

УДК 532.546: 536.421

© 2005 г. Л. А. НАСЫРОВА, И. Р. РАХМАТУЛЛИН, В. Ш. ШАГАПОВ

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ПОЛЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ИНЖЕКЦИИ ПЕРЕГРЕТОГО ПАРА

Рассмотрены плоско-одномерная и радиально-симметричная задачи об инжекции перегретого пара в пористую среду, насыщенную газом. Полагая, что при этом в пористой среде образуются четыре зоны, а именно зоны фильтрации газа, перегретого и влажного пара, а также водяной пробки, образованной за счет конденсации пара, построены автомодельные решения. На основе полученных решений изучены влияния граничного давления, массового расхода и температуры закачиваемого перегретого пара, а также начального состояния пористой среды на особенности распространения гидродинамических и тепловых полей в пористой среде.

*Ключевые слова:* фильтрация, перегретый пар, вода, газ, теплоперенос, фазовые переходы.

Тепловые методы разработки нефтяных месторождений являются одним из основных способов добычи высоковязкой битумной нефти [1]. Эти методы воздействия на пористую среду основаны на резком снижении вязкости нефти при нагреве, что позволяет увеличить подвижность флюида. С помощью закачки пара можно очистить коллекторы от склеротических бляшек, образовавшихся за счет отложений твердой фазы (парафинов, газогидратов и льдинок, например) на стенки пористой среды [2–4]. Наиболее экологически чистым и эффективным теплоносителем является водяной пар. Последнее связано с тем, что закачиваемый пар конденсируется и поэтому его теплосодержание (энтальпия) в десятки раз выше, чем у обычного нагретого газа. Здесь рассмотрены задачи об инжекции перегретого пара в пористую среду, когда тепловые затраты на разрушение склеротических бляшек ничтожно мало.

**1. Основные уравнения.** Для описания процессов фильтрации и тепло-массопереноса при закачивании перегретого пара в пористую среду, насыщенную газом, примем следующие допущения. Будем полагать, что скелет пористой среды несжимаем и неподвижен, пористость постоянна. При инжекции перегретого пара в пористой среде образуется четыре зоны. Первая – зона, примыкающая к границе закачивания пара, в которой фильтруется перегретый пар. Вторая – зона фильтрации насыщенного пара. Третья – водонасыщенная, разделяющая зону фильтрации газа, насыщающего пористую среду в исходном состоянии и зону насыщенного пара. Четвертая – дальняя зона, в которой фильтруется исходный газ. Эффектами, связанными с фазовыми переходами в самом скелете пористой среды, будем пренебрегать.

В рамках принятых допущений запишем уравнения сохранения масс

$$\frac{\partial(m\rho_i)}{\partial t} + r^{-n} \frac{\partial(r^{-n} \rho_i m v_i)}{\partial r} = 0, \quad (i = v, lv, l, g) \quad (1.1)$$

где  $m$ ,  $\rho_i$  и  $v_i$  – пористость, плотность фаз и скорость фаз. Значения  $n = 0$  и  $n = 1$  соответствуют плоской и радиальной задачам. Нижние индексы  $v, lv, l, g, s$  относятся соответственно к перегретому пару, насыщенному пару, воде, газу и пористому скелету.

Для фильтрации флюидов примем закон Дарси

$$mv_i = -\frac{k}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (i = v, lv, l, g) \quad (1.2)$$

где  $p$ ,  $k$  и  $\mu_i$  – давление, коэффициент абсолютной проницаемости и динамическая вязкость фаз.

Уравнение притока тепла в однотемпературном приближении, пренебрегая слагаемыми, связанными с баротермическим эффектом, в зоне фильтрации перегретого пара, воды и газа запишем в виде [5, 6]

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_j c_j m v_j \frac{\partial T}{\partial r} = r^{-n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1.3)$$

$$\rho c = m \rho_j c_j + (1 - m) \rho_s c_s, \quad \lambda = m \lambda_j + (1 - m) \lambda_s \quad (j = v, l, g)$$

В зоне фильтрации насыщенного пара

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_{lv} c_{lv} m v_{lv} \frac{\partial T}{\partial r} = r^{-n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + m \rho_{lv} l \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + v_{lv} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (1.4)$$

$$\rho c = m \rho_{lv} c_{lv} + (1 - m) \rho_s c_s, \quad c_{lv} = c_l \phi + c_v (1 - \phi), \quad \lambda = m \lambda_{lv} + (1 - m) \lambda_s$$

Здесь  $T$ ,  $\rho_{lv}$ ,  $\phi$  – температура, средняя плотность насыщенного пара, массовое содержание воды в паре,  $\rho c$  – удельно-объемная теплоемкость системы “пористая среда–пар, вода или газ”,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности системы “пористая среда–пар, вода или газ”,  $c_j$ ,  $\lambda_j$  ( $j = v, l, g$ ) – удельная теплоемкость фаз и коэффициент теплопроводности фаз,  $l$  – удельная теплота фазового перехода. Поскольку в значения  $\rho c$  и  $\lambda$  основной вклад вносят параметры скелета пористой среды, то во всей зоне фильтрации (в зоне фильтрации пара, воды и газа) будем полагать их значения постоянными ( $\rho c \approx \rho_s c_s = \text{const}$ ,  $\lambda \approx \lambda_s = \text{const}$ ). Последнее слагаемое в (1.4) соответствует тепловому эффекту фазовых переходов в зоне фильтрации насыщенного пара.

Для средней плотности насыщенного пара можем записать

$$\frac{1}{\rho_{lv}} = \frac{\phi}{\rho_l} + \frac{(1 - \phi)}{\rho_v} \quad (1.5)$$

где  $\rho_v$  и  $\rho_l$  – плотности пара и воды в капельках. Для пара и газа примем уравнение Менделеева – Клапейрона, а воду будем считать несжимаемой

$$\rho_j = \frac{p}{R_j T}, \quad (j = v, g), \quad \rho_l = \text{const} \quad (1.6)$$

где  $R_j$  – приведенная газовая постоянная. Процесс фильтрации насыщенного пара происходит в равновесном режиме (скорости, температуры капелек и пара одинаковы и в зоне фильтрации насыщенного пара выполняется уравнение Клапейрона – Клаузиуса). Для зависимости, связывающей текущую температуру с давлением, примем выражение [7]

$$T = T_{(s)}(p) = T_* \ln^{-1}(p_*/p) \quad (1.7)$$

где  $T_*$  и  $p_*$  – эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных для зависимости температуры насыщения от давления.

Приведенные выше уравнения дополним соотношениями на границе насыщения ( $r = r_{(e)}$ ), где наступает точка росы, между зонами фильтрации перегретого и насы-

щенного пара, следующими из условия непрерывности давления и температуры, а также из равенства тепловых и гидродинамических потоков на этой границе

$$p^+ = p^- = p_{(e)}, \quad T^+ = T^- = T_{(e)}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(e)}^+ = \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(e)}^-, \quad \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(e)}^+ = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(e)}^- \quad (1.8)$$

Здесь и далее знаки "+" и "-" соответствуют тепловым потокам перед и за границей. Поскольку в зоне фильтрации влажного пара температура и давление однозначно связаны выражением (1.7), то имеет место следующее соотношение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(e)}^- = T'_{(s)}(p_{(e)}) \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(e)}^-, \quad \left(T'_{(s)}(p_{(e)}) = \frac{T_{(s)}(p_{(e)})}{p_{(e)} \ln(p_*/p_{(e)})}\right) \quad (1.9)$$

Запишем соотношения на границе фазового перехода ( $r = r_{(s)}$ ) между зонами фильтрации насыщенного пара и воды, следующими из закона сохранения массы и условия теплового баланса

$$m\rho_{lv(s)}(v_{lv(s)} - \dot{r}_{(s)}) = m\rho_{l(s)}(v_{l(s)} - \dot{r}_{(s)}) \quad (1.10)$$

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(s)}^+ - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(s)}^- = -m\rho_{l(s)}l(1 - \Phi_{(s)})(v_{l(s)} - \dot{r}_{(s)}), \quad \left(\dot{r}_{(s)} = \frac{dr_{(s)}}{dt}\right) \quad (1.11)$$

Здесь и в дальнейшем нижний индекс "(s)" соответствует значениям параметров на границе фазовых переходов.

Введем ещё контактную границу ( $r = r_{(m)}$ ) между зонами фильтрации воды и газа. Условия равенства скоростей движения воды, газа и соотношение для самой границы, а также условия равенства температур и тепловых потоков имеют вид

$$mv_l = mv_g = m\dot{r}_{(m)}, \quad \left(\dot{r}_{(m)} = \frac{dr_{(m)}}{dt}\right) \quad (1.12)$$

$$T^+ = T^- = T_{(m)}, \quad \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(m)}^+ = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(m)}^-$$

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим плоско-одномерную и радиально-симметричную задачи об инъекции перегретого пара в пористую среду с температурой  $T_e$ . Пусть в исходном состоянии пористая среда насыщена газом и находится при давлении  $p_0$  и температуре  $T_0$ . Нагнетание перегретого пара осуществляется, начиная с момента времени  $t = 0$ , при постоянном значении давления  $p_e$  на границе ( $n = 0$ ) или с постоянным массовым расходом  $q$  ( $n = 1$ ). Отмеченные выше замечания позволяют записать начальные и граничные условия в виде

$$n = 0: p = p_0, \quad T = T_0, \quad (r > 0, t = 0), \quad p = p_e, \quad T = T_e, \quad (r = 0, t > 0) \quad (2.1)$$

$$n = 1: p = p_0, \quad T = T_0, \quad (r > 0, t = 0)$$

$$-2\pi r_c \rho_v \left(\frac{k}{\mu_v} \frac{\partial p}{\partial r}\right)_r = q, \quad T = T_e, \quad (r_c \rightarrow 0, t > 0) \quad (2.2)$$

В рамках принятой выше системы уравнений эта задача автомодельна. Введем безразмерное давление, температуру и автомодельную переменную

$$P = \frac{p}{p_0}, \quad \theta = \frac{T}{T_0}, \quad \xi = \frac{r}{2\sqrt{k^{(T)}t}}, \quad k^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (2.3)$$

где  $k^{(T)}$  – коэффициент температуропроводности системы.

Тогда уравнения (1.1) и (1.3) после некоторых преобразований с использованием метода линеаризации Лейбензона [8] в зоне фильтрации перегретого пара можно записать в виде

$$\xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP^2}{d\xi} \right) = -2 \frac{\xi}{\eta_v} \frac{dP}{d\xi}$$

$$\xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -2\xi \frac{d\theta}{d\xi} - \text{Pe}_v \frac{dP^2}{d\xi} \frac{d\theta}{d\xi}, \quad (0 \leq \xi \leq \xi_{(e)}) \quad (2.4)$$

$$\text{Pe}_v = \frac{1}{2} m \rho_v^* c_v^* \eta_v, \quad \rho_v^* = \frac{\rho_{v0}}{\rho}, \quad \rho_{v0} = \frac{p_0}{R_v T_0}, \quad c_v^* = \frac{c_v}{c}, \quad \eta_v = \frac{k_v^{(p)}}{k^{(T)}}, \quad k_v^{(p)} = \frac{p_0 k}{m \mu_v}$$

В зоне фильтрации насыщенного пара из уравнений (1.1) и (1.4) получим

$$\begin{aligned} & -2\xi \frac{d\varphi}{d\xi} - \eta_{lv} \frac{dP}{d\xi} \frac{d\varphi}{d\xi} = \\ & = (1 - \varphi) \left[ \frac{\eta_{lv}}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{\eta_{lv}}{P} \left( 1 - \frac{1}{\ln(P_*/P)} \right) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 + \frac{2\xi}{P} \left( 1 - \frac{1}{\ln(P_*/P)} \right) \frac{dP}{d\xi} \right] \\ & - 2\xi \frac{dP}{d\xi} - \text{Pe}_{lv} \frac{P}{(1 - \varphi)\theta_{(s)}(P)} \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 = \\ & = \frac{1}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{1}{P} \left( \frac{2}{\ln(P_*/P)} - 1 \right) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 - \\ & - \frac{m \rho_v^*}{\text{Ja}} \frac{P}{(1 - \varphi)\theta'_{(s)}(P)\theta_{(s)}(P)} \left( 2\xi \frac{d\varphi}{d\xi} + \eta_{lv} \frac{dP}{d\xi} \frac{d\varphi}{d\xi} \right), \quad (\xi_{(e)} \leq \xi \leq \xi_{(s)}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\theta_{(s)}(P) = \theta_* \ln^{-1} \frac{P_*}{P}, \quad \theta'_{(s)}(P) = \frac{\theta_{(s)}(P)}{P \ln(P_*/P)}, \quad \text{Ja} = \frac{c T_0}{l}$$

$$\text{Pe}_{lv} = m \rho_v^* c_{lv}^* \eta_{lv}, \quad c_{lv}^* = \frac{c_{lv}}{c}, \quad \eta_{lv} = \frac{k_{lv}^{(p)}}{k^{(T)}}, \quad k_{lv}^{(p)} = \frac{p_0 k}{m \mu_{lv}}$$

Систему уравнений (2.5) после несложных преобразований приведем к виду

$$\begin{aligned} \xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP}{d\xi} \right) & = \left[ \left( \frac{m \rho_v^*}{\text{Ja}} \frac{2\xi}{\theta_{(s)}(P)\theta'_{(s)}(P)} \left( \frac{1}{\ln(P_*/P)} - 1 \right) - 2\xi \right) \frac{dP}{d\xi} + \left( \frac{1}{P} - \frac{2}{P \ln(P_*/P)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{m \rho_v^*}{\text{Ja}} \frac{\eta_{lv}}{\theta_{(s)}(P)\theta'_{(s)}(P)} \left( \frac{1}{\ln(P_*/P)} - 1 \right) - \frac{\text{Pe}_{lv} P}{(1 - \varphi)\theta_{(s)}(P)} \right) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 \right] \left( 1 + \frac{m \rho_v^*}{\text{Ja}} \frac{\eta_{lv} P}{\theta_{(s)}(P)\theta'_{(s)}(P)} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\xi} & = (1 - \varphi) \left[ \frac{2\xi}{P} \left( \frac{1}{\ln(P_*/P)} - 1 \right) \frac{dP}{d\xi} + \right. \\ & \left. + \frac{\eta_{lv}}{P} \left( \frac{1}{\ln(P_*/P)} - 1 \right) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 - \frac{\eta_{lv}}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP}{d\xi} \right) \right] \left( 2\xi + \eta_{lv} \frac{dP}{d\xi} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Из уравнений (1.1) и (1.3) после аналогичных преобразований в зоне фильтрации воды имеем

$$\xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{dP}{d\xi} \right) = 0$$

$$\xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -2\xi \frac{d\theta}{d\xi} - \text{Pe}_l \frac{dP d\theta}{d\xi d\xi}, \quad (\xi_{(s)} \leq \xi \leq \xi_{(m)}) \quad (2.7)$$

$$\text{Pe}_l = m\rho_l^* c_l^* \eta_l, \quad \eta_l = \frac{k_l^{(p)}}{k^{(T)}}, \quad k_l^{(p)} = \frac{p_0 k}{m\mu_l}, \quad \rho_l^* = \frac{\rho_l}{\rho}, \quad c_l^* = \frac{c_l}{c}$$

Фильтрация газа идет при поршневом режиме вытеснения водой. Поскольку вязкость газа обычно более чем на порядок ниже, чем вязкость воды ( $\mu_g \ll \mu_l$ ), то, как следует из закона Дарси, градиент давления (и тем самым перепад давления) в зоне фильтрации газа будет значительно ниже, чем в зоне фильтрации воды. Поэтому в дальнейшем в зоне фильтрации газа давление  $p$  будем полагать постоянным и равным начальному давлению  $p_0$  ( $p = p_0$  или  $P = 1$ ). В общем случае аналогичное утверждение неверно для зоны фильтрации пара, хотя динамическая вязкость пара также значительно ниже, чем для воды. Это связано с тем, что граница ( $r = r_{(s)}$ ) не является контактной границей. Следовательно, из-за фазовых переходов на этой границе и значительного различия плотностей пара и жидкости их линейные скорости могут сильно отличаться.

Тогда в зоне фильтрации газа имеем

$$P = 1, \quad \xi^{-n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -2\xi \frac{d\theta}{d\xi} + 2\beta \xi_{(m)} \frac{d\theta}{d\xi}, \quad (\xi_{(m)} \leq \xi \leq \infty) \quad (2.8)$$

$$\beta = m\rho_g^* c_g^*, \quad \rho_g^* = \frac{\rho_g}{\rho}, \quad c_g^* = \frac{c_g}{c}$$

Здесь и выше приведены величины  $\xi_{(e)}$ ,  $\xi_{(s)}$  и  $\xi_{(m)}$  – автомодельные координаты границ, определяемые выражениями

$$\xi_{(e)} = \frac{r_{(e)}}{2\sqrt{k^{(T)}_t}}, \quad \xi_{(s)} = \frac{r_{(s)}}{2\sqrt{k^{(T)}_t}}, \quad \xi_{(m)} = \frac{r_{(m)}}{2\sqrt{k^{(T)}_t}}$$

Условие (1.9) на границе  $\xi = \xi_{(e)}$  в безразмерных переменных имеет вид

$$\left( \frac{d\theta}{d\xi} \right)_{(e)}^- = \theta'_{(s)}(P_{(e)}) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(e)}^- \quad (2.9)$$

Из условий (1.10) и (1.11) с учетом закона Дарси (1.2) и, используя уравнение Менделеева – Клапейрона для насыщенного пара (1.6), на границе фазовых переходов ( $\xi = \xi_{(s)}$ ) получим

$$\frac{\rho^* \eta_{IV} P_{(s)}}{(1 - \varphi_{(s)}) \theta_{(s)}(P_{(s)})} \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(s)}^- - \eta_l \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(s)}^- = 2\xi_{(s)}, \quad \rho^* = \frac{\rho_{v0}}{\rho_l} \quad (2.10)$$

$$\left( \frac{d\theta}{d\xi} \right)_{(s)}^+ - \theta'_{(s)}(P_{(s)}) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(s)}^- = \frac{m\rho_l^*}{\text{Ja}} (1 - \varphi_{(s)}) \left( \eta_l \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(s)}^+ + 2\xi_{(s)} \right) \quad (2.11)$$

При получении (2.11) пренебрегалось слагаемым вида  $\rho_{iV}/\rho_l$  по сравнению с единицей (плотность влажного пара значительно меньше плотности воды).

Аналогично из условий (1.12) и (1.13) на контактной границе ( $\xi = \xi_{(m)}$ ) получим

$$2\xi_{(m)} = -\eta_l \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_{(m)}^-, \quad \left( \frac{d\theta}{d\xi} \right)_{(m)}^- = \left( \frac{d\theta}{d\xi} \right)_{(s)}^+, \quad (\xi = \xi_{(m)}) \quad (2.12)$$

Из начальных и граничных условий (2.1) и (2.2) следует

$$n = 0: P = 1, \theta = 1, (\xi \rightarrow \infty), \quad P = P_e, \quad \theta = \theta_e, \quad (\xi = 0) \quad (2.13)$$

$$n = 1: P = 1, \theta = 1, (\xi \rightarrow \infty)$$

$$\xi_c \left( \frac{dP^2}{d\xi} \right)_{\xi_c} = -q^*, \quad \theta = \theta_e, \quad (\xi_c \rightarrow 0), \quad \left( q^* = \frac{q\mu_v\theta_e}{\pi k r_{v0} \rho_0} \right) \quad (2.14)$$

**3. Аналитические решения.** Уравнения (2.4), описывающие фильтрацию перегретого пара, могут быть проинтегрированы. Тогда для распределений давления и температуры в этой зоне имеем

$$n = 0: P^2 = P_e^2 + (P_{(e)}^2 - P_e^2) \left[ \int_0^\xi \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_v}\right) d\xi \right] \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_v}\right) d\xi \right]^{-1} \quad (3.1)$$

$$\theta = \theta_e + (\theta_{(e)} - \theta_e) \left[ \int_0^\xi \exp(-\xi^2 - \text{Pe}_v P^2) d\xi \right] \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \exp(-\xi^2 - \text{Pe}_v P^2) d\xi \right]^{-1}$$

$$n = 1: P^2 = P_{(e)}^2 + q^* \int_0^{\xi_{(e)}} \xi^{-1} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_v}\right) d\xi \quad (3.2)$$

$$\theta = \theta_e + (\theta_{(e)} - \theta_e) \left[ \int_0^\xi \xi^{-1} \exp(-\xi^2 - \text{Pe}_v P^2) d\xi \right] \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \xi^{-1} \exp(-\xi^2 - \text{Pe}_v P^2) d\xi \right]^{-1}$$

Интегрируя уравнения (2.7), описывающие фильтрацию воды и теплоперенос в этой зоне, получим

$$n = 0: P = P_{(s)} + (P_{(s)} - 1) \frac{\xi_{(s)} - \xi}{\xi_{(m)} - \xi_{(s)}} \quad (3.3)$$

$$\theta = \theta_{(s)} + (\theta_{(m)} - \theta_{(s)}) \left[ \int_{\xi_{(s)}}^\xi \exp(-(\xi - \alpha \xi_{(m)})^2) d\xi \right] \left[ \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \exp(-(\xi - \alpha \xi_{(m)})^2) d\xi \right]^{-1}, \quad (\alpha = m\rho_l^* c_l^*)$$

$$n = 1: P = P_{(s)} + (P_{(s)} - 1) \frac{\ln(\xi/\xi_{(s)})}{\ln(\xi_{(s)}/\xi_{(m)})}$$

$$\theta = \theta_{(s)} + (\theta_{(m)} - \theta_{(s)}) \left[ \int_{\xi_{(s)}}^\xi \xi^{-(\alpha+1)} \exp(-\xi^2) d\xi \right] \left[ \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \xi^{-(\alpha+1)} \exp(-\xi^2) d\xi \right]^{-1} \quad (3.4)$$

$$\left( \alpha = \text{Pe}_l \frac{P_{(s)} - 1}{\ln(\xi_{(s)}/\xi_{(m)})} \right)$$

Аналогично этому имеет место решение для распределения температуры в зоне фильтрации газа

$n = 0:$

$$P = 1, \quad \theta = \theta_{(m)} + (1 - \theta_{(m)}) \left[ \int_{\xi_{(m)}}^{\xi} \exp(-(\xi - \beta \xi_{(m)})^2) d\xi \right] \left[ \int_{\xi_{(m)}}^{\infty} \exp(-(\xi - \beta \xi_{(m)})^2) d\xi \right]^{-1} \quad (3.5)$$

$n = 1:$

$$P = 1, \quad \theta = \theta_{(m)} + (1 - \theta_{(m)}) \left[ \int_{\xi_{(m)}}^{\xi} \xi^{-1} \exp(-(\xi - \beta \xi_{(m)})^2) d\xi \right] \times \left[ \int_{\xi_{(m)}}^{\infty} \xi^{-1} \exp(-(\xi - \beta \xi_{(m)})^2) d\xi \right]^{-1} \quad (3.6)$$

В условии (2.9) на границе насыщения ( $\xi = \xi_{(e)}$ ), подставляя решения (3.1) и (3.2), получим

$n = 0:$

$$\frac{(P_{(e)}^2 - P_e^2)}{2P_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(e)}^2}{\eta_v}\right) \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_v}\right) d\xi \right]^{-1} - \frac{1}{\theta'_{(s)}(P_{(e)})} [(\theta_{(e)} - \theta_e) \exp(-\xi_{(e)}^2 - Pe_v P_{(e)}^2)] \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \exp(-\xi^2 - Pe_v P^2) d\xi \right]^{-1} = 0 \quad (3.7)$$

$n = 1:$

$$-\frac{q^*}{2P_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(e)}^2}{\eta_v}\right) + \frac{1}{\theta'_{(s)}(P_{(e)})} [(\theta_{(e)} - \theta_e) \exp(-\xi_{(e)}^2 - Pe_v P_{(e)}^2)] \times \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \xi^{-1} \exp(-\xi^2 - Pe_v P^2) d\xi \right]^{-1} = 0 \quad (3.8)$$

Из условий (2.10) на контактной границе, с учетом решений (3.3), (3.4) и (3.5), (3.6), после некоторых преобразований можно получить

$$n = 0: \quad \xi_{(m)} = \frac{1}{2} [\xi_{(s)} + \sqrt{\xi_{(s)}^2 + 2\eta_l(P_{(s)} - 1)}] \quad (3.9)$$

$$\theta_{(m)} = 1 + \frac{(\theta_{(s)} - 1) F(\xi_{(m)}) \exp(-(\xi_{(m)} - \alpha \xi_{(m)})^2)}{F(\xi_{(m)}) \exp(-(\xi_{(m)} - \alpha \xi_{(m)})^2) + U(\xi_{(s)}, \xi_{(m)}) \exp(-(\xi_{(m)} - \beta \xi_{(m)})^2)} \quad (3.10)$$

$$U(\xi_{(s)}, \xi_{(m)}) = \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \exp(-(\xi - \alpha \xi_{(m)})^2) d\xi, \quad F(\xi_{(m)}) = \int_{\xi_{(m)}}^{\infty} \exp(-(\xi - \beta \xi_{(m)})^2) d\xi$$

$$n = 1: \quad \eta_l(1 - P_{(s)}) + 2\xi_{(m)}^2 \ln(\xi_{(m)}/\xi_{(s)}) = 0 \quad (3.11)$$

$$\theta_{(m)} = 1 + \frac{(\theta_{(s)} - 1)F(\xi_{(m)})}{F(\xi_{(m)}) + \xi_{(m)}^\alpha \exp(\xi_{(m)}^2(2\beta - \beta^2))U(\xi_{(s)}, \xi_{(m)})} \quad (3.12)$$

$$U(\xi_{(s)}, \xi_{(m)}) = \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \xi^{-(\alpha+1)} \exp(-\xi^2) d\xi, \quad F(\xi_{(m)}) = \int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \xi^{-1} \exp(-(\xi - \beta\xi_{(m)})^2) d\xi$$

Условия (2.10) и (2.11) на границе фазовых переходов, учитывая аналитические решения (3.3), (3.4) и (3.5), (3.6), представим в виде

$$n = 0: \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{(s)}^- - \frac{2(1 - \varphi_{(s)})\theta_{(s)}(P_{(s)})}{\rho^* \eta_{lv} P_{(s)}} (\xi_{(s)} - \xi_{(m)}) = 0$$

$$\left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{(s)}^- - \frac{(\theta_{(m)} - \theta_{(s)})}{\theta'_{(s)}(P_{(s)})} \exp(-(\xi_{(s)} - \alpha\xi_{(m)})^2) \left[ \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \exp(-(\xi - \alpha\xi_{(m)})^2) d\xi \right]^{-1} + \quad (3.13)$$

$$+ \frac{2m\rho_l^*}{Ja\theta'_{(s)}(P_{(s)})} (1 - \varphi_{(s)}) (\xi_{(s)} - \xi_{(m)}) = 0$$

$$n = 1: \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{(s)}^- - \frac{2(1 - \varphi_{(s)})\theta_{(s)}(P_{(s)})}{\rho^* \eta_{lv} \xi_{(s)} P_{(s)}} (\xi_{(s)}^2 - \xi_{(m)}^2) = 0$$

$$\left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{(s)}^- - \frac{(\theta_{(m)} - \theta_{(s)})}{\theta'_{(s)}(P_{(e)})} \xi_{(s)}^{-\alpha} \exp(-\xi_{(s)}^2) \left[ \int_{\xi_{(s)}}^{\xi_{(m)}} \xi^{-(\alpha+1)} \exp(-\xi^2) d\xi \right]^{-1} + \quad (3.14)$$

$$+ \frac{2m\rho_l^*}{Ja\theta'_{(s)}(P_{(s)})} (1 - \varphi_{(s)}) (\xi_{(s)}^2 - \xi_{(m)}^2) = 0$$

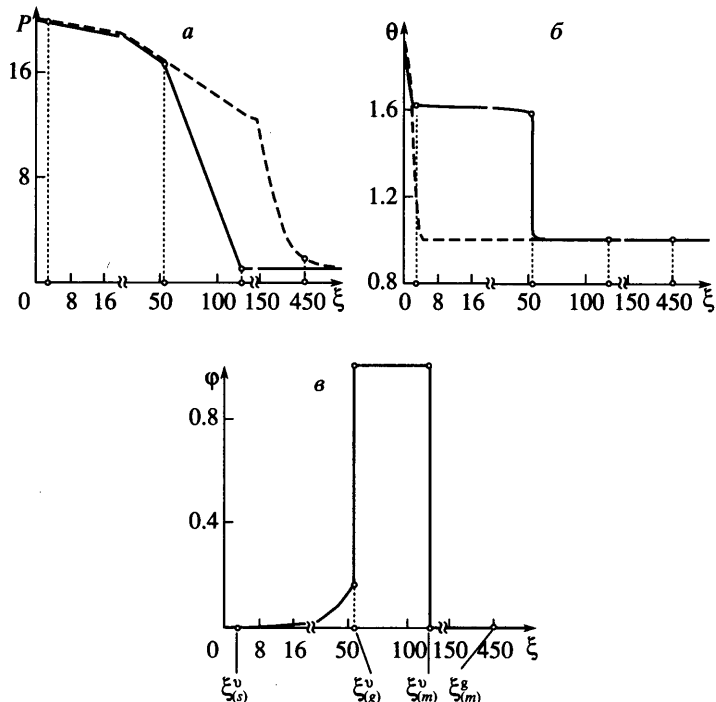
Задача об определении температурных и гидродинамических полей в зоне фильтрации насыщенного пара сводится к решению системы уравнений (2.6), удовлетворяющих граничным условиям на границе  $\xi = \xi_{(e)}$ . Автомодельная координата самой границы  $\xi_{(e)}$  определяется из условия непрерывности гидродинамических и тепловых потоков на этой границе (3.7), (3.8) при заданном значении давления  $P_{(e)}$  на этой границе. Тогда граничное условие на неизвестной границе  $\xi = \xi_{(e)}$  для системы (2.6) можно записать в виде

$$n = 0: P = P_{(e)}, \quad \varphi = 0, \quad \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{\xi_{(e)}}^+ = \frac{(P_{(e)}^2 - P_e^2)}{2P_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(e)}^2}{\eta_v}\right) \left[ \int_0^{\xi_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_v}\right) d\xi \right]^{-1} \quad (3.15)$$

$$n = 1: P = P_{(e)}, \quad \varphi = 0, \quad \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_{\xi_{(e)}}^+ = \frac{q^*}{2P_{(e)}\xi_{(e)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(e)}^2}{\eta_v}\right)$$

Численное решение этой системы осуществлялось методом пристрелки, заключающимся в следующем. Начиная с границы  $\xi = \xi_{(e)}$ , при граничных условиях (3.15) и произвольно заданном значении  $P_{(e)}(\xi_{(e)})$ , методом Рунге – Кутты для системы уравнений (2.6) решалась задача Коши до выполнения условий насыщения (3.13) или (3.14). Пристрелка (подбор значения  $P_{(e)}(\xi_{(e)})$ ) продолжалась до тех пор, пока оба условия (3.13) или (3.14) на границе фазового перехода ( $\xi = \xi_{(s)}$ ), с учетом соотношений (3.9),





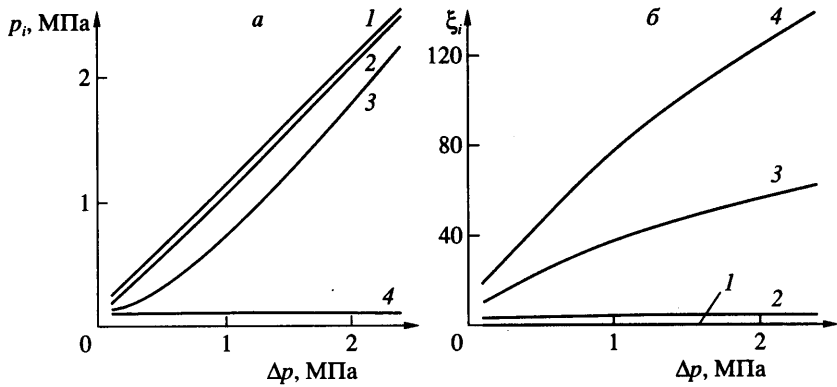
Фиг. 1. Профили давления (а), температуры (б) и массового содержания воды (в) для плоско-одномерной задачи ( $n = 0$ )

(3.10) и (3.11), (3.12), выполнялись бы с заданной точностью. В процессе такой пристрелки наряду с распределениями давления  $P(\xi)$ , температуры  $\theta(\xi)$  и влагосодержания  $\Phi(\xi)$  в зоне фильтрации насыщенного пара определяются также координаты границ  $\xi_{(e)}$  и  $\xi_{(s)}$ , значение давления  $P_{(s)}$  (следовательно, и температуры  $\theta_{(s)}$ ) и влагосодержание пара  $\Phi_{(s)}$  на границе  $\xi_{(s)}$ . Далее, используя (3.9), (3.10) и (3.11), (3.12), определяются автомодельная координата контактной границы  $\xi_{(m)}$  и температура на этой границе  $\theta_{(m)}$ . Подставляя все эти найденные значения в аналитические решения (3.3), (3.4) и (3.5), (3.6) для давления и температуры, находим их распределения в зонах фильтрации воды и газа.

**4. Анализ решений.** На фиг. 1 представлены профили давления, температуры и массового содержания воды в пористой среде при закачивании перегретого пара для случая плоско-одномерной постановки задачи ( $n = 0$ ). Для параметров, определяющих начальные, граничные условия и свойства системы, приняты следующие значения:

$p_0 = 0.1$  МПа,  $T_0 = 300$  К,  $p_e = 2$  МПа,  $T_e = 573$  К,  $p_* = 27.542$  ГПа,  $T_* = 4616$  К,  $\rho_l = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_g = 0.64$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_s = 2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_v = 2321$  Дж/(кг К),  $c_l = 4200$  Дж/(кг К),  $c_g = 2240$  Дж/(кг К),  $c_s = 1000$  Дж/(кг К),  $l = 1.85 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $\mu_v = 2 \cdot 10^{-5}$  Па с,  $\mu_N = 1.64 \cdot 10^{-5}$  Па с,  $\mu_l = 1.27 \cdot 10^{-3}$  Па с,  $\mu_g = 1.11 \cdot 10^{-5}$  Па с,  $k = 10^{-12}$  м<sup>2</sup>,  $\lambda_s = 2$  Вт/(м К),  $m = 0.1$ .

Если специально не указано, то и в последующих численных примерах для величин параметров газопароводонасыщенной пористой среды будут использованы эти же значения. Штриховые линии соответствуют закачке такого же газа, который насыщает пористую среду в исходном состоянии. Из фиг. 1, б следует, что в тонком слое ( $\xi_{(e)} = 4$ ) вблизи границы  $\xi = 0$ , через которую производится закачка, температура пара быстро снижается до равновесного значения  $T_{(e)}$ , соответствующего дав-



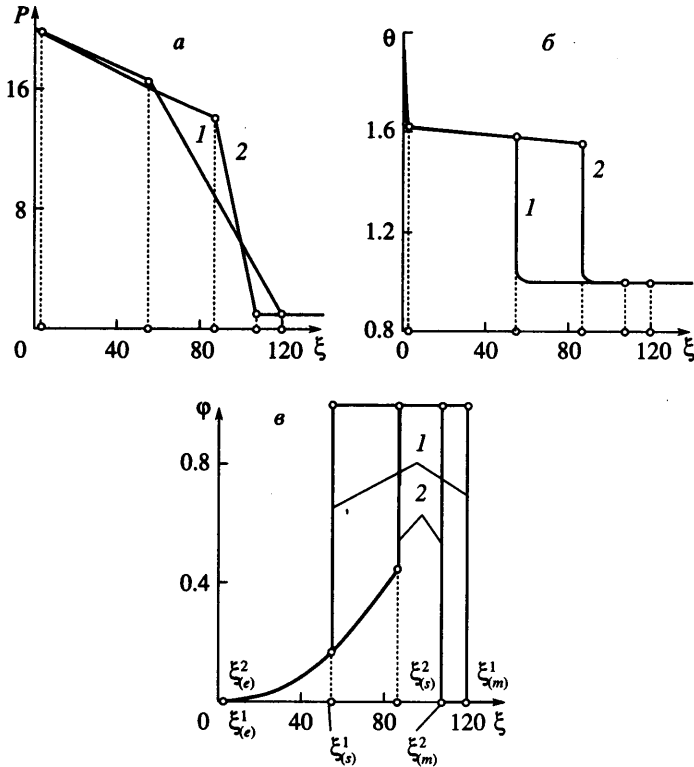
Фиг. 2. Зависимости давлений  $p_i$  на границах  $\xi = \xi_i$  ( $i = e, (e), (s), (m)$ , линии 1–4), и координаты этих границ от общего перепада давления  $\Delta p$

лению  $p_{(e)}$ , которое близко к граничному  $p_e$  ( $p_{(e)} \approx p_e$ ). Далее следует зона фильтрации насыщенного пара, где происходит медленный спад температуры. При достижении границы  $\xi = \xi_{(s)}$  температура практически скачком снижается до исходной температуры  $T_0$  пористой среды и тем самым значение автоматической границы  $\xi_{(s)} = 54.6$  фактически определяет глубину прогретой зоны.

Таким образом, перегретость пара по отношению к равновесной температуре для давления закачки играет роль лишь на приграничном участке пористой среды, участке, толщина которого значительно меньше общей протяженности прогретой зоны. Это связано с тем, что дополнительное теплосодержание пара  $c_v(T_e - T_{(s)}(p_{(e)}))$  из-за перегретости значительно ниже удельной теплоты парообразования  $l$  ( $Ja_v = c_v(T_e - T_{(s)}(p_{(e)}))/l \ll 1$ ). Для представленного примера их отношение составляет  $Ja_v \approx 10^{-1}$ . Следовательно, теплосодержание пара в основном определяется удельной теплотой испарения, и перегревание пара при заданном давлении закачки, с точки зрения повышения интенсивности нагрева пористой среды, не имеет особого значения. Это также подтверждается при сравнении сплошных и штриховых линий, соответствующих закачке газа. Видно, что в случае закачки газа протяженность прогретой области ничтожно мала по сравнению со случаем закачки пара. Из графика для распределения давления нетрудно заметить, что перепад давления  $\Delta p$  между границей и пористой средой ( $\Delta p = p_e - p_0$ ) в основном реализуется в зоне фильтрации воды, и, следовательно, рост объема прогретой зоны при фиксированном давлении закачки  $p_e$  лимитируется подвижностью водяной пробки, образовавшейся за счет конденсации закачиваемого пара.

На фиг. 2 представлены зависимости значений давлений  $p_e, p_{(e)}, p_{(s)}$  и  $p_{(m)}$  на фронтальных границах закачки ( $\xi = 0$ ), достижения точки росы ( $\xi = \xi_{(s)}$ ) фазового перехода ( $\xi = \xi_{(s)}$ ), поршневого вытеснения ( $\xi = \xi_{(m)}$ ) и автоматических координат этих границ  $\xi_e, \xi_{(e)}, \xi_{(s)}, \xi_{(m)}$  от общего перепада  $\Delta p$ . Из фиг. 2 следует, что основной перепад давления реализуется в зоне фильтрации воды, хотя при снижении общего перепада давления  $\Delta p$  доля перепадов давления в зонах фильтрации пара несколько повышается. С увеличением перепада давления  $\Delta p$  толщина прогретой зоны, определяемой значением  $\xi_{(s)}$ , и автоматическая координата точки росы  $\xi_{(e)}$  плавно повышаются (фиг. 2, б), но при этом рост  $\xi_{(e)}$  (линия 2) происходит гораздо слабее. В частности, для значений  $\Delta p = 0.1$  и  $2.4$  МПа имеем  $\xi_{(s)} = 10$  и  $62$ ;  $\xi_{(e)} = 2.7$  и  $4$ .

На фиг. 3 иллюстрируется влияние пористости среды на гидродинамические и температурные поля при одинаковом режиме закачки перегретого пара. Все остальные параметры, определяющие начальные и граничные условия, а также свойства системы, одинаковые. Из результатов, представленных на фиг. 3, видно, что для более вы-

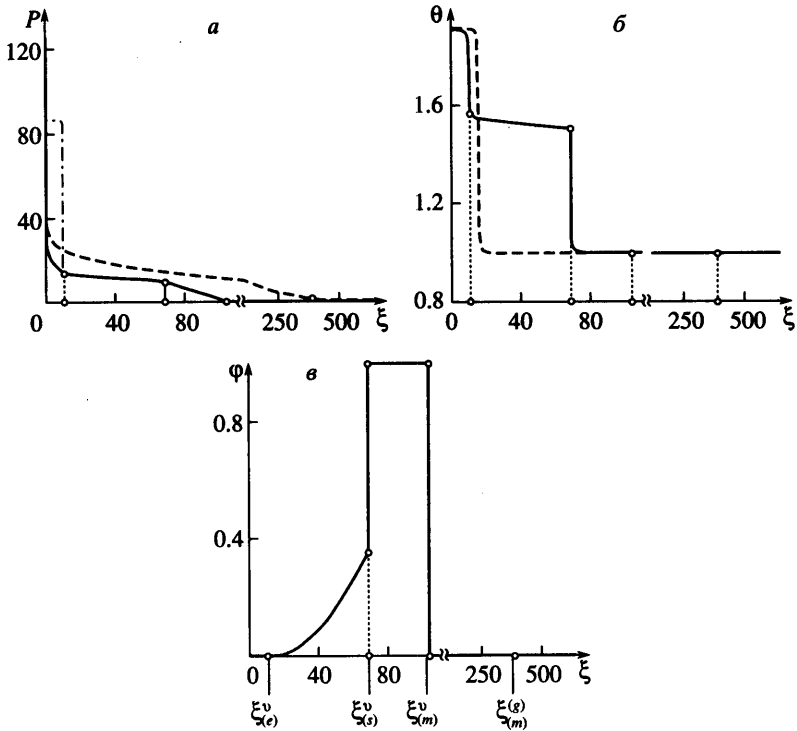


Фиг. 3. Влияние пористости на гидродинамические и тепловые поля (1 и 2 –  $m = 0.1$  и 0.3)

сокой пористости  $m$  перепад давления  $\Delta p_{(s)}$  ( $\Delta p_{(s)} = p_e - p_{(s)}$ ) в зоне насыщенного пара также выше (для линий 1 и 2 составляет  $\Delta p_{(s)} = 0.3$  и 0.56 МПа). При этом для среды с большой пористостью реализуется более быстрый темп прогрева ( $\xi_{(s)} = 55$  и 87). Кроме того, с повышением пористости  $m$  (линия 2) прирост значения влагосодержания  $\Delta\varphi$  ( $\Delta\varphi = \varphi_{(s)}$ ) в зоне фильтрации влажного пара ( $\xi_{(e)} \leq \xi \leq \xi_{(s)}$ ) также растет (для представленных кривых этот прирост составляет  $\Delta\varphi = 0.16$  и 0.45).

На фиг. 4 приведены гидродинамические и температурные поля, а также распределение влагосодержания пара для радиально-симметричной задачи ( $n = 1$ ) при закачке пара, имеющего температуру  $T_e = 573$  К, с массовым расходом  $q = 1$  кг/м с в пористую среду. Штриховые линии соответствуют закачке газа, а штрихпунктирная линия для давления в зоне фильтрации перегретого пара – давлению равновесия, соответствующего текущей температуре. Для этих решений, полученных в автомоделной постановке ( $q = \text{const}, r_c \rightarrow 0$ ), давление с приближением к оси симметрии неограниченно повышается ( $p \rightarrow \infty$  при  $r \rightarrow 0$  или  $\xi \rightarrow 0$ ). Поэтому в центральной зоне ( $\xi < \xi_{(e)}$ ) сплошная и штрихпунктирная линия, соответствующая равновесному давлению для текущей температуры, пересекаются в некоторой точке  $\xi = \xi_*$ . Причем на участке  $0 < \xi < \xi_*$  давление пара выше равновесного давления для текущей температуры. Поэтому на этом участке, согласно полученному решению, пар является переохлажденным, и, тем самым оно теряет физический смысл.

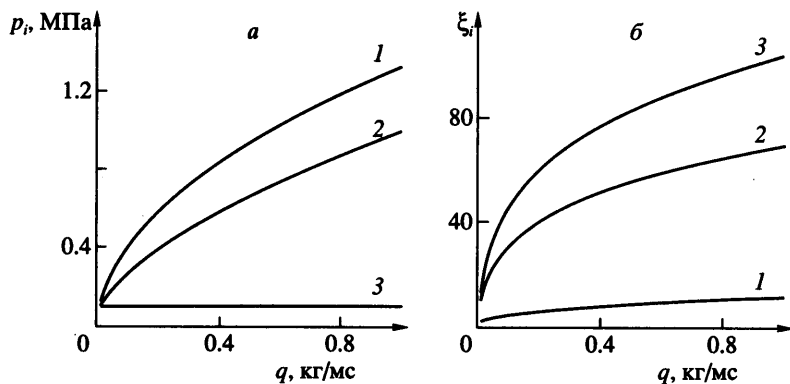
Это обстоятельство можно интерпретировать следующим образом. В рамках данной постановки для обеспечения фиксированного массового расхода газа давление в скважине со временем должно неограниченно повышаться. Поскольку температура



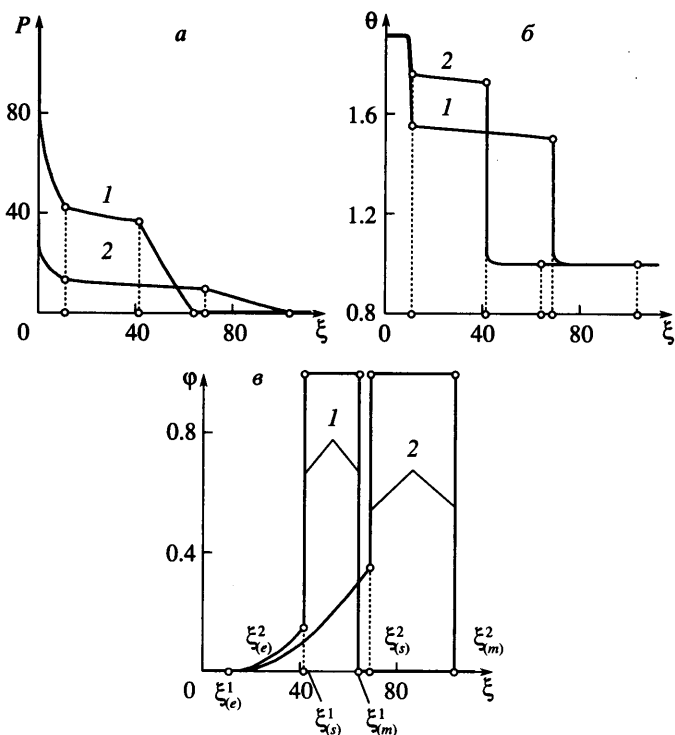
Фиг. 4. Профили давления (а), температуры (б) и массового содержания воды (в) для радиально-симметричной задачи ( $n = 1$ )

закачиваемого пара полагается постоянной, и если она ниже критической температуры  $T_* = 647$  К, то при некотором значении давления в скважине наступит точка росы, и в дальнейшем принятая постановка перестает работать. Для представленного примера значение автомодельной координаты, где пересекаются эти линии, имеем  $\xi_* \approx 2.5 \cdot 10^{-4}$ . По значению  $\xi_*$  можно получить условие для промежутка времени  $0 < t \leq t_*$ ,  $t_* = (r_c/2\xi_*)^2/k^{(T)}$ , в течение которого можно воспользоваться этим решением для заданного радиуса  $r_c$  скважины. В частности, при  $r_c = 10^{-1}$  м имеем  $t_* = 4 \cdot 10^{12}$  с. Таким образом, несмотря на отмеченный дефект диапазон применимости решения в плане получения оценок для реальных систем достаточно широк. Этот дефект исключится, если температура закачиваемого пара выше критической температуры воды ( $T_e > T_*$ ).

На фиг. 5 приведены зависимости давлений  $p_{(e)}$ ,  $p_{(s)}$ ,  $p_{(m)}$  и соответствующие им автомодельные координаты  $\xi_{(e)}$ ,  $\xi_{(s)}$ ,  $\xi_{(m)}$  от массового расхода пара  $q$ . С ростом интенсивности закачки пара  $q$  растет значение давления  $p_{(s)}$ , которое фактически определяет среднюю температуру прогретой зоны (средняя температура  $T$  в этой зоне  $T \approx T(p_{(s)})$ , фиг. 5). В частности, при изменении от  $q = 0.1$  до  $1$  кг/мс значение давления растёт  $p_{(s)} = 0.10$  до  $0.98$  МПа (соответствующее температуре от  $T_{(s)} = 371$  до  $451$  К). Но при этом значение автомодельных координат растёт от  $\xi_{(s)} \approx 31$  до  $69$  ( $\sim 2$  раза). Таким образом, рост интенсивности закачки сухого пара с заданной температурой приводит к росту средней температуры прогретой зоны. Поэтому с точки зрения получения более обширной прогретой зоны при одинаковом суммарном расходе закачиваемого сухого пара наиболее эффективным является более низкий темп закачки.



Фиг. 5. Зависимости давлений  $p_i$  на границах  $\xi = \xi_i$  ( $i = (e), (s), (m)$ , линии 1–3), и координаты этих границ от массового расхода пара  $q$



Фиг. 6. Влияние проницаемости на гидродинамические и тепловые поля (1 и 2 –  $k = 10^{-13}$  и  $10^{-12}$ )

На фиг. 6 проиллюстрировано влияние проницаемости пористой среды на гидродинамические и температурные поля при закачивании перегретого пара с интенсивностью  $q = 1$  кг/мс. Снижение проницаемости приводит к заметному росту средней температуры прогретой зоны ( $0 \leq r \leq r_{(s)}$ ) и к сильному замедлению продвижения границы этой зоны (для линии 1 и 2 имеем  $\xi_{(s)} = 41$  и  $68$ ). Процесс конденсации (роста влагосодержания  $\phi$ ) в зоне фильтрации насыщенного пара для высокопроницаемой среды (линия 2) происходит сильнее (линиями 1 и 2 соответствуют  $\phi_{(s)} = 0.15$  и  $0.35$ ).

**Заключение.** При инъекции перегретого пара гидродинамическое поле состоит помимо зоны фильтрации газа, насыщавшего пористую среду в исходном состоянии, из трех характерных зон, в которых происходит соответственно фильтрация воды, насыщенного и сухого пара. В зоне фильтрации насыщенного пара влагосодержание ничтожно растет от нуля до некоторого значения, а затем на фронтальной границе скачком происходит переход влажного пара в жидкое состояние. Интенсивность роста объема прогретой зоны, определяемого протяженностью зоны фильтрации пара (сухого и влажного), при инъекции с постоянным граничным давлением в основном лимитируется гидравлическим сопротивлением водяной пробки, образовавшейся за счет конденсации пара. Толщина прогретой зоны в десятки раз превышает аналогичную толщину, соответствующую закачке газа с такой же температурой. Это связано с тем, что основная доля теплосодержания пара связана с теплотой фазового перехода. В связи с этим перегретость пара по отношению к температуре насыщения, соответствующей давлению закачки, особого значения не имеет с точки зрения повышения интенсивности нагрева пористой среды.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Тепловые методы повышения теплоотдачи нефтяных пластов. М.: Недра, 1989. 422 с.
2. Зазовский А.Ф., Федоров К.М. О вытеснении нефти паром. М.: ИПМ АН СССР, 1986. 63 с.
3. Байбаков Н.К., Гарушев А.Р. Тепловые методы разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 1981. 289 с.
4. Шарафутдинов Р.Ф., Баширов В.В., Булгакова Г.Т. Математическое моделирование процесса вытеснения нефти из пористой среды парогазом // Проблемы освоения Западно-Сибирского топливно-энергетического комплекса. Уфа: Гилем, 1982. С. 82.
5. Сыртланов В.Р., Шагапов В.Ш. Фильтрация кипящей жидкости в пористой среде // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32. № 1. С. 87–93.
6. Бармин А.А., Кондрашев А.В. Двухфронтная математическая модель инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 105–113.
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
8. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: ОГИЗ, 1947. 187 с.

Уфа,  
Бирск

Поступила в редакцию  
12.XI.2004