

УДК 532.529 + 539.4

© 2005 г. В. А. ПЕТУШКОВ

## **МЕЖФАЗОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПАРОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ТЕЧЕНИЯ**

Разработаны математическая модель и численный метод изучения нелинейных волновых процессов, происходящих в двухфазных жидкостях с пузырьками газа или пара при ударном взаимодействии с деформируемыми средами. На основе предлагаемого единого подхода к численному моделированию динамики переходных процессов в двухфазной парожидкостной и деформируемой средах выполнен анализ основных, характерных для паросодержащих жидкостей особенностей поведения фаз, их превращений, тепло- и массообмена между ними. Приведены результаты решения задач динамики парожидкостных сред различной физической природы.

*Ключевые слова:* жидкости, паровые пузырьки, двухфазные течения, переходные процессы, поведение фаз, фазовые превращения, тепло- и массообмен, деформируемые среды, взаимодействие, математическое моделирование.

Наряду с турбулентностью и радиационным переносом нестационарные течения многофазных сред являются чрезвычайно сложной теоретической и вычислительной проблемой динамики жидкости. К числу таких сред относятся жидкости с пузырьками растворенного в них газа или вскипающие жидкости из-за потери герметичности сосудов, находящихся под большим давлением, а также жидкости, кавитирующиеся вследствие распространения в них ударных волн, когда под действием давления разряжения образуются вакуумные полости. Последующее испарение жидкости в эти полости приводит к появлению паровых пузырьков, и сплошная среда становится двухфазной.

Необходимость изучения явлений, протекающих на различных временных и пространственных масштабах течения в подобных парожидкостных средах и особенно во взаимодействии с инженерными конструкциями, делает указанную проблему еще более сложной и актуальной.

В отличие от жидкостей с пузырьками газа течения парожидкостных сред связаны с фазовыми превращениями и массообменом между фазами (конденсация пара в пузырьке или испарение жидкости), неустойчивым ростом и схлопыванием пузырьков пара. Кроме того, и сами волновые процессы в жидкостях с пузырьками пара имеют ряд характерных особенностей [1–3]: меньшая частота и более высокий уровень демпфирования собственных колебаний пузырьков пара, который определяется не теплообменом между фазами, а фазовым массообменом (конденсацией дисперсной фазы и испарением несущей), наличие волны конденсации при взаимодействии ударной волны с твердой стенкой, в результате чего давление в конденсированной фазе резко (в десятки раз) повышается.

Таким образом, математические модели течения для жидкостей с пузырьками пара оказываются значительно сложнее, чем для тех же жидкостей с пузырьками газа. Возникают дополнительные, требующие решения вопросы о термодинамическом равновесии процессов межфазового обмена в двухфазной среде, параметрах термодинамического состояния вещества каждой из фаз, их взаимосвязанном изменении в зависимости от уровня внешних воздействий.

Вместе с тем построение адекватной системы уравнений для описания течений двухфазных пузырьковых жидкостей все еще остается нерешенной проблемой механики гетерогенных сред. Причина тому – отсутствие последовательного экспериментального изучения физических явлений и процессов, сопровождающих эти течения, и, как следствие, обоснования предлагаемых теоретических моделей. Сама по себе постановка таких экспериментов – также чрезвычайно сложная проблема [4–6].

Не менее проблематичным на практике оказывается использование полной системы нелинейных уравнений динамики двухфазных сред из-за математических трудностей, связанных с их численным решением [1, 5–8].

В статье предлагается новый подход, основанный на численном моделировании указанных процессов и явлений. Поведение несущей и дисперсной фаз среды рассматривается отдельно, полагая каждую из них находящейся в равновесном состоянии. Саму среду в целом принимаем локально макроскопически неравновесной. При этом локальные макроскопические параметры состояния для вещества каждой из фаз определяются на основе уравнений для однофазных состояний.

Процессы распространения тепла от межфазовой границы в жидкость или в пар моделируются на основе численного решения соответствующих уравнений теплопроводности с использованием соотношений Фурье.

Течения двухфазной среды, процессы распространения в ней ударных волн изучаются в пространственной постановке. Численное решение трехмерной краевой задачи динамики парожидкостных сред, включающей в себя уравнения взаимодействия фаз и фазовых превращений, строится ниже с использованием метода конечных элементов и удачно сочетаемого с ним подхода, основанного на выборе пробной ячейки несущей фазы и частицы дисперсной среды.

Решение полудискретных уравнений метода конечных элементов на временном слое и уравнений теплопроводности осуществляется затем на основе оптимальных (рациональных) конечно-разностных схем [9, 10].

Использование предлагаемого комбинированного подхода легко переносится на случай учета третьей фазы (деформируемой среды) в задачах высокоскоростного взаимодействия с конструкциями [10–12].

В качестве обоснования разработанного подхода и демонстрации его возможностей приводятся сравнительные с [1, 2] результаты моделирования переходных процессов в парожидкостных средах с различными теплофизическими свойствами (жидкий азот и вода с пузырьками пара), а также важные для практики результаты взаимодействия этих сред с деформируемой конструкцией.

**1. Математическая модель.** В пространстве  $\mathbb{R}^3$  рассматривается течение двухфазной среды, занимающей в момент времени  $t = 0$  открытую область  $\Omega = \bigcup_{i=1}^2 D_i$  и состоящей из жидкости (несущая фаза,  $i = 1$ , пространство  $D_1$ ) объемной концентрации  $\alpha_1$  с истинной плотностью  $\rho_1^0$  (скорость звука  $C_1$ ) и пузырьков пара (дисперсная фаза,  $i = 2$ , пространство  $D_2$ ) с объемной концентрацией  $\alpha_2$  ( $\alpha_2^2 \ll 1$ ), вещество которых имеет истинную плотность  $\rho_2^0$ .

В этом случае  $\rho_i^0 = \rho_i / \alpha_i$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , где  $\rho_i$  – приведенная плотность  $i$ -й фазы.

Далее принимается, что в любой единице объема жидкости содержится  $n$  пузырьков пара сферической формы радиуса  $R$ , следовательно

$$\alpha_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 n$$

В процессе течения двухфазной среды пузырьки пара совершают эволюции, возникают вновь, растут и разрушаются, поэтому их размеры являются функцией времени,  $R = R(t)$ . Положение точек среды в области  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  определяется в декартовой системе координат  $x^k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , причем  $D_i = D_1 \cup D_2$ ,  $t \in D_i = (0, \tau)$ .

Для жидкостей с пузырьками пара относительно малой объемной концентрации математическую модель течения можно построить из общей краевой задачи Навье – Стокса в виде следующей системы нелинейных уравнений, содержащих осредненные функции и их производные по времени и координатам в пространстве  $\Omega \times D_i$  [1, 5, 7]: уравнений сохранения масс несущей и дисперсной фаз и числа дисперсных частиц и совместного деформирования фаз

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_i^k}{\partial x^k} = -nj_{12}, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^k}{\partial x^k} = nj_{12}, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_2^k}{\partial x^k} = 0 \quad (1.1)$$

$$(1 - \phi^{(1)})R \frac{d_2 \omega_{1a}}{dt} = \frac{p_2 - p_1 - 2\Sigma R^{-1}}{\rho_1^0} - \frac{4\mu_1 \omega_{1a}}{R\rho_1^0} - (1 - \phi^{(2)})\frac{3\omega_{1a}^2}{2} + (1 - \phi^{(3)})\frac{\omega_{12}^2}{4} \quad (1.2)$$

где  $\phi^{(1)}$ ,  $\phi^{(2)}$ ,  $\phi^{(3)}$  – коэффициенты, учитывающие неоднородность пузырьков пара; уравнений притока тепла к дисперсной фазе на межфазовой границе и состояния фаз

$$\rho_2 \frac{d_2 u_2}{dt} - \frac{\alpha_2 p_2 d_2 \rho_2^0}{\rho_2^0 dt} = m q_{\Sigma 2} + nj_{12}(u_{2a} - u_2) \quad (1.3)$$

$$-q_{\Sigma 1} - q_{\Sigma 2} + j_{12}(i_{1a} - i_{2a}) = 0 \quad (1.4)$$

$$i_{1a} = i_1(p_2 - 2\Sigma R^{-1}, T_a) \quad i_{2a} = (p_2, T_a)$$

$$\rho_1^0 - \rho_{10}^0 = \frac{p_1 - p_{10}}{c_1^2}; \quad \frac{\rho_1^0 - \rho_{10}^0}{\rho_{10}^0} \ll 1$$

$$i_1(p_1, T_1) = c_1(T_1 - T_{10}) + \frac{p_1^2 - p_{10}^2}{2(c_1 \rho_{10}^0)^2} + \frac{p_1 - p_{10}}{\rho_{10}^0} + i_{10} \quad (1.5)$$

$$i_2(T_2) = c_2(T_2 - T_{20}) + i_{20}; \quad p_2 = \rho_2^0 R_g T_2, \quad \frac{d_i}{dt} = \frac{\partial_i}{\partial t} + v_i^k \frac{\partial}{\partial x^k}$$

где  $\rho_2^0$  – плотность пара в пузырьке,  $v_i^k$  – компоненты вектора массовой скорости  $i$ -й фазы,  $\omega_{ia}$  – радиальная скорость  $i$ -й фазы на межфазовой границе,  $p_i$  – давление в  $i$ -й фазе,  $T_i$  – температура  $i$ -й фазы,  $T_a$  – температура на границе раздела фаз,  $q_{\Sigma i}$  – поток тепла от межфазовой поверхности к  $i$ -й фазе,  $u_i$  – внутренняя энергия  $i$ -й фазы,  $u_{2a} = u_2(p_2, T_a)$  – внутренняя энергия дисперсной фазы, претерпевающей фазовый переход,  $i_i$  – энтальпия  $i$ -й фазы,  $j_{12}$  – скорость фазовых переходов жидкость-пар, приходящая на одну дисперсную частицу,  $\Sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения несущей фазы,  $c_i$  – теплоемкость  $i$ -й фазы при постоянном давлении,  $\mu_i$  – коэффициент динамической вязкости несущей фазы,  $\gamma_2 = c_2/c_{v2}$  – показатель адиабаты дисперсной фазы,  $R_g$  – универсальная газовая постоянная,  $p_{i0}$ ,  $\rho_{i0}$ ,  $T_{i0}$ ,  $i_{i0}$  – соответствующие параметры состояния вещества фаз в начальный момент времени.

Уравнения (1.1)–(1.5) получены в предположении, что пар является калористическим совершенным газом, а конденсированная фаза – слабосжимаемой жидкостью с

постоянной теплоемкостью. Для каждой конкретной задачи эти уравнения должны быть дополнены соответствующими граничными и начальными условиями.

Для многих практических приложений оказываются справедливыми следующие допущения. Малая концентрация дисперсной фазы позволяет рассматривать смесь как достаточно разреженную и на этой основе пренебречь взаимодействием между пузырьками пара, т.е.  $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}, \phi^{(3)} \ll 1$ .

Процессы обтекания жидкостью каждого пузырька, приводящие к изменению его формы или дроблению, принимаются малосущественными, т.е.  $\omega_{12}^k = 0$ , что позволяет считать все процессы в жидкости вокруг отдельно взятого пузырька сферически симметричными и, таким образом, учитывать только радиальное движение стенок пузырька и изменение температуры жидкости  $\omega_{1a} = dR/dt = \dot{R}$ .

Необходимость учета движения пузырьков относительно жидкости возникает для достаточно вязких жидкостей при резком изменении скорости движения частиц среды, что можно оценить по значениям чисел Вебера и Бонда [1, 7].

Далее рассматриваются только такие пузырьки, у которых длина волны собственных колебаний значительно больше размеров самого пузырька. В этом случае параметры состояния пара внутри пузырька могут быть приняты постоянными по всему его объему, т.е.  $p_2, T_2, \rho_2^0 = \text{const}$ .

При отсутствии внешнего отвода или подвода тепла вязкость и теплопроводность каждой из фаз проявляются только в процессах межфазного взаимодействия и не оказывают влияния на процессы макроскопического переноса импульса и энергии.

Реальная двухфазная парожидкостная среда заменяется схематизированной, состоящей из совокупности изолированных пузырьков пара (дисперсных частиц) и примыкающей к каждому из них жидкости ограниченного объема. Каждый пузырек пара вместе с окружающей его жидкостью рассматривается в виде пробной ячейки, поскольку все эффекты, связанные с колебаниями изолированного пузырька или дисперсной частицы, существенно проявляются в весьма ограниченном объеме жидкости [1, 4–6].

Термодинамическое состояние вещества в пробной ячейке определяется среднemasсовой температурой пара в пузырьке  $T_2$ , постоянной по всему его объему, температурой на межфазовой границе  $T_a$  и одномерным полем температур внутри пробной ячейки  $T_1(r)$ .

Таким образом, исходную систему уравнений (1.1)–(1.5) удается существенно упростить и сделать пригодной для численного решения задач динамики двухфазной парожидкостной среды с малой объемной концентрацией пузырьков пара [2].

Дополняющее [2] уравнение теплопроводности, описывающее распределение температуры внутри пробной ячейки, принимает вид

$$C_1 \rho_1^{(0)} \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{\omega - \eta \dot{R}}{R} \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{R^2 \eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \lambda_1 \eta^2 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right) \quad (1.6)$$

где  $\omega = \omega_{12}/\eta^2$ ,  $\eta = r/R(r)$ ,  $r \in [R(t), \infty]$ ,  $\eta \in [1, \infty]$

$$\begin{aligned} \eta = 1: T_1(\eta) &= T_a, \quad T_2 = T_a \\ \gamma = \infty: T_1(\eta) &= T_0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} t = 0: T_a &= T_a^0 = T_s(p_{20}) \\ \frac{\partial T_1}{\partial \eta}(\eta) &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $T_a^0$  – температура на межфазной границе в начальный момент времени,  $T_s$  – температура насыщения.

Термодинамические процессы обмена между фазами характеризуются температурой насыщения смеси  $T_s(p_2)$ , теплотой парообразования  $l(p_2)$  и плотностью насыщенного пара несущей фазы  $\rho_{2s}^0(p_2)$ .

Зависимость температуры насыщения от давления удовлетворяет уравнению Клайперона – Клаузиуса. В качестве аппроксимации такой зависимости может быть использовано соотношение [1]

$$T_s(p_s) = T^0 / \ln(P^0/p) \quad (1.9)$$

Зависимость теплоты парообразования от параметров состояния вещества фаз приближенно можно выразить так

$$l(p) = R_g T^0 (1 - \rho_{0s}^0 / \rho_1^0) \quad (1.10)$$

Константы  $T^0$ ,  $P^0$  в соотношениях (1.9), (1.10) находятся по параметрам насыщенного состояния пара  $T_s(p_{20})$ ,  $l(p_{20})$ ,  $\rho_{2s}^0(p_{20})$  в начальный момент времени.

Поскольку теплопроводность у жидкости обычно существенно больше, чем у ее пара, т.е.  $\lambda_1 \gg \lambda_2$ , она является определяющей для процессов фазовых переходов, и можно считать справедливым соотношение

$$\lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = j_{12} l(p_2) \quad (1.11)$$

где  $r$  – радиальная координата, отсчитываемая от центра пузырька в пробной ячейке.

Интенсивность фазовых переходов  $j_{12}$  в (1.11) с учетом того, что не все молекулы пара осаждаются на межфазовой границе и адсорбируются, определяется соотношением Герца – Кнудсена – Ленгмюра [1, 5]

$$\xi_{12} = \frac{\beta_m}{(2\pi R_g T_s)^{1/2}} (p_s - p_2), \quad \xi_{12} = \frac{j_{12}}{4\pi R^2}$$

где  $\beta_m$  – коэффициенты аккомодации, учитывающий долю молекул, адсорбируемых жидкостью при конденсации,  $\beta_m \leq (1, T_s(p_2))$ .

С учетом (1.9)

$$\xi_{12} = K_\beta \frac{T_{1a} - T_s(p_2)}{T_s(p_2)}, \quad K_\beta = \frac{\beta_m l(p) \rho_2^0}{(2\pi R_g T_s(p_2))^{1/2}}$$

где  $K_\beta$  – феноменологический коэффициент массообмена.

Если состояние термодинамического равновесия реализуется на границе раздела фаз со среднемассовой температурой, равной температуре насыщения при данном давлении, скорость межфазовых переходов  $j_{12}$  определяется только балансом тепла на межфазовой границе. В этом случае, как формально следует из приведенного выражения,  $K_\beta \rightarrow \infty$ .

Мгновенные значения числа Нуссельта в жидкости для моделируемого процесса определяются выражением

$$Nu_1 = 2R \left( \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right)_{\eta=1} (T_1^0 - T_a)^{-1} \quad (1.12)$$

Колебания отдельного пузырька пара в пробной ячейке при наличии теплообмена между фазами удобно рассматривать, используя характерное время выравнивания температуры пара

$$t_g^{(T)} \approx \frac{R^2}{\nu_2^{(T)}} \quad (1.13)$$

**2. Схема численного решения задачи.** Сформулированная выше нелинейная краевая задача динамики двухфазной парожидкостной среды решается численно по схеме, аналогичной в [2].

Принимается, что пузырьки пара распределены в жидкой среде равномерно, с объемной концентрацией  $\alpha_2$ . Жидкостная среда, занимающая расчетную область  $\Omega \in R^3$ , покрывается системой объемных конечных элементов  $\Delta_k$  таким образом,

что  $\Omega \approx \Omega_h = \bigcup_{k=1}^M \Delta_k$ , где  $M$  – число элементов конечно-элементной сетки, причем

$\Delta_1/\Delta_m = \emptyset$ , если  $1 \neq m$ . Аналогичным образом аппроксимируется и деформируемая стенка – конструкция, находящаяся в контакте с двухфазной парожидкостной средой в тех случаях, когда возникает необходимость в учете эффектов их взаимодействия. При этом узлы конечно-элементной сетки, находящиеся по обе стороны от контактного разрыва, полагаются совпадающими [10–12].

Каждый из объемных конечных элементов, аппроксимирующих жидкость, рассматривается в качестве пробной ячейки дисперсной среды, содержащей число пузырьков пара, пропорциональных ее объему.

Считается, что все пузырьки пара в отдельном конечном элементе жидкой среды колеблются одинаково и удовлетворяют принятым допущениям. Для такого элемента вводится условный пузырек пара (дисперсная частица), объем которого равен суммарному объему реально находящихся там пузырьков.

На поверхности области  $\Omega$ , которая в данном случае может быть сколько угодно сложной, задаются граничные условия, определяемые конкретной задачей.

Интегрирование на временном слое  $D_t$  полудискретных, полученных после аппроксимации по пространству уравнений метода конечных элементов для жидкой среды осуществляется с использованием односторонней разностной схемы. Значение шага интегрирования по времени  $\Delta t$  выбирается на основе известных критериев устойчивости численного решения [9, 10].

Для паровой фазы интегрирование уравнений (1.1)–(1.3) с учетом соответствующих начальных условий и определяющих соотношений (1.5), (1.9), (1.10) осуществляется по стандартной схеме метода Рунге – Кутты. Значение шага интегрирования по времени  $\Delta t$  в этом случае также определяется известными критериями [2, 3].

Решение одномерного уравнения теплопроводности (1.6) с граничными условиями (1.7) и начальными условиями (1.8) выполняется независимо по весовой конечно-разностной схеме [9], обеспечивающей сходимость численного решения к точному. Результаты его интегрирования определяют правую часть уравнений колебания пузырька.

Область интегрирования в этом случае представляет собой отрезок прямой, проходящей через центр дисперсной частицы в глубь жидкости пробной ячейки. Поскольку оценкой предельному размеру  $R_l$  пробной ячейки как сферы может служить выражение

$$R_l = (R^3 \alpha_2^{-1})^{1/3} \quad (2.1)$$

размер области интегрирования, назовем его  $R_L$ , причем  $R_L \ll R_l$  обычно подбирается для каждой конкретной задачи в процессе решения.

Состояние жидкой фазы в пробной ячейки на расстоянии  $r$  от стенки пузырька пара удобно характеризовать средним давлением

$$\langle p_1 \rangle = \frac{1}{4/3\pi(R_l^3 - R^3)} \int_R^r 4\pi r^2 p'(r, t) dr$$

где  $p'(r, t)$  – распределение давления в соответствии с интегралом Коши – Лагранжа определяется выражением

$$\frac{p'(r, t)}{\rho_1^0} = \frac{p_1}{\rho_1^0} + \frac{dA(t)}{dt} \frac{1}{r} - \frac{A^2(t)}{2} \frac{1}{r^4}$$

$$A(t) = \omega_{1a} r^2, \quad \frac{dA(t)}{dt} = \frac{d\omega_{1a}}{dt} r^2 + 2r \frac{dr}{dt} \omega_{1a}, \quad \frac{dr}{dt} = \dot{R} \frac{R^2}{r^2}$$

**3. Рассмотренные задачи и анализ полученных результатов.** На основе разработанного подхода выполнено изучение волновых процессов в двухфазных парожидкостных средах с различными теплофизическими свойствами (вода и жидкий азот).

Результаты моделирования указанных процессов сравниваются с известными результатами, полученными в [1, 2]. Значения массовых, механических и теплофизических параметров рассматриваемых сред заимствованы из [1, 5].

Жидкая фаза смеси считается малосжимаемой в акустическом приближении. Термодинамические характеристики жидкости и пара полагаются постоянными и не зависящими от параметров их состояния.

Пусть жидкость и ее пар в пузырьке в начальный момент времени имеют одинаковую температуру, равную температуре насыщенного пара

$$T_0 = T_{10} = T_{20} = T_a = T_s(p_2)$$

Значение теплоты парообразования определяется разницей между значениями энтальпий жидкости и ее пара. Отсюда следует условие нормировки их начальных значений. При заданном значении теплоты парообразования эти значения в рамках выбранной модели могут быть условно приняты нулевыми.

*Поведение пузырьков пара в жидком азоте.* В бесконечной среде, состоящей из жидкого азота при температуре кипения  $T_{10} = 77$  К и нормальном давлении  $P_0 = 0.1$  МПа, находятся пузырьки пара радиусом  $R_0 = 0.001$  м с концентрацией  $\alpha_2 = 0.05$ .

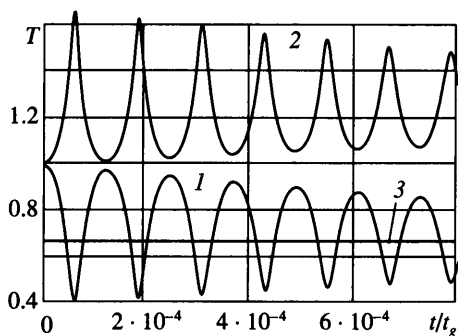
В начальный момент времени  $t = 0$  давление в жидкости мгновенно увеличивается до  $P_e = 0.5$  МПа. В результате для каждого пузырька пара его статическое состояние будет определяться значением радиуса  $R_e = 0.5848 \cdot 10^{-3}$  м и величиной давления  $P_e = 0.5$  МПа.

Пробная ячейка жидкой среды в этом случае согласно (2.1) не должна превышать собой сферу радиусом  $R_l$ , равным  $2.77 \cdot 10^{-3}$  м.

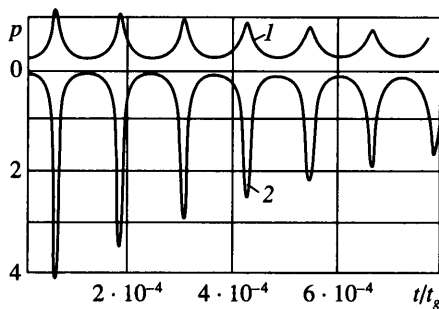
Характерное время (1.13) выравнивания температуры пара в пузырьках  $t_g = 0.714$  с. Эффективное значение числа Нуссельта для пара в пузырьке принято таким же, как и в [2],  $Nu_2 = 207$ .

Для уравнения теплопроводности (1.6) размер  $R_L$  области интегрирования выбирался равным  $1.004 R_0$ . Решение получено на разностной сетке с шагом  $\Delta r = 4 \cdot 10^{-5} R_0$  или  $\Delta \eta = 4 \cdot 10^{-5}$  и шагом интегрирования по времени  $\Delta t = 10^{-7}$  с. Волновые процессы в смеси рассматривались на интервале времени  $(t/t_g) \in [0-8 \cdot 10^{-4}]$ .

В результате мгновенного изменения давления в несущей фазе парожидкостной среды возникает переходный процесс к новому статическому состоянию пузырька с параметрами  $(R_e/R_0) = 0.67$ ,  $P_e = 0.5$  МПа, представляющий собой затухающие колебания пузырька пара с частотой  $\omega_r^p = 7.034 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup> и декрементом  $\Lambda = 0.18$  (фиг. 1).



Фиг. 1. Пульсации среднемассовой температуры пара (1) и стенки парового пузырька (2) при мгновенном изменении давления в несущей фазе, статическое состояние (3)



Фиг. 2. Изменение во времени: среднего давления  $\langle p_1 \rangle$  в жидкости (1) и давления  $p_2$  пара в пузырьке (2)

Такой процесс – результат низкой теплопроводности вещества несущей и дисперсной фаз, что не обеспечивает быстрое восстановление температуры пара в пузырьке, меняющейся в результате движения его стенки.

Характер изменения по времени параметров состояния вещества несущей и дисперсной фазы ( $R(t)/R_0$ ),  $(T_2/T_0)$ ,  $P_2$ ,  $\langle P_1 \rangle$  и уровни их значений в целом совпадают с данными, полученными по более простой модели [1, 2].

В результате более точного определения состояния жидкости в пограничном слое у стенки пузырька и тепловых потоков между основной и дисперсной фазами удалось выявить следующие особенности: 1) возросло демпфирование, снизилась частота и увеличилась амплитуда колебаний пузырька, существенно уменьшились расчетные значения температуры пара в пузырьке (фиг. 1). Для максимальных значений – более чем в 1.5 раза; 2) давление пара в пузырьке быстрее выходит на уровень статического значения (фиг. 2). При этом максимальное значение амплитуды давления увеличилось по сравнению с [1, 2] более чем на 10%.

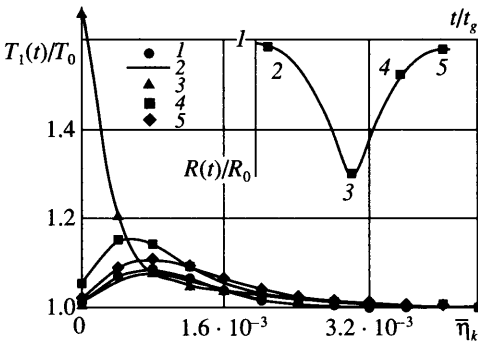
Низкая теплопроводность несущей фазы приводит к существенному изменению ее температуры в пограничном слое у стенки пузырька за один период его колебания (фиг. 3). Такое распределение температуры в жидкости нельзя заменить с приемлемой точностью постоянным среднемассовым значением. Заметно изменилась по сравнению с [2] и картина фазовых переходов (фиг. 4). Если температуру жидкости считать постоянной, то при сжатии пузырька межфазовый обмен проявляется только в конденсации пара. Его масса постоянно уменьшается (фиг. 5).

Предлагаемая модель поведения среды позволила получить более реальную картину этого процесса в виде сочетания чередующихся явлений конденсации пара и испарения жидкости [1, 5].

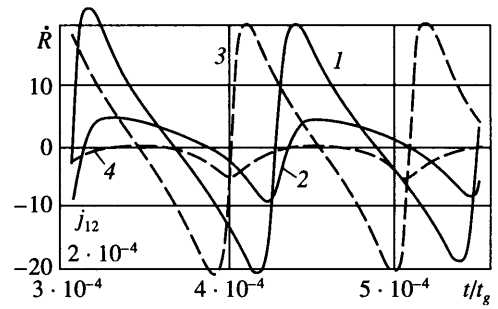
Изменения массы пара во времени происходят в режиме колебаний относительно некоторого постоянного значения, соответствующего новому статическому состоянию пузырька с его частотой и декрементом колебаний (фиг. 5).

При увеличении размеров пузырька из крайнего сжатого положения, соответствующего точке 3 на фиг. 3, пар вначале конденсируется с выделением тепла, которое нагревает сам пар и жидкость у его стенки. Давление в пузырьке падает, температура насыщения уменьшается. Прекращается процесс конденсации пара, и жидкость начинает испаряться в пузырек с поглощением тепла (фиг. 4).

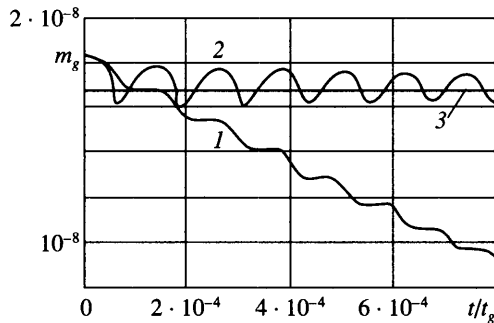




Фиг. 3. Распределение температуры в жидкости в радиальном направлении от стенки парового пузырька за один период его колебаний для выбранных моментов времени: 1–5 –  $1.24 \cdot 10^{-3}$ ,  $1.32 \cdot 10^{-3}$ ,  $1.86 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.2 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.47 \cdot 10^{-3}$



Фиг. 4. Картина фазовых переходов: изменение во времени скоростей движения стенки пузырька  $\dot{R}$  (кривая 1) и массообмена  $j_{12}$  – (2) между фазами; 3, 4 – аналогичные кривые [2]

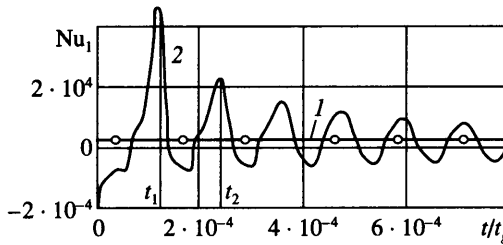


Фиг. 5. Изменение во времени массы пара (2) в пузырьке относительно статического состояния (3): 1 – полученное в [2]

Этот процесс некоторое время продолжается по мере перехода пузырька в другое крайнее положение, соответствующее точке 5 на фиг. 3. По мере сжатия пузырька давление и температура насыщения в нем увеличиваются. Жидкость, окружающая пузырек, охлаждается. Процесс ее испарения прекращается, и начинается конденсация пара. Рассмотренные процессы продолжаются периодически и далее по времени (фиг. 4).

Таким образом, выполненное моделирование поведения парожидкостной среды на основе разработанной модели позволило получить физически более достоверную, чем в [2], картину динамического режима движения стенок изолированного парового пузырька и связанных с ним процессов, определяемых инерцией радиального движения окружающей жидкости.

При изменении размеров пузырька в основном происходит сжатие пара как газа. Результирующее изменение массы пара за счет межфазовых переходов незначительное. Это обусловлено тем, что процессы испарения жидкости и конденсации пара за один период колебания пузырька компенсируют друг друга.



Фиг. 6. Изменение по времени мгновенных значений числа Нуссельта (2) для несущей фазы, 1 – полученное в [2]

Формально, мгновенные значения числа Нуссельта (1.12) колеблются около некоторого эффективного значения, близкого к  $Nu_1 = 2800$  (фиг. 6). Это значение было принято для расчетов в [2].

Как следует из фиг. 6, число Нуссельта два раза меняет знак за один период колебаний пузырька пара, что означает изменение направления тепловых потоков. В этом случае использование осредненного теплового потока от границы раздела фаз в жидкость ведет, очевидно, к искажению реальной картины фазовых переходов.

*Поведение пузырьков пара в воде.* Рассматривается бесконечная двухфазная среда, состоящая из воды при температуре кипения  $T_{10} = 373$  К и нормальном давлении  $P_0 = 0.1$  МПа и пузырьков пара радиусом  $R_0 = 10^{-4}$  м с концентрацией  $\alpha_2 = 0.05$ . В начальный момент времени  $t = 0$  давление в жидкости мгновенно падает до  $P_e = 0.08$  МПа.

Пробная ячейка жидкой среды в этом случае определяется сферой радиуса  $R_1$ , равного  $2.77 \cdot 10^{-4}$  м.

Характерное время выравнивания температуры пара в пузырьке (1.13) составляет  $t_g = 4.854 \cdot 10^{-4}$  с. Эффективное значение числа Нуссельта для пара в пузырьке принято, как и в [2],  $Nu_2 = 11.6$ .

Область интегрирования уравнения теплопроводности вдоль толщины пограничного слоя пузырька принималась равной  $R_L = 1.08R_0$  и аппроксимировалась разностной сеткой с шагом  $\Delta r = 8 \cdot 10^{-4}R_0$  или  $\Delta \eta = 8 \cdot 10^{-4}$ . Значение шага интегрирования по времени выбиралось как  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-9}$  с.

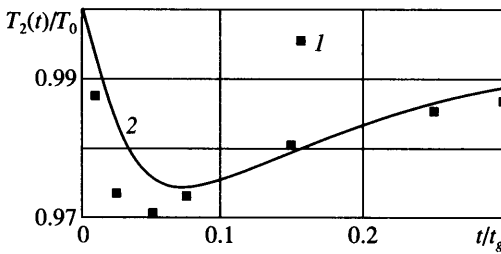
Волновые процессы в жидкости с пузырьками пара рассматривались на интервале времени  $(t/t_g) \in [0-0.3]$ .

В данном случае имеет место монотонный процесс неограниченного роста пузырька пара. Давление в каждой из фаз быстро стабилизируется и оказывается постоянным. Устанавливается новое статическое значение давления в пузырьке –  $P_e = 0.08$  МПа, а в жидкости –  $\langle P_1 \rangle = 0.088$  МПа. Температура пара стремится к ее начальному значению:  $T_2 \rightarrow T_{20}$ .

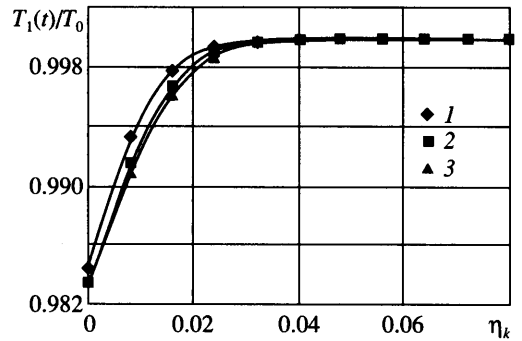
Характер изменения во времени параметров состояния несущей и дисперсной фаз, и порядок их значений хорошо совпадают с данными, полученными в [2]. Исключением являются лишь значения температуры пара в пузырьке, которые существенно увеличились (фиг. 7).

Высокая теплопроводность несущей фазы не ведет к существенному изменению температуры в пограничном слое у стенки пузырька в отличие от рассмотренной выше криогенной жидкости с низкой теплопроводностью (фиг. 8). Совпадают также расчетные картины фазовых переходов (фиг. 9). Тем самым подтверждается возможность применения в этом случае упрощенного подхода, основанного на трехтемпературной схеме [1, 5].

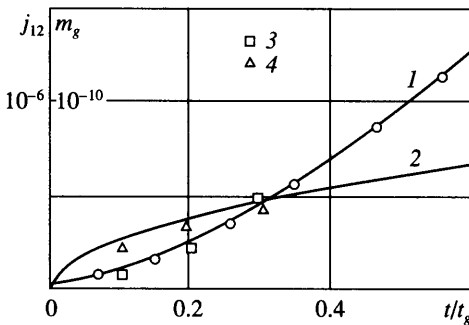
По мере монотонного расширения пузырька также монотонно происходят процессы массообмена. Под действием разряжения изолированный пузырек водяного



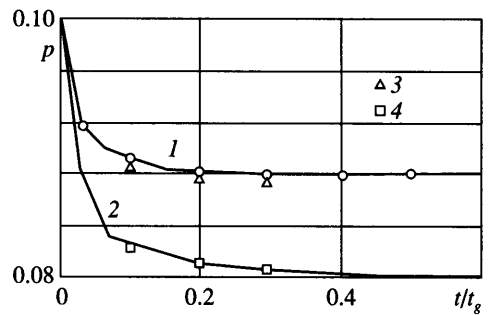
Фиг. 7. Изменение во времени среднемассовой температуры пара (2) в пузырьке, 1 – полученные в [2]



Фиг. 8. Изменение температуры в жидкой фазе вдоль радиуса от стенки парового пузырька для выбранных моментов времени: 1–3 – 0,1, 0,2, 0,3



Фиг. 9. Картина фазовых переходов при изменении во времени: 1 – массы пара  $m_g$  в пузырьке ( $m_{g0} = 2.48 \cdot 10^{-12}$  кг), 2 – скорости испарения несущей фазы  $j_{12}$ ; 3, 4 – аналогичные данные [2]



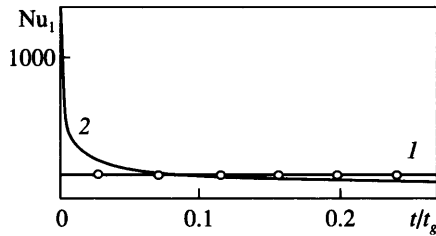
Фиг. 10. Картина фазовых переходов: 1, 2 – изменения во времени среднего давления в несущей фазе и давления пара в пузырьке; 3, 4 – данные, полученные [2]

пара начинает расширяться. Температура пара (фиг. 7) и давление в пузырьке (фиг. 10) резко падают.

Вблизи стенки пузырька жидкость, температура которой меняется мало (фиг. 8), становится перегретой и начинает интенсивно испаряться с поглощением тепла (фиг. 9). Интенсивное образование пара в пузырьке стабилизирует его давление до исходного статического  $P_e$  (фиг. 10).

Интенсивный подвод тепла из жидкости приводит к тому, что охлаждение пара прекращается и начинается его нагрев. Температура пара быстро возрастает, стремясь к начальному значению:  $T_2 \rightarrow T_{20}$  (фиг. 8). При постоянном давлении и уменьшении различия в температурах между фазами интенсивность испарения жидкости падает (фиг. 9).

Таким образом, в отличие от криогенной жидкости высокая теплопроводность воды способствует монотонному росту пузырька пара. В этих условиях реализуется другой по сравнению с криогенной жидкостью, так называемый термический, режим движения стенки пузырька с малой инерцией радиального движения окружающей его жидкости. Изменение размеров пузырька происходит в основном за счет испарения жидкости. Процесс сжатия пара как газа оказывается незначительным.



Фиг. 11. Изменение по времени мгновенных значений числа Нуссельта (2) для несущей фазы, 1 – полученное в [2]

Мгновенные значения числа Нуссельта меняются на небольшом отрезке времени  $(t/t_g) \in (0-0.075 \cdot 10^{-1})$  и быстро принимают практически постоянное значение, близкое к  $Nu_1 = 165$ , принятому в [2] (фиг. 11). Следовательно, в данном случае подтверждается возможность осреднения теплового потока от границы раздела фаз в жидкость.

*Распространение ударных волн в двухфазной жидкости.* Выполненный анализ динамики пузырьков, процессов, происходящих в них и окружающей их несущей фазе, чрезвычайно важен для изучения распространения ударных волн в пузырьковых жидкостях.

В режиме высокочастотного резонанса с этими волнами колеблющиеся пузырьки размывают ударный фронт, способствуют образованию волны “упругого” предвестника и ряду других явлений [3, 5–8, 13].

В этой связи представляют практический интерес результаты, полученные при изучении распространения ударных волн в парожидкостной среде со сжимаемой несущей фазой.

Рассматриваются две деформируемые коаксиальные цилиндрические оболочки, пространство между которыми заполнено жидкостью с пузырьками пара при температуре насыщения и нормальном давлении, находящиеся под действием внешнего импульсного нагружения (например, взрыва) фиг. 12.

Нагружение оболочки во времени может быть представлено соотношением

$$P_b = P_b^* \cos(\phi), \quad 0 \leq \phi \leq \pi$$

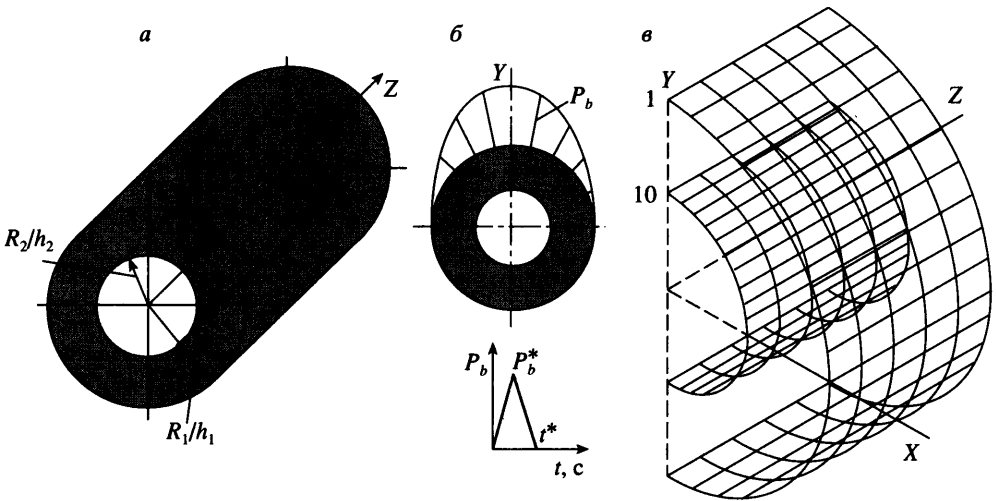
Примем, что давление  $P_b$  действует в течение времени  $t^* = 0.26 \cdot 10^{-3}$  с с амплитудой  $P_b^*$ , изменяющейся во времени как

$$P_b^* = k_p t, \quad t < \frac{1}{2} t^*; \quad P_b = k_p (t^* - t), \quad \frac{1}{2} t^* < t < t^*$$

и достигающей максимального значения, равного 30 МПа, при  $t = t^*/2$ ,  $k_p = 0.77$  МПа/с. Это воздействие вызывает в парожидкостной среде волну сжатия, распространяющуюся от внешней оболочки к внутренней.

Внешняя тонкостенная оболочка имеет радиус  $R_1 = 1$  м и толщину стенки  $h_1 = 0.003$  м, внутренняя –  $R_2 = 0.5$  м,  $h_2 = 0.005$  м. Оболочки изготовлены из стали со следующими физико-механическими характеристиками: плотность  $\rho = 7810$  кг/м<sup>3</sup>, модуль упругости  $E = 1800$  МПа. Концентрация дисперсной фазы в двухфазной парожидкостной среде составляет  $\alpha_2 = 0.05$ .

Из анализа полученных результатов следует, что все процессы, происходящие в среде при распространении в ней ударной волны, в значительной мере обусловлены обжатием и разрушением паровых пузырьков в несущей фазе и связанных с ними



Фиг. 12. Импульсное нагружение коаксиальных оболочек, заполненных парожидкостной средой: *а* – геометрия оболочек, *б* – распределение нагрузки вдоль контура оболочки и характеристики импульсного нагружения, *в* – расчетная схема метода конечных элементов (1–11 точки в парожидкостной среде на расстояниях: 0.01, 0.03, 0.06, 0.08, 0.11, 0.13, 0.18, 0.23, 0.43, 0.46 м от внешней оболочки)

фазовых превращений. Объем смеси, находящейся под действием импульсного давления, определяется в основном изменяющимся объемом дисперсной фазы. Несущая фаза практически не сжимается.

После разрушения парового пузырька восстанавливается сплошность содержащего его элементарного объема. На него продолжает действовать давление во фронте подошедшей ударной волны и существенное разряжение, вызванное схлопыванием пузырька. Происходит резкий скачок давления. На входе в жидкость оно превосходит примерно в полтора раза амплитуду внешнего воздействия, догружая внешнюю оболочку. Затем волна сжатия быстро затухает.

Скорость распространения волны сжатия в парожидкостной среде существенно меньше, чем в ее несущей фазе в предположении, что она является сплошной средой. Чем меньше уровень нагружения и соответственно больше время схлопывания пузырька, тем существеннее оказывается различие между ними (табл. 1).

При рассмотренных уровнях импульсного воздействия расстояние, на которое волны проникают в глубь парожидкостной среды, составило менее половины расстояния между оболочками (табл. 2), где указаны точки среды, лежащие на расстоянии  $l$  от внешней оболочки в направлении прохождения волны вдоль оси  $Y$  в соответствии с фиг. 12, в. Более того, последовательное увеличение амплитуды  $P_b^*$  импульса нагружения не ведет к адекватному росту глубины проникновения волны сжатия.

Таким образом, парожидкостная среда в отличие от жидкости с пузырьками газа [2, 12] играет роль своеобразного экрана, предохраняя от воздействия внутреннюю оболочку и догружая внешнюю.

**Заключение.** Разработана новая математическая модель для двухфазных жидкостей с пузырьками газа или пара и выполнено численное моделирование переходных процессов в парожидкостных средах с различными теплофизическими свойствами при мгновенном изменении давления в несущей фазе.

Таблица 1

Точка №	Скорость распространения ударной волны, м/с	
	Однофазная среда	Парожидкостная смесь
$P_b^* = 10 \text{ МПа}$		
1	722.5	722.5
2	947	492
4	1101	576
5	1151.5	557
6	1185.4	455.3
7	1242	313.5
8	1277	–
9	1334	–
10	1307	–
$p_b^* = 30 \text{ МПа}$		
1	647	619
2	904	681
4	1047	810
6	1146	864
7	1202	848
8	1243.5	–
9	1317	–
10	1321	–

Таблица 2

Амплитуда импульса, $p_b^*$ , МПа	Глубина проникновения волны, м	Точка
0.5	Не проходит в глубь среды	–
5.0	0.1125	5
10.0	0.2375	8
20.0	0.2375	8
30.0	0.2375	8

Использование модели для изучения поведения парожидкостной среды позволило получить реальные наблюдаемые в эксперименте картины волновых процессов, оценить соответствующие им изменения параметров состояния каждой из фаз, картины фазовых переходов в компонентах смеси.

При низкой теплопроводности компонентов среды, как в случае криогенных жидкостей и их пара, реализуется динамический режим движения стенки пузырька, где доминируют эффекты движения жидкости, окружающей отдельный пузырек. Изменение размеров отдельного пузырька происходит за счет сжатия пара как газа. Интенсивные процессы массообмена (чередующиеся испарение и конденсация) компенсируют друг друга, изменение массы пара незначительно.

При высокой теплопроводности компонентов среды, таких, как вода и ее пар, реализуется иной – термический режим движения стенки пузырька, когда динамические эффекты движения жидкости, окружающей отдельный пузырек, незначительны. При возникновении мгновенного разрежения в жидкости имеет место монотонный про-

цесс роста отдельного пузырька, сопровождающийся аналогичным процессом испарения жидкости в пузырек при сохранении постоянными давления и температуры пара.

Основной же особенностью динамического поведения парожидкостных сред являются пульсации давления, появляющиеся в жидкости после схлопывания паровых пузырьков. Учет этих явлений чрезвычайно важен для анализа распространения ударных волн в пузырьковых жидкостях и роли кавитационных эффектов в жидкости на эрозионное разрушение конструкций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1. 464 с.; Т. 2. 359 с.
2. *Петушков В.А., Мельситов А.Н.* Математическое моделирование течения двухфазной парожидкостной среды в переходных режимах // *Мат. моделирование.* 2003. Т. 15. № 12. С. 17–35.
3. *Мельситов А.Н., Петушков В.А.* Высокоскоростная динамика двухфазной газожидкостной среды с теплообменом между фазами // *Мат. моделирование.* 2000. Т. 12. № 12. С. 35–54.
4. *Hewitt G.F.* Measurements of Two-Phase Flow Parameters. L.: Acad. Press, 1978. 287 p.
5. *Bergles A.E., Collier J.G., Delhaye J.H. et al.* Two-Phase Flows and Heat Transfer in the Power and Process Industries. Washington: Hemisphere, 1981. 707 p.
6. *Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатом, 1990. 248 с.
7. *Stewart H.V., Wendroff B.* Two-phase flows: Models and methods // *J. Comput. Physics.* 1984. V. 56. № 3. P. 363–409.
8. *Oliveira P.J., Issa R.J.* Numerical aspects of an algorithm for the Eulerian simulation of two-phase flows // *Intern. J. Numer. Meth. Fluids.* 2003. V. 43. № 10–11. P. 1177–1198.
9. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
10. *Петушков В.А., Фролов К.В.* Динамика гидроупругих систем при импульсном возбуждении // *Динамика конструкций гидроаэроупругих систем.* М.: Наука, 2002. С. 162–202.
11. *Петушков В.А., Мельситов А.Н.* Взаимодействие деформируемых сред с двухфазной газожидкостной средой при высокоскоростном ударном нагружении // *Мат. моделирование.* 1998. Т. 10. № 11. С. 3–18.
12. *Мельситов А.Н., Петушков В.А.* Разрушение упругопластических сред высокоскоростным ударом газожидкостной среды // *Мат. моделирование.* 2000. Т. 12. № 10. С. 95–109.
13. *Петушков В.А., Мельситов А.Н.* Локальные волновые процессы в жидкости, вызванные предельными переходами изолированного пузырька пара // *Мат. моделирование.* 2003. Т. 15. № 11. С. 51–68.

Москва

Поступила в редакцию  
8.X.2003