

УДК 533.6.011

© 2005 г. А. Н. МИНАЙЛОС

ОБРАБОТКА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ В ПАРАМЕТРАХ ПОДОБИЯ

Рассмотрены особенности применения параметров подобия (Тзяна-Хейса, Сычева, Месситера, линейной теории и гиперзвуковой теории обтекания тупых тел) на примерах сверхзвукового течения у заостренных тел вращения, тонких треугольных крыльев и затупленных тел (эллипсоидов вращения и эллиптических цилиндров). Обсуждаются приемы построения обобщающих зависимостей на основе численных решений. Такие зависимости, например, облегчают обзор многочисленных решений или поиск оптимальных форм в некоторых классах тел, дают предварительные оценки при проектировании, используются в сложных задачах, где газодинамические результаты являются лишь частью более общей, например, динамической проблемы.

Ключевые слова: сверхзвуковая аэродинамика, численное решение, параметры подобия.

При численном решении сложных задач аэромеханики существенна проблема обработки и сохранения результатов. Значительное внимание ее решению уделял К.И. Бабенко, но в целом она осталась нерешенной до сих пор. Рост мощности ЭВМ облегчает получение и увеличивает объем информации. Для ее осознания и использования иногда необходимы дополнительные программы, работающие отдельно от основной и после расчета всех полей течений. Часто необходима осмысленная аппроксимация результатов. Проблема состоит в поиске подходящих форм пересчета и хранения результатов при согласованных оценках точности исходных решений, алгоритмов пересчета и выдаваемой информации. Вид формул подсказывают предельные решения теории, а также параметры подобия, особенно в тех случаях, когда необходимо применять только малую часть информации.

1. Применение параметров подобия позволяет уменьшить число определяющих параметров задачи и тем самым сделать результаты более обозримыми [1]. Параметры обычно получаются на основе теорий, в которых общие уравнения так или иначе упрощаются. Например, гиперзвуковой параметр для тонких тел – K [2–5] выводится при упрощении уравнений Эйлера. Поэтому его применение целесообразно либо для тех экспериментальных результатов, в которых вязкость незначительна, или ее влияние может быть выделено численно, либо для результатов расчетов, полученных для уравнений Эйлера, в которых изначально вязкости нет. Этот параметр получен для полностью сверхзвуковых решений из упрощенных уравнений Эйлера (отброшены члены порядка τ^2 по сравнению с 1, где τ – малый параметр, характеризующий относительную толщину тела со стороны набегающего потока). Параметр имеет вид $K = Mt$, где M – число Маха набегающего потока. Условия его применимости

$$\tau \ll 1, \quad M \gg 1 \quad (1.1)$$

Результаты обработки в параметре подобия обычно располагаются в некоторой полосе, ширина которой определяется неточностью метода расчета (или погрешностями экспериментов и их обработки, вычитания эффектов влияния вязкости) и несовпадением исходных уравнений с уравнениями Эйлера при выводе параметров (на величины порядка τ^2). Этот параметр подобия, как и ряд других, обычно “работает”

в значительно более широком диапазоне значений чисел M и параметра τ , чем условия (1.1). Этот чрезвычайно важный факт давно известен и лежит в основе применения этого закона на практике. В основном интерес представляют зависимости от параметра подобия аэродинамических сил, действующих на тело, хотя может быть рассмотрена любая характеристика течения. Из интегралов давления следует, что сила сопротивления и подъемная сила выражаются через параметр K и скоростной напор [4]

$$X = \rho V^2 \tau^4 X^*(K), \quad Y = \rho V^2 \tau^3 Y^*(K) \quad (1.2)$$

Значения со звездочками – функции только параметров подобия. Если течение задается еще рядом других определяющих безразмерных величин (например, формы тела), то законы (1.2) выполняются при постоянных значениях этих параметров в каждой зависимости со звездочкой. Таким образом, задача сводится к определению этих зависимостей со звездочками от параметра K при постоянных значениях других безразмерных параметров.

2. Численный метод исследования гиперзвукового движения в плотной атмосфере группы тонких тел, вращающихся вдоль своих продольных осей, в условиях абляции носовых частей и аэродинамической интерференции (влияние волн и следов впереди летящих тел) использован в [6–8]. Для анализа влияния возмущений, связанных с отклонениями характеристик тел и начальных условий движения от расчетных значений, а также с атмосферными неоднородностями различной природы, используется статистический подход. Законы распределения исходных возмущений скоростей и углов предполагаются заданными. Движение описывается как статистический ансамбль возможных траекторий. Выходная информация – статистическое распределение координат и скоростей в заданный момент времени или в заданной плоскости пространства.

Для решения проблемы проводится последовательная поуровневая декомпозиция ее на ряд различных по содержанию и времени действия подпроблем. Широко используется принцип квазистационарности, поскольку характерные времена отдельных подзадач отличаются на порядки. При этом необходимо создание интерфейсных связей между частными алгоритмами, отражающих реальную картину взаимовлияния описываемых физических процессов.

Так расчет аэродинамических коэффициентов каждого тела должен выполняться на каждом шаге интегрирования системы динамики, поэтому необходимо представить коэффициенты в виде простых аналитических зависимостей от ряда определяющих параметров и при этом с точностью до нескольких процентов. В основе таких зависимостей лежат формулы для заостренных тел, а одним из важных базовых элементов этих формул является гиперзвуковой параметр подобия K .

По углам атаки, вплоть до 90° , режимы обтекания длинных тел вращения делят на четыре качественно различных типа течения [9–11]. Ниже будет рассматриваться только первый, когда осуществляется безотрывное обтекание и возможна линеаризация аэродинамических коэффициентов по углу атаки. С ростом удлинения тела и числа M область углов атаки, для которой в кормовой части тела отсутствует отрыв пограничного слоя от боковой поверхности, сужается и может составлять доли градуса. И уже в этом первом режиме вязкость сильно влияет на все аэродинамические характеристики, например, сопротивление трения сопоставимо с волновым [11].

Пусть задано длинное заостренное тело вращения, носовая часть которого с удлинением $\lambda_n = l_n/d$, где l_n – длина носовой части, а $d = 2r_0$ – диаметр ее основания, описывается в виде комбинации конуса и оживала (образованного вращающейся дугой окружности) с весовыми множителями

$$r(X) = (1 - \beta)X(2\lambda_n)^{-1} + \beta[(R^2 - (l_n - X)^2)^{1/2} - (R - r_0)] \quad (2.1)$$

$$0 \leq \beta \leq 1.0$$

Здесь первый член описывает вклад в форму тела конической части, а второй – оживальной; X – координата вдоль оси тела, а $R = (l_n^2 + r_0^2)/(2r_0)$ – радиус окружности в продольной плоскости, проходящей через ось симметрии тела и образующей оживальную форму.

Несмотря на простоту формы, ее аэродинамика исследована недостаточно полно. Многочисленные результаты не отличаются точностью и иногда приводят к противоречивым представлениям о поведении характеристик. Это связано с низкой точностью определения силовых характеристик как в теории, так и в эксперименте. Экспериментальные данные различных работ могут сильно различаться для одних и тех же тел из-за влияния вязкости. Например, при турбулентном пограничном слое на одном и том же теле конус – цилиндр ($\theta = 10^\circ$) в диапазоне удлинения моделей $\lambda = 10$ –15 значения C_y^α отличаются более чем на 60% (при близких значениях Re).

Экспериментальные значения C_y^α и X_d для тел со средними удлинениями $\lambda \sim 8$ –15 стремятся к постоянным величинам. Вывод о постоянстве этих характеристик при $\lambda > 8$ был распространен на большие удлинения [9, 10]. Однако это справедливо только для тел со средними удлинениями ($\lambda \sim 8$ –15), а при $\lambda \sim 20$ –40 дело обстоит сложнее. По сравнению с телами умеренных удлинений и в экспериментальных, и в расчетных исследованиях возникают дополнительные трудности, связанные с потерей точности результатов.

Расчетные значения C_y^α и X_d (без учета влияния вязкости) в зависимости от удлинения имеют экстремум в окрестности средних значений λ , экспериментальные же значения с ростом λ возрастают. Наличие этого экстремума существенно осложняет обработку и аппроксимацию расчетных результатов.

Поскольку рассматриваемое течение в невязкой постановке в основном определяется конфигурацией носка, в качестве τ целесообразно взять величину, обратную удлинению носовой части, не включая в параметр угол атаки (как величину малую) и длину цилиндрического участка. Тогда параметр подобия $K = M/\lambda_n$.

Воспользуемся разделением задачи на задачу невязкого обтекания и течения в пограничном слое [11]. Тогда каждую компоненту сил можно представить в виде суммы невязкой и вязкой частей.

$$A = A_n(K, \kappa, \lambda, \beta) + A_v(Re_L, M, K, S, \omega) \quad (2.2)$$

Здесь κ – отношение удельных теплоемкостей, Re_L – число Рейнольдса по длине тела, S – площадь поверхности тела без учета донной части, ω – скорость вращения тела вокруг оси симметрии. В каждой скобке первый параметр – основной, и то, что эти параметры разные, позволяет определять компоненты сил независимо друг от друга. Зададим постоянными параметры $\kappa = 1.4$, λ , β , сузив класс рассматриваемых течений и упростив соотношения (2.2).

В качестве масштабов длины и площади используются соответственно диаметр $d = 2r_0$ и площадь дна корпуса $S_0 = \pi r_0^2$. Производные по углу атаки определены численно. Положение центра давления X_L (или X_d в диаметрах d) отсчитывается от вершины носка.

Законы подобия (1.2) примут вид

$$C_x/\tau^2 = f_1(K, \alpha/\tau), \quad C_y/\tau = f_2(K, \alpha/\tau), \quad X_d = f_3(K, \alpha/\tau) \quad (2.3)$$

В области линейности по углу атаки и ввиду осесимметричности тела второе соотношение записывается так $C_y^\alpha = \tau/\alpha f_2(K, \alpha/\tau)$.

Теперь, учитывая то, что углы атаки малы ($\alpha \sim \tau$), зависимости (2.3) упрощаются

$$C_x/\tau^2 = f_1(K), \quad C_y^\alpha = f_2(K), \quad X_d = f_3(K) \quad (2.4)$$

Эти соотношения определяются путем анализа результатов расчетов ряда вариантов течений, рассчитанных до решения задачи динамики движения.

Для рассматриваемых тел реализуется полностью сверхзвуковое течение с присоединенным скачком уплотнения. По мере перехода к цилиндрической части поток у поверхности разворачивается к оси тела, образуя центрированные волны разрежения, догоняющие головной скачок и ослабляющие его. На оживале разворот осуществляется вдоль всей носовой части, на конусе – это центрированная волна разрежения. Возмущения, распространяющиеся в ударном слое, при небольших числах M успевают несколько раз пройти от поверхности тела к головной волне и обратно, формируя довольно сложную картину течения. Поле невязкого обтекания определяется на базе полных уравнений Эйлера.

Аэродинамические силы и моменты находятся путем интегрирования давления по поверхности тела. Дополнительная трудность при расчете связана с тем, что нормальная сила на единицу длины корпуса получается как разность близких малых величин, а продольный момент – как произведение этой разности на продольную координату, являющуюся большой величиной. Это ставит очень жесткие требования к точности определения распределения давления.

Наиболее точное решение задачи определения производных по углу атаки при $\alpha = 0$ можно получить путем линеаризации уравнений по углу атаки и решения двух систем – нелинейной для нулевого угла атаки и линейной для возмущений. Но пришлось применить одну из имевшихся программ расчета пространственных течений. В этих программах использовались методы Годунова, Бабенко – Воскресенского и Мак-Кормака. Аэродинамические характеристики тела конус-цилиндр при больших значениях λ для этих методов расчета сходятся по сеткам к существенно разным величинам. Это различие определяется разными диссипативными свойствами численных решений. Для расчетов был выбран метод Мак-Кормака, в котором такие свойства влияют меньше.

Используется программа [12, 13] для течений совершенного газа с выделенной головной ударной волной. В качестве граничных условий на поверхности тела ставятся условия непротекания (методика Аббета), на ударной волне – условия Рэнкина – Гюгиони (методика Томаса). В начальном сечении $X = X_0$ задается распределение газодинамических величин либо из расчета конического течения, либо в виде невозмущенного потока (что соответствует обтеканию тела с протоком радиуса $r(X_0)$ с острыми кромками). Для подавления осцилляций численного решения в схему введен монотонизатор.

Для рассматриваемых течений условию гладкости удовлетворяют решения для тел оживало-цилиндр ($\beta = 1$). Для других форм тела, в которых есть разрыв продольной производной формы тела в точке перехода к цилиндрическому участку, в окрестности этой точки присутствует участок центрированного течения Прандтля – Майера с разрывами первых производных функций решения, и порядок аппроксимации решения снижается до первого, если эти разрывы достигают нулевого порядка величины по размеру шага h .

Вследствие большой длины обтекаемого тела расстояние между его поверхностью и ударной волной по мере счета вдоль координаты X увеличивается на 1–2 порядка. Поэтому в ходе расчета проводятся замены сеток при переходе к очередному маршевому слою на более густые как по радиальной, так и по азимутальной координате с интерполяцией решения на новую сетку со вторым порядком точности. Критерием настройки сеток служат требования сохранения порядка величины среднего объема ячейки вдоль всего тела и поддержания отношения средней ширины ячейки к ее высоте порядка единицы.

Дополнительное измельчение сетки в сочетании с занижением маршевого шага по сравнению с величиной, определяемой условием устойчивости конечно-разностной схемы, проводилось в областях резких изменений течения, таких как окрестность сечения сопряжения носового участка с цилиндрической боковой поверхностью, где вблизи поверхности имеется веер разрежения конечной интенсивности. Окончательно количество узлов выбиралось таким, чтобы при дальнейшем его увеличении вдвое по каждой из поперечных координат изменение получаемых интегральных аэродинамических характеристик не превышало 3%. Повышенные требования к точности расчета распределения давления на поверхности в кормовой части заставляют применять большие сетки. Так, при расчете обтекания конуса с углом полураствора $\theta = 5^\circ$ потоком с $M = 2$ под углом атаки $\alpha = 2^\circ$ удовлетворительные результаты получаются уже на сетке размером 12×32 (соответственно по радиусу и азимуту). Для тела с коническим носком с тем же углом полураствора и полным удлинением $\lambda = 35$ при тех же условиях обтекания размер сетки, обеспечивающий сравнимый уровень погрешности определения продольного момента (наиболее чувствительного к точности), в районе кормового среза достигает 540×72 . Однако с ростом числа Маха и уменьшением удлинения тела требуемый размер сетки заметно снижается.

Было рассчитано обтекание серии тел вращения в диапазонах изменения параметров

$$0 \leq \beta \leq 1.0, \quad 2 \leq M \leq 20, \quad \alpha = 1; 2^\circ, \quad 0.2 \leq K \leq 4, \quad \lambda \leq 40$$

В случае чисто конического носка угол полураствора конуса варьировался в пределах $\theta = 2-15^\circ$. В случае чисто оживального носка удлинение варьировалось от 2.5 до 10. Согласно закону подобия величины C_x/τ^2 , C_y^α , $X_L\tau$ для аффинно-подобных тел должны одинаково зависеть от параметра K (оживало близко к аффинно-подобному телу). Применительно к рассматриваемым здесь телам следует ожидать универсальных зависимостей от K следующих величин: $\tau^2 C_x$, $\max C_y^\alpha$, $\tau \cdot \max_{\lambda} X_L$, а также $\lambda_e \tau$, пред-

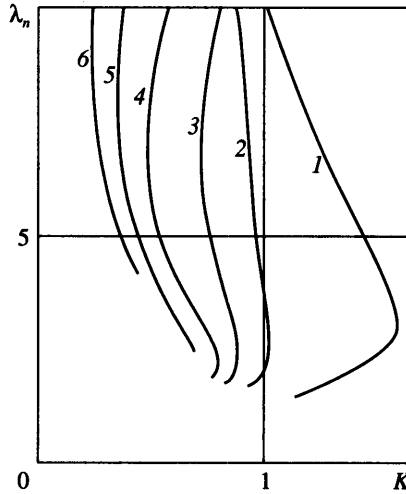
ставляющей положение экстремума C_y^α (и $X_L\tau$), отнесенное к длине носовой части. Здесь $\lambda_e = X_{L\max}/l_n$.

После проведения расчетов и построения зависимостей от K они обрабатываются, чтобы сжать их до узкой полосы и затем представить эту полосу аналитической зависимостью. Из трех интересующих кривых функция сопротивления наиболее проста.

Осевая сила (сопротивление при $\alpha = 0$) действует только на носовую часть тела; кривые $C_x(\lambda)$ выходят на полку $C_x = \text{const}$ при $\lambda \geq \lambda_n$. Для тела конус-цилиндр выход на эту константу происходит монотонно, причем при $\lambda = \lambda_n$ на кривых $C_x(\lambda)$ имеется излом. У тела оживало-цилиндр вследствие отсутствия излома образующей нет излома и на кривых сопротивления, однако поведение кривых более сложно: перерасширение пристеночного потока перед концом оживальной части приводит к значительному понижению давления, при умеренных числах Маха – ниже давления в набегающем потоке, так что на этом участке возникает подсосывающая сила (тяга).

На кривых $C_x(\lambda)$ это проявляется в виде хорошо заметного максимума $C_{x\max}$ на некотором укороченном теле. Эта величина превышает значение коэффициента сопротивления C_{x0} полного оживала. Относительная величина коэффициента подсосывающей силы Δ в процентах к C_{x0} зависит от параметров K и λ_n (фиг. 1). При значениях $K > 1.6$ правее кривой 1 максимум сопротивления достигается при переходе к цилиндру. Значение Δ сильно зависит от параметра K и слабо – от λ_n , оно растет с уменьшением K , достигая при $K \sim 0.2$ 10%.

Нормальная сила создается за счет перепада давлений между наветренной и подветренной сторонами тела по всей его длине. Однако этот перепад на цилиндрической части тела начинает уменьшаться и на некотором расстоянии от носка меняет

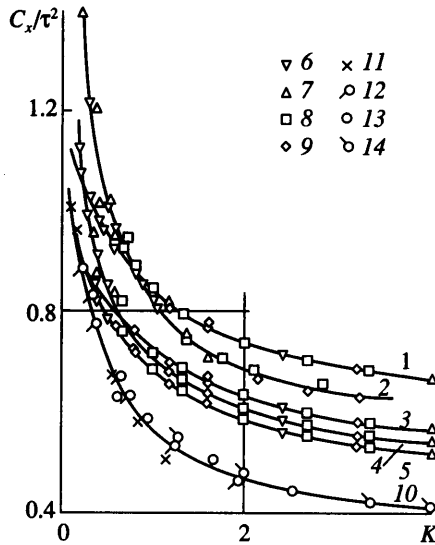


Фиг. 1. Кривые постоянных значений величины $\Delta = (C_{x\max} - C_{x0})C_{x0}^{-1} \%$ (характеризующей подсосывающую силу на оживале) в параметрах λ_n и K : 1–6 – $\Delta = 0, 1, 1.4, 2.5, 5.5, 10$

знак, так что на кормовую часть достаточно длинного тела при положительных углах атаки действует отрицательная нормальная сила и кабрирующий момент. Таким образом, распределения $C_y^\alpha(\lambda)$ и $m_z^\alpha(\lambda)$ имеют экстремум при некотором значении $\lambda = \lambda_e$. Его положение зависит от удлинения носка и числа Маха, смещаясь в корму с увеличением этих параметров. Значения производной C_y^α в точке экстремума также возрастают с ростом числа Маха, постепенно выходя на “полку”. Увеличение удлинения носка несколько уменьшает экстремальные значения C_y^α . За точкой экстремума начинается убывание коэффициента подъемной силы, постепенно замедляющееся с ростом удлинения λ .

Аналогичным образом ведет себя и положение центра давления тела. Функции $X_L(\lambda)$ имеют экстремумы при тех же значениях λ , что и соответствующие им $C_y^\alpha(\lambda)$, так как $dX_L/d\lambda = -((\lambda - X_L)/C_y^\alpha) dC_y^\alpha/d\lambda$, но выраженные более резко, поскольку распределенная сила $dC_y^\alpha/d\lambda$ в окрестности экстремума действует на большом плече λ . После прохождения экстремума дальнейшее наращивание удлинения тела приводит вначале к энергичному, а затем затухающему смещению центра давления вперед.

Значения указанных комбинаций аэродинамических характеристик в зависимости от параметра K для различных расчетных случаев лежат на графиках в окрестности некоторых гладких кривых. Введение эмпирических поправок дало возможность представить характеристики для тел каждого семейства в виде универсальных зависимостей от параметра K . Для этих зависимостей предложены кусочно-полиномиальные аппроксимации в исследованном диапазоне значений $0.2 \leq K \leq 4$. Отклонения расчетных величин (с учетом поправок) от этих кривых составляют не более 2–3% и сопоставимы с точностью расчета.



Фиг. 2. Коэффициент сопротивления оживально-конического тела (2.1) в параметрах подобия: 1–5 – $\beta = 1, 0, 0.75, 0.25, 0.5$, точки 6–9 – $\lambda_n = 10, 5, 3, 2.5$; кривая 10, точки 11–14 – $M = 2, 4, 10, 20$ – степенное тело $r = x^{0.7}$

Следует отметить, что эти аппроксимации в силу принятого (полиномиального) общего вида формул не учитывают асимптотику поведения аэродинамических коэффициентов при $K \rightarrow \infty$ и не могут быть непосредственно распространены на значения $K > 4$.

Сопоставим сопротивление тел (2.1) при пяти различных значениях β и отсутствии цилиндрической части в зависимости от K (фиг. 2). При $K > 0.8$ сопротивление оживального тела больше, чем конического. В диапазоне $0.25 \leq \beta \leq 0.75$ коэффициент комбинированного тела на 0.1–0.2 меньше, чем у оживала или конуса, т. е. в рамках семейства комбинированных (по параметру β) тел при заданном постоянном значении λ_n существует минимум сопротивления, который при $K = \text{const}$ сдвигается от $\beta = 0.65$ (при $K = 0.25$) до 0.4 ($K = 4$). Физическая сущность минимума определяется интегралом подсосывающей силы. Конечно, этот минимум ограничен рамками вариаций формы (2.1). Для сравнения на этой же фигуре набором точек и осредняющей кривой показано сопротивление степенного тела, построенного по результатам [14]. Расчетные варианты взяты в диапазонах $1.5 \leq \lambda \leq 16.2$, $2 \leq M \leq 20$ и показаны для четырех различных чисел M . В окрестности $K = 1$ разброс точек в случае этого тела относительно осредняющей кривой значительно больше, чем для остроконечных тел с присоединенной ударной волной.

Этот факт соответствует тому обстоятельству, что вывод параметров подобия опирается на решения для тонких тел с присоединенной волной и сверхзвуковым течением во всем поле, а степенные тела с областью дозвукового течения и отошедшей волной уже не удовлетворяют исходным положениям теории подобия.

Результаты тем не менее группируются в полосу с максимальной шириной, составляющей около 10% значения C_x/τ^2 . Это объясняется тем, что тела являются тонкими, длинными, дозвуковые области занимают небольшую часть поля течения и представляют собой относительно тонкие слои, расположенные у поверхности тела. Поэтому результаты оказались в полосе хотя и более широкой, чем для тел заостренных, но

представимой в виде аппроксимирующей кривой. Это пример расширения области применения теории подобия за рамки ее исходных предположений на течения около притупленных тел. Возможно дальнейшее сжатие этой полосы при введении дополнительного параметра подобия, в который входит коэффициент сопротивления затупления [4]. Из сопоставления сопротивления оживально-конического тела со степенным при одних и тех же удлинениях следует, что практически во всем диапазоне изменения параметра K коэффициент C_x/τ^2 степенного тела на 0.11 ниже коэффициента лучшего оживально-конического тела, что соответствует известному выводу о минимуме сопротивления степенного тела [14].

Для аппроксимации функций $C_y^\alpha(\lambda)$ и $X_L(\lambda)$ в [7] предложена следующая методика. Функции относятся к максимальным значениям, а величины X к соответствующим значениям $X_{\max} = X(f_{\max})$. Тогда все кривые

$$C_y^\alpha(C_{y, \max}^\alpha)^{-1} = f(X(X_{\max})^{-1}); \quad X_L(X_{L, \max})^{-1} = g(X(X_{\max})^{-1})$$

соберутся в пучки, имеющие максимальные значения $f = g = 1$ в точке $X/X_{\max} = 1$. Для сжатия этих пучков около некоторой средней кривой используется функция

$$\varphi(X_1, m, n) = (m + n)^m + n(m^m n^n)^{-1} X_1^n (1 - X_1)^m$$

где m и n – целые числа, а X_1 – преобразованная координата X

$$X_1 = X(1 - q)(1 - qX)^{-1}, \quad q = (X_{1m} - X_m)[X_m(X_{1m} - 1)]^{-1}$$

Координата преобразуется так, чтобы значение $X = X_{1m}$, соответствующее месту максимальных поправок Δf и Δg , совпало с местом положения максимума функции φ . Для этого величина X_{1m} задается в виде $X_{1m} = n/(m + n)$.

Числа m и n подбираются так, чтобы лучшим образом сжать пучок в окрестностях концов исследуемого интервала. Поправки принимают вид

$$\Delta f = \Delta f_{\max} \varphi(X_{1f}, m, n), \quad \Delta g = \Delta g_{\max} \varphi(X_{1g}, m, n)$$

где функции Δf_{\max} , Δg_{\max} , X_{1f} , X_{1g} в конкретных случаях зависят от значений K , M , λ_n .

Таким образом, представленные результаты позволяют, задаваясь удлинением носка $\lambda_n = 1/\tau$, коэффициентом β и числом M , пользуясь универсальными (в пределах исследованного 2-параметрического семейства тел) зависимостями $\tau \lambda_e^* = F_{\lambda_e}^*(K)$,

$\tau^2 C_x^* = F_{C_x}^*(K)$, $C_{y, \max}^{\alpha*} = F_{C_y}^*(K)$, $\tau X_{L, \max} = F_{L, \max}(K)$ и вычитая поправки $\Delta \lambda_e^*$, ΔC_x^* , ΔC_y^* ,

ΔX_L , получить аналитическое выражение для удлинения λ_e , при котором C_y^α макси-

мально, и соответствующие этому удлинению значения C_x , $C_{y, \max}^\alpha$, $X_{L, \max}$. Затем, ис-

пользуя также универсальные зависимости от λ/λ_e : $C_y^{\alpha*} = C_{y, \max}^\alpha F_{C_y}(\lambda/\lambda_e)$ и

$X_L^*/X_{L, \max} = F_{X_L}$ и вычитая поправки ΔC_y , ΔX_L , найти коэффициенты нормальной силы и положения центра давления тела с заданным удлинением. Коэффициент сопротивления $C_x = C_x(\lambda_n) = \text{const}$ определяется на 1-м шаге методики. В целом формулы для расчета характеристик громоздки, поэтому в качестве примера представим выражения для сопротивления двух тел. В случае конуса ($\beta = 0$) получаем формулы

$$C_x \lambda_n^2 = C_x^* \lambda_n^2 + \Delta C_x, \quad \Delta C_x = 0, \quad M \leq 8; \quad \Delta C_x = 0.01(M - 8), \quad M > 8$$

$$C_{x^*} = \lambda_n^2 = \begin{cases} 1.55 - 1.6K + 0.78K^2, & K \leq 1 \\ 0.52 + 0.0008(5 - K)^4, & 1 < K \leq 5 \\ 0.52, & K > 5 \end{cases}$$

В случае оживала ($\beta = 1$)

$$C_x \lambda_n^2 = C_{x^*} \lambda_n^2 - 0.1/\lambda_n$$

$$C_{x^*} \lambda_n^2 = 1.131 - 0.380K + 0.096K^2, \quad K \leq 1.5$$

$$C_{x^*} \lambda_n^2 = 0.777 - 0.086(K - 1.5) + 0.017(K - 1.5)^2, \quad K > 1.5$$

Погрешности описанной приближенной методики расчета характеристик не превышают 4% в рамках невязкой газодинамики. Оценки этих погрешностей получены путем сопоставления формул с результатами исходных численных расчетов.

3. Методом сквозного счета [15] рассчитано более 420 вариантов сверхзвукового обтекания плоских бесконечно тонких треугольных пластин с углами полураствора θ (угол дополнительный к углу стреловидности χ) от 1 до 90° (двумерная пластина без учета влияния боковой кромки) в диапазоне числа $M - 1.2 \leq M \leq 20$ и углов атаки $1 \leq \alpha \leq 30^\circ$. В расчетах газ считался совершенным, $\kappa = 1.405$. Результаты представлены в [16, 17, 24]. Рассматривались области углов θ и α , в которых течение около пластины коническое. Такие течения классифицируются по положению и виду линий растекания и стекания потока на нижней поверхности крыла [18], по виду конических областей влияния (режимы A–D из [16, 19]), а также по виду возможных конических областей отрыва потока от поверхности крыла [19]. Считались пластины с дозвуковыми и сверхзвуковыми кромками, без и с отрывом потока от кромок [20].

В рамках модели невязкого течения в численном решении на кромках крыла возможно образование отрыва потока, определяемое как условиями, вытекающими из системы уравнений Эйлера, так и диссипативными свойствами применяемого численного метода. Области изменения параметров (θ , M , α), определяющие режим обтекания с отрывом, в случае численного решения (зависящего от метода расчета) и решения уравнений Эйлера не совпадают. Для их совпадения и построения решений с отрывом используется алгоритм его определения и построения [20]. Единственное требование, ограничивающее применение метода: режим должен оставаться сверхзвуковым, а течение – коническим. Учет отрыва на подъемную силу крыла при сверхзвуковых скоростях влияет достаточно слабо: увеличивает ее примерно на 3% (все различие течений относится только к подветренной стороне крыла, изменения давления на которой при учете отрыва невелики).

Использована декартова система координат, связанная с телом, и в начале счета варианта в поперечном сечении на полуразмахе тела (течения при наличии углов скольжения ниже не рассматриваются) расположено 1–2 ячейки, затем количество узлов увеличивается в соответствии с ростом поперечного сечения области возмущения. При больших значениях координаты X , направленной вдоль линии симметрии крыла, на полуразмахе пластины располагается 50–70 ячеек сетки.

Метод – маршевый аналог алгоритма [21], в котором впервые при сквозном счете предложен и использован популярный в настоящее время принцип TVD. Схема имеет первый порядок аппроксимации и ошибки, накопленные в интеграле давления при малых значениях X (при малом числе узлов на полуразмахе), суммируются и сохраняются, относительно уменьшаясь, и при больших X . Однако давление по поперечной коор-

динате сходится значительно быстрее. Учитывая, что точное решение задачи – коническое, получаем два различных вида интеграла давления: первый – у крыла как любого пространственного тела (трехмерное решение) и второй – построенный по распределению давления в конечном сечении, распространенном на все крыло с учетом априорно заданной коничности решения. Сравнение двух решений определяет области тех параметров задачи, где первый интеграл сходится при счете вдоль координаты X медленно и отличается от второго более чем на 3%. Это области малых чисел M ($M < 1.5$) и малых углов θ ($\theta < 10^\circ$).

В основном в анализе использованы характеристики, полученные с учетом коничности потока как более точные. Для пластин невязкая компонента тангенциальной силы равна нулю, а центр давления $X_L = 2/3 L$, где L – длина крыла. Неизвестной остается только нормальная сила с коэффициентом C_y (подъемная – с C_{ya}).

В качестве характерной площади используется площадь крыла с углом полураствора θ . В качестве параметра подобия выбирается величина $K = M\alpha$, где α – угол атаки [22, 23]. Тогда зависимость (1.1) примет вид

$$C_{ya}/\alpha^2 = f(K, \theta_a) \quad (3.1)$$

Где $\theta_a = \theta/\alpha$. Выбор значений α и C_{ya} вместо $\sin\alpha$ и C_y не носит принципиального характера, но его необходимо учитывать при анализе коэффициентов в предельных случаях.

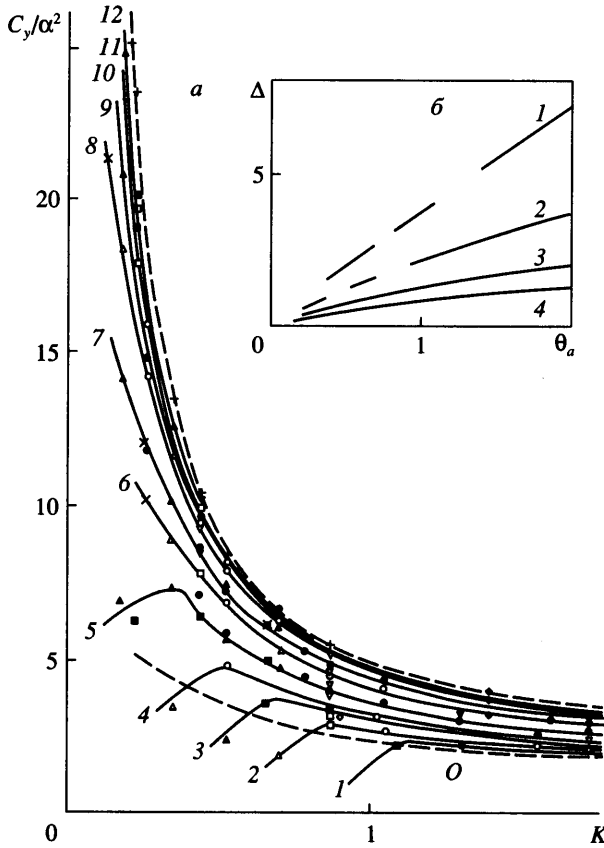
Если расширить класс исследуемых течений, например, рассматривая обтекание при наличии угла скольжения β , то в формуле (3.1) в скобке появится еще один параметр, за который удобно принять отношение β/α .

Расчеты проведены в диапазоне $0.02 \leq K \leq 4.18$. Представлены результаты только при $K \leq 1.8$, как наиболее интересные (фиг. 3, а). При возрастании величины K до значения 4 все кривые $\theta_a = \text{const}$ сжимаются в узкий жгут и стремятся к предельным гиперзвуковым значениям, не зависящим от числа M , как это и должно быть в соответствии с принципом Валландера [4, 23]. С уменьшением величины K поведение кривых более сложно и зависит от параметра θ_a .

С увеличением θ_a кривые сгущаются и стремятся к предельной штриховой кривой, соответствующей плоскому двумерному течению у пластины с углом $\theta = 90^\circ$ (течение Прандтля – Майера сверху и у клина снизу). Точками показаны взятые из таблиц значения при $\theta = 90^\circ$, $\alpha = 10^\circ$ и различных числах M . Предельное значение при $K \rightarrow \infty$ для этой кривой равно $k + 1 = 2.4$ и не зависит от числа M и угла α [4].

При значениях $\theta_a > 5$ так же, как и в случае $K > 2$, кривые на фиг. 3 располагаются уже так близко, что разброс точек у каждой кривой в ряде случаев оказывается близок к расстоянию между кривыми. В области $K > 0.6$ кривые $\theta_a = 6, 9$ не построены из-за этой близости. При $\theta_a \rightarrow 0$ получается течение у сужающейся треугольной пластины с дозвуковыми кромками, в котором влияние кромок на несущую способность возрастает, и, следовательно, подъемная сила падает. Угол атаки в численных результатах при малых θ_a ограничен условием присоединения ударной волны к вершине крыла и сверхзвуковым потоком в решении, поэтому при малых θ_a рассмотрены варианты с очень узкими крыльями, для которых низка сходимости решения при счете вдоль координаты X и понижена точность расчетов.

Для каждого значения θ_a с уменьшением K наступает момент, когда нарушается область применимости (1.1) параметра подобия, и кривая отходит вниз. При этом растет разброс отдельных точек, полоса, включающая точки при $\theta_a = \text{const}$, расширяется. При меньших значениях отношения отход происходит при больших значениях K . Для рассмотренного набора решений такой отход и соответственно границу области применимости при уменьшении K удалось получить для пяти значений θ_a . Отметим, что



Фиг. 3. Коэффициент подъемной силы треугольных пластин: (а) 0–12 – $\theta_a = 0, 0.2, 0.25, 0.3333, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6$ и для плоской пластины, точки 13–18 – $M = 1.5, 2, 2.5, 3, 5, 8$; (б) – $\Delta = C_{ya}/\alpha^2 - A(K)$ в (4.3) от θ_a : 1–4 – $K = 0.25, 0.5, 1, 1.5$

применение вместо K параметра Ван-Дайка $\tau(M^2 - 1)^{1/2}$ сужает область K , в которой подобие нарушено, но сохраняет все варианты, попавшие в эту область, т.е. переход на более сложную форму параметра не расширяет на меньшие числа M область применимости по числу вариантов.

В целом (кроме указанных частей кривых) параметр подобия K может использоваться во всей исследованной области течения, т.е. при $K \geq 0.15$. Что касается первого малого параметра $\tau = \alpha$, то он применим во всем рассмотренном диапазоне до угла $\alpha = 30^\circ$, т.е. значительно шире, чем по условию (1.1).

4. В [5] для острых длинных тел в предположениях

$$\operatorname{tg} \theta \ll 1, \quad M \sin \alpha > 1 \tag{4.1}$$

получены законы подобия, в которых коэффициент C_y выражается через параметры подобия $K_1 = M \sin \alpha$, $K_2 = \operatorname{tg} \theta / \operatorname{tg} \alpha$

$$C_y / \sin^2 \alpha = A(K_1) + K_2 B(K_1) \tag{4.2}$$

В исследуемом случае течения около тонких треугольных пластин параметры K_1 , K_2 можно записать в форме (3.1). Тогда (4.2) примет вид

$$C_{ya}/\alpha^2 = A(K) + \theta_a B(K) \quad (4.3)$$

$$\theta_a < 1, \quad K > 1$$

и можно рассмотреть соотношение (4.3) на основе фиг. 3, а.

И если параметр K оказался эффективным во всем диапазоне изменения параметров течения (кроме отбракованных вариантов), то с параметром K_2 дело обстоит сложнее. Вид функций фиг. 3,а соответствует закономерности (4.3), где один член зависит только от K , а другой – от K и θ_a . В [24] для крыльев уже были представлены значения $C_y/\sin^2\alpha = f(\operatorname{tg}\theta/\operatorname{tg}\alpha)$ и рассмотрены кривые $K = \operatorname{const}$. В переменных фиг. 3, а член $A(K)$ не зависит от θ_a . Для его построения проведем в ряде сечений $K = \operatorname{const}$ экстраполяцию величины C_{ya}/α^2 на значение $\theta_a = 0$ (расчет этих вариантов численно невозможен). Полученная таким образом кривая 0 может быть аппроксимирована аналитически. Величина второго члена Δ представлена на фиг. 3, б. В нем зависимость от θ_a по (4.3) должна быть линейной, но область линейности $\theta_a \leq 2$ при $K = 0.25$, и она уменьшается до $\theta_a \leq 0.4$ при $K = 1.5$. С ростом θ_a второй член выходит на постоянное значение, величина которого зависит, как и следует, от K и с ростом K убывает.

Таким образом, если по значению K_1 область, в которой работают параметры подобия Сычева, совпадает с областью действия параметра Цзяна-Хейса K , т.е. она при ряде значений θ_a шире исходных предположений теории, то по параметру θ_a эта область (линейности по θ_a) изменяется в зависимости от K и ограничена условием $\theta_a \sim 1$.

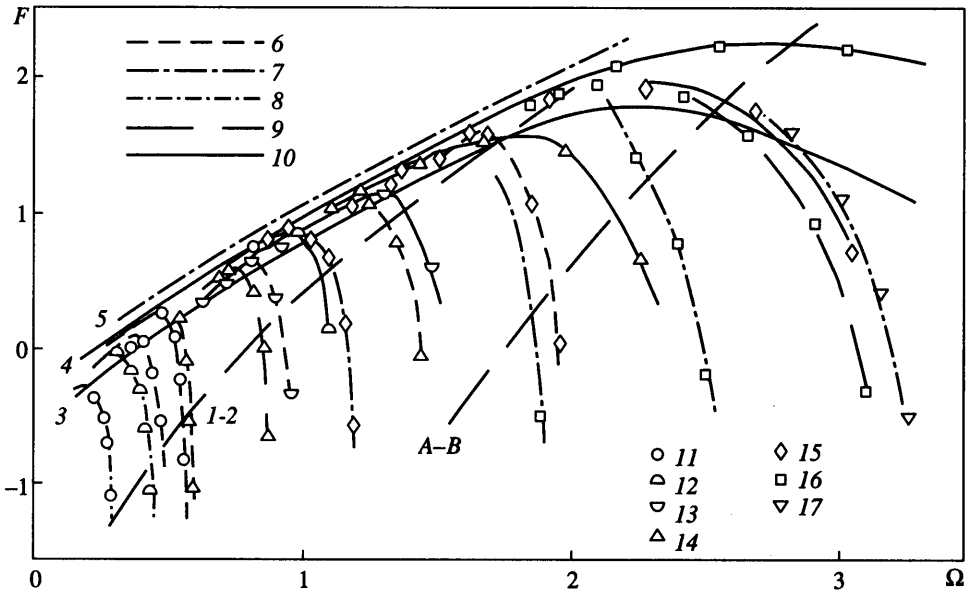
5. В теории гиперзвукового ударного слоя [25, 26] в качестве основного параметра, по которому проводится разложение, используется отношение плотностей $\sigma = \rho_\infty/\rho$ в ударной волне у двумерной пластины, имеющей тот же угол атаки, что и треугольное крыло. Обычно используется приближенное аналитическое значение отношения

$$\sigma = (\kappa - 1)(\kappa + 1)^{-1} + 2[(\kappa + 1)(M\sin\alpha)^2]^{-1} \quad (5.1)$$

Теория строится при условии $\sigma \ll 1$ и улучшается с уменьшением σ . Второй важный параметр – параметр Месситера $\Omega = \operatorname{ctg}\chi / (\operatorname{tg}\alpha \sqrt{\sigma})$ характеризует отношение полуразмаха крыла к размеру области возмущения, χ – угол стреловидности. Значение коэффициента нормальной силы определяется по теории Ньютона с дополнительным членом, коэффициент которого F зависит только от параметра Ω

$$C_y = 2\sin^2\alpha + 2(\kappa M^2)^{-1} + F(\Omega)\sigma\sin^2\alpha \quad (5.2)$$

Из оценок [26] следует, что значение $\Omega = 2$ в этой теории соответствует границе присоединения ударной волны к кромкам крыла (т.е. границе АВ из [15, 16, 19]), а из анализа [27] – что величина $\Omega = 0.5$ определяет положение линии отрыва потока с кромок пластины (соответствует границе 1–2 из [15, 16, 19]). Однако сопоставление с экспериментом заставило Сквайра сдвинуть эту границу примерно до $\Omega = 0.7$. По результатам представленных выше расчетов обе эти границы совсем не соответствуют постоянным величинам Ω и на фиг. 4, взятой из [24], даны в виде кривых А–В (присоединения волны) и 1–2 (образования отрыва). Кривые охватывают очень широкий диапазон изменения Ω , в этом смысле указанные выше значения теории слишком грубы. Кривыми, идущими снизу, изображены зависимости $F(\Omega)$, построенные для каждого крыла $\theta = \operatorname{const}$ при $M = \operatorname{const}$ при изменении α через 5° . Каждая кривая начинается при $\alpha = 5^\circ$, резко растет и затем отходит в сторону уменьшения Ω . При $\sigma < \sigma^* = 0.685$ все отходящие части этих кривых попадают в узкий, выделен-



Фиг. 4. Коэффициент F в формуле Месситера (5.2) для нормальной силы треугольных пластин по результатам расчетов: А-В – граница присоединения волны; 1-2 – граница образования отрыва на кромке; 3, 4 – границы коридора; 5 – середина коридора с учетом прироста из-за отрыва; 6-10 – $M = 2, 3, 4, 5, 8$, 11-17 – для пластин с $\theta = 5, 7.5, 10, 15, 20, 30, 45^\circ$. Точки внизу при $\alpha = 5^\circ$ и α растут через 5° вдоль кривой $M = \text{const}$

ный на фиг. 4 кривыми 3 и 4, коридор. Ширина его характеризует точность численных результатов и составляет около 3% значений C_y . В области $\Omega > 2$, где теория [26] несправедлива, коридор численных результатов резко расширяется. Удобно выбрать в качестве коэффициента $F(\Omega)$ средние по ширине коридора значения. Поскольку весь диапазон изменения Ω попадает в область обтекания с отрывом от кромок (коридор лежит выше линии 1-2), а график построен по результатам, в которых не вводился алгоритм отрыва [20], для его учета в коэффициент $F(\Omega)$ введена 3%-ная добавка, см. пункт 3. С ее учетом середина коридора смещается вверх. Ее положение показано кривой 5, проходящей над верхней границей коридора. Эта кривая аппроксимируется простой зависимостью

$$F(\Omega) = -0.485 + 1.63\Omega - 0.206\Omega^2, \quad \sigma < \sigma^*, \quad 0.2 \leq \Omega \leq 2.0 \quad (5.3)$$

По оценкам, пользуясь этой зависимостью, можно получить значения C_y с точностью не ниже 1.5% от результатов расчетов. Часто в формуле (5.2) второй член справа мал по сравнению с другими и тогда формула принимает более простой вид [28] $C_y \sin^2 \alpha = 2.0 + F(\Omega)\sigma$. Здесь последний член определяет отличия от коэффициента Ньютона.

Сравнение коэффициентов нормальной силы в параметрах Ω и F с другими расчетными и экспериментальными результатами представлено в [25] и свидетельствует о хорошем соответствии расчетных результатов при оценке силовых характеристик. Экспериментальные результаты располагаются обычно ниже расчетных на 3-10%.

Таким образом, даже при достаточно больших значениях σ ($\sigma \approx 0.7$), где разложение в ряд по σ должно сходиться медленно, значения C_y оказываются близкими к середине огибающего коридора и могут определяться с помощью параметра Ω с точностью в 1.5%. И параметр σ имеет более широкую область применимости, чем следует из условия $\sigma \ll 1$.

6. Теория тонкого тела с учетом сходящихся с кромок тангенциальных разрывов является разделом линейной теории. Пределы ее применимости определяются параметрами $\alpha\beta$ и $\beta\lambda$. Здесь α – как и выше, угол атаки, $\beta = (M^2 - 1)^{1/2}$, $\lambda = 4 \operatorname{ctg} \chi$ – удлинение крыла. Предполагается, что теория справедлива при $\alpha\beta \ll 1$, $\beta\lambda \ll 1$, $\alpha/\beta \ll 1$.

В формуле для коэффициента подъемной силы с учетом отрыва первый член соответствует линейной теории. Дополнительный член пропорционален $\alpha^{5/3}$. В простейшем подходе Брауна и Микаэла этот член получен в аналитической форме $C_{ya\text{lm}} = \pi\lambda\alpha/2 + \pi\lambda^{1/3}\alpha^{5/3}$.

Область применимости этой формулы по оценкам на основании численных расчетов располагается вдоль осей $\alpha\beta$ и $\beta\lambda$. Кривые постоянных значений погрешности теории $\Delta(\beta\lambda, \alpha\beta)$ располагаются (см. [24]) вдоль этих осей. С повышением точности кривые приближаются к осям. При этом в большей степени к оси $\beta\lambda$, так что при заданном значении $\Delta \leq \operatorname{const}$ с ростом α диапазон изменения λ значительно шире, чем диапазон изменения α при росте λ .

7. Рассмотрим симметричное течение совершенного или равновесно-диссоциированного газа около тупых тел. Такое течение определяется тремя условиями в набегающем потоке. В качестве этих условий возьмем отношение плотностей в прямой ударной волне $\sigma = \rho_\infty/\rho_1$, число M набегающего потока и давление за прямой волной $P = P_1/(\rho_\infty V_{\max}^2)$. В случае течения совершенного газа значение σ рассчитывается по соотношению (5.1), где $\sin \alpha = 1$, а давление $P = (\kappa - 1)[2\kappa(\kappa + 1)]^{-1}\{[2\kappa M^2 - (\kappa - 1)][1 + (\kappa - 1)M^2/2]^{-1}\}$.

Число определяющих параметров можно сократить до двух [29]: σ и M . При переходе в диапазон гиперзвуковых скоростей критерии подобия, на которых основаны формулы аппроксимации, должны удовлетворять законам гиперзвуковых течений. Влияние параметров σ и M можно разделить, если учесть, что при очень больших скоростях справедлив принцип гиперзвуковой стабилизации. Это разделение позволяет построить критерии подобия, в которых главные члены являются функциями только отношения σ и определяются на основе теории гиперзвуковых скоростей. А при уменьшении числа M вводятся дополнительные члены, полученные при обработке численных результатов. Формулы должны гарантировать заданную точность и быть удобными для практического использования.

Рассмотрим обтекание эллипсоида с осью вращения, направленной вдоль вектора набегающего потока, и эллиптического цилиндра, одна из осей образующего эллипса которого направлена вдоль этого вектора. Полуось, направленную поперек потока, примем за единицу, а направленную вдоль – обозначим через a . Расчеты проведены методом [30, 31], использующим улучшенную схему известного метода Моретти – Аббета, результаты представлены в [32–36]. Для получения формул в параметрах подобия рассмотрены следующие функции течения: отход волны на оси симметрии от тела ϵ , градиент скорости в критической точке $V_{\max}^{-1} du/d\theta$ (θ – длина дуги), расстояния от оси симметрии до звуковых точек на теле r_b и ударной волне – r_w и коэффициент сопротивления тела до миделевого сечения C_x , отнесенный к площади миделя.

Полуэмпирические параметры, основанные на теории гиперзвуковых скоростей, имеют вид

$$\begin{aligned} N_1 &= \sigma + 0.07M^{-2}, & N_2 &= [2\sigma(\sigma + 2P_1)]^{1/2} - (M^2 - 0.25)^{-1} \\ N_3 &= \sigma + 0.1M^{-1}, & N_4 &= b(1 + 0.67b), & b &= (1 + \epsilon)\sin(\sigma)^{1/2} \\ N_5 &= \sigma - 0.12M^{-2} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Эти параметры при обтекании сферической поверхности совершенным газом в диапазоне изменения числа Маха $1.5 \leq M \leq 1000$ и отношения теплоемкостей $1.05 \leq \kappa \leq 1.667$ дают для аппроксимации формулы

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= N_1(0.76 + 1.05N_1^2), \quad V_{\max}^{-1}(\partial u/\partial \theta)_s = 0.88N_2(1 - 0.15N_2) \\ r_{bs} &= 0.554 + N_3(0.6 - 0.366N_3), \quad r_{ws} = 1.05N_4 \\ C_{xs} &= 1.056 - 0.75N_5 - 0.0016(N_5^2 + 0.011)^{-1} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Точность этих формул в процентах составляет соответственно 4.5, 7, 0.8, 6.6 ($M \geq 2$), 2.2. Для построения формулы скорости на сфере допустим, что наряду с числом M (эмпирическая поправка) на скорость влияют через параметр σ центробежные силы (поправка Буземана на давление $\Delta P = \rho u^2/a$). Продифференцировав интеграл Бернулли и считая плотность постоянной, получим прибавку для приращения скорости из-за центробежных сил

$$u(\theta) = (\partial u/\partial \theta)_s \theta [1 + \theta^2(0.01706 + 0.1757M^{-2} - 1.025\sigma(1 + 2\sigma)^{-1})]$$

Точность формулы 5% при $\kappa < 1.2$ и 1.8% при $1.2 \leq \kappa \leq 1.66$. В случае эллипсоида при тех же параметрах (7.1) получаем

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_s - N_1[0.42 + 0.262(a - 2.0) - 0.18(a - 2.0)^2] + \beta \\ \beta &= 0.17 - 0.38a + 0.29a^2, \quad a < 0.6; \quad \beta = 0, \quad 0.6 \leq a \leq 2 \\ V_{\max}^{-1}(\partial u/\partial \theta)_s &= (0.188 + 0.692a)N_2(1 - 0.15N_2) \\ r_b &= 1 + a(0.35 - 0.0125a^2)(N_3 - 1.2) \\ r_w &= 1.05N_4 - 0.38(a - 1) + 0.017(a^3 - 1), \quad M \geq 2 \\ C_x &= C_{xs} - [1 - 0.44(N_5 - 0.1) - 0.72(N_5 - 0.1)^2](a - 1) + 0.21(a^2 - 1) \end{aligned} \quad (7.3)$$

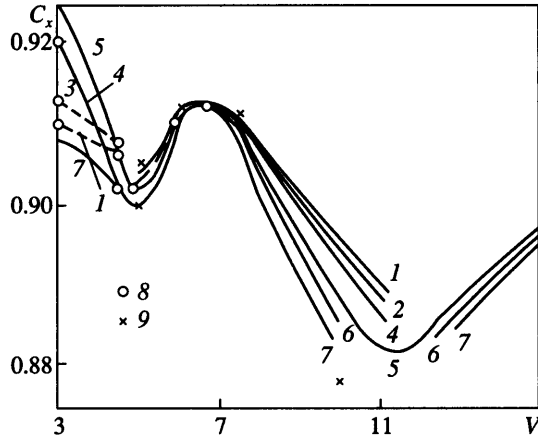
Точность этих формул в процентах составляет соответственно 5 ($a \geq 0.333$), 3.5 ($0.6 \leq N_2 \leq 0.8$), 2 ($0.1 \leq N_3 \leq 0.5$), 3 ($0.4 \leq N_4 \leq 0.8$), 1.5 – 5, более подробно см. [35].

Аналогичным образом практически с теми же самыми параметрами получаются формулы и в случае плоских течений у кругового и эллиптического цилиндров [33, 34].

В случае равновесного обтекания тупого тела в его передней части поток можно моделировать, используя модель совершенного газа с некоторым эффективным постоянным показателем адиабаты [29], вычисляемым по заданным значениям σ и M . Здесь, конечно, величина σ определяется уже с учетом возможной диссоциации во фронте прямой ударной волны, а не по формуле (5.1) и требует применения специальных программ расчета термодинамики. Описанные выше аппроксимации для течений совершенного газа справедливы и в этом случае [36]. Но нужно отметить некоторые особенности.

Во-первых, диапазон изменения величины σ в равновесном течении мал по сравнению с совершенным газом, поэтому формулы (7.2), (7.3) могут быть существенно уточнены без изменения параметров подобия.

Во-вторых, в поле течения помимо волны, в которой проходит процесс частичной диссоциации газа, в сжатом слое присутствуют еще некоторые области диссоциации. В случае течения воздуха таких областей две: диссоциации кислорода и азота (об-



Фиг. 5. Нелинейность C_x полусферы в атмосфере Земли при диссоциации кислорода и азота в зависимости от скорости V км/с: 1-7 – $H = 0, 10, 15, 20, 30, 45, 57, 60$ км; точки 8, 9 – по [37, 38]

ласть ионизации не рассматривается). Поэтому на всех зависимостях параметров течения от условий набегающего потока (например, при скоростях в диапазоне 3–12 км/с) в большей или меньшей мере выявляется колебательный характер поведения функций [36]. Для интегральных характеристик, таких как коэффициент сопротивления полусферы, немонотонность выражена слабее, чем для локальных, но она есть (фиг. 5). Суммарная погрешность расчетов C_x , приведенных на фиг. 5, не превосходит 0.2%, поэтому представленный график вполне достоверен, см. сравнение с данными [37, 38]. Но правильно вычисленное отношение σ учитывает только диссоциацию в волне, колебания σ выражены слабее, чем, например, колебания величины $\sigma_0 = \rho_\infty / \rho_0$, где ρ_0 – плотность в критической точке. Поэтому для более точного учета этих колебаний при применении формул для совершенного газа целесообразно вместо величины σ ввести σ_0 , если есть возможность определить ее интегрированием вдоль критической линии тока.

Описанные формулы можно использовать и в случаях неравновесного обтекания, если определить параметр σ как интегральную характеристику ударного слоя на оси (в плоскости) симметрии течения [23].

Итак, описанные формулы позволяют оценивать параметры течения у тупых тел не только в совершенном газе, для этого необходима программа расчета, по крайней мере, параметров за прямой ударной волной и вдоль линии тока до критической точки с учетом физико-химических превращений.

Заключение. Аппроксимационные зависимости, обобщающие результаты массовых численных расчетов, удобно строить с заданной точностью на основе предельных решений теории и параметров подобия. В сверхзвуковой аэродинамике гиперзвуковые нелинейные предельные решения и параметры подобия (в отличие от параметров линейной теории) имеют обычно область применимости более широкую, чем исходные ограничения, принятые в теории при выводе этих параметров. Границы применимости параметров легко определяются при практическом построении зависимостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Гостехиздат, 1957. 375 с.

2. Tsien H.S. Similarity laws of hypersonic flows // Math. Phys. 1946. V. 25. № 3. P. 247–251.
3. Hayes W.D. On hypersonic similitude // Quart. Appl. Math. 1947. V. 5. № 1. P. 105–106.
4. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
5. Сычев В.В. Пространственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 2. С. 205–215.
6. Кузнецов В.М., Минайло А.Н., Чернов С.В. Статистический метод исследования коллективного движения тел в атмосфере // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2001. Т. 41. № 4. С. 662–672.
7. Минайло А.Н., Чернов С.В. Сверхзвуковая аэродинамика длинных тел вращения // Теория и конструкция двигателей летательных аппаратов: Тр. 18-х науч. чтений, посвященных памяти выдающихся ученых – пионеров освоения космического пространства. М.: Фазис, 1994. С. 39, 40.
8. Кузнецов В.М., Минайло А.Н., Чернов С.В. Некоторые особенности высокоскоростного движения тел в среде с сопротивлением // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 2. С. 188–198.
9. Каримуллин И.Г., Кожевников Г.Л., Петров К.П., Шлягун А.Н. Аэродинамические характеристики тел вращения // Обзор по материалам иностранной печати за 1951–1968 гг. БНТИ ЦАГИ, 1970. № 321. 233 с.
10. Esch H. Missile Aerodynamics. Bodies. AGARD-LS-98. 1979. P. 4–1–4–29.
11. Бабаев Д.А., Поздоровкин Л.А. Исследование аэродинамических характеристик корпусов ракет, образованных головным конусом и цилиндрической частью. М.: ЦАГИ. Тех. отчеты, 1960. 26 с.
12. Коваленко В.В., Минайло А.Н. Расчет невязкого сверхзвукового течения около комбинации крыло – фюзеляж // Тр. ЦАГИ. 1984. Вып. 2251. 28 с.
13. Коваленко В.В., Кравицов А.Н. Метод расчета обтекания интерферирующих тел при сверхзвуковых скоростях // Учен. зап. ЦАГИ. 1987. Т. 18. № 3. С. 31–38.
14. Аэромеханика сверхзвукового обтекания тел вращения степенной формы / Под ред. Г.Л. Гродзовского. М.: Машиностроение, 1975. 183 с.
15. Косых А.П., Минайло А.Н. Расчет сверхзвукового течения у несущих тел и крыльев методом сквозного счета // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1809. 34 с.
16. Косых А.П., Минайло А.Н. Аэродинамические характеристики крыльев простейших форм на сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1891. 36 с.
17. Минайло А.Н. Аэродинамические характеристики треугольных пластин с дозвуковыми кромками, полученные на основе полных и линеаризованных уравнений Эйлера // Учен. зап. ЦАГИ. 1980. Т. 11. № 2. С. 19–26.
18. Черный Г.Г. Крыло под большим углом атаки в сверх- и гиперзвуковом потоке // Fluid Dynamics Transactions. Warszawa. PWN. 1965. V. 3. P. 485–492.
19. Минайло А.Н. О режимах сверхзвукового обтекания тонких крыльев // Учен. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 4. С. 10–17.
20. Минайло А.Н. Расчет сверхзвукового обтекания крыльев с учетом сходящих с кромки тангенциальных разрывов в рамках модели, использующей систему уравнений Эйлера // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 1. С. 78–89.
21. Колган В.П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.
22. Булах Б.М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970. 343 с.
23. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 328 с.
24. Минайло А.Н. Подobie аэродинамических характеристик треугольных крыльев при сверхзвуковых скоростях // Учен. зап. ЦАГИ. 1979. Т. 10. № 3. С. 16–26.
25. Cole J.D., Brainerd J.J. Slender wings at high angles of attack in hypersonic flow // ARS Paper. 1961. № 1981–61. 8 p.
26. Messiter A.F. Lift of slender delta wings according to Newtonian theory // AIAA J. 1963. V. 1. № 4. P. 794–802.
27. Squire L.C. Flow regimes over delta wings at supersonic and hypersonic speeds // Aeronaut. Quart. 1976. V. 27. № 1. P. 1–14.
28. Швец А.И. Сверхзвуковые летательные аппараты. М.: Изд-во МГУ, 1989. 240 с.
29. Лебедев М.Г., Миносцев В.Б., Теленин Г.Ф., Тиняков Г.П. Приближенный метод учета влияния реальности газа при гиперзвуковом обтекании сегментальных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 2. С. 107–111.

30. *Косых А.П., Минайлос А.Н.* О явных схемах метода установления в задаче сверхзвукового обтекания затупленного тела // *Ж. вычисл. математики и мат. физики.* 1970. Т. 10. № 2. С. 514–520.
31. *Минайлос А.Н.* Явная конечно-разностная схема для решения задачи обтекания методом установления // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1972. Т. 3. № 6. С. 119–124.
32. *Базжин А.П., Благосклонов В.И., Минайлос А.Н., Пирогова С.В.* Обтекание сферы сверхзвуковым потоком газа // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1971. Т. 2. № 3. С. 95–101.
33. *Благосклонов В.И., Минайлос А.Н.* Обтекание кругового цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1972. Т. 3. № 2. С. 130–134.
34. *Минайлос А.Н.* Симметричное обтекание эллиптического цилиндра сверхзвуковым потоком // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1973. Т. 4. № 1. С. 77–83.
35. *Минайлос А.Н.* Параметры подобия и аппроксимационные зависимости осесимметричного сверхзвукового течения у эллипсоидов // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1973. № 3. С. 176–180.
36. *Косых А.П., Минайлос А.Н.* Обтекание сферической поверхности сверхзвуковым потоком равновесно-диссоциирующего воздуха // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1971. Т. 2. № 5. С. 9–16.
37. *Любимов А.Н., Русанов В.В.* Течения газа около тупых тел. М.: Наука, 1970. Ч. 1. 287 с. Ч. 2. 379 с.
38. *Лунев В.В., Магомедов К.М., Павлов В.Г.* Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М.: ВЦ АН СССР. 1968. 203 с.

Москва

Поступила в редакцию
11. V. 2004