. Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. Равновесие и движение капли в пористой среде. Тез. докл. II Все-союз. семинара по гидромеханике и теплообмену в невесомости. ИМСС УНЦ АН СССР. Пермь, 1981. С. 128–130.

Пермь

Поступила в редакцию
17.XI.2004