

УДК 532.529.5:533.7

© 2005 г. А. Н. ВОЛКОВ, Ю. М. ЦИРКУНОВ

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ НА ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА

Предложена математическая модель двухфазного течения газа с твердыми частицами, в которой учитываются столкновения между частицами и обратное воздействие примеси на течение газовой фазы. Дисперсная фаза описывается кинетическим уравнением Больцмановского типа, а несущий газ – модифицированными уравнениями Навье – Стокса. На основе этой модели выполнены расчеты сверхзвукового обтекания цилиндра однородным потоком газозвеси. Получены поля макропараметров примеси и несущей среды. Подробно исследован теплообмен в критической точке в зависимости от относительного размера частиц и концентрации примеси в натекающем потоке. Найден диапазон этих параметров, в которых столкновения между частицами и обратное воздействие примеси на течение несущего газа играют важную роль.

Ключевые слова: запыленный газ, сверхзвуковой поток, поперечное обтекание цилиндра, двухфазное течение, теплообмен.

Исследование течений газа с примесью твердых частиц около тел или преград является важным для решения широкого круга прикладных задач. К ним относятся задачи, связанные с движением летательных аппаратов в запыленной атмосфере, нанесением покрытий газодисперсными струями, проектирование турбин с двухфазным рабочим телом и многие другие. Такие течения являются сложными объектами как для изучения в физическом эксперименте, так и для математического моделирования, что обусловлено разнообразием физических процессов, происходящих при взаимодействии между фазами и при столкновениях частиц друг с другом и с обтекаемыми телами.

Одна из наиболее важных характеристик в таких течениях – плотность потока энергии E_w от газозвеси к обтекаемой поверхности. Величину E_w можно представить в виде $E_w = q_w + e_w$, где q_w и e_w – плотность потока энергии от газовой и дисперсной фаз соответственно. Соотношение между q_w и e_w определяется параметрами двухфазной смеси и условиями течения, в частности размером дисперсных частиц и их концентрацией, и может изменяться в очень широких пределах. Обычно при определении q_w и e_w пренебрегают радиационным теплообменом, что допустимо во многих случаях (в данной работе он также не рассматривается). Тогда величина q_w обусловлена только теплопроводностью газа.

В [1–3] величина E_w рассчитана в точке торможения на затупленном теле для примеси тонкодисперсных частиц, не осаждающихся на поверхности тела. В этом случае $E_w = q_w$, и изменение q_w по сравнению с плотностью потока тепла в чистом газе q_w^0 связано только с перестройкой структуры температурного пограничного слоя в газе вследствие межфазного взаимодействия. В [2] было показано, что даже при сравнительно малой массовой доли примеси (порядка нескольких процентов) величина q_w может на десятки процентов превосходить q_w^0 . В дальнейшем подобное явление было обнаружено и исследовано в физическом эксперименте [4].

Для грубодисперсных частиц примеси величина E_w оценена в [3, 5, 6]. Однако в [5] не учитывалось обратное влияние примеси на течение несущего газа, а в [3, 6] – возможные столкновения между падающими и отраженными частицами, начинающие играть заметную роль при очень малой объемной концентрации примеси в натекающем потоке $\alpha_{\text{пр}}^*$ (при $\alpha_{\text{пр}}^* \sim 10^{-6}$ для случая движения тела в приземном слое атмосферы). В результате таких столкновений около лобовой поверхности тела образуется слой хаотически движущихся и сталкивающихся между собой частиц, защищающий поверхность от прямого воздействия высокоскоростных частиц. Это явление известно как экранирующий эффект. Для достаточно крупных частиц в широком диапазоне условий справедливо неравенство $|q_w| \ll e_w$, и, следовательно, величина E_w фактически представляет собой поток энергии от дисперсной примеси: $E_w \approx e_w$.

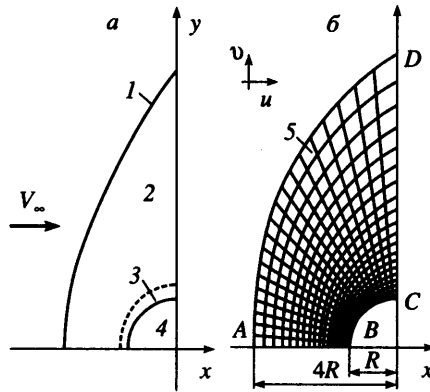
В типичных для аэродинамики условиях течение примеси около затупленных тел происходит в переходном режиме по числу Кнудсена в “газе” частиц [7, 8]. В этом случае динамика примеси может быть описана физически корректно только методами кинетической теории.

В данной работе движение дисперсной примеси описывается кинетическим уравнением больцмановского типа для одночастичной функции распределения [8], а течение несущего газа – полными уравнениями Навье – Стокса, в которые добавлены члены, учитывающие воздействие примеси на газовую фазу. Основная цель работы – исследование влияния примеси на структуру течения несущего газа в ударном слое затупленного тела и, в частности, на температурный пограничный слой и величину E_w в условиях, когда столкновения между частицами играют существенную роль. Численное исследование выполнено на примере поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком запыленного газа. Особое внимание уделено диапазону размеров частиц вблизи критического радиуса r_{p*} , в котором q_w и e_w имеют одинаковый порядок и который ранее не рассматривался.

1. Кинетическая модель столкновительной среды примеси. Используемая в данном исследовании кинетическая модель дисперсной фазы основана на следующих основных допущениях: 1) частицы – однородные твердые сферы одинакового радиуса r_p ; 2) частицы взаимодействуют друг с другом только посредством парных мгновенных столкновений, а аэродинамическое взаимодействие между ними отсутствует; 3) воздействие несущего газа на частицу сводится к силам, моментам и тепловым потокам, которые могут быть вычислены исходя из мгновенных значений ее поступательной и угловой скорости и температуры, а также средних значений параметров окружающего ее газа.

При сделанных допущениях состояние любой i -й частицы однозначно определяется набором ее фазовых координат $\mathbf{x}_i = (\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \boldsymbol{\omega}_i, T_i)$, где \mathbf{r}_i – радиус-вектор частицы в физическом пространстве, \mathbf{v}_i и $\boldsymbol{\omega}_i$ – векторы ее поступательной скорости и угловой скорости вращения, T_i – температура материала частицы. Пусть t – время, $\mathbf{y}_i = (\mathbf{v}_i, \boldsymbol{\omega}_i, T_i)$, $f_1 = f(\mathbf{x}_1, t) = f(\mathbf{r}_1, \mathbf{y}_1, t)$ – одночастичная родовая функция распределения дисперсных частиц, нормированная на их счетную концентрацию $n_p(\mathbf{r}_1, t) = \int f(\mathbf{r}_1, \mathbf{y}_1, t) d\mathbf{y}_1$. Изменение фазовых координат частиц вызывается столкновениями частиц между собой и взаимодействием частиц с газом. Действие на частицы несущего газа можно рассматривать как внешний фактор, определяющий эволюцию системы частиц. В [8] получено основное кинетическое уравнение для N -частичной функции распределения дисперсных частиц. С использованием гипотезы, аналогичной молекулярному хаосу в динамике разреженного газа, из этого уравнения в термодинамическом пределе получается уравнение больцмановского типа относительно f_1

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1} \cdot (\mathbf{v}_1 f_1) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_1} \cdot \left(\frac{\mathbf{f}_1}{m_p} f_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\omega}_1} \cdot \left(\frac{\mathbf{l}_1}{I_p} f_1 \right) + \frac{\partial}{\partial T_1} \left(\frac{q_1}{c_1} f_1 \right) = I_{12}(f_1) \quad (1.1)$$



Фиг. 1. Схема течения около лобовой поверхности цилиндра (а), вычислительная область и вид расчетной сетки (б): 1 – головной скачок уплотнения, 2 – ударный слой, 3 – пограничный слой, 4 – цилиндр, 5 – расчетная область

$$I_{12}(f_1) = (2r_p)^2 \int \int_{\mathbf{g} \cdot \mathbf{n} \leq 0} \left(\frac{f_1 \bar{f}_2}{J} - f_1 f_2 \right) |\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}| \sin \chi d\chi d\epsilon dy_2 \quad (1.2)$$

$$m_p = \frac{4}{3} r_p^3 \rho_p^\circ, \quad I_p = \frac{2}{5} m_p r_p^2, \quad c_1 = m_p c_p^\circ(T_1)$$

Здесь m_p , I_p , c_1 – масса, момент инерции и теплоемкость частицы; ρ_p° и $c_p^\circ(T)$ – плотность и зависящая от температуры удельная теплоемкость материала частиц; \mathbf{f}_1 и I_1 – сила и момент, действующие на частицу со стороны несущего газа, q_1 – полный тепловой поток через поверхность частицы; $\mathbf{g} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ – вектор относительной скорости 1-й и 2-й частиц; \mathbf{n} – орт, направленный из центра 1-й частицы к центру 2-й в момент столкновения; χ и ϵ – угловые координаты сферической системы координат, задающие направление $\mathbf{n} = \cos \chi \mathbf{i} + \sin \chi \cos \epsilon \mathbf{j} + \sin \chi \sin \epsilon \mathbf{k}$; \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} – базис декартовой системы координат xyz на фиг. 1; $f_2 = f(\mathbf{r}_1, y_2, t)$, $f_1^- = f(\mathbf{r}_1, y_1^-(y_1, y_2, \mathbf{n}), t)$ и $f_2^- = f(\mathbf{r}_1, y_2^-(y_1, y_2, \mathbf{n}), t)$. Величина J в интеграле столкновений $I_{12}(f_1)$ учитывает уменьшение фазового объема вследствие неупругости столкновений и определена как

$$J = \left| \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}}{\mathbf{g}^- \cdot \mathbf{n}} J_1 \right|, \quad J_1 = \left| \frac{\partial(y_1^+, y_2^+)}{\partial(y_1^-, y_2^-)} \right|$$

где соотношения $y_k = y_k^+(y_1^-, y_2^-, \mathbf{n})$ ($k = 1, 2$) выражают скорости и температуры частиц после столкновения y_k через их скорости и температуры до столкновения y_k^- и направление \mathbf{n} . При $J_1 \neq 0$ у последних соотношений существуют обратные $y_k^- = y_k^-(y_1, y_2, \mathbf{n})$ ($k = 1, 2$), определяющие такие фазовые координаты частиц y_k^- перед столкновением с заданным \mathbf{n} , в результате которого они приобретают скорости и температуры y_k .

Будем считать, что при парном столкновении частицы не деформируются. Тогда соотношения для расчета векторов скорости частиц после столкновения через векторы скорости до столкновения можно записать в форме (далее в формулах (1.3)–(1.5) параметры частиц до и после столкновения обозначены верхними индексами “–” и “+”)

$$\mathbf{v}_1^+ = \mathbf{v}_1^- + \frac{\mathbf{J}}{m_p}, \quad \mathbf{v}_2^+ = \mathbf{v}_2^- - \frac{\mathbf{J}}{m_p}, \quad \boldsymbol{\omega}_k^+ = \boldsymbol{\omega}_k^- + \frac{r_p}{I_p} \mathbf{n} \times \mathbf{J}, \quad k = 1, 2 \quad (1.3)$$

где \mathbf{J} – импульс сил, действующих в точке контакта поверхностей частиц

$$\mathbf{J} = \frac{m_p}{2} \left((1 + a_{pn})(\mathbf{u}^- \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + \frac{2}{7} (1 - a_{pt})(\mathbf{u}^- - (\mathbf{u}^- \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}) \right) \quad (1.4)$$

где $\mathbf{u} = \mathbf{g} + r_p \mathbf{n} \times (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2)$ – относительная скорость поверхностей частиц в точке контакта, а a_{pn} и a_{pt} – заданные коэффициенты восстановления нормальной и касательной составляющих относительной скорости точки контакта \mathbf{u} , характеризующие потери относительной скорости вследствие неупругости столкновения и шероховатости поверхностей частиц ($0 \leq a_{pn}, |a_{pt}| \leq 1$).

При определении температур частиц после столкновения пренебрегается контактным теплообменом и считается, что внутренняя энергия $\Delta K = \sum_{k=1}^2 (K_k^- - K_k^+)$, выделяющаяся при столкновении частиц вследствие потерь их кинетической энергии, поровну распределяется между частицами одинакового радиуса, т.е. $U_k^+ = U_k^- + \Delta K/2$. Здесь $U_k = \int_0^{T_k} c_k(T) dT$ и $K_k = m_p v_k^2/2 + I_p \omega_k^2/2$ – внутренняя и кинетическая энергия k -й частицы.

Оценки показывают, что в типичной ситуации изменение температуры частиц в ходе одного столкновения не превышает нескольких градусов. Тогда, если пренебречь изменением теплоемкости частиц в процессе столкновения, то $U_k = U_k^- + m_p c_p^\circ(T_k^-)(T_k - T_k^-)$ и

$$T_k = T_k^- + \frac{\Delta K}{2m_p c_p^\circ(T_k^-)}, \quad k = 1, 2 \quad (1.5)$$

Модель столкновения (1.3)–(1.5) для частиц одинакового радиуса эквивалентна модели столкновений, использованной ранее в [8]. При постоянных значениях коэффициентов a_{pn} и a_{pt} получается $J_1 = -a_{pn} a_{pt}^2$ и $J = a_{pn}^2 a_{pt}^2$.

Для оценки роли различных составляющих силы межфазного взаимодействия было выполнено предварительное исследование. Оно показало, что в рассматриваемых далее условиях течения такие составляющие как силы Сэффмена, термофореза и эффект стенки [9] оказывают очень слабое влияние на движение частиц. В то же время наряду с силой аэродинамического сопротивления \mathbf{f}_D заметное влияние может оказывать поперечная сила Магнуса \mathbf{f}_M , появляющаяся из-за вращения частиц, возникающего как при столкновениях частиц друг с другом, так и при отскоке от поверхности обтекаемого тела. Поэтому в модели силы \mathbf{f}_i учитывались только составляющие \mathbf{f}_D и \mathbf{f}_M . При расчете угловой скорости вращения частиц вводился в рассмотрение вращающий момент I_1 . В тепловом взаимодействии фаз учитывался тепловой

поток к каждой частице q_1 , который выражался через число Нуссельта Nu_1 . Все названные составляющие определялись стандартным образом

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_M, \quad I_1 = \frac{1}{2} C_I r_p^5 \rho |\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1| (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1), \quad q_1 = 2Nu_1 \pi r_p \kappa (T - T_1) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{f}_D = \frac{1}{2} C_D \pi r_p^2 \rho |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1| (\mathbf{v} - \mathbf{v}_1), \quad \mathbf{f}_M = C_\omega \pi r_p^3 \rho [(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1) \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_1)] \quad (1.7)$$

где \mathbf{v} , T , ρ и κ – вектор скорости, температура, плотность и коэффициент теплопроводности газа; $\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v}$.

Коэффициенты C_D , C_ω , C_I и Nu_1 находились при помощи соотношений критериального типа, зависящих от чисел Маха M_1 и Рейнольдса в относительном поступательном Re_1 и вращательном Re_{ω_1} движении дисперсных частиц

$$M_1 = \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|}{\sqrt{\gamma R T}}, \quad Re_1 = \frac{2r_p \rho |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|}{\mu}, \quad Re_{\omega_1} = \frac{4r_p^2 \rho |\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_1|}{\mu} \quad (1.8)$$

где $R = c_p - c_v$ – газовая постоянная, $\gamma = c_p/c_v$, c_v и c_p – удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении, μ – динамический коэффициент вязкости.

Коэффициент сопротивления C_D находился при помощи системы соотношений Хендерсона [10] вида $C_D = C_D(Re_1, M_1, T_1/T, \gamma)$, учитывающих сжимаемость и разреженность газа при обтекании сферической частицы. Коэффициент C_ω в выражении для силы Магнуса определялся при $\delta = Re_{\omega_1}/Re_1 \geq 0.45$ с помощью соотношения $C_\omega(Re_1, Re_{\omega_1})$, заимствованного из [11]. Последнее, однако, справедливо только при $\delta \geq 0.45$, поэтому при $\delta \leq 0.45$ использовалось решение Рубинова и Келлера [12] $C_\omega = 1$. Коэффициент момента $C_I = C_I(Re_{\omega_1})$ вычислялся в соответствии с соотношениями [13], а число Нуссельта $Nu_1 = Nu_1(Re_1, M_1, Pr)$ – по формуле Кавано – Дрейка [14], учитывающей влияние разреженности на теплообмен

$$Nu_1 = \frac{2 + 0.459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33}}{1 + 3.42 M_1 / (Re_1 Pr) (2 + 0.459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33})}, \quad Pr = \frac{c_p \mu}{\kappa} \quad (1.9)$$

Зависимость теплоемкости материала дисперсной частицы от ее температуры описывалась эмпирической формулой вида

$$c_p^o(T_1) = a_c T_1^3 + b_c T_1^2 + c_c T_1 + d_c \quad (1.10)$$

2. Макроскопические параметры дисперсной фазы. Пусть $\langle \Phi(\mathbf{r}, t) \rangle$ – макроскопический параметр дисперсной фазы, представляющий собой суммарное значение индивидуальных параметров дисперсных частиц $\Phi = \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{y}_i)$ в единице объема газозвеси

$$\langle \Phi(\mathbf{r}, t) \rangle = \int \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{y}_1) f(\mathbf{r}, \mathbf{y}_1, t) d\mathbf{y}_1 \quad (2.1)$$

Здесь и далее \mathbf{r} – радиус-вектор точки в физическом пространстве.

Счетная концентрация n_p дисперсной фазы определится с помощью (2.1), как $n_p = \langle 1 \rangle$, объемная же концентрация будет равна $\alpha_p = (4/3) \pi r_p^3 n_p$. Отношение $\langle \Phi \rangle$ к среднему числу частиц в единице объема n_p дает среднее значение индивидуального параметра $\langle \Phi \rangle_1 =$

$= \langle \Phi \rangle / n_p$ одной частицы, например, макроскопическая скорость газозвеси равна $\mathbf{u}_p = \langle \mathbf{v}_1 \rangle / n_p$.

Аналогично поток $\langle \Phi \rangle_w$ физической величины Φ от дисперсной фазы к поверхности обтекаемого тела в точке \mathbf{r}_w есть

$$\langle \Phi \rangle_w = \langle \Phi(\mathbf{r}_w, t) \rangle = - \int (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w) \Phi(\mathbf{r}_w, y_1) f(\mathbf{r}_w, y_1, t) dy_1$$

Величину потока $\langle \Phi \rangle_w$ можно представить в виде $\langle \Phi \rangle_w = \langle (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w) \Phi \rangle$. В частности, величина плотности потока энергии от дисперсной фазы к поверхности вследствие ударного теплообмена $e_w = \langle E_1 + U_1 \rangle_w$.

3. Уравнения движения вязкого несущего газа. Для описания движения несущей среды используем полную систему уравнений Навье – Стокса для плоского течения совершенного вязкого сжимаемого газа. Следуя [15], будем считать, что в газозвеси справедлива гипотеза о существовании физически бесконечно малого объема. Это позволяет осреднить по объему уравнения движения несущего газа и в результате получить систему макроскопических уравнений переноса для осредненных параметров газовой фазы. В общем случае наличие в газе вращающихся частиц приводит к изменению осредненного тензора напряжений несущей среды, в котором наряду с добавками к симметричной части появляется и антисимметричная часть. Компоненты последней при одинаково ориентированном вращении частиц имеют порядок $\tau_{a*} \sim \alpha_* \mu_* \omega_*$, где α_* , ω_* и μ_* – характерные значения объемной концентрации частиц, их угловой скорости вращения и динамического коэффициента вязкости газа. Интенсивное ориентированное вращение частиц может возникать в рассматриваемой задаче вследствие их закрутки при отскоке от поверхности, при этом $\omega_* \sim v_*/r_p$ (v_* – характерное значение касательной к поверхности компоненты скорости частиц при падении на поверхность). Пусть $\tau_* \sim \mu_* V_\infty / R$ – характерное значение вязких напряжений в чистом газе вне пограничного слоя (здесь V_∞ и R – скорость натекающего потока и линейный масштаб обтекаемого тела). Тогда получим следующую оценку $\tau_{a*} / \tau_* \sim \alpha_* (v_*/V_\infty) (r_p/R)^{-1}$.

Угловая скорость вращения мелких частиц очень быстро затухает, поэтому наибольший интерес представляет оценка отношения τ_{a*} / τ_* для крупных частиц. В исследуемой задаче наиболее крупными являлись частицы относительного радиуса $r_p/R \sim 10^{-3}$. В окрестности точки торможения для таких частиц $v_* \leq 0.1 V_\infty$. При этом типичная объемная концентрация частиц вблизи точки торможения имела порядок $\alpha_* \sim 10^{-4}$. В этом случае получается следующая оценка $\tau_{a*} / \tau_* \leq 10^{-2}$. С уменьшением радиуса частиц r_p одновременно значительно снижается v_* и последнее неравенство усиливается. Таким образом, в рассматриваемых условиях течения газозвеси антисимметричная часть осредненного тензора напряжений в несущей среде пренебрежимо мала по сравнению с тензором вязких напряжений в чистом газе.

В данной работе считалось, что добавки в симметричную часть тензора напряжений несущей среды из-за присутствия частиц также пренебрежимо малы (фактически полагались малыми собственными объемами частиц в газозвеси и флуктуации параметров несущего газа около частиц). В этом случае система осредненных уравнений, описывающих течение и теплообмен несущего газа, по своей структуре аналогична обычным уравнениям Навье – Стокса с дополнительными слагаемыми \mathbf{F} и \mathbf{A} , имеющими смысл плотности источников импульса и полной энергии газа, возникающих вследствие взаимодействия с дисперсной фазой

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x \quad (3.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + F_y \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \rho c_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} - \\ &- p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) + A - u F_x - v F_y \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} p &= \rho R T, \quad q_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \kappa = \frac{c_p \mu}{Pr} \\ \mu &= \mu_s \left(\frac{T}{T_s} \right)^{3/2} \frac{T_s + C_s}{T + C_s}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \tau_{yy} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.6)$$

Здесь p – давление газа, u , v и F_x , F_y – компоненты векторов \mathbf{v} и \mathbf{F} в декартовых координатах (x, y) . Функции \mathbf{F} и A описывают воздействие примеси на газовую фазу. Для их расчета предположим, что каждая частица дает аддитивный вклад в действие дисперсной фазы на течение газа (такой подход применим только в том случае, если “газ” частиц является достаточно разреженным). Тогда \mathbf{F} и A определяются в соответствии с (2.1) как макропараметры дисперсной фазы

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\langle \mathbf{f}_1 \rangle, \quad A(\mathbf{r}, t) = -\langle \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{v}_1 + \mathbf{l}_1 \cdot \boldsymbol{\omega}_1 + q_1 \rangle \quad (3.7)$$

4. Граничные условия. Схема типичной для плоских задач аэродинамики расчетной области показана на фиг. 1. Расчетная область $ABCD$ ограничена входной границей AD , плоскостью симметрии AB , поверхностью обтекаемого тела BC и выходной границей CD .

При постановке краевых задач для уравнения (1.1) в каждой точке границы $ABCD$ (фиг. 1) расчетной области должно быть задано либо явное выражение для функции распределения f при $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b > 0$, либо соотношение, связывающее значения f при $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b > 0$ с ее значениями при $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b < 0$ [16] (здесь \mathbf{n}_b – единичная нормаль к границе, внутренняя по отношению к расчетной области).

Предположим, что входная граница AD расчетной области находится в области невозмущенного потока (вне ударного слоя). Тогда на AD граничное условие имеет вид

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{y}_1, t) = n_{p\infty} \delta_1(u_1 - V_\infty) \delta_1(v_1) \delta_1(w_1) \delta_3(\boldsymbol{\omega}_1) \delta_1(T_1 - T_\infty), \quad \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b > 0 \quad (4.1)$$

где $n_{p\infty}$, V_∞ , T_∞ – счетная концентрация, скорость и температура частиц в невозмущенном потоке; u_1 , v_1 , w_1 – компоненты вектора скорости частицы \mathbf{v}_1 в системе координат (x, y, z) на фиг. 1, δ_k – k -мерная функция Дирака.

На выходной границе CD аналогично [8] примем условие стока частиц $f(\mathbf{r}, \mathbf{y}_1, t) = 0$ ($\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b > 0$), а в плоскости симметрии AB – условие симметрии $f(\mathbf{r}, \mathbf{y}_1, t) = f(\mathbf{r}, \mathbf{y}'_1, t)$ ($\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b > 0$), где $\mathbf{v}'_1 = \mathbf{v}_1 - 2\mathbf{n}_b(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_b)$, $\boldsymbol{\omega}'_1 = \boldsymbol{\omega}_1 - 2\mathbf{n}_b \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{n}_b)$.

На поверхности обтекаемого тела BC функция распределения должна удовлетворять кинетическому граничному условию

$$|\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w| f(\mathbf{r}_w, \mathbf{y}_1, t) = \int_{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w < 0} |\mathbf{v}_1^- \cdot \mathbf{n}_w| W_w(\mathbf{y}_1^- \rightarrow \mathbf{y}_1 | \mathbf{n}_w) f(\mathbf{r}_w, \mathbf{y}_1^-, t) d\mathbf{y}_1^- \quad (4.2)$$

где $W_w(\mathbf{y}_1^- \rightarrow \mathbf{y}_1 | \mathbf{n}_w)$ – условная плотность распределения параметров частицы \mathbf{y}_1 после отражения от поверхности при известных параметрах до падения \mathbf{y}_1^- ; $|\mathbf{r}_w| = R$, $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w > 0$; R – радиус цилиндра; \mathbf{n}_w – внешняя (по отношению к телу) единичная нормаль к поверхности.

Расчет плотности $W_w(\mathbf{y}_1^- \rightarrow \mathbf{y}_1 | \mathbf{n}_w)$ должен осуществляться на основе определенной модели неупругого отражения дисперсных частиц от обтекаемой поверхности. Пренебрегая шероховатостью поверхности обтекаемого тела, которая может приводить к случайному рассеянию частиц, предположим, что параметры частицы при отражении от поверхности изменяются детерминированно в соответствии с законом, который формально может быть представлен как $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_w^+(\mathbf{y}_1^-, \mathbf{n}_w)$. Тогда $W_w(\mathbf{y}_1^- \rightarrow \mathbf{y}_1 | \mathbf{n}_w) = \delta_7(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_w^+(\mathbf{y}_1^-, \mathbf{n}_w))$.

Будем обозначать далее параметры частицы до и после отражения от поверхности верхними индексами “-” и “+” соответственно. Вектор скорости \mathbf{v}_1^+ после отражения невращающейся частицы от поверхности можно выразить через вектор скорости до падения \mathbf{v}_1^- и коэффициенты восстановления a_{wn} и a_{wt} нормальной и касательной к поверхности составляющих скорости частицы

$$\mathbf{v}_1^+ = -a_{wn}(\mathbf{v}_1^- \cdot \mathbf{n}_w)\mathbf{n}_w + a_{wt}[\mathbf{v}_1^- - (\mathbf{v}_1^- \cdot \mathbf{n}_w)\mathbf{n}_w]$$

В настоящей работе для определения коэффициентов восстановления использовались соотношения, полученные в [17, 18] путем обработки экспериментальных данных по обтеканию преград из мягкой стали Ст3 потоком воздуха с примесью частиц электрокорунда в диапазоне скоростей удара $50 \leq |\mathbf{v}_1^-| \leq 500$ м/с

$$a_{wn} = 1 - [1 - \exp(-a_n |\mathbf{v}_1^-|^{b_n})] \cos \varphi, \quad a_{wt} = a_t \varphi^6 + b_t \varphi^4 + c_t \varphi^2 + d_t \quad (4.3)$$

Здесь φ – угол ($\varphi < \pi/2$) между вектором скорости падающей частицы \mathbf{v}_1^- и нормалью к поверхности \mathbf{n}_w .

В расчетах использована предложенная в [18] модель отражения дисперсной частицы, основанная на опытных данных по коэффициентам аккомодации компонент скорости центра масс частицы при ее отражении от поверхности. Она позволяет рассчитать изменение компонент векторов поступательной и угловой скорости частицы после ее отражения. Модель [18] обобщена в [8] на случай трехмерного отскока частицы от поверхности при произвольной ориентации векторов \mathbf{v}_1^- и $\boldsymbol{\omega}_1^-$. В соответствии с данной моделью температура частицы в результате ее отскока от поверхности не изменяется и $e_w = \langle K_1 \rangle_w$.

На сверхзвуковой входной границе AD поток газа считался однородным и задавались значения всех газодинамических параметров

$$u = V_\infty, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_\infty, \quad T = T_\infty \quad (4.4)$$

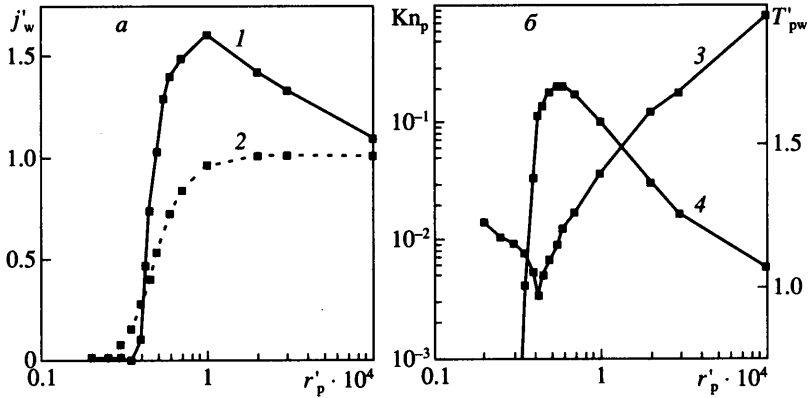
В плоскости симметрии AB ставились условия симметрии $v = du/du = \partial r/\partial u = \partial T/\partial u = 0$, а на поверхности тела BC – условия непротекания, отсутствия скольжения и равенства температуры газа и заданной температуры поверхности T_w

$$u = v = 0, \quad T = T_w \quad (4.5)$$

5. Определяющие параметры течения. Решение краевой задачи для системы уравнений (1.1), (3.1)–(3.4) с дополнительными соотношениями (1.2)–(1.10), (2.1), (3.5)–(3.7) и описанными в п. 4 граничными условиями зависит от 25 независимых числовых величин (здесь учтено, что формула Сатерленда (3.5) содержит фактически не три $(C_s, \mu_s \text{ и } T_s)$, а два независимых определяющих параметра: C_s и $D_s = \mu_s(T_s + C_s)/T_s^{3/2}$). В соответствии с П-теоремой число определяющих параметров для задачи в безразмерной форме уменьшится на количество величин, имеющих независимую размерность. В данной задаче таких размерностей четыре (длина, время, масса и температура), и поэтому число безразмерных определяющих параметров равно 21. Их выбор неоднозначен, а диктуется соображениями удобства и традицией. Включим в число этих параметров константы $\gamma = c_p/c_v$, Pr , $d_c' = d_c/c_p$, a_{pn} , a_{pt} , b_n , a_n , b_t , c_p , d_t , не зависящие от параметров течения, безразмерный радиус дисперсных частиц $r_p' = r_p/R$, их объемную концентрацию в натекающем потоке $\alpha_{p\infty} = (4/3)\pi r_p^2 n_{p\infty}$, числа Маха $M_\infty = V_\infty/\sqrt{\gamma(c_p - c_v)T_\infty}$ и Рейнольдса $Re_\infty = 2R\rho_\infty V_\infty/\mu_\infty$, температурный фактор T_w/T_0 ($T_0 = T_\infty(1 + (\gamma - 1)M_\infty^2/2)$), безразмерную плотность материала частиц $\rho_p^{o'} = \rho_p^o/\rho_\infty$, а также $C_s' = c_p C_s/V_\infty^2$, $a_c' = (a_c/c_p)(V_\infty^2/c_p)^3$, $b_c' = (b_c/c_p)(V_\infty^2/c_p)^2$, $c_c' = (c_c/c_p)(V_\infty^2/c_p)$, $a_n' = a_n V_\infty^{b_n}$. Анализ этой системы определяющих параметров показывает, что если даны сорт газа, а также свойства материалов дисперсных частиц и тела, то задание набора безразмерных определяющих параметров оказывается эквивалентным заданию единственного набора размерных определяющих параметров. В этой связи ниже приводятся как размерные, так и соответствующие безразмерные параметры.

При получении описываемых далее результатов принято, что несущий газ – воздух, $\gamma = 1.4$, $R = 286.7$ Дж/(кг · К), $Pr = 0.76$, $\mu_s = 1.71 \cdot 10^{-5}$ кг/(м · с) при $T_s = 273$ К, $C_s = 117$ К. Материал частиц – электрокорунд, $\rho_p^o = 3950$ кг/м³, коэффициенты в модели столкновения пары частиц $a_{pn} = 0.5$, $a_{pt} = 0.9$, коэффициенты в формуле (1.10) $a_c c = 3.04 \cdot 10^{-6}$ Дж/(кг · К⁴), $b_c = -7.01 \cdot 10^{-3}$ Дж/(кг · К³), $c_c = 5.54$ Дж/(кг · К²) и $d_c = -341.8$ Дж/(кг · К), что справедливо при $T \geq 80$ К. Материал цилиндра – сталь Ст3, а коэффициенты в формулах (4.3) имеют значения $b_n = 0.61$, $a_n = 0.1$ с/м ^{b_n} , $a_t = 0.0219$, $b_t = 0.114$, $c_t = -0.288$, $d_t = 0.69$. Остальные параметры имели значения: $R = 1$ см, $T_w = 136.5$ К, $V_\infty = 494.5$ м/с, $\rho_\infty = 0.104$ кг/м³, $T_\infty = 151.7$ К ($M_\infty = 2$, $Re_\infty = 10^5$, $a_n' = 4.4$, $\rho_p^{o'} = 3.8 \cdot 10^4$, $T_w/T_0 = 0.5$).

Радиус дисперсных частиц варьировался в диапазоне $0.2 \leq r_p \leq 10$ мкм ($2 \cdot 10^{-5} \leq r_p' \leq 10^{-3}$), что соответствует числу Стокса Stk_∞ в диапазоне $0.168 \leq Stk_\infty \leq 420$, ($Stk_\infty = (2/9)Re_\infty r_p^2 \rho_p^{o'}$). Объемная концентрация примеси в натекающем потоке изменялась в диапазоне $10^{-6} \leq \alpha_{p\infty} \leq 3 \cdot 10^{-5}$. Влияние столкновений между частицами при прочих равных условиях определяется объемной концентрацией примеси $\alpha_{p\infty}$, а интенсивность обратного влия-



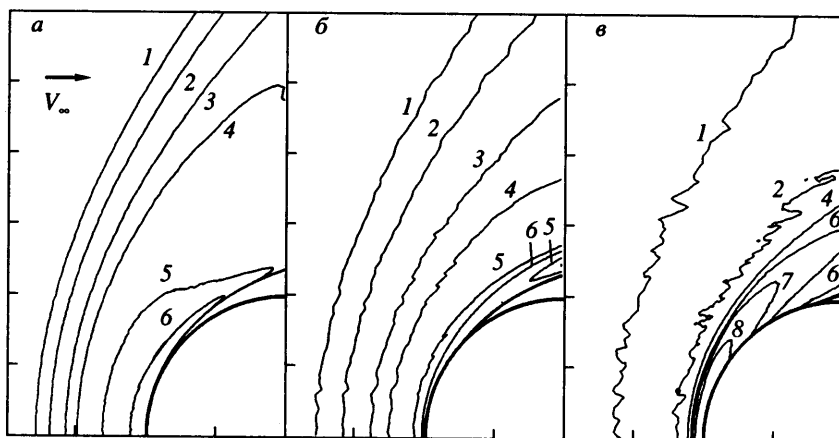
Фиг. 2. Зависимости коэффициента осаждения частиц $j'_w = j_w/(\rho_{poo} V_{\infty})$ (1 и 2), числа Кнудсена Kn_p (3) и средней температуры частиц $T'_{pw} = T_{pw}/T_{\infty}$ (4) в точке торможения от r'_p : 1, 3, 4 – $\alpha_{poo} = 10^{-5}$, 2 – $\alpha_{poo} \rightarrow 0$ (без учета столкновений между частицами и обратного влияния частиц на несущий газ); значки – расчетные точки

ния – массовой долей примеси $C_{\infty} = \alpha_{poo} \rho_p^{oi} / (1 + \alpha_{poo} (\rho_p^{oi} - 1))$ (величину C_{∞} можно включить в число определяющих параметров вместо ρ_p^{oi}). Описываемые далее результаты будут относиться, в основном, к случаю $\alpha_{poo} = 10^{-5}$ ($C_{\infty} = 0.275$).

6. Результаты расчетов. Решение для стационарного течения газовой смеси получалось в результате установления по времени численного решения нестационарной задачи. При расчете движения фаз использовалась процедура расщепления по физическим процессам на каждом временном шаге. Для решения уравнений Навье – Стокса (4.1)–(4.4) применялся метод конечных объемов. Дисперсная примесь представлялась совокупностью большого количества моделирующих частиц. Для расчета их столкновений, движения и межфазного взаимодействия, а также для получения полей макропараметров дисперсной фазы вида (3.1) использовался метод прямого статистического моделирования. Подробно численный алгоритм описан в [19].

Режим течения дисперсной фазы около затупленного тела и механизм передачи энергии от двухфазного потока к обтекаемой поверхности зависят, прежде всего, от того, достигают частицы поверхности тела или нет. При заданных условиях течения существует критический радиус частиц r_{p*} , такой, что частицы меньшего радиуса не достигают поверхности, а частицы большего радиуса сталкиваются с телом. Частицы радиуса $r_p > r_{p*}$ могут осаждаться или отскакивать от его поверхности. Если концентрация примеси в натекающем потоке α_{poo} достаточно мала, так что влияние примеси на течение несущего газа не играет роли, критический радиус не зависит от α_{poo} . С увеличением концентрации влияние примеси на течение газовой фазы становится заметным, и величина r_{p*} начинает зависеть от α_{poo} . Для определения r_{p*} при заданной концентрации α_{poo} строилась зависимость плотности массового потока частиц к телу j_w в критической точке r_{w0} от r_p . Величина j_w определялась как

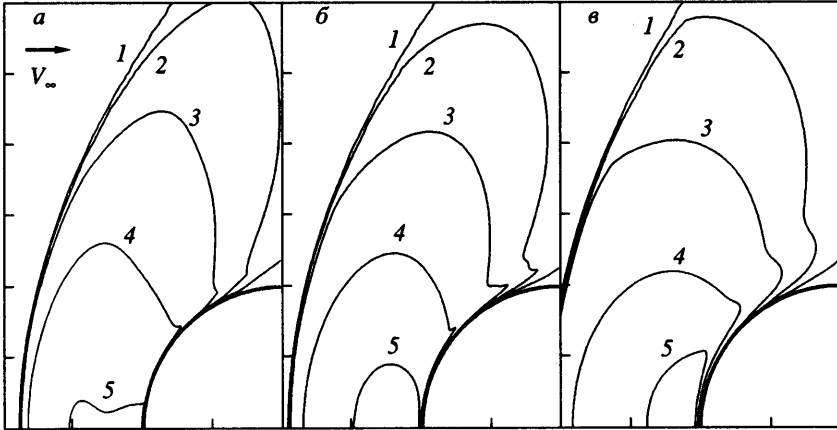
$$j_w = m_p \int_{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w < 0} |\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w| f(\mathbf{r}_{w0}, \mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1$$



Фиг. 3. Изолинии концентрации примеси $\alpha_p/\alpha_{p\infty}$ в ударном слое при $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$: а-в — $r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$; $0.5 \cdot 10^{-4}$; 10^{-4} ; 1–8 — $\alpha_p/\alpha_{p\infty} = 1.2$; 1.5; 2; 2.5; 4; 6; 10; 20

Полученные зависимости $j_w(r_p)$ в относительных переменных для $\alpha_{p\infty} \rightarrow 0$ и для $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$ показаны на фиг. 2, а. Величина j_w отнесена к плотности массового потока частиц в невозмущенном течении $\rho_{p\infty} V_{\infty}$ ($\rho_{p\infty} = \rho_p^{\circ} \alpha_{p\infty}$). При $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$ отношение $j_w' = j_w/(\rho_{p\infty} V_{\infty})$ для достаточно крупных частиц может значительно превышать единицу. Это связано с вторичными и возможными последующими соударениями с поверхностью тела отскочивших частиц. Как видно, величина j_w при уменьшении r_p , начиная с $r_p' \approx 10^{-4}$, быстро убывает и становится очень малой, но все же отличной от нуля в рамках данной численной модели. Поэтому за критический радиус частиц r_{p*} принимался такой, при котором отношение j_w' становилось меньше, чем 0.01. В рассматриваемой задаче были получены следующие значения безразмерного критического радиуса: $r_{p*}' \approx 0.22 \cdot 10^{-4}$ при $\alpha_{p\infty} \rightarrow 0$; $r_{p*}' \approx 0.3 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_{p\infty} = 3 \cdot 10^{-6}$ и $r_{p*}' \approx 0.35 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$. Отметим, что при $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$ обратное влияние примеси на течение газовой фазы в ударном слое существенно во всем исследованном диапазоне размеров частиц ($0.2 \cdot 10^{-4} \leq r_p' \leq 10^{-3}$). Ниже анализируются результаты, полученные, в основном, при $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$ для тонкодисперсных частиц радиуса $r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$, для частиц радиуса $r_p' = 0.5 \cdot 10^{-4}$, не намного превышающего критическое значение, и для крупных частиц радиуса $r_p' = 10^{-4}$.

В настоящей модели двухфазного течения предполагается, что частицы, которые сталкиваются с поверхностью обтекаемого тела, отскакивают от нее. В дальнейшем они могут взаимодействовать с падающими частицами, в результате чего происходит хаотизация движения частиц в пристеночном слое, в котором столкновения между частицами играют важную роль. Такой режим течения примеси около лобовой поверхности цилиндра реализуется при очень малой концентрации частиц в невозмущенном потоке (при $\alpha_{p\infty} \geq 2 \cdot 10^{-6}$). Роль столкновений характеризуется локальным числом



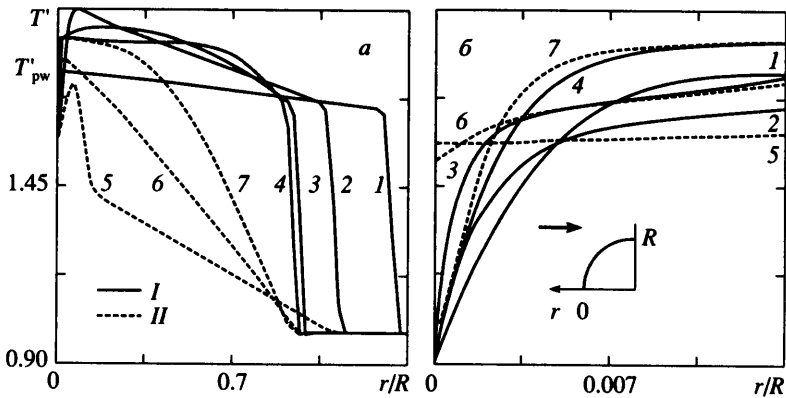
Фиг. 4. Изолинии температуры газа $T = T/T_\infty$ в ударном слое при $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$: а-в – то же, что на фиг. 3; 1-5 – $T = 1.4; 1.5; 1.6; 1.75; 1.9$

Кнудсена $Kn_p = \lambda_p/R$ в газе частиц, где $\lambda_p = n_p \sqrt{\langle v_1^2 \rangle} / (2\nu_p)$ – средняя длина свободного пробега дисперсных частиц в единице объема, ν_p – частота столкновений. Формальное определение величины ν_p дано в [8], в данной же работе она определялась численно по числу столкновений в ячейке, разыгранных за достаточно большой интервал времени. График зависимости Kn_p в приповерхностной ячейке, примыкающей к передней точке торможения цилиндра, от относительного радиуса частиц r_p' приведен на фиг. 2 (кривая 3). Локальные значения числа Kn_p около точки торможения являются минимальными для газа частиц во всем ударном слое, поэтому можно заключить, что при данных параметрах задачи течение примеси частиц сверхкритического радиуса ($r_p > r_{p*}$) происходит в переходном по числу Kn_p режиме.

На фиг. 3 показаны поля концентрации примеси около лобовой поверхности цилиндра для до-, около- и сверхкритического радиусов частиц. Как видно, картина изолиний относительной объемной концентрации $\alpha_p/\alpha_{p\infty}$ зависит от r_p' . Она качественно изменяется при переходе от тонкодисперсной примеси к грубодисперсной, что связано с перестройкой структуры течения дисперсной фазы в ударном слое. В последнем случае (при $r_p' = 10^{-4}$) возникает довольно толстый пристеночный слой отраженных и хаотически движущихся частиц (его внешняя граница примерно совпадает с кривой 4 на фиг. 3, в). Этот слой фактически отсутствует для тонкодисперсной примеси (при $r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$).

Температурное поле газовой фазы для тех же размеров частиц и при той же концентрации примеси $\alpha_{p\infty}$ на фиг. 4 также заметно изменяется с ростом размера частиц, особенно в пристеночной области. В то же время качественный вид картины изолиний T/T_∞ сохраняется. С увеличением радиуса частиц несколько увеличивается отход головной ударной волны.

Изменение температуры несущего газа и примеси вдоль критической линии тока от головной ударной волны до поверхности тела на фиг. 5 показывает, что температура газа вне пограничного слоя для всех размеров частиц выше, чем при течении чистого

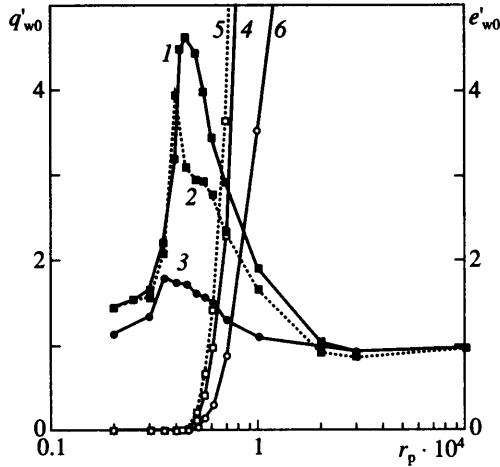


Фиг. 5. Распределения температуры газа $T' = T/T_\infty$ (I) и средней температуры примеси $T_p' = T_p/T_\infty$ (II) вдоль критической линии тока во всем ударном слое (а) и в области пограничного слоя (б): 1 – чистый газ ($\alpha_{\text{пр}} \rightarrow 0$), 2–7 – $\alpha_{\text{пр}} = 10^{-5}$; 4, 7 – $r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$; 3, 6 – $0.5 \cdot 10^{-4}$; 2, 5 – 10^{-4}

газа. Это объясняется диссипацией кинетической энергии частиц при их торможении, переходящей во внутреннюю энергию несущего газа. Конечно, одновременно происходит и теплообмен между фазами через поверхность частиц, который приводит к нагреву частиц и соответственно к относительному охлаждению газа, однако интенсивность диссипации превалирует над интенсивностью теплообмена. Всплеск температуры дисперсной фазы около поверхности (см. кривую 5 на фиг. 5, а) связан с вкладом отраженных частиц, которые дополнительно нагреваются, медленно двигаясь против течения несущего газа. Отметим, что распределения температур фаз поперек пограничного слоя (фиг. 5, б), представляющие особый интерес для понимания того, как размер частиц влияет на тепловой поток к телу в критической точке, существенно зависят от относительной температуры поверхности тела. В рассматриваемом случае температура поверхности цилиндра в два раза ниже температуры адиабатического торможения газа ($T_w/T_0 = 0.5$), и, следовательно, обтекаемая поверхность холодная.

Видно, что температура крупных частиц ($r_p' = 10^{-4}$) в пограничном слое практически не изменяется (кривая 5 на фиг. 5, б). С уменьшением размера частиц их температура при движении к поверхности быстрее релаксирует к температуре несущего газа, и для тонкодисперсных частиц ($r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$) температурное отставание частиц от газовой фазы в пограничном слое мало (кривые 4 и 7 на фиг. 5, б). Однако наибольшего внимания заслуживает немонотонный характер изменения градиента температуры несущего газа на поверхности тела с изменением радиуса частиц (видно, что при $r_p' = 0.5 \cdot 10^{-4}$ этот градиент существенно больше, чем для частиц радиусов $r_p' = 0.3 \cdot 10^{-4}$ и 10^{-4}). Такой характер градиента температуры означает, что тепловой поток от газовой фазы к телу в критической точке q_{w0} зависит от размера частиц примеси немонотонно.

Зависимости теплового потока от газовой фазы $q'_{w0} = q_{w0}/q_{w0}^0$ и потока энергии от дисперсной фазы $e'_{w0} = e_{w0}/q_{w0}^0$ к телу в критической точке от размера частиц показаны на фиг. 6. Кривые 2 и 5 соответствуют модели течения без учета столкновений. Значка-



Фиг. 6. Зависимости потока тепла от газовой фазы $q'_{w0} = q_{w0}/q_{w0}^{\circ}$ (1–3) и потока энергии от дисперсной фазы $e'_{w0} = e_{w0}/q_{w0}^{\circ}$ (4–6) в точке торможения от r'_p : 1, 4 – $\alpha_{p\infty} = 10^{-5}$; 2, 5 – 10^{-5} (без учета столкновений между частицами); 3, 6 – $3 \cdot 10^{-6}$; q_{w0}° – поток тепла в точке торможения при отсутствии примеси

ми на всех кривых показаны расчетные точки. Прежде всего отметим, что максимум теплового потока q_{w0} на кривой 1 наблюдается при $r'_p \approx 0.45 \cdot 10^{-4}$, что в точности соответствует положению минимума числа Кнудсена в газе частиц около критической точки (см. кривую 3 на фиг. 2, б). Этот максимум получился при размере частиц несколько большем, чем критический радиус $r'_{p*} \approx 0.35 \cdot 10^{-4}$. В окрестности максимума тепловой поток q_{w0} , рассчитанный с учетом столкновений между частицами, заметно превышает значения, полученные без их учета. Для тонкодисперсных частиц (при $r_p < r_{p*}$) тепловой поток q_{w0} не зависит от учета или неучета столкновений между частицами, так как в этом случае столкновения фактически отсутствуют. Из представленных результатов также видно, что поток энергии к телу от дисперсной фазы e_{w0} практически равен нулю при $r'_p \leq 0.45 \cdot 10^{-4}$, а затем быстро растет с увеличением размера частиц (кривые 4–6). Таким образом, суммарный поток энергии от газовой фазы в критической точке полностью определяется тепловым потоком от газовой фазы не только для тонкодисперсной примеси, но и в некотором диапазоне радиусов частиц, превышающих критическое значение r_{p*} .

Прямая передача энергии от дисперсной фазы к поверхности тела возникает вследствие ударного воздействия частиц. В e_{w0} можно выделить две составляющие: e_{ws} , связанную с переходом части кинетической энергии падающих частиц во внутреннюю энергию материала поверхности вследствие неупругих деформаций, и e_{wc} , представляющую собой контактный теплообмен между частицами и поверхностью. Соотношение между этими составляющими зависит от свойств материалов частиц и поверхности тела, условий соударения частиц с поверхностью, температур частиц и поверхности и некоторых других факторов [5]. Оценка потерь кинетической энергии частиц корунда при неупругом отскоке от стальной мишени получена в [18]. Приближенная теоретическая оценка для контактного теплообмена при ударе известна только для случая абсолютно упругого отскока частиц от поверхности [20]. Для рассмотренных в данной работе частиц, материала поверхности тела и условий течения двухфазной

смеси имеет место неравенство $e_{wc} \ll e_{ws}$. В расчетах принималось $e_{w0} = e_{ws}$ и считалось, что вся кинетическая энергия, теряемая частицами при отскоке, переходит во внутреннюю энергию тела.

Для достаточно крупных частиц (для $r_p' \geq 0.8 \cdot 10^{-4}$ при $\alpha_{poc} = 10^{-5}$) имеем $q_{w0} \ll e_{w0}$, и поток энергии от газовой фазы фактически равен потоку энергии только от дисперсной фазы. В диапазоне размеров $0.45 \cdot 10^{-4} \leq r_p' \leq 0.8 \cdot 10^{-4}$ вклад q_{w0} и e_{w0} в суммарный поток энергии к телу в критической точке имеет одинаковый порядок. Как показали расчеты, не только тепловой поток от несущего газа, но и суммарный поток энергии зависит от относительного радиуса частиц немонотонно. Локальный максимум суммарного потока $q_{w0} + e_{w0}$ наблюдается при том же значении $r_p' \approx 0.45 \cdot 10^{-4}$, что и максимум q_{w0} .

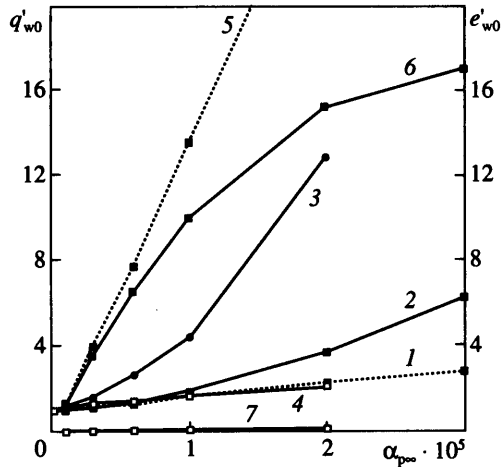
Из физических соображений ясно, что увеличение теплового потока от газовой фазы связано с нагревом несущего газа частицами в пограничном слое. Температура газа в пограничном слое будет тем больше, чем выше здесь концентрация и температура частиц и чем меньше время их тепловой релаксации. Введем в рассмотрение среднюю температуру частиц T_{pw} , падающих на поверхность тела в передней критической точке r_{w0} , которую определим следующим образом:

$$T_{pw} = \frac{m_p}{j_w} \int_{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w < 0} |\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_w| T_1 f(\mathbf{r}_{w0}, \mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1$$

Так как предполагается, что при отскоке частиц их температура не изменяется, величина T_{pw} представляет собой фактически температуру дисперсной фазы на поверхности тела. Заметим, что величина T_{pw} из-за градиента температуры несколько отличается от средней температуры дисперсной фазы в приповерхностной расчетной ячейке, примыкающей к критической точке. График зависимости T_{pw} от радиуса частиц r_p на фиг. 2, б (кривая 4) не монотонен и имеет гладкий максимум при $r_p' \approx 0.55 \cdot 10^{-4}$. Были выполнены также расчеты концентрации примеси в приповерхностной ячейке около точки торможения при различных радиусах частиц. Оказалось, что в рассматриваемой ячейке наблюдается максимум концентрации при $r_p' \approx 0.45 \cdot 10^{-4}$. Этот максимум получился очень острым, а величина α_p очень большой. Рассчитать концентрацию с приемлемой точностью в самой точке торможения в окрестности критического радиуса r_{p*} не удастся из-за очень большого градиента концентрации.

Заметим, что в рамках модели бесстолкновительного газа частиц концентрация примеси и ее градиент в точке торможения при $r_p \rightarrow r_{p*}$ стремятся к бесконечности, так как в среде частиц возникает каустика, касающаяся тела в передней точке [21]. Наличие узкого диапазона размеров частиц, в котором и температура, и концентрация примеси достигают максимумов, означает, что именно в нем происходит наиболее интенсивный нагрев несущего газа дисперсной фазой около поверхности тела, что и вызывает появление максимума теплового потока q_{w0} . Как видно из фиг. 6, в этом диапазоне происходит многократное увеличение теплового потока от газовой фазы к телу по сравнению с обтеканием его чистым газом.

Поведение столкновительной примеси и соответственно ее влияние на параметры несущего газа зависят от степени "неидеальности" столкновений между частицами, характеризующейся коэффициентами a_{pn} и a_{pr} . С физической точки зрения a_{pn} и a_{pr} зависят от свойств материала и состояния поверхности дисперсных частиц, а также от их скоростей перед соударением. Однако эти коэффициенты не могут быть определены с достаточной точностью и являются, по существу, параметрами модели двухфазного течения. В рамках данной модели с помощью этих коэффициентов (прежде всего a_{pn}) можно косвенно учесть гидродинамическое взаимодействие между дисперсными час-



Фиг. 7. Зависимости потока тепла от газовой фазы $q'_{w0} = q_{w0}/q_{w0}^0$ (1–4) и потока энергии от дисперсной фазы $e'_{w0} = e_{w0}/q_{w0}^0$ (5–7) в точке торможения от концентрации α_{p00} дисперсной фазы: 1, 5 – без учета столкновений; 2–4, 6, 7 – с учетом; 1, 2, 5, 6 – $r'_p = 10^{-4}$; 3, 7 – $0.5 \cdot 10^{-4}$; 4 – $0.3 \cdot 10^{-4}$

тицами при их сближении перед столкновением. Такое взаимодействие приводит к тому, что фактическая относительная скорость частиц в момент столкновения друг с другом будет меньше, а следовательно, снизится и их скорость после столкновения. Этот эффект, существенный для мелких частиц, движущихся относительно несущей среды с очень малыми числами Рейнольдса, может быть приближенно оценен в рамках данной модели путем уменьшения коэффициентов a_{pn} и a_{pr} . Расчеты, выполненные при различных значениях a_{pn} и a_{pr} показали, в частности, что величина q_{w0} во всем рассмотренном диапазоне размеров частиц зависит от этих коэффициентов довольно слабо. Так, для частиц околоскритического радиуса $r'_p = 0.5 \cdot 10^{-4}$, для которых при $\alpha_{p00} = 10^{-5}$ рост теплового потока в точке торможения q_{w0} очень существен по сравнению с течением чистого газа, изменение коэффициента a_{pn} от 0.5 до 0.1 (остальные параметры задачи были фиксированы) приводит к уменьшению величины q_{w0} всего на $\approx 10\%$.

Зависимости q'_{w0} и e'_{w0} от концентрации примеси α_{p00} для различных радиусов частиц представлены на фиг. 7. Для $r'_p = 10^{-4}$ приведены также зависимости, полученные без учета столкновений между частицами (кривые 1, 5). Видно, что для всех частиц q_{w0} и e_{w0} увеличиваются с α_{p00} , причем, как и следовало ожидать, роль столкновений между частицами сверхкритического радиуса ($r'_p = 0.5 \cdot 10^{-4}$ и 10^{-4}) при этом также возрастает. Столкновения значительно увеличивают тепловой поток от газовой фазы q_{w0} и уменьшают поток энергии от дисперсной фазы e_{w0} (последнее явление известно как экранирующий эффект), а также приводят к существенно нелинейному характеру полученных зависимостей.

Заключение. Описана математическая модель двухфазного течения газа с твердыми частицами, в которой учитываются столкновения между частицами и обратное воздействие примеси на течение газовой фазы.

На основе анализа определяющих параметров и критериев подобия в задаче обтекания тела однородным потоком газозвеси найдено, что если сорт газа и материалы дисперсных частиц и тела фиксированы, то задание набора безразмерных определяющих параметров оказывается эквивалентным заданию единственного набора размерных определяющих параметров.

Выполненное на основе предложенной модели численное исследование сверхзвукового обтекания цилиндра однородным потоком газозвеси показало, что влияние дисперсной примеси на течение несущего газа в ударном слое становится заметным при очень малой концентрации примеси в набегающем потоке. Это относится как к очень мелким частицам, не достигающим поверхности цилиндра ($r_p < r_{p*}$), так и к более крупным, которые сталкиваются с цилиндром и отскакивают от него ($r_p > r_{p*}$). В последнем случае столкновения между частицами в пристеночном слое около лобовой поверхности существенно влияют на поле течения несущего газа и на теплообмен между газовой фазой и обтекаемой поверхностью.

Найдены зависимости теплового потока от газовой фазы и потока энергии от газа частиц к холодной поверхности цилиндра в критической точке от радиуса дисперсных частиц. Показано, что тепловой поток зависит от размера частиц немонотонно. Наблюдается максимум для частиц радиуса, ненамного превышающего критическое значение. Вблизи максимума влияние столкновений между частицами в пристеночном слое на величину теплового потока особенно велико. Дано физическое объяснение немонотонного характера полученной зависимости. Величина потока энергии от частиц к поверхности в критической точке близка к нулю для частиц радиуса меньше того, при котором наблюдается максимум теплового потока от газовой фазы. С ростом радиуса частиц поток энергии очень быстро увеличивается и начиная примерно с $r_p \approx 3r_{p*}$ становится определяющим в суммарном потоке энергии от двухфазной смеси к обтекаемой поверхности.

Данное исследование выполнено при поддержке ИНТАС (код проекта 00-0309), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-01201) и Министерства образования России (код проекта Е02-4.0-138).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осипцов А.Н.* Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 99–107.
2. *Осипцов А.Н., Шаниро Е.Г.* Влияние мелкодисперсной примеси на структуру пограничного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 55–62.
3. *Егорова Л.А., Осипцов А.Н., Сахаров В.И.* О границах режима инерционного осаждения частиц и теплообмене при сверхзвуковом обтекании тел вязким запыленным газом // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 6. С. 111–124.
4. *Василевский Э.Б., Осипцов А.Н., Чирихин А.В., Яковлева Л.В.* Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малоинерционные частицы // Инж.-физ. журн. 2001. Т. 74. № 6. С. 29–37.
5. *Kitron A., Elperin T., Tamir A.* Monte Carlo analysis of wall erosion and direct contact heat transfer by impinging two-phase jet // J. Thermophys. and Heat Transfer. 1989. V. 3. № 2. P. 112–122.
6. *Полежаев Ю.В., Репин И.В., Михатулин Д.С.* Теплообмен в сверхзвуковом гетерогенном потоке // Теплофизика высоких температур. 1992. Т. 30. № 6. С. 1147–1153.
7. *Volkov A., Tsirkunov Yu.* Direct simulation Monte-Carlo modelling of two-phase gas-solid particle flows with inelastic particle-particle collisions // Proc. 3rd ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conf., Paris, 1996. Chichester: Wiley, 1996. P. 662–668.
8. *Волков А.Н., Циркунов Ю.М.* Кинетическая модель столкновительной примеси в запыленном газе и ее применение к расчету обтекания тел // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 81–97.
9. *Tsirkunov Yu., Tarasova N., Volkov A.* Boundary layer effects in the dusty gas flow over a blunt body // Proc. EUROMECH Colloquium-319: Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math. 1994. V. 43. № 4. P. 250–262.

10. *Henderson C.B.* Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // *AIAA J.* 1976. V. 14. № 6. P. 707–708.
11. *Oesterlé B., Bui Dinh T.* Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers // *Experim. Fluids.* 1998. V. 25. № 1. P. 16–22.
12. *Rubinow S.I., Keller J.B.* The transverse force on a spinning sphere moving in viscous fluid // *J. Fluid Mech.* 1961. V. 11. Pt. 3. P. 447–459.
13. *Dennis S.C.R., Singh S.N., Ingham D.B.* The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* 1980. V. 101. Pt. 2. P. 257–280.
14. *Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М.* Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
15. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987. 464 с.
16. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
17. *Лашков В.А.* Об экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости частиц потока газозвеси при ударе о поверхность // *Инж.-физ. журн.* 1991. Т. 60. № 2. С. 197–203.
18. *Циркунов Ю.М., Панфилов С.В., Клычников М.Б.* Полуэмпирическая модель ударного взаимодействия дисперсной частицы примеси с поверхностью, обтекаемой потоком газозвеси // *Инж.-физ. журн.* 1994. Т. 67. № 5–6. С. 379–386.
19. *Volkov A.N., Tsirkunov Yu.M.* CFD / Monte Carlo simulation of collision-dominated gas-particle flow over bodies // *Proc. Joint US ASME-European Fluids Engineering Division Summer Meeting, 2002.* 14 p. (CD-ROM Proc. ASME FEDSM'02. P. 31222).
20. *Sun J., Chen M.M.* A theoretical analysis of heat transfer due to particle impact // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1988. V. 31. № 5. P. 969–974.
21. *Осипцов А.Н.* Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1983. № 3. С. 46–52.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
13.VII.2004