

УДК 532.526.2.013.2 : 533.6.011

© 2005 г. А. В. КАЗАКОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С НЕВЯЗКИМ ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВБЛИЗИ ОБЛАСТИ ЛОКАЛЬНОГО ПОДВОДА ЭНЕРГИИ

Приведены результаты численного моделирования нестационарных течений вязкого теплопроводного газа, возникающих в области взаимодействия внешнего невязкого потока с ламинарным пограничным слоем вблизи области локального подвода энергии при больших докритических числах Рейнольдса. Решение уравнений Навье–Стокса строится на основе метода сращиваемых асимптотических разложений. Численные решения нелинейной краевой задачи, описывающей течение в пристенной области пограничного слоя, даны в переменных подобия. Показано, что локальный по времени и пространству подвод энергии приводит к возникновению самосогласованного возмущения течения, распространение которого вниз по потоку сопровождается ростом амплитуды возмущения на небольшом отрезке времени даже после прекращения подвода энергии. Расчеты течений, индуцируемых двумя расположенными друг за другом источниками тепла, позволили установить, что для второй области подвода энергии временная задержка и расстояние между источниками могут быть подобраны так, что суперпозиция возмущений, инициируемых первым и вторым источниками энергии, приводит в силу нелинейных эффектов к существенному росту амплитуды суммарного возмущения течения.

Ключевые слова: нестационарность, нелинейные возмущения, взаимодействие пограничного слоя и внешнего потока.

1. Постановка задачи. Рассматривается обтекание плоской пластины дозвуковым потоком вязкого теплопроводного газа при больших докритических числах Рейнольдса. Пусть на некотором расстоянии L от передней кромки пластины внутри пограничного слоя располагается локальная зона выделения тепловой энергии. Предполагается, что течение описывается системой уравнений Навье–Стокса для вязкого теплопроводного газа. Для построения решения уравнений Навье–Стокса будем использовать метод сращиваемых асимптотических разложений при стремлении характерного числа Рейнольдса к бесконечности: $Re_\infty = \rho_\infty^* u_\infty^* L / \mu_\infty^* = \varepsilon^{-2} \rightarrow \infty$. Здесь ρ_∞^* , u_∞^* , μ_∞^* – плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока соответственно.

Далее будут использоваться только безразмерные переменные, для чего все линейные масштабы отнесены к характерной длине L , время – к L/u_∞ , компоненты скорости отнесены к скорости набегающего потока u_∞ , плотность и коэффициент динамической вязкости к соответствующим величинам набегающего потока, давление – к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty u_\infty^2$, энтальпия – к u_∞^2 , интенсивность источника тепла отнесена к $\rho u_\infty^3 / L$.

Будем полагать, что область выделения тепловой энергии располагается целиком внутри пограничного слоя, а изменения температуры или энтальпии газа, вызванные подводом энергии, в области тепловыделения оказываются такого же порядка, что и сами эти величины: $\Delta T \approx T$, $\Delta h \approx h$. Относительно пространственных масшта-

бов области тепловыделения будем считать, что характерный пространственный масштаб в продольном направлении много меньше характерного расстояния от носка пластины, а масштаб по нормали к поверхности меньше, чем толщина невозмущенного пограничного слоя. Следуя методу сращиваемых асимптотических разложений [1], прежде всего необходимо рассмотреть внешнюю область течения с характерными масштабами $x \sim y \sim O(1)$. В пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$ основное течение в этой области является невязким и описывается системой уравнений Эйлера. В случае обтекании плоской пластины решение будет представлять собой невозмущенный поток.

Для того чтобы удовлетворить условиям прилипания на твердой поверхности, необходимо рассмотреть пограничный слой Прандтля с характерными масштабами $x \sim O(1)$ и $y \sim O(\varepsilon)$. В этой области основное невозмущенное течение описывается параболической системой уравнений пограничного слоя. Исключение – область локального подвода энергии, где возникают большие продольные градиенты давления и других функций течения, как, например, это имеет место в малой окрестности резкого изменения температуры поверхности [2, 3]. В области подвода тепловой энергии вблизи поверхности тела температура газа изменяется на свой основной порядок $\Delta h \sim h \sim O(1)$, приводя к соответствующему изменению плотности газа $\Delta \rho \sim \rho \sim O(1)$. В дальнейшем будем полагать, что число Прандтля порядка единицы – $Pr \sim O(1)$, и толщины вязкого динамического и теплового слоев одного порядка. Используя предположение о малости характерного продольного масштаба области подвода тепла $\Delta x \ll 1$ и характерную оценку для продольной составляющей скорости вблизи поверхности $u \sim O(y/\varepsilon)$, из равенства конвективных и вязких членов в уравнении продольного импульса получаем следующую оценку толщины вязкой пристенной области течения: $\Delta y \sim O(\varepsilon \Delta x^{1/3})$.

Изменения толщины вытеснения пристенного слоя приводят к соответствующему возмущению давления $\Delta p \sim O(\Delta y/\Delta x) \ll 1$, которое в силу $\Delta p/\Delta x \gg 1$ может вызывать нелинейные возмущения скорости в вязком подслое $\Delta u \sim u \sim \Delta p^{1/2}$. В наиболее общем случае для нелинейных возмущений вязкого пристенного слоя получим

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} \sim u \frac{\Delta u}{\Delta x} \sim \frac{\Delta p}{\Delta x} \sim \varepsilon^2 \frac{\Delta u}{\Delta y^2} \quad (1.1)$$

В силу сделанных выше предположений нетрудно получить оценки масштабов величин в вязком подслое

$$\Delta t \sim O(\varepsilon^{1/2}), \quad \Delta x \sim O(\varepsilon^{3/4}), \quad \Delta y \sim O(\varepsilon^{5/4}), \quad \Delta p \sim O(\varepsilon^{1/2}), \quad \Delta u \sim u \sim O(\varepsilon^{1/4}) \quad (1.2)$$

Будем полагать, что область локального выделения тепловой энергии целиком находится внутри вязкого пристенного слоя и имеет характерные продольный и поперечный масштабы по порядку величины, равные соответствующим масштабам вязкой пристенной области. В этом случае область взаимодействия разбивается на три характерные области. Область 1 – область невязкого слабо возмущенного течения с масштабами $\Delta x \sim \Delta y \sim O(\varepsilon^{3/4})$, область возмущенной части основного пограничного слоя (область 2) с характерными масштабами $\Delta x \sim O(\varepsilon^{3/4})$, $\Delta y \sim O(\varepsilon)$ и, наконец, область 3 – вязкий пристенный слой с масштабами (1.2). Таким образом, возмущенное течение описывается известной трехслойной схемой, использованной для описания вязко-невязкого взаимодействия около точки отрыва или точки разрыва температуры поверхности [2, 3].

Асимптотические разложения основных функций течения в области 1, соответствующей невязкому возмущенному дозвуковому потоку с масштабами $\delta \sim \varepsilon \ll x \sim y \sim O(\varepsilon^{3/4}) \ll 1$, имеют вид

$$x = 1 + \varepsilon^{3/4} x_1, \quad y = \varepsilon^{3/4} y_1, \quad t = \varepsilon^{1/2} t_1$$

$$\begin{aligned}
 u &= 1 + \varepsilon^{1/2} u_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots, & v &= \varepsilon^{1/2} v_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots \\
 \rho &= 1 + \varepsilon^{1/2} \rho_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots, & p &= P_{00} + \varepsilon^{1/2} p_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots \\
 h &= h_{00} + \varepsilon^{1/2} h_{11}(t_1, x_1, y_1) + \dots, & P_{00} &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2}, \quad h_{00} = \frac{1}{(\gamma - 1) M_\infty^2}; \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Здесь P_{00} , h_{00} – статическое давление и энтальпия невозмущенного потока соответственно, γ – отношение удельных теплоемкостей газа.

Подстановка асимптотических разложений (1.3) в уравнения Навье–Стокса и предельный переход $\varepsilon \rightarrow 0$ приводят к системе уравнений Эйлера, решение которых дает следующую связь возмущенного давления и вертикальной компоненты скорости на поверхности тела

$$\begin{aligned}
 p_{11}(t_1, x_1, 0) &= \frac{1}{\pi \sqrt{1 - M_{\infty-\infty}^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_{11}(t_1, \xi, 0) d\xi}{x_1 - \xi} \\
 \frac{dp_{11}}{dx_1}(t_1, x_1, 0) &= \frac{1}{\pi \sqrt{1 - M_{\infty-\infty}^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dv_{11}/dx_1(t_1, \xi, 0) d\xi}{x_1 - \xi}
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

Отметим, что возмущенное течение в области 1 оказывается квазистационарным и зависит от времени только как от параметра. В области 2, соответствующей основной части пограничного слоя, функции течения можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 x &= 1 + \varepsilon^{3/4} x_2, \quad (x_2 = x_1) \quad y = \varepsilon y_2, \quad t = \varepsilon^{1/2} t_2 \quad (t_2 = t_1) \\
 u &= u_{20}(y_2) + \varepsilon^{1/4} u_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots, \quad v = \varepsilon^{1/2} v_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots \\
 \rho &= \rho_{20}(y_2) + \varepsilon^{1/4} \rho_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots, \quad p = P_{00} + \varepsilon^{1/2} p_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots \\
 h &= h_{00}(y_2) + \varepsilon^{1/4} h_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

Здесь u_{20} , ρ_{20} , h_{20} соответствуют распределениям продольной компоненты скорости, плотности и энтальпии в невозмущенном пограничном слое. Подстановка асимптотических разложений (1.5) в систему уравнений Навье–Стокса приводит к системе уравнений, решение которых может быть записано как

$$\begin{aligned}
 u_{21} &= \Delta du_{20}/dy_2, \quad v_{21} = -u_{20} d\Delta/dx_2, \quad \rho_{21} = \Delta d\rho_{20}/dy_2 \\
 h_{21} &= \Delta dh_{20}/dy_2, \quad p_{21} = p_{21}(x_2), \quad \Delta = \Delta(x_2)
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Здесь Δ обозначает возмущение толщины вытеснения пограничного слоя, которое в этом приближении связано с изменением толщины вытеснения нелинейного вязкого пристенного слоя – области 3. Градиент давления поперек области 2 в первом приближении отсутствует. Для описания течения в области 3 с характерными масштабами $\varepsilon \ll x \sim O(\varepsilon^{3/4}) \ll 1$, $y \sim O(\varepsilon^{5/4})$ асимптотические разложения записываются в виде

$$\begin{aligned}
 x &= 1 + \varepsilon^{3/4} x_3, \quad y = \varepsilon^{5/4} y_3, \quad t = \varepsilon^{1/2} t_3 \quad (x_3 = x_2 = x_1) \\
 u &= \varepsilon^{1/4} u_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots, \quad v = \varepsilon^{3/4} v_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots \\
 \rho &= \rho_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots, \quad h = h_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots, \quad \mu = \mu_{30}(t_3, x_3, y_3) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

$$p = P_{00} + \varepsilon^{1/2} p_{31}(t_3, x_3, y_3) + \dots$$

Подстановка асимптотических разложений (1.7) в систему уравнений Навье–Стокса и предельный переход $\varepsilon \rightarrow 0$ приводят к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{30}}{\partial t_3} + \frac{\partial \rho_{30} u_{31}}{\partial x_3} + \frac{\partial \rho_{30} v_{31}}{\partial y_3} &= 0, \quad \frac{\partial p_{31}}{\partial y_3} = 0 \\ \frac{\partial u_{31}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} &= -\frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial p_{31}}{\partial x_3} + \frac{1}{\rho_{30}} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial u_{31}}{\partial y_3} \right) \\ \frac{\partial h_{30}}{\partial t_3} + u_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial x_3} + v_{31} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} &= \frac{1}{\sigma \rho_{30}} \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\mu_{30} \frac{\partial h_{30}}{\partial y_3} \right) + Q_3(t_3, x_3, y_3) \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$P_{00} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho_{30} h_{30}, \quad \mu_{30} = M(h_{30})$$

Здесь величина $q_{add} = \varepsilon^{-1/2} Q_3 = \varepsilon^{-1/2} Q_{add}(t_3, x_3, y_3)$ – заданная функция времени и координат, определяющая распределение объемного подвода тепловой энергии к газу в вязком подслое по времени и пространству. Величина $h_{0w} = h_{20}(y_2 = 0)$ – значение энтальпии на поверхности пластины в невозмущенном пограничном слое на большом удалении от источника объемного подвода энергии. Соответствующие начальные и граничные условия можно записать в виде

$$\begin{aligned} u_{31} &\rightarrow a_0(y_3 + \Delta_3(x_3)), \quad h_{30} \rightarrow h_{20}(0), \quad aty_3 \rightarrow \infty \\ u_{31} &\rightarrow a_0 y_3, \quad h_{30} \rightarrow h_{20}(0), \quad p_{31}, \quad \Delta_3 \rightarrow 0(x_3 \rightarrow -\infty) \\ u_{31} = v_{31} &= 0, \quad h_{30} = h_{20}(0) \quad (y_3 = 0) \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$p_{31} = (t_3, x_3) = p_{21}(t_2, x_3) = p_{11}(t_1, x_1, 0) = \frac{1}{\pi \sqrt{1 - M_\infty^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Delta_3/d\xi}{x_3 - \xi} d\xi$$

Последнее соотношение задает зависимость распределения давления вдоль продольной координаты от толщины вытеснения и получено с помощью сращения давления в областях 1–3. Полагая, что коэффициент вязкости зависит от температуры газа согласно степенному закону $\mu = C_\mu h^\omega$, удобно преобразовать систему уравнений в вязком подслое (1.8), записав ее в переменных подобия

$$\begin{aligned} t_3 &= (\rho_{00}^{-\omega} a_0^3 \beta)^{-1/2} T, \quad x_3 = (\rho_{00}^{2-\omega} a_0^5 \beta^3)^{-1/4} X \\ y_3 &= (\rho_{00}^{\omega+2} a_0^3 \beta)^{-1/4} Y, \quad \rho_{30} = \rho_{00} \rho \\ u_{31} &= (\rho_{00}^{\omega+2} a_0^{-1} \beta)^{-1/4} U, \quad v_{31} = (\rho_{00}^{-3\omega-2} a_0^3 \beta)^{1/4} V \\ h_{30} &= ((\gamma - 1) M_\infty^2 \rho_{00})^{-1} H, \quad \mu_{30} = \rho_{00}^{-\omega} \mu \\ p_{31} &= (\rho_{00}^{\omega} a_0^{-1} \beta)^{-1/2} P, \quad Q_{30} = ((\gamma - 1)^{-2} M_\infty^{-4} \rho_{00}^{-\omega} a_0^3 \beta)^{1/2} \Theta \\ \Delta_3 &= (\rho_{00}^{\omega+2} a_0^3 \beta)^{-1/4} \Delta, \quad \beta = \sqrt{1 - M_\infty^2} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Здесь использовано обозначение $\rho_{00} = \rho_{30}$ ($t_3 = 0, x_3 \rightarrow -\infty, y_3 = 0$) для плотности газа в невозмущенном пограничном слое при температуре поверхности, a_0 – градиент скорости du_{20}/dy_2 в невозмущенном пограничном слое на поверхности тела при $y_2 = 0$. Записывая систему уравнений для вязкого подслоя в переменных подобия, приходим к краевой задаче

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} + \frac{\partial \rho U}{\partial X} + \frac{\partial \rho V}{\partial Y} = 0, \quad \rho h = 1$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Y} \left(h^\omega \frac{\partial U}{\partial Y} \right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial T} + U \frac{\partial h}{\partial X} + V \frac{\partial h}{\partial Y} = \frac{1}{\sigma \rho} \frac{\partial}{\partial Y} \left(h^\omega \frac{\partial h}{\partial Y} \right) + \Theta(T, X, Y) \quad (1.11)$$

$$U \rightarrow Y, \quad h \rightarrow 1, \quad \rho \rightarrow 1, \quad X \rightarrow -\infty$$

$$U \rightarrow Y + \Delta(X, T), \quad h \rightarrow 1, \quad \rho \rightarrow 1, \quad Y \rightarrow +\infty$$

$$U = V = 0, \quad h = 1, \quad Y = 0$$

$$P = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(d\Delta/d\xi)}{X - \xi} d\xi$$

Система уравнений (1.11) решалась итерационным методом с использованием неявного конечно-разностного метода второго порядка точности. На каждом временном шаге использовался итерационный процесс для построения самосогласованного решения нелинейных уравнений с соответствующим возмущением давления. Необходимо отметить, что полученная система уравнений (1.11) в случае отсутствия (или малости) возмущений плотности и энтальпии (температуры) (при $\rho = 1; h = 1$) представляет собой асимптотическую модель, описывающую поведение распространяющихся вдоль по потоку возмущений типа волн Толлмина–Шлихтинга [4–6]. В более ранних исследованиях поведения нестационарных возмущений, выполненных на основе решений асимптотических уравнений взаимодействующего с внешним потоком пограничного слоя (аналогичных системе уравнений (1.11)), было установлено, что наличие отрывных областей и соответственно появление точки перегиба в профиле скорости пограничного слоя (например, при обтекании небольших неровностей поверхности) могут приводить к развитию в потоке неустойчивых невязких возмущений, аналогичных невязким модам Релея [7–11], которые распространяются и нарастают вниз по потоку, достигая правой границы расчетной области. Для адекватного моделирования распространяющихся вниз по потоку возмущений на границе области вниз по потоку необходимо задавать мягкие (не отражающие) граничные условия. Можно также рассматривать, как это сделано в данной работе, развитие нестационарных возмущений на относительно коротких интервалах времени, за которые возмущения не успевают достичь правой границы расчетной области, что с приемлемой точностью можно контролировать по распределениям возмущенного давления. При этом любые мягкие граничные условия (например условие обращения в нуль вторых производных всех функций течения), заданные на границе вниз по потоку практически не влияют на вид искомых функций в расчетной области. Отметим, что все приведенные в данной работе результаты получены для расчетной области, имеющей характерные размеры в направлении вдоль потока $-10 \leq X \leq +160$, что оказалось достаточным для анализа нестационарных процессов, происходящих на временном интервале $0 \leq T \leq 5-7$.

2. Результаты расчетов. Расчеты проводились для течений в области взаимодействия, когда подвод тепловой энергии задавался с помощью задания распределения источников энергии во времени и пространстве в уравнении энергии

$$\Theta(T, X, Y) = \Theta_t(T) \cdot \Theta_x(X) \cdot \Theta_y(Y)$$

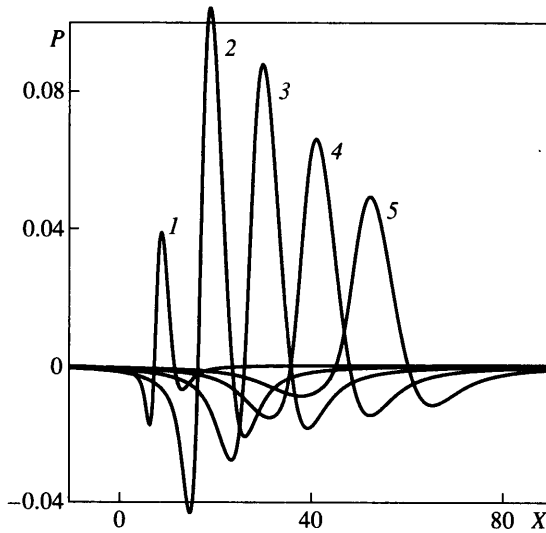
$$\Theta_x(X) = \exp(-(X - X_c)^2), \quad \Theta_y(Y) = q_0 Y \exp(-\alpha Y) \quad (2.1)$$

$$\Theta_t(T) = \sin\left(\frac{\pi T}{T_{00}}\right), \quad T \leq T_{00}; \quad \Theta_t(T) = 0, \quad T \geq T_{00}$$

Здесь q_0 – параметр, задающий величину амплитуды источника энергии в пограничном слое. Расчеты проводились для следующих параметров подвода тепла: $q_0 = 500$, $\alpha = 3$, $T_{00} = 0.5$. Результаты показали, что подвод тепловой энергии вблизи поверхности и локализованный вначале вблизи начала координат ($X_c = 0$) приводит к возникновению возмущения давления, обусловленного изменением толщины вытеснения пограничного слоя. Амплитуда возмущенного давления начинает возрастать во время подвода тепла $0 \leq T \leq T_{00}$ и к моменту окончания подвода энергии в поток достигает некоторого значения, величина которого зависит от параметров интенсивности источника подвода тепла. После окончания действия источника тепла амплитуда возмущения, распространяющегося, начиная с момента своего возникновения, вниз по потоку от области подвода энергии, также продолжает возрастать в течение некоторого отрезка времени даже после прекращения действия источника тепла в пограничном слое. Увеличение амплитуды возмущения на этом временном промежутке может быть связано с наличием в формирующемся вблизи источника возмущении (волновом пакете) неустойчивых мод колебаний, соответствующих нормальным модам с характерными значениями волнового числа и частот колебаний [8–11]. Отметим, что возмущение можно представить как суперпозицию нормальных мод колебаний, каждое из которых волна Толлмина–Шлихтинга, нарастающая или затухающая во времени (или пространстве) и соответствующая вполне определенным значениям пространственного волнового числа α и частоты $\omega = \omega_r + \omega_i$; [4–6]. Однако в рассматриваемом случае развития нелинейного возмущения отдельные нормальные колебания больше уже не развиваются независимо друг от друга, а непрерывно обмениваются между собой энергией, что и определяет развитие всего возмущения в целом.

В качестве иллюстрации на фиг. 1 представлены распределения возмущенного давления в различные моменты времени $T = 1-5$ (кривые 1–5 соответственно). Таким образом, локальный подвод тепла приводит к возникновению в пограничном слое нелинейного возмущения, распространяющегося вниз по потоку от области начального подвода тепла, причем первоначальный продольный масштаб возмущения связан и определяется заданными продольным и поперечным размерами области подвода тепла.

В рассматриваемом случае температура газа в вязком подслое в области взаимодействия изменяется за счет подвода тепла на свой порядок ($\Delta h \approx h$). При этом развитие и распространение вниз по потоку возмущения, индуцированного интенсивным источником тепла, могут существенно отличаться от поведения возмущений в том случае, когда изменением температуры в пограничном слое можно пренебречь, и оно в основном приближении не влияет на течение [4–10]. Последующие уменьшение амплитуды волнового пакета и его затухание могут быть связаны с тем, что, с одной стороны, возрастание температуры газа в области подвода тепла приводит к увеличению вязкости, а с другой – является следствием стабилизации течения, которая обусловлена движением нагретого на участке подвода тепла газа над более холодной поверхностью.

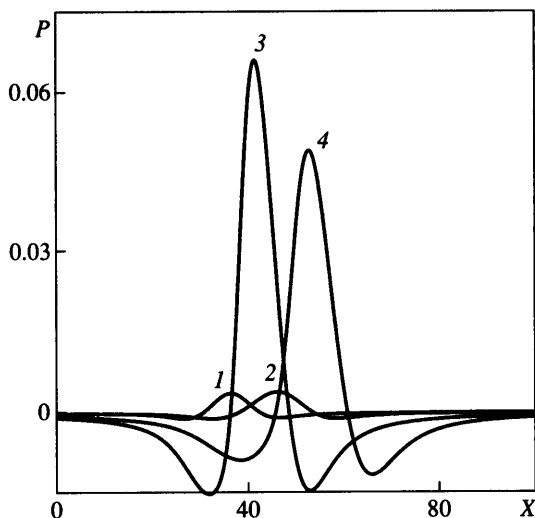


Фиг. 1. Распределения давления от источника с интенсивностью $q_0 = 500$ и распределением по пространству, заданному согласно (2.1) в моменты времени $T = 1, 2, 3, 4, 5$ (кривые 1–5)

Действительно, как показано при рассмотрении задач линейной устойчивости пограничного слоя [12–15], если нагретый в области подвода энергии газ оказывается ниже по течению над более холодной поверхностью, течение в пограничном слое становится более устойчивым. Это происходит благодаря такой перестройке основного невозмущенного течения, при которой вид дисперсионного соотношения в задаче линейной теории устойчивости изменяется так, что все или часть неустойчивых мод, соответствующих неустойчивым волнам Толлмина–Шлихтинга, преобразуются в устойчивые возмущения.

Так, в [14, 15] на основе расчетов по линейной теории устойчивости было показано, что нагрев малого локального участка поверхности, обтекаемого дозвуковым потоком тела, может приводить к значительной стабилизации течения в пограничном слое и способствовать затягиванию ламинарно-турбулентного перехода. При этом в области подвода энергии благодаря нагреву газа вязкость существенно возрастает, что может с физической точки зрения рассматриваться как уменьшение характерного локального числа Рейнольдса и приводит при дальнейшем движении газа над более холодной стенкой к затуханию первоначально нарастающих колебаний. В данной работе амплитуда нелинейного возмущенного движения в вязком подслое, индуцированного локальным подводом тепла, ниже по потоку также затухает, что является следствием более интенсивной вязкой диссипации, на что указывает уменьшение максимальных значений приращения давления, реализующихся в сформировавшемся волновом пакете (фиг. 1).

Сравнение распределений возмущения давления для двух различных амплитуд источника тепла $q_0 = 100$ и 500 в моменты времени $T = 4$ и 5 , представленное на фиг. 2, показывает, что возрастание интенсивности источника тепла приводит в силу нелинейности процесса к относительно большему возрастанию амплитуды индуцированного им возмущения. Отношение максимальных значений амплитуды возмущения давления в момент времени $T = 4$ равно $P(q_0 = 500)/P(q_0 = 100) \approx 18$, хотя максимальные интенсивности источников тепла различаются только в 5 раз.



Фиг. 2. Распределения давления, создаваемые одиночными источниками тепла различной интенсивности для $T = 4$ и 5: $q_0 = 100$ (кривые 1, 2) и 500 (кривые 3, 4)

Нелинейность процесса распространения возмущения в пограничном слое приводит при увеличении подвода тепла к возрастанию скорости распространения максимума возмущенного давления вдоль стенки. Действительно, сравнение распространения вниз по потоку возмущений, генерируемых источниками энергии с разными максимальными интенсивностями, показывает, что скорость перемещения возмущения, которую можно оценить по скорости движения характерного пика давления в продольном направлении, зависит от интенсивности источника. Это обуславливается тем, что при увеличении подвода тепла в пограничный слой область возмущенного нагревом газа течения возрастает не только в продольном, но и в поперечном направлении, захватывая все более далекие от поверхности тела слои газа, обладающие в силу этого и большими скоростями. Возмущения, индуцируемые локальным подводом энергии, можно рассматривать как некоторый нелинейный волновой пакет, амплитуда которого первоначально возрастает в результате быстрого прогрева газа и локального роста толщины вытеснения пограничного слоя, приводящего к достаточно быстрому увеличению давления в результате нелинейного взаимодействия вязкого теплопроводного пристенного слоя с внешним невязким потоком. Область нагретого газа, созданная локальным источником тепла и являющаяся одновременно центральной зоной возмущенного течения (центр волнового пакета), перемещается вниз по потоку от источника тепла и оказывается над более холодной стенкой, что согласно результатам линейной теории устойчивости [10–12] должно приводить к стабилизации течения.

Численные результаты показывают также, что индуцированные такими интенсивными источниками тепла возмущения, в которых температура и, следовательно, вязкость в возмущенной области потока могут значительно (в 1–2 раза) превосходить свои невозмущенные значения в пристенном слое, не проявляют свойств неустойчивости и в частности свойств, присущих невязкой неустойчивости Релея [8, 9]. Заметим, что неустойчивость, обнаруженная в [5–9], соответствовала течениям с малым изменением температуры потока, когда основные уравнения вязкого подслоя приобретают вид, характерный для течений несжимаемой жидкости, и инициировалась возмущениями, создаваемыми при отрывном обтекании небольших неровностей поверхности или ви-

браторами, имеющими небольшие продольные размеры, что и позволило авторам этих работ говорить о коротковолновой невязкой неустойчивости [7–9].

В случае теплового источника возбуждения возмущений пространственная их локализация затруднительна, так как размеры, диктуемые вязкостью и теплопроводностью, могут в некоторых случаях превосходить размеры, характерные для конвективного переноса. Диссипация тепла и действие сил вязкости приводят по мере распространения возмущения вниз по потоку к его размыванию по пространству и одновременному уменьшению амплитуды без образования невязких неустойчивых мод [8, 9].

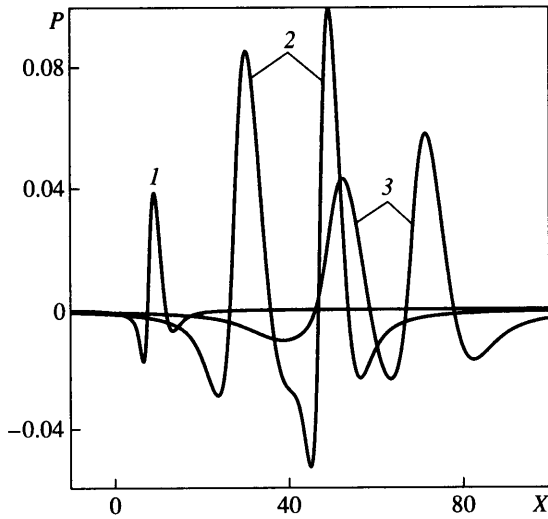
При появлении второго независимого и расположенного ниже по потоку источника тепла суммарное возмущение течения в вязком подслое будет определяться взаимодействием возмущений, индуцированных каждым отдельным источником. Благодаря нелинейности уравнений вязкого подслоя процесс формирования и распространения возмущения, индуцируемого вторым расположенным ниже по течению источником тепла, будет существенно зависеть от места расположения источника и временной задержке между началом действия источников энергии в пограничном слое. Естественно, распределение тепловой энергии по пространству, создаваемое каждым источником в отдельности, также может сильно повлиять на процесс формирования возмущения источником тепла в пограничном слое. Далее рассматривается только распространение возмущений, вызванных двумя одинаковыми источниками тепла, распределение интенсивности по пространству и времени которых задается согласно (2.1). Источники подвода тепла располагаются друг за другом, так что центр области подвода энергии первого источника совпадает с началом координат ($X_{c1} = 0$), а второй источник располагается ниже по потоку ($X_{c2} \geq 0$).

При фиксированном интервале времени между началом подвода тепла в первой и второй областях, которое далее считается постоянным и равным $\Delta T = 1$, формирование возмущения индуцированного вторым источником будет зависеть от расстояния между областями подвода энергии этих двух источников. При очень большой удаленности источников тепла друг от друга их взаимовлияние мало, и возмущения, индуцируемые каждым отдельно взятым источником, будут распространяться практически независимо друг от друга.

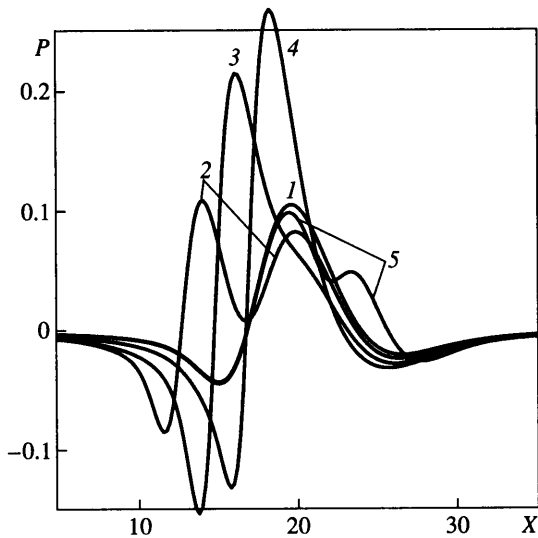
Распределения возмущенного давления, индуцированного двумя источниками с распределениями интенсивностей (2.1), с центрами подвода тепла, расположенными на расстоянии $\Delta x = 30$ и начинающими работать с задержкой $\Delta T = 1$, представлены на фиг. 3. В момент $T = 1$ существует только возмущение, созданное первым источником, распределение давления для которого – кривой 1. К моменту $T = 3$ возмущение от первого источника, распространяясь вниз по потоку, начинает медленно затухать, а возмущение от второго источника имеет к этому моменту практически максимальную амплитуду (кривая 2).

Отметим, что при выбранном таким образом расстоянии между источниками возмущение, индуцируемое вторым источником, находится все время впереди, т.е. ниже по течению от возмущения, созданного первым. Оба возмущения распространяются практически с одинаковыми скоростями, вследствие чего расстояние между пиками давления почти не изменяется. В промежутке между двумя пиками давления, созданными двумя источниками, есть область слабой интерференции, где происходит взаимодействие возмущений от первого и второго источников. Эта область соответствует области перекрытия возмущений давления от двух источников, которая располагается между пиками в распределении давления и хорошо видна, начиная с момента зарождения второго возмущения во все последующие моменты времени (кривые 2, 3).

При фиксированной задержке во времени между началом действия первого и второго источников, но меньших расстояниях между центрами областей подвода тепла от первого и второго источников может происходить существенная интерференция



Фиг. 3. Распределения давления от двух расположенных на расстоянии $\Delta x = 30$ друг за другом источников с $q_0 = 500$ и задержки во времени $\Delta T = 1$ в моменты времени $T = 1, 3, 5$ (кривые 1–3)



Фиг. 4. Распределения давления от двух источников с $q_0 = 500$ и задержкой $\Delta T = 1$ для $T = 2$: один источник (кривая 1), два источника, расположенные на расстояниях $\Delta x = 5, 7, 10, 15$ (кривые 2–5)

возмущений и изменение пространственного взаиморасположения пиков возмущения давления, индуцируемых первым и вторым источниками тепла.

Распределения давления, создаваемые двумя источниками при фиксированной временной задержке $\Delta T = 1$ и различных расстояниях между областями подвода тепла этих двух источников в момент $T = 2$, показаны на фиг. 4, где для сравнения приведено также распределение давления, создаваемое одним изолированным источни-

ком той же интенсивности (кривая 1) в тот же момент времени. При небольших расстояниях между источниками за время задержки $\Delta T = 1$ возмущение, созданное первым источником, успевает сместиться ниже по потоку от области формирования возмущения от второго источника. Действительно, при расстоянии между источниками $\Delta x = 5$ (кривая 2) первый максимум возмущенного давления находится примерно там же, где и пик давления от единичного источника тепла, т.е. при $x \approx 18-20$. Пик возмущенного давления, индуцируемого вторым источником, оказывается выше по потоку, и в дальнейшем возмущение от второго источника движется в следе за первым. Пик его давления находится в момент времени $T = 2$ примерно вблизи точки с координатой $x \approx 13-14$.

Взаимодействие возмущений, вызванных двумя источниками, в силу нелинейности процесса их распространения в пристенной части пограничного слоя, может приводить к существенному росту амплитуды суммарного возмущения, формирующемуся в пограничном слое за счет действия двух источников тепла. Увеличение расстояния между первым и вторым источниками тепла до величин соответственно $\Delta x = 7$ и 10 (кривые 3, 4) приводит к значительному возрастанию максимальной амплитуды, достигаемой в пике возмущения, сформированного при воздействии двух источников тепла. Из приведенных на фиг. 4 распределений давления видно, что нелинейность процесса формирования и распространения возмущений ведет к существенному увеличению амплитуды в распределении давления, созданного двумя источниками. Так, для расстояния $\Delta x = 10$ максимальная амплитуда возмущенного давления почти в 2.6 раза превосходит максимальную амплитуду давления, индуцируемую одним источником.

Однако интерференция и взаимовлияние возмущений от первого и второго источников могут приводить и к некоторому снижению суммарного воздействия источников тепла на пограничный слой и уменьшению максимальных амплитуд возмущенного давления. Так, при расстоянии между источниками $\Delta x = 15$ (кривая 5) максимальное значение возмущенного давления, индуцированного двумя источниками, уже оказывается несколько меньше того максимума, который получается при действии одного изолированного источника. Дальнейшее увеличение расстояния между источниками вновь приводит к уменьшению взаимодействия между возмущениями, а при достаточно больших расстояниях Δx возмущения развиваются практически независимо друг от друга, как это было продемонстрировано на примере расчета течения за двумя источниками, расположенными на расстоянии $\Delta x = 30$.

Заключение. Проведенный численный анализ показывает, что объемный источник тепла, локализованный внутри пограничного слоя, может служить генератором нестационарных распространяющихся в пограничном слое возмущений. При большой интенсивности источников тепла, когда возмущения температуры в вязком подслое оказываются порядка самой температуры, и достаточной протяженности области подвода энергии в продольном направлении возмущения, индуцируемые источником тепла, проходя некоторую фазу возрастания амплитуды, затем затухают во времени, что находится в качественном соответствии с результатами линейной теории устойчивости течений с объемным подводом энергии в пограничный слой. В силу нелинейного характера развития возмущений скорость их распространения в направлении течения зависит от амплитуд источника тепла и созданного им возмущения. При наличии в пограничном слое двух расположенных друг за другом источников тепла, начинающих работать с заданной задержкой по времени, за счет интерференции возмущений оказывается возможным создавать различные формы и амплитуды суммарного возмущения, распространяющегося в пограничном слое. Задержка во времени и расстояние между источниками тепла могут быть подобраны таким образом, чтобы амплитуда суммарного возмущения за счет положительной интерференции возрастала больше, чем в 2 раза при появлении второго источника тепла. И, наоборот, при определенном выборе этих параметров сум-

марная амплитуда может становиться даже меньше, чем амплитуда возмущения от одного изолированного источника.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (НШ-1984.2003.1 и № 02-01-00149).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Van Dyke Milton*. Perturbation methods in fluid mechanics, N.Y.; L.: Acad. Press, 1964. 299 p.
2. *Казаков А.В.* Взаимодействие пограничного слоя и сверхзвукового потока при быстром повышении температуры локального участка поверхности обтекаемого тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 1. С. 66–70.
3. *Соколов Л.А.* К асимптотической теории плоских течений ламинарного пограничного слоя с разрывом температуры на теле // Тр. ЦАГИ. 1975. Вып. 1650. С. 18–23.
4. *Smith F.T.* On the nonparallel flow stability of the Blasius boundary layer // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1979. V. 366. № 1724. P. 91–109.
5. *Жук В.И., Рыжов О.С.* Свободное взаимодействие и устойчивость пограничного слоя в несжимаемой жидкости // Докл. АН СССР. 1980. Т. 253. № 6. С. 1326–1329.
6. *Bodonyi R.J., Smith F.T.* The upper-branch stability of the Blasius boundary layer, including non-parallel flow effects // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1981. V. 376. № 1760. P. 65–92.
7. *Tutty O.R., Cowley S.J.* On the stability and the numerical solution of the unsteady interactive boundary-layer equation // J. Fluid Mech. 1986. V. 168. P. 431–456.
8. *Smith F.T., Bodonyi R.J.* On short-scale inviscid instabilities in flow past surface-mounted obstacles and other non-parallel motions // Aeronaut. J. 1985. V. 89. № 886. P. 205–212.
9. *Smith F.T.* Finite-time break-up can occur in any unsteady interacting boundary layer // Mathematika. 1988. V. 35. № 2. P. 256–273.
10. *Рыжов О.С.* Об образовании упорядоченных вихревых структур из неустойчивых колебаний в пограничном слое // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1990. Т. 30. № 12. С. 1804–1814.
11. *Kozlov V.V., Ryzhov O.S.* Receptivity of boundary layer: Asymptotic theory and experiment // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1990. V. 429. № 1877. P. 341–373.
12. *Казаков А.В., Коган М.Н.* Устойчивость дозвукового ламинарного пограничного слоя на плоской пластине при объемном подводе энергии // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 2. С. 62–67.
13. *Казаков А.В., Купарев В.А.* О ламинаризации пограничного слоя на теплоизолированной поверхности при подводе энергии в поток // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 5. С. 58–61.
14. *Казаков А.В., Коган М.Н., Купарев В.А.* Оптимизация затягивания ламинарно-турбулентного перехода с помощью локального нагрева поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 90–99.
15. *Казаков А.В., Коган М.Н., Купарев В.А.* Затягивание ламинарно-турбулентного перехода с помощью интенсивного локального нагрева поверхности вблизи передней кромки пластины // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34. № 1. С. 46–51.

Москва

Поступила в редакцию
28.X.2003