

УДК 532.52 + 532.135

© 2005 г. А. В. БАЗИЛЕВСКИЙ, Д. Д. МЕЙЕР, А. Н. РОЖКОВ

## ДИНАМИКА И РАЗРУШЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ МИКРОСТРУЙ ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Рассмотрены возможности управления динамикой и распадом импульсных микроструй маловязких жидкостей при помощи небольших полимерных добавок. Методами скоростной фотографии зафиксированы существенные различия между распадом импульсных струй ньютоновских и упруговязких полимерных жидкостей. Струя стандартной ньютоновской жидкости в полете распадается на множество вторичных капелек. В зависимости от молекулярных параметров для полимерной жидкости возможны три варианта поведения струи в полете: 1) хвост струи разрушается на несколько вторичных капелек; 2) вся жидкость хвоста перетекает в головную каплю без каких-либо потерь, и формируется одна единственная капля; 3) вылетевшая из сопла капля возвращается к соплу под действием упругих внутренних напряжений в хвосте. Построены критерии перехода от одного режима движения струи к другому.

*Ключевые слова:* струя, капля, жидкость, полимерный раствор, неустойчивость, упругость, релаксация.

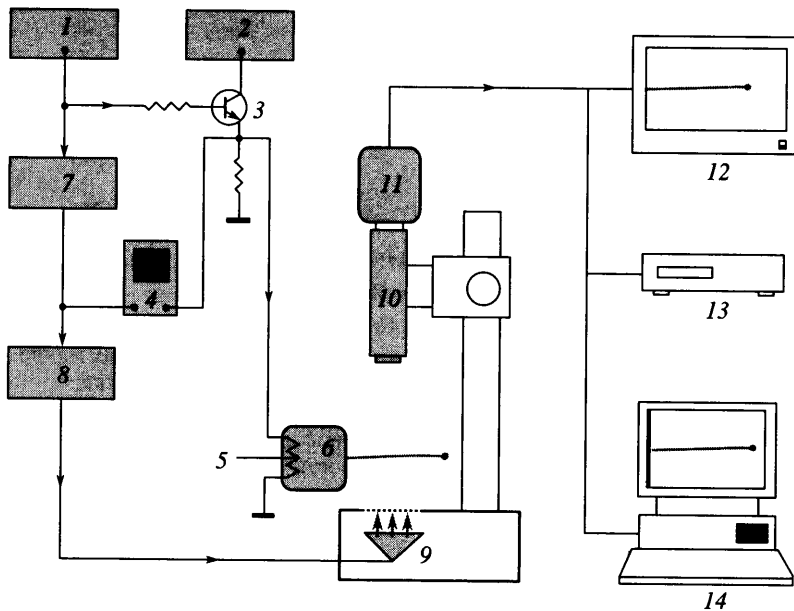
Высокомолекулярные полимерные добавки к жидкости способны в ряде случаев существенно изменять характер течения, например подавлять или замедлять распад объемов жидкости на отдельные капли [1]. Распад объемов жидкости на капли – важнейшая составная часть таких процессов, как разбрызгивание топлива в двигателях, нанесения покрытий, капельное охлаждение, струйная печать, обработка растений химикатами и орошение полей, и т.д. Эффективность управления процессами разрушения жидкостей с полимерными добавками определяется уровнем понимания закономерностей разрушения. Нахождение таких закономерностей возможно путем анализа наиболее простых гидродинамических ситуаций, одной из которых является движение и распад импульсной микроструи.

С другой стороны, исследование распада импульсной струи жидкости с полимерными добавками актуально с практической точки зрения. Именно такие струи являются ключевым элементом современной струйной печати. Предварительные исследования показали перспективность применения полимерных добавок для повышения качества струйной печати [2, 3].

Наконец, метание микроструй упругих полимерных растворов представляет собой экспериментальный метод исследования реологических свойств жидкостей в экстремальных условиях, когда жидкость подвергается гигантской деформации за микросекунды. Упругость жидкости, слабая и незаметная при относительно медленных стандартных реологических исследованиях, в данной ситуации может проявиться в полной мере. Визуализация движения микроструи позволяет восстановить кинематические и динамические параметры течения.

Цель представленной работы состоит в исследовании особенностей динамики и разрушения импульсных микроструй в случае присутствия в жидкости высокомолекулярных полимерных добавок. Предварительные результаты работы представлены в [2, 3].

**1. Экспериментальный метод.** Формирование импульсных микроструй осуществлялось при помощи струйных печатающих головок типа Hewlett Packard ThinkJet, функционирование ко-



Фиг. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – генератор импульсов, 2 – источник питания, 3 – усилитель, 4 – осциллограф, 5 – микронагреватель, 6 – камера печатающей головки, 7 – генератор задержки импульсов, 8 – генератор стробоимпульсов, 9 – лампа-вспышка, 10 – микроскоп, 11 – видеокамера, 12 – видеомонитор, 13 – видеоредактор, 14 – компьютер

торых основывается на термоструйном принципе [4, 5]. Метание струи жидкости обеспечивается вытеснением жидкости из камеры быстрорастущим паровым пузырьком, который образуется в жидкости в результате локального перегрева жидкости при помощи плоского микронагревателя. В исследованиях использовались демонтированные печатающие головки, питаемые от внешнего источника электрических управляющих сигналов, подача жидкости для метания осуществлялась из независимого резервуара.

Для визуализации процесса метания импульсных микроструй жидкости использовалась экспериментальная установка, основные элементы которой ранее использовались для исследования кавитационных явлений в сложных жидкостях [6-8]. Схема установки представлена на фиг. 1.

Генератор программируемых импульсов Г5-54 1 через усилитель 3 формирует и подает электрический сигнал на микронагреватель 5 для его кратковременного разогрева. В опытах импульс разогрева имел прямоугольную форму и длительность 4.5 мкс. В результате перегрева жидкости в камере печатной головки 6 образовывался паровый микропузырек, который вытеснял жидкость из камеры 6 и формировал импульсную микрострую. Диаметр выходного сопла  $d_0 = 100$  мкм, скорость истечения струи  $v_0 \cong 10$  м/с, масса метаемой капли чернил  $m_0 = 300$  нг [9]. Ниже эти величины использованы при оценках. В опытах частота подачи импульсов разогрева, а следовательно, и частота метания микроструй  $f$ , составляла 50 и 1000 Гц.

Электрический сигнал генератора 1 через генератор задержки импульсов 7 (генератор Г5-54) подавался с заданной временной задержкой на управляющий элемент генератора стробоимпульсов лампы-вспышки Electro-optics PS302 8. В результате формировалась временная задержка между моментом начала разогрева микронагревателя 5 и началом светового стробоимпульса лампы-вспышки FX124 9. Длительность светового стробоимпульса лампы-вспышки FX124 9 менее 1 мкс. Формы сигналов, подаваемых на микронагреватель и на лампу-вспышку, и их сдвиг во времени контролировались при помощи осциллографа 4.

При периодическом повторении процесса с постоянной временной задержкой между началом разогрева (т.е. началом выброса струи) и стробо-подсветкой наблюдатель мог видеть од-

ну и ту же стадию метания микроструи. Таким образом, величина времени задержки соответствует интервалу времени между моментом начала выброса микроструи и моментом наблюдения. Точность временной задержки поддерживалась на уровне 0.1 мкс, так что основную ошибку в точность измерения времени вносила конечность продолжительности светового импульса лампы-вспышки  $\leq 1$  мкс. Несмотря на то что каждый новый световой стробимпульс высвечивал новую микрострую, благодаря чрезвычайно высокой повторяемости процесса, последовательная накладка практически одинаковых изображений воспринималась как наблюдение за одним и тем же объектом. Повторяемость процесса несколько снижается на поздних стадиях полета струи, когда струя распадается на вторичные капли. Плавно меняя величину временной задержки, можно было создать ощущение наблюдения за историей полета микроструи в растянутом масштабе времени.

Наблюдения за полетом струи осуществлялись при помощи микроскопа 10, оборудованного CCD-видеокамерой CID2507A 11. Видеоизображения выводились на видеомонитор 12, а также записывались на видеоманитофон 13 и диск компьютера 14 для дальнейшего анализа. Установка позволяла визуализировать процесс выброса микроструи и ее полет в пределах нескольких миллиметров от сопла, т.е. наблюдать различные стадии метания жидкости.

**2. Исследуемые жидкости.** В качестве испытуемых полимерных жидкостей были исследованы водно-глицериновые растворы полиакриламида (ПАА), предоставленные Oil Field Products Group. Все возможные комбинации следующих параметров были исследованы: молекулярная масса  $M = 0.5$  млн., 2 млн., 6 млн.; концентрация полимера  $c = 0, 10, 25, 50, 100, 200$  млн.<sup>-1</sup>. Далее используются следующие обозначения полимерных растворов  $M[\text{млн.}]c[\text{млн.}^{-1}]$ , например 0.5\10 для раствора  $M = 0.5$  млн.,  $c = 10$  млн.<sup>-1</sup>. Стандартные чернила и смесь воды с глицерином (в массовом отношении 50/50) использовались в качестве растворителей. Измерения сдвиговой вязкости стандартных чернил и смеси воды с глицерином (50/50) на ротационном вискозиметре РЕОТЕСТ-2 продемонстрировали совпадение сдвиговой вязкости этих жидкостей в широком диапазоне скоростей сдвига: в обоих случаях  $\mu = 5$  мПа · с. Следовательно, водно-глицериновую смесь можно рассматривать как гидродинамическую модель стандартных чернил.

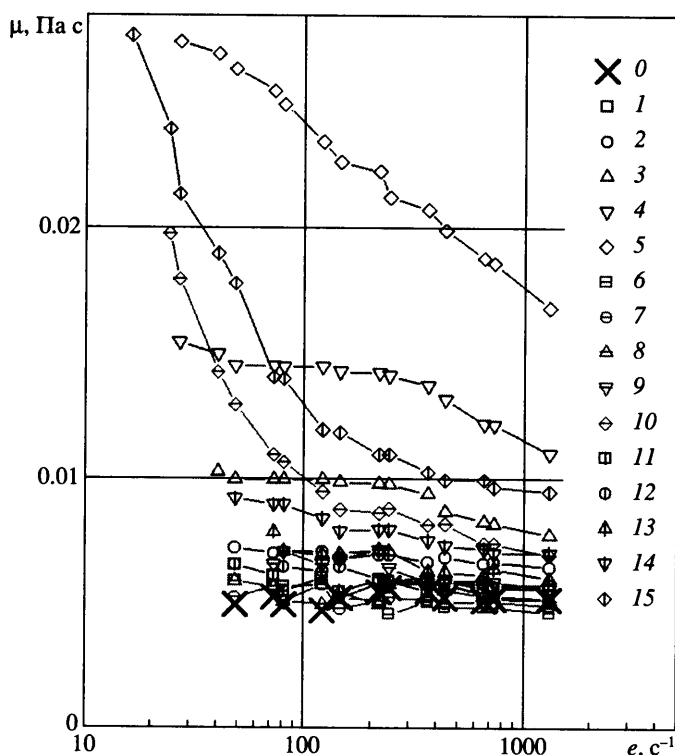
Сдвиговая вязкость модельных жидкостей была измерена на вискозиметре с коаксиальными цилиндрами РЕОТЕСТ-2 в диапазоне скоростей сдвига 20–1300 с<sup>-1</sup> (фиг. 2). Различие вязкости растворов ПАА и растворителя заметно только при высоких концентрациях раствора и растет с уменьшением скорости сдвига. Для истечения исследуемых струй типичны высокие скорости деформации:  $e \sim [1/t_*, v_0/a_0]$ , где  $t_*$  – время распада струи. Полагая  $t_* = 100$  мкс (см. ниже),  $v_0 = 10$  м/с,  $a_0 = 100$  мкм, получим  $e \sim [10^4 - 10^5 \text{ с}^{-1}]$ . При высоких скоростях деформаций наиболее вязкими оказываются низкомолекулярные растворы ( $M = 0.5$  млн.).

Аномальные гидродинамические эффекты в высокомолекулярных растворах полимеров вызваны формированием в жидкости дополнительных внутренних упругих напряжений на стадиях высокоскоростного растяжения [10]. В интенсивном течении растяжения свернутые в клубок гибкие макромолекулы полимера распутываются и ориентируются по потоку, их гидродинамическое взаимодействие ведет к сопротивлению течению, что проявляется как упругость жидкости. Простейшая модель (Олдройд-Б) описывает деформацию макромолекул в интенсивном потоке и развитие упругих напряжений в жидкости [10]:

$$\sigma = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} + G(\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (2.1)$$

$$\frac{D\mathbf{A}}{Dt} = \mathbf{A}\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T\mathbf{A} - \frac{1}{\theta}(\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (2.2)$$

где  $\sigma$  – тензор напряжений,  $p$  – давление,  $\mu$  – сдвиговая вязкость,  $G$  – модуль упругости,  $\mathbf{E}$  – тензор скоростей деформации,  $\mathbf{A}$  – тензор упругих деформаций,  $\mathbf{I}$  – единичный тензор,  $t$  – время,  $\nabla\mathbf{v}$  – градиент вектора скорости,  $\theta$  – время релаксации. Для разбавленного полимерного раствора молекулярные модели определяют реологию:



Фиг. 2. Зависимости изменения сдвиговой вязкости жидкостей  $\mu$  от скорости сдвига  $e$ : 0 – смесь воды и глицерина (50/50) – чистый растворитель, 1 – 0.5%10, 2 – 0.5%25, 3 – 0.5%50, 4 – 0.5%100, 5 – 0.5%200, 6 – 2%10, 7 – 2%25, 8 – 2%50, 9 – 2%100, 10 – 2%200, 11 – 6%10, 12 – 6%25, 13 – 6%50, 14 – 6%100, 15 – 6%200

ческие константы в (2.1), (2.2) как  $G = 3nkT$ ,  $\theta = 2\pi\mu z_0^3/(kT)$  [10], где  $kT$  температура Больцмана,  $n$  – число макромолекул в единице объема,  $z_0 = bN^{1/2}$  ( $b$  – длина сегмента Куна,  $N$  – их число в макромолекуле) – размер макромолекулы в равновесной конформации. Следовательно,  $G \propto c/M$ ,  $\theta \propto M^{3/2}$ . Таким образом, соответствующим выбором молекулярной массы  $M$  и концентрации  $c$  можно получить любые значения констант  $G$  и  $\theta$ .

Для исследованных в работе растворов ПАА ( $M = 0.5, 2$  и  $6$  млн.) имеем  $G$  [мПа] =  $= 14 \times c, 3.6 \times c, 1.2 \times c$  [млн.<sup>-1</sup>],  $\theta = 2.96, 23.7, 123$  мс;  $c^* = 2178, 1089, 630$  млн.<sup>-1</sup> соответственно, где  $c^*$  – концентрация, отвечающая началу перекрывания макромолекулярных клубков [10].

Параметр  $\theta$  оценен экспериментально при помощи разработанного в ИПМех РАН прибора микро-РЕОТЕСТБЕР [11–14] (см. таблицу). Так же как и для других полимерных растворов [13], величина  $\theta$  в широком диапазоне концентраций аппроксимируется зависимостью  $\theta \sim Kc^{0.8}$ .

Экспериментальные оценки реологических параметров “рабочих” жидкостей совпадают по порядку величины с теоретическими значениями, вместе с тем зависимость  $\theta$  от концентрации не была предсказана теорией. В целом исследуемые полимерные жидкости могут быть охарактеризованы как высокоэластичные релаксационные системы,

$c, \text{млн.}^{-1}$	$\theta, \text{мс}$		
	$M = 0.5 \text{ млн.}$	$M = 2 \text{ млн.}$	$M = 6 \text{ млн.}$
5	–	–	$6.8 \pm 7\%$
10	–	$5.0 \pm 5\%$	$10 \pm 6\%$
25	–	$5.7 \pm 7\%$	$22 \pm 5\%$
50	–	$9.9 \pm 7\%$	$39 \pm 3\%$
100	$1.9 \pm 12\%$	$15 \pm 5\%$	$61 \pm 3\%$
200	$2.3 \pm 9\%$	$31 \pm 2\%$	$94 \pm 2\%$

причем низкомолекулярные растворы ( $M = 0.5$  млн.) обладают повышенной “жесткостью” (высокий модуль упругости) и “быстрой” релаксационной способностью (малое время релаксации) по сравнению с высокомолекулярными растворами ( $M = 2$  и  $6$  млн.). Далее предполагается, что тенденции, которые установлены при относительно медленных деформациях в лабораторных исследованиях, остаются в определенной мере справедливыми и для существенно более быстрых деформаций при импульсном метании струй.

Измерения показали, что поверхностное натяжение для растворов ПАА совпадает с поверхностным натяжением воды  $\gamma = 0.072 \text{ Н/м}$ .

**3. Результаты наблюдений.** Для всех исследованных жидкостей процесс формирования и полета струи не зависит от операционной частоты ( $f = 50$  или  $1000 \text{ Гц}$ ). Увеличение операционной частоты ведет к некоторому снижению качества видеоизображений при больших временах задержки (т.е. для поздних стадий полета струи), когда повторяемость процесса не столь высока, поэтому в работе представлены видеоклады, полученные при низкой операционной частоте  $f = 50 \text{ Гц}$ .

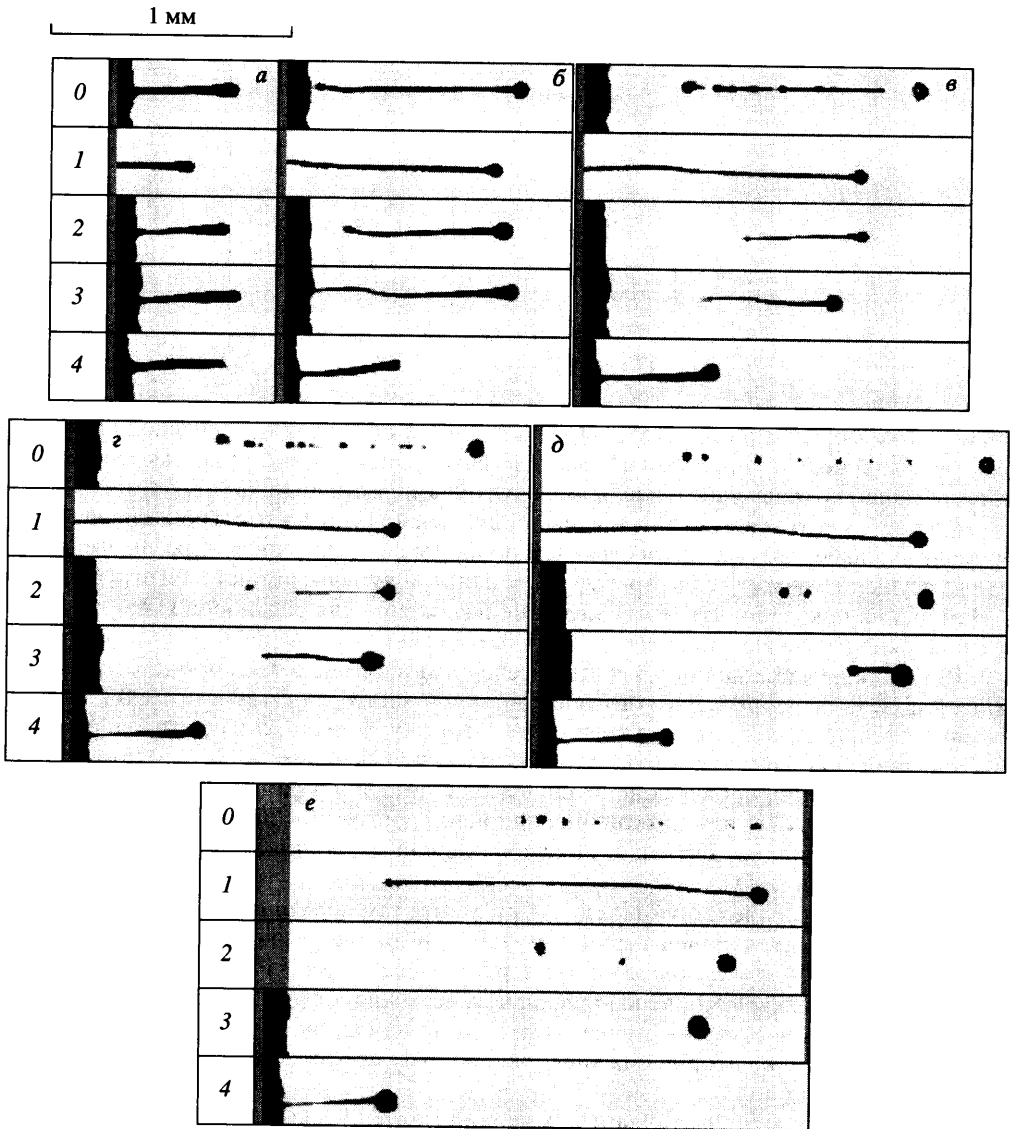
Некоторые типичные ситуации показаны на фиг. 3, полностью ряд видеонаблюдений представлен в [15].

Фигуры 3, *a–e* соответствуют различным моментам времени  $t$  после начала истечения. Диаметр вытекающей струи  $\sim 50 \text{ мкм}$  при диаметре выходного отверстия –  $100 \text{ мкм}$ . Подобное уменьшение диаметра струи предсказано численными расчетами [4].

В течение первых  $40\text{--}50 \text{ мкс}$  выброс капель всех жидкостей происходит приблизительно одинаковым образом. Через  $50 \text{ мкс}$  после начала истечения струя воды распадается на несколько вторичных капелек, которые продолжают полет по прямолинейной траектории.

В случае выброса струи стандартных чернил Hewlett Packard формируется относительно крупная капля, за которой тянется длинный тонкий хвост. Шейка между головной каплей и хвостом разрывается спустя приблизительно  $80 \text{ микросекунд}$ , и хвост отделяется от головной капли. Через  $150 \text{ мкс}$  хвост распадается одновременно по всей своей длине на множество мельчайших вторичных капелек. В результате полет головной капли сопровождается вытянутым облаком вторичных капелек. Струя чернил длиннее и движется быстрее струи воды. Повышение устойчивости струи при переходе от воды к чернилам связано с ростом вязкости от  $1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  (у воды) до  $5 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  (у чернил).

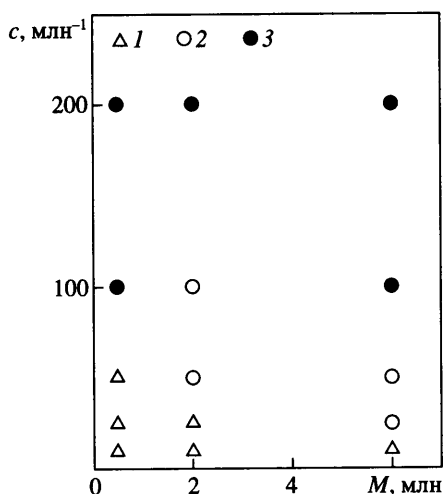
Струи водно-глицериновой ( $50/50$ ) смеси (фиг. 3, строка 0) ведут себя подобно струям чернил. Специально поставленные эксперименты показали, что при растворении полимера в водно-глицериновой смеси и непосредственно в чернилах формируются примерно одинаковые струи. Последнее утверждение позволяет рассматривать смесь воды с глицерином как достаточно адекватную гидродинамическую модель стандартных чернил, в том числе и при наличии полимерных добавок.



Фиг. 3. Изображение образования и полета струй различных жидкостей: 0 – смесь воды и глицерина (50/50), 1 – 0.5/25, 2 – 2/25, 3 – 2/50, 4 – 2/200. Время полета струи составляет 40, 100, 140, 160, 200, 260 мкс (а – е соответственно). Полет струи слева – направо

Для всех жидкостей при добавлении полимеров подавляется первоначальное разделение струи на головную каплю и длинный хвост.

В зависимости от молекулярных параметров возможны различные сценарии метания и распада струи. В случае низкомолекулярного ( $M = 0.5$  млн.) и не слишком концентрированного полимерного раствора ( $c = 10\text{--}50$  млн.<sup>-1</sup>) формируется чрезвычайно длинная струя, которая достаточно поздно (в зависимости от концентрации при  $t \sim 240\text{--}450$  мкс) начинает разрушаться на вторичные капли. На фиг. 3 такой режим течения представлен струей 1 (0.5/25).



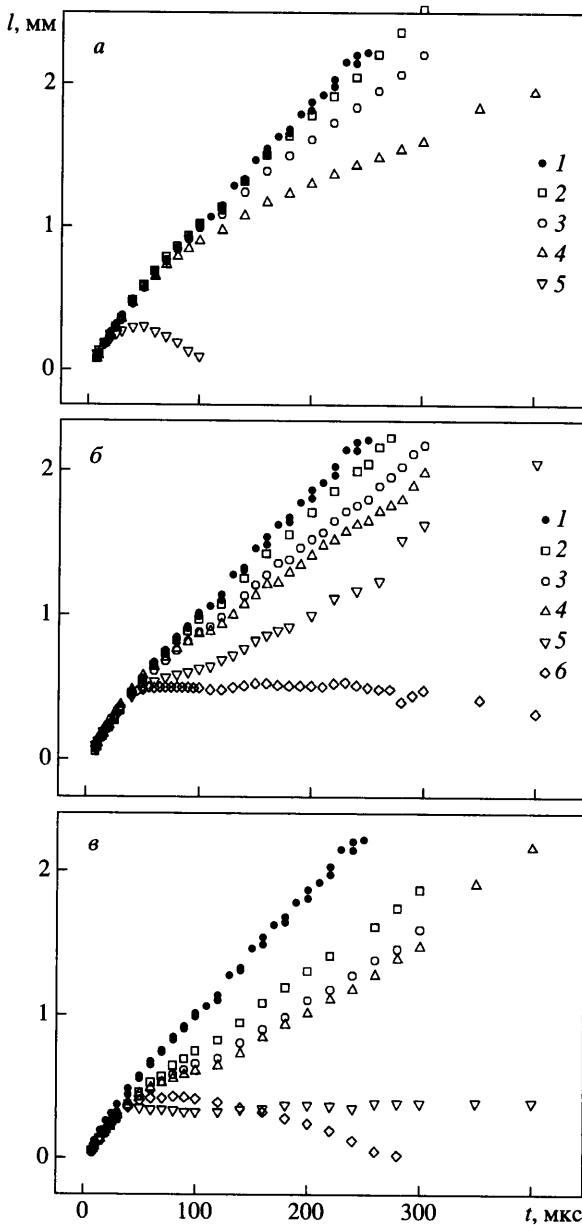
Фиг. 4. Зависимость режимов метания струй растворов полимеров от молекулярной массы полимера  $M$  и его концентрации  $c$  в водно-глицериновой (50/50) смеси: 1 – метание с отрывом от головной капли нескольких вторичных капелек, 2 – формирование единой капли без потерь жидкости на вторичные капли, 3 – торможение и остановка струи в полете

Струи разбавленных растворов высокомолекулярных полимеров ( $2 \times 10 - 2 \times 25, 6 \times 10$ ) до момента  $t \sim 100$  мкс имеют примерно такую же длину, что и неполимерные жидкости – чернила и водно-глицериновая смесь. Затем струи сокращаются, сохраняя сплошность. На конце хвоста струи возможно формирование небольшой капельки. Спустя 140–160 мкс после начала истечения капельки на конце хвоста отрываются от струи. Также возможно появление нескольких вторичных капелек в результате распада оставшейся части хвоста. В целом образуются одна достаточно крупная капля и одна или несколько вторичных капелек. В любом случае число вторичных капелек при распаде струй данного типа жидкости заметно меньше числа капелек при распаде чистого растворителя – водно-глицериновой смеси. На фиг. 3 такой режим течения представлен струей 2 (2/25).

Струи несколько более концентрированных жидкостей, таких как  $2 \times 50 - 2 \times 100$  и  $6 \times 25 - 6 \times 50$ , сокращаются вплоть до образования единой капли. На фиг. 3 такой режим течения представлен струей 3 (2/50). Как правило, моменту окончательного слияния струи в единую каплю предшествует формирование гантелеобразной структуры, состоящей из двух капель и жидкой нити между ними (фиг. 3, д).

При истечении наиболее концентрированных полимерных систем ( $0.5 \times 100 - 0.5 \times 200, 2 \times 200, 6 \times 100 - 6 \times 200$ ) наблюдаются торможение струи при истечении и ее остановка. На фиг. 3 такой режим течения представлен струей 4 (2/200). Струя вытекает из сопла обычным образом, а затем ее движение прекращается. Такое поведение может быть объяснено действием внутренних напряжений в жидкости, которые формируются в ней в результате интенсивной деформации. После остановки жидкость может совершить обратное движение и вернуться через сопло в камеру печатающей головки ( $0.5 \times 100, 6 \times 200$ ), а может после остановки сформировать структуру, состоящую из практически неподвижной капли и утончающейся нити между каплей и соплом ( $2 \times 200, 6 \times 100$ ). За время порядка 240–280 мкс нить окончательно распадается, и изолированная капля оказывается свободной в пространстве в непосредственной близости от сопла. Далее капля, видимо, падает на поверхность выходных сопел печатающей головки.

На фиг. 4 показано влияние молекулярных параметров полимерных растворов на реализуемый режим метания. Результаты свидетельствуют, что надлежащим выбо-



Фиг. 5. Зависимость перемещения передней точки струи от времени для струй различных растворов полиакриламида: *a* –  $M = 0.5$ , *б* –  $M = 2$ , *в* –  $M = 6$  млн.  $c = 0, 10, 25, 50, 100, 200$  млн.<sup>-1</sup> (точки 1–6)

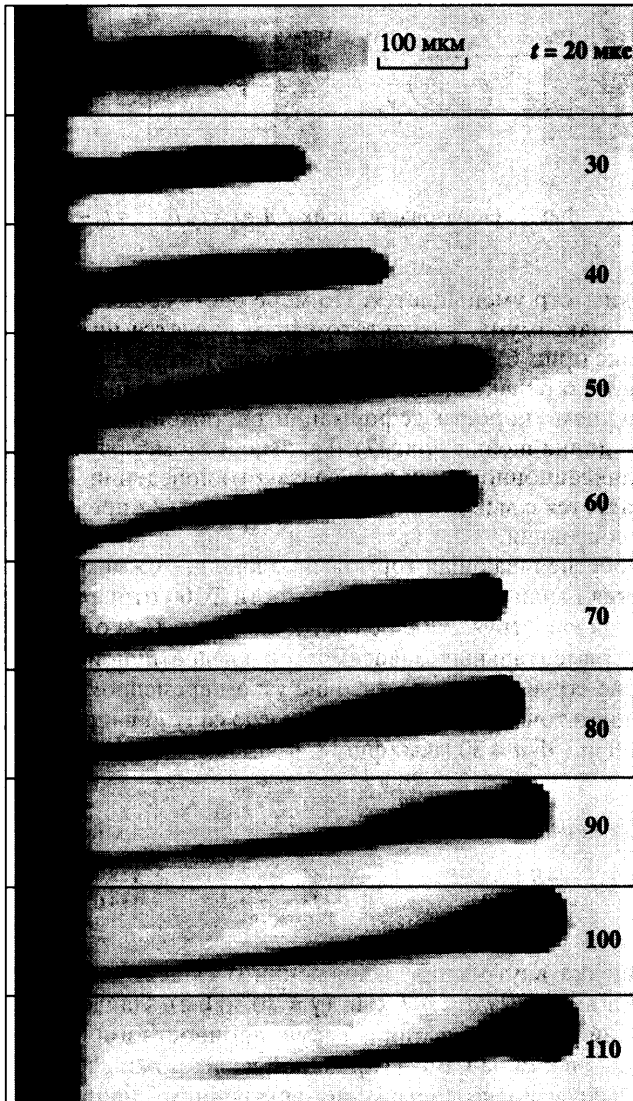
ром молекулярных параметров можно обеспечить любой желаемый режим метания. В частности, существует достаточно широкий диапазон молекулярных параметров, в котором формируется единая капля без каких-либо потерь жидкости на вторичные капли (фиг. 4).

Представленные наблюдения свидетельствуют, что в зависимости от типа жидкости возможны различные режимы выброса струи – формирование единичной капли, распад струи на несколько капелек, торможение и остановка струи.

**4. Отрыв струи от сопла. Критерий отрыва.** Для оценки влияния параметров жидкости на величину потерь скорости капли при ее отрыве от сопла были проведены измерения перемещения капли во времени. Зависимости изменения во времени расстояния между головной частью струи и соплом  $l = l(t)$  (фиг. 5) свидетельствуют, что полимерные добавки не оказывают заметного влияния на процесс выброса капли в ходе первых ~50 мкс полета. Затем полимерная струя тормозится. Эффект торможения струи сильно проявляется в случае высокомолекулярного полимера и слабо заметен для низкомолекулярного полимера (за исключением случая наиболее концентрированного раствора). Таким образом, возможность полимерных добавок замедлять распад струи сопровождается и замедлением полета струи. При измерениях контролировалось смещение передней точки струи. Вероятно, что оценки потерь скорости будут меньше, если рассматривать движение центра массы всей струи, так как струи чернил или водно-глицериновой смеси чрезвычайно растянуты, а полимерные струи более компактные.

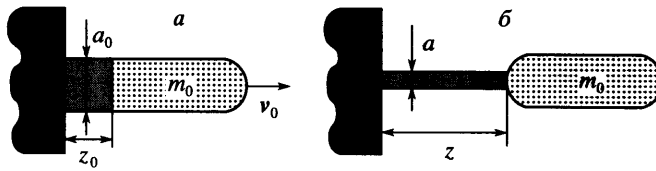
Наблюдения [6–8] за ростом и схлопыванием парового пузырька, который вытесняет струю из камеры, показали, что полимерные добавки не влияют на его динамику. Следовательно, замедление полимерной струи не связано с влиянием полимера на паровой пузырек.



Фиг. 6. Отрыв струи  $2\lambda 100$  от сопла

Дадим качественное объяснение различий между отрывами струй низко- и высокомолекулярных растворов. В первом случае, благодаря относительной медленности процесса отрыва, упругая мода (короткоживущая в данной жидкости) не активизируется достаточно сильно и вклад упругих напряжений невысок. В этой ситуации волна вязкой деформации утончения струи охватывает достаточно длинный участок струи. Дополнительная устойчивость струи может быть обусловлена устранением “дефектов” струи короткоживущими упругими модами. В случае высокомолекулярной жидкости упругие напряжения (медленно релаксирующие) доминируют над вязкими. В определенных участках струи, где деформация жидкости максимальная, возможен разрыв части макромолекул [13], в результате чего в струе формируется “слабое” место. Здесь далее локализуется зона катастрофического утончения.

На фиг. 6 детально показан отрыв струи  $2\lambda 100$  от сопла. Наблюдается формирование шейки между жидкостью в сопле и основной каплей. В процессе отрыва длина



Фиг. 7. Образование шейки:  $a - t = t_0$ ,  $b - t = t_0 + s$

шейки растет, а диаметр уменьшается. По мере растяжения сила упругости в шейке растет, достигает максимума, результатом чего является интенсивное торможение струи при  $t \sim 50$  мкс (фиг. 6). При  $t > 50$  мкс скорость струи практически не меняется, что свидетельствует о релаксации упругих напряжений в шейке, связанной с непрерывным уменьшением скорости деформации растяжения  $E_1$  в ней. При этом  $E_1 \sim d(\ln z)/dt$ , где  $z$  – длина шейки (фиг. 7). Таким образом, прямые наблюдения свидетельствуют о релаксационном (или упруговязком) поведении жидкости в данной ситуации, что согласуется с выбором (2.1)–(2.2) в качестве определяющего реологического уравнения состояния.

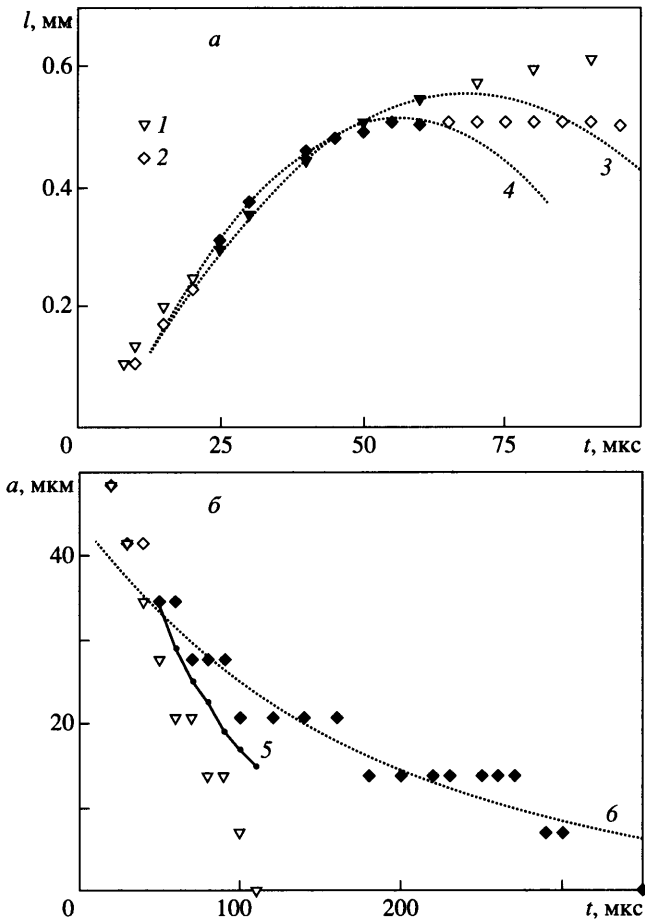
Упругая сила, обеспечивающая торможение капли, может быть оценена путем измерения замедления капли  $d^2l/dt^2$ . Струя жидкости 2\100 отрывается от сопла и улетает прочь, в то время как струя 2\200 не способна оторваться от сопла (фиг. 8, а). Аппроксимация экспериментальных зависимостей квадратичной параболой позволила оценить замедление струи  $d^2l/dt^2$  в достаточно узком временном интервале (на фиг. 8, а выделен затемнением точек) и вычислить упругую силу  $F$ , напряжение в шейке  $\sigma$ . При  $t \sim 50$  мкс,  $m_0 = 300$  нг [9],  $a = 30$  мкм (фиг. 8, б) имеем

	$d^2l/dt^2, 10^4 \text{ м/с}^2$	$F, \text{ мкН}$	$\sigma, \text{ кПа}$	$\sigma^* = \sigma/c, \text{ ГПа}$
2\100	$28.0 \pm 0.8$	84	118.8	1.19
2\200	$41.0 \pm 3.0$	123	174.0	0.87

Полученная оценка внутренних напряжений  $\sigma$  существенно превосходит капиллярное давление в шейке  $2\gamma/a = 4.7$  кПа ( $\gamma = 70$  мН/м). Найденные значения приведенных напряжений  $\sigma^*$  весьма велики. Такую прочность имеют, например, высокопрочные арамидные волокна СВМ [16]. Одной из возможных моделей отрыва струи от сопла могут быть условие достижения внутренними напряжениями в жидкости предела прочности и последующий разрыв макромолекул. Так как напряжение  $\sigma^*$  в растворе 2\100 выше, чем в 2\200, можно предположить, что предел прочности в 2\100 преодолен, макромолекулы разрушаются, и струя улетает, а в 2\200 предел прочности не достигается.

Альтернативная модель отрыва основана на механизме релаксации упругих напряжений в удлиняющейся шейке. Если элемент жидкости подвержен интенсивному одноосному растяжению в течение времени  $t$ , то, согласно уравнениям (2.1)–(2.2), осевая компонента тензора избыточных напряжения изменяется как  $\tau = G\lambda^2 \exp(-t/\theta)$ ,  $\lambda^2 \gg 1$  ( $\lambda = (a_0/a)^2$  – степень удлинения жидкого элемента, где  $a_0$  – начальный, а  $a$  – текущий диаметры шейки), а все остальные компоненты тензора избыточных напряжений пренебрежимо малы [8, 13, 14]. Сила упругого натяжения шейки определяется как

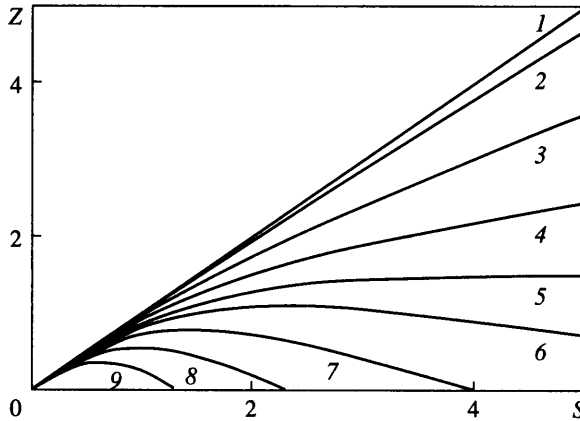
$$F = \tau \pi a^2 / 4 = (\pi/4) G a_0^4 a^{-2} \exp(-t/\theta)$$



Фиг. 8. Зависимости от времени перемещения передней точки струи  $l = l(t)$  (а) и изменения диаметра шейки  $a = a(t)$  (б) для струй ПАА  $M = 2$  млн.  $c = 100, 200$  млн.<sup>-1</sup> (точки 1, 2); кривые 3 и 4 – соответствующие аппроксимации, кривая 5 – зависимость  $a = (a_0^3/z)^{1/2}$ , кривая 6 – аппроксимации  $a = a_0 \exp(-t/(3\theta))$ ,  $\theta = 60 \pm 5$  мкс для раствора 2\200

Изменение  $F$  определяется конкуренцией двух процессов: накоплением упругой деформации (множитель  $a^{-2}$ ) и их релаксацией (множитель  $\exp(-t/\theta)$ ).

Предполагается, что объем жидкости в шейке в процессе ее утончения и разрыва постоянен:  $a_0^2 z_0 = a^2 z$  (где  $z$  – длина шейки), а начальная длина шейки  $z_0$  имеет порядок ее начального диаметра  $z_0 \sim a_0$  (фиг. 6, 7), тогда  $a = (a_0^3/z)^{1/2}$ . Данная зависимость построена на фиг. 8, б для жидкости 2\100, величина  $a_0 = 48.5$  мкм – диаметр шейки при  $t = 20$  мкс (предполагается, что приблизительно это время соответствует окончанию вытеснения жидкости из вытесняющей камеры и началу формирования шейки  $t = t_0$  – фиг. 6, [4, 6–8]). Величину  $z$  измеряли по видеокадрам, представленным на фиг. 6. Качественное соответствие между результатами прямых измерений диаметра шейки и результатами расчетов по модельной формуле  $a = (a_0^3/z)^{1/2}$  (фиг. 8, б) свидетельствует о непротиворечивости предложенной гипотезы.



Фиг. 9. Зависимость безразмерной длины шейки от времени для значений параметра  $B = \pi a_0 G \theta^2 / (4m_0)$ .  $B = 0, 0.1, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 5, 10$  (кривые 1–9)

С учетом сделанных предположений уравнение движения капли при ее отрыве от сопла в безразмерных переменных принимает вид

$$\frac{d^2 Z}{dS^2} = -Z \exp(-S), \quad S = \frac{s}{\theta}, \quad Z = \frac{z}{v_0 \theta}, \quad B = \frac{\pi a_0 G \theta^2}{4m_0} \quad (4.1)$$

где  $s = t - t_0$  – время существования шейки,  $dl/dt = dz/ds$ .

Решение уравнения (4.1) с начальными условиями  $S = 0, Z = 0, dZ/dS = 1$  имеет вид [17]

$$Z = \frac{2(Y_0(\tau)J_0(\beta) - Y_0(\beta)J_0(\tau))}{\beta(Y_0(\beta)J_1(\beta) - Y_1(\beta)J_0(\beta))} \quad (4.2)$$

где  $J_\nu$  и  $Y_\nu$  – функции Бесселя первого и второго рода,  $\tau = 2B^{1/2} \exp(-S/2)$ ,  $\beta = 2B^{1/2}$ .

Решение (4.2) показывают, что с ростом значения параметра  $B$  происходит переход от метания без упругого торможения струи к метанию с упругим торможением и возвратом струи (фиг. 9). Анализ на экстремум решения (4.2) определяет критическое значение параметра  $B$  как  $B = 1.45$ . Таким образом, струя отрывается от сопла и улетает прочь при условии

$$\pi a_0 G \theta^2 / (4m_0) < 1.45 \quad (4.3)$$

В противном случае струя тормозится и возвращается к соплу. Для высокомолекулярных растворов  $G\theta^2 \propto cM^2$  [10], что предсказывает замедление отрыва с ростом концентрации и молекулярной массы полимера. Подобное влияние действительно наблюдается в экспериментах (фиг. 4, 5).

Условие отрыва (4.3) не зависит от скорости метания. Это связано с тем, что изменение скорости метания вызывает соответствующее изменение скорости релаксационных процессов. В результате воздействия, вызванное изменением скорости, компенсируется ответной реакцией жидкости.

При построении критерия (4.3) не учитывались такие нелинейные явления, как предельная растяжимость макромолекул и их разрыв при высокой деформации. При неограниченном увеличении скорости метания кинетическая энергия капли неограниченно растет, в то время как запасаемая упругая энергия (или работа на деформирование) конечны, что обусловлено конечной прочностью макромолекул и их пре-

дельной растяжимостью. В результате можно добиться отрыва капли и при нарушении критерия (4.3). Таким образом, критерий (4.3) соответствует асимптотическому линейному поведению материала.

Случаи истечения струй 2100 и 2200 близки к критической ситуации (см. фиг. 8, а и 9), когда в силу малого изменения концентрации (а, следовательно, и времени релаксации) струя одной жидкости отрывается и улетает прочь, а другой – нет. Согласно данным фиг. 9, в ситуации, близкой к критической, координаты струи в момент останковки имеют порядок  $S = s/\theta \sim 1$ ,  $Z = z/(v_0\theta) \sim 1$ . Сопоставляя данную оценку с наблюдениями за останковкой струи 2200 (фиг. 8, а), можно заключить, что в момент останковки  $s \sim 50$  мкс (на данной стадии метания  $s \sim t$ ),  $z \sim 500$  мкм (аналогично  $z \sim l$ ), т.е.  $\theta \sim 50$  мкс,  $v_0\theta \sim 500$  мкм. Полагая  $v_0 = 10$  мкм/мкс, из последней оценки также получим  $\theta \sim 50$  мкс.

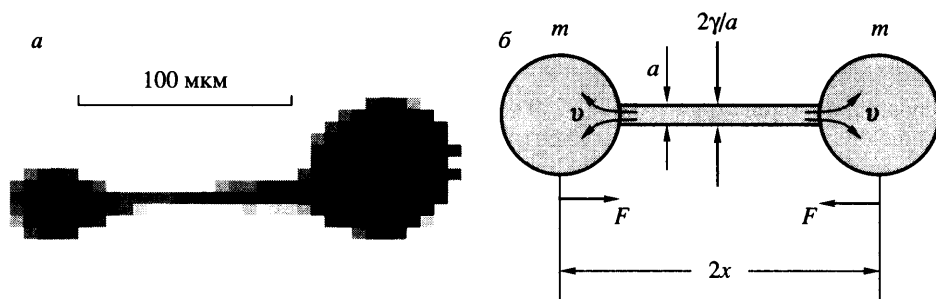
Условие критичности отрыва  $\rho a_0 G \theta^2 / (4m_0) = 1.5$  позволяет оценить модуль упругости  $G$ , обеспечивающий выполнение данного условия. Полагая  $a_0 = 48.5$  мкм,  $\theta \sim 50$  мкс,  $m_0 = 300$  нг, получим  $G = 4.73$  кПа.

Наблюдение за поздними стадиями движения заторможенной струи позволяет получить еще одну независимую оценку времени релаксации полимерных растворов при деформациях, характеризуемыми микросекундными временными масштабами. В результате интенсивного торможения при  $t \sim 50$  мкс капля 2200 останавливается (фиг. 3, 5, 8), после чего длина шейки практически не меняется, а сама она утончается во времени (фиг. 8, б). Установлено [11–14], что утончение шейки (капиллярной нити) подчиняется экспоненциальному закону  $a = a_0 \exp(-t/(3\theta))$ . Последняя формула использована для аппроксимации экспериментальной зависимости  $a = a(t)$  для 2200 на фиг. 8, б. В результате регрессивного анализа установлено, что наилучшее приближение достигается при  $\theta = 60 \pm 5$  мкс. Полученная оценка удовлетворительно совпадает с ранее полученными независимыми оценками  $\theta \sim 50$  мкс.

Оцененные здесь время релаксации и модуль упругости заметно отличаются от величин, измеренных ранее при относительно медленных деформациях, (см. таблицу). Наблюдаемое расхождение согласуется с ранее обнаруженным эффектом ускорения релаксационных процессов и ужесточения полимерного материала при быстрых деформациях [18–20].

**5. Распад струи в полете. Критерий разрушения.** Фотографии процесса показывают, что распад струй вязких и упруговязких жидкостей происходит различным образом. Струи вязких жидкостей (вода, стандартные чернила, соответствующие им водно-глицериновые смеси и растворы низкомолекулярного полиакриламида (0.5/10 – 0.5/50)) формируют относительно длинные струи, последующий распад которых аналогичен распаду непрерывных струй и происходит по механизму Рэлея–Вебера [21] (фиг. 3). Действительно, струи распадаются вдоль своей длины на множество капелек. В рамках указанного класса некоторое отличие обычных жидкостей от полимерных (0.5/10 – 0.5/50) состоит в следующем. Для обычных жидкостей сначала наблюдается разрыв шейки между головной каплей и оставшимся длинным хвостом, и лишь спустя некоторое время – распад отделившегося хвоста на капли. Для полимерных жидкостей отсутствует ярко выраженное отделение головной капли от остальной части струи: струя распадается на капли однородно вдоль своей длины.

Характерное время распада струи по механизму Рэлея–Вебера определяется оценкой  $t \sim t_i + t_v$  [22], где  $t_i \sim (\rho a^3/\gamma)^{1/2}$  – инерционная составляющая времени распада,  $t_v \sim 3\mu a/\gamma$  – вязкая составляющая времени распада,  $\rho$  – плотность жидкости,  $a$  – диаметр струи,  $\gamma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\mu$  – вязкость жидкости. Полагая для случая стандартных чернил  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $a = 50$  мкм,  $\gamma = 70$  мН/м,  $\mu = 5$  мПа·с, получим соответственно  $t_i \sim 40$  мкс и  $t_v \sim 10$  мкс. Следовательно, распад струи стандартных чернил носит преимущественно инерционный характер. Наблюдаемые в эксперименте времена распада удовлетворительно согласуются по порядку величины с представленной оценкой. В то же время увеличение времени распада струй при



Фиг. 10. Фотография гантелеобразной струи ( $\delta 25$  при  $t = 160$  мкс) и ее модель

переходе от воды к водно-глицериновой смеси и далее к растворам низкомолекулярного ПАА свидетельствует об усилении роли вязкой составляющей в двух последних случаях.

Другой возможный механизм повышения устойчивости струй растворов низкомолекулярного полимера – снижение уровня начальных возмущений диаметра струи, благодаря повышенной “жесткости” данной жидкости. Высокая “жесткость” подавляет наложение малых возмущений на струю при ее истечении из сопла. С другой стороны, упругость низкомолекулярного полимера не проявляется на относительно медленной стадии распада струи на капли из-за высокой скорости релаксации упругих напряжений.

Иной характер носит распад струй упруговязких жидкостей – растворов высокомолекулярного ПАА ( $2 \times 10 - 2 \times 100$ ,  $6 \times 10 - 6 \times 50$ ). Благодаря торможению и формированию шейки при отрыве от сопла, струя оказывается короче. В первом приближении оторвавшаяся от сопла импульсная струя может моделироваться в виде жидкой “гантели”, состоящей из двух краевых капель, соединенных между собой жидкой нитью. Гантелеобразные структуры наблюдаются в ситуациях, близких к переходу от течения с распадом к течению без распада (фиг. 3, д и 10). Под действием осевого натяжения нити краевые капли движутся навстречу друг другу, стремясь сформировать единую каплю. Одновременно нить утончается под действием обжимающего капиллярного давления, жидкость при этом перетекает из нити в краевые капли [23–25]. Далее возможны два сценария развития событий (фиг. 3). Первый, когда на определенном этапе нить распадается на вторичные (сателлитные) капельки ( $2 \times 10 - 2 \times 25$ ,  $6 \times 10$ ), т.е. происходит разрушение микроструи. Второй, когда краевые капли сливаются в единую каплю до распада нити, при этом вся вылетевшая из сопла жидкость оказывается сконцентрированной в одной капле ( $2 \times 50 - 2 \times 100$ ,  $6 \times 25 - 6 \times 50$ ). В этом случае разрушение микроструи не происходит.

Похожие процессы происходят при соударении двух капель, когда на поздней стадии процесса также могут формироваться гантелеобразные структуры [26, 27]. В зависимости от параметров соударения может происходить слияние жидкости в единую каплю, а может произойти разделение “гантели” на две независимые капли.

Таким образом, разрушится микроструя в полете или нет определяется конкуренцией двух процессов: 1) стягиванием краевых капелек в единую каплю и 2) утончением и распадом капиллярной нити между краевыми капельками. Сравнение скорости протекания указанных процессов позволяет построить критерий разрушения струи упруговязкой жидкости в полете. Данный подход был использован ранее при построении критерия дробления капли упруговязкой жидкости при ее ударе по жесткому препятствию [28].

Предварительно заметим, что любой изолированный растянутый (т.е. отличный от сферы) жидкий объект неустойчив по отношению к действию поверхностного натя-

жения. В частности, на свободных краях плоской пленки силы поверхностного натяжения в первый момент оказываются несбалансированными другими силами, и под их действием формируется движение жидкости от края объекта к его центру. При возникшем движении поверхностные силы компенсируются инерционными и внутренними (чаще всего вязкими) напряжениями. В предельном инерционном случае движение происходит в виде “ударной” волны разрушения: цилиндрическая капля (жидкий валик, жидкое ребро, краевая струя и т.д.) бежит по невозмущенной пленке, наполняясь при этом “поглощенной” жидкостью [29, 30]. В то же время жидкость вне капли “не знает” о движении до тех пор, пока капля не достигнет данной точки пленки. Такой тип движения реализуется при низких значениях числа Онезорге  $Oh = \mu/(\rho a \gamma)^{1/2} \ll 1$  [31, 32], где  $\mu$  – вязкость жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости,  $a$  – толщина пленки,  $\gamma$  – коэффициент поверхностного натяжения. Скорость движения цилиндрической капли по пленке  $v_r = (2\gamma/(\rho a))^{1/2}$  [29, 30].

При высоких значениях числа Онезорге ( $Oh \gg 1$ ) баланс сил обеспечивается поверхностными и вязкими силами. Жидкий объект при этом деформируется одновременно во всех точках [22, 32], движение типа “ударной волны” не происходит.

Аналогично случаю схлопывания свободной пленки возможно схлопывание жидкого цилиндра, который может быть устойчив по отношению к распаду Рэлея–Вебера, благодаря, например, осевому упругому напряжению [33]. В случае маловязкой жидкости (низкое число Онезорге) “ударная волна” разрушения распространяется по цилиндру в виде бегущей сферической капли, аналогу цилиндрической капли в случае пленки. Скорость движения сферической капли относительно жидкости в цилиндре может быть найдена как  $v_r = (F/(\rho \pi a^2/4))^{1/2}$  [34, 35], где  $F$  – осевая сила натяжения. Полагая для рассматриваемого здесь экспериментального случая  $\mu = 5$  мПа · с,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $a = 50$  мкм,  $\gamma = 70$  мН/м, получим  $Oh = 0.08$ , т.е. движение происходит при достаточно низких числах Онезорге.

Рассмотрим динамику двух капель, соединенных между собой капиллярной нитью с текущим диаметром  $a$  и длиной  $2x$  (фиг. 10, б). Примем для простоты, что крайние капли имеют равную массу  $m$ . Как только диаметр краевых капелек окажется существенно больше диаметра капиллярной нити, возникнет перепад давления между нитью и краевыми каплями  $\Delta p = 2\gamma/a - 2\gamma/R$ , где  $R$  – радиус краевой капли. Капиллярное давление “выжимает” жидкость из нити, вынуждая ее перетекать в краевые капли. Нить утончается.

Уравнение движения отдельной капли в этом случае имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left( m \frac{dx}{dt} \right) = -F + \frac{\pi a^2 \rho v}{4} \left( v - \frac{dx}{dt} \right) \quad (5.1)$$

где  $t$  – текущее время,  $F$  – сила натяжения капиллярной нити,  $v$  – скорость движения жидкости на краю нити относительно центра нити,  $\rho$  – плотность жидкости. В отличие от ситуации, рассмотренной в [28], уравнение (5.1) учитывает переток жидкости из утончающейся нити в каплю (последнее слагаемое).

Силы инерции и внутренние силы (например, за счет упругости макромолекул) в жидкости препятствуют перетоку, тем самым регулируя скорость утончения нити [10]. Теоретический анализ показывает, что в этом случае осевая компонента тензора избыточных напряжений  $\tau_x$  равна капиллярному давлению на поверхности нити  $2a/\gamma$ , а все остальные компоненты пренебрежимо малы [12–14]. Тогда сила натяжения нити определяется действием капиллярных и упругих сил как

$$F = \pi a \gamma + (\pi a^2/4)(-2a/\gamma + \tau_x) = \pi a \gamma \quad (5.2)$$

Прямые измерения силы натяжения капиллярной нити  $F$  [25, 36] подтвердили справедливость соотношения (5.2).

С другой стороны, в результате теоретических и экспериментальных исследований установлено, что капиллярная нить полимерного раствора утончается во времени по экспоненциальному закону [11–14]

$$a = a_0 \exp(-t/(3\theta)) \quad (5.3)$$

где  $a_0$  – начальный диаметр струи,  $\theta$  – время релаксации жидкости.

Масса капли  $m$  и скорость течения жидкости на краю нити  $v$  определяются условием сохранения массы метаемой жидкости и соотношением (5.3)

$$m = \rho \frac{\pi a_0}{4} (x_0 - x) \exp\left(-\frac{2t}{3\theta}\right) \quad (5.4)$$

$$v = -x \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{\pi a^2}{4} \right) = \frac{2x}{3\theta} \quad (5.5)$$

где  $x_0$  – половина начальной длины струи.

Подставив (5.2)–(5.5) в уравнение (5.1), запишем его в безразмерном виде

$$\frac{d}{dT} \left( (1 - X \exp(-2T)) \frac{dX}{dT} \right) = -36A \exp(-T) + 2X \left( 2X - \frac{dX}{dT} \right) \exp(-2T) \quad (5.6)$$

$$A = \frac{\gamma \theta^2}{\rho a_0 x_0^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi a_0^3 \theta}{m_0} \right), \quad m_0 = \frac{1}{2} \rho \pi a_0^2 x_0$$

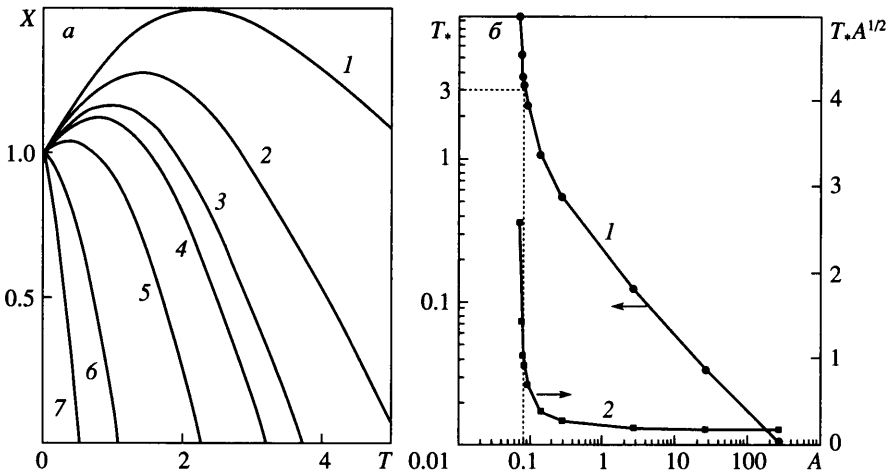
Параметр  $A$  описывает конкуренцию капиллярных, упругих и инерционных сил в процессе движения импульсной струи. Аналогичный параметр описывает переход от удара капли о препятствие с сохранением сплошности к удару с дроблением капли [28].

Для оценок начальные условия для уравнения (5.6) зададим в виде  $T = 0$ ,  $X = 1$ ,  $dx/dT = 0$ . Решения уравнения (5.6) при этих условиях представлены на фиг. 11. Безразмерный комплекс  $T_* A^{1/2} = t_*/(9\rho a_0 x_0^2/\gamma)^{1/2}$  ( $t_*$  – размерное время схлопывания струи в каплю) не содержит реологических параметров, поэтому зависимость  $T_* A^{1/2} = f(A)$  в явном виде отражает влияние реологии на динамику схлопывания. При  $A > 0.2$  скорость схлопывания струи перестает зависеть от реологических свойств жидкости, струя практически не утончается, а ее сокращение подобно распространению волны разрушения в жидкой пленке. В этом случае баланс инерционных, капиллярных и упругих сил определяет скорость сокращения струи как  $dx/dt = -(4\gamma/(\rho a_0))^{1/2}$ , что по форме совпадает с известной формулой для скорости распространения разрыва в жидкой пленке [29, 30]. Полагая время схлопывания струи  $t_* = x_0/(-dx/dt)$ , найдем, что  $T_* A^{1/2} = t_*/(9\rho a_0 x_0^2/\gamma)^{1/2} = 1/6$  при больших значениях  $A$ , что подтверждается данными фиг. 11.

В результате теоретических и экспериментальных исследований установлено, что экспоненциальное утончение (5.3) продолжается в течение периода времени  $T = t/(3\theta) \approx 3$ , по окончании которого нить практически мгновенно разрушается [13, 37]. В течение этого же периода времени движение капель описывается уравнением (5.6).

При решении уравнения (5.6) условие  $T_* > 3$  ( $X(T_*) = 0$ ) означает, что капли уже пришли в соприкосновение, а распад нити еще не произошел. В этом случае образуется единая капля. Условие  $T_* < 3$  означает, что нить прекратила свое существова-





Фиг. 11. Решения уравнения (5.6): а – зависимость длины жидкой “гантели”  $X$  от времени  $T$  для  $A = 0.072, 0.076, 0.081, 0.083, 0.092, 0.14, 0.28$  (кривые 1 – 7), б – зависимость величин  $T_* = T(X = 0)$  (кривая 1) и  $T_*A^{1/2}$  (кривая 2) от параметра  $A$

ние до соприкосновения капель. Струя распалась на две или на большее число изолированных капель.

Согласно фиг. 11, критическое значение параметра  $A$ , которое соответствует решению  $T = 3, X = 0$ , определяется как

$$A \cong \gamma\rho(\pi a_0^{3/2}\theta/m_0)^2/4 \cong 0.1 \tag{5.7}$$

При  $A < 0.1$  струя распадается, а при  $A > 0.1$  сохраняет сплошность. Таким образом, устойчивость импульсной струи полимерного раствора повышается с ростом поверхностного натяжения и времени релаксации, а также с уменьшением размеров струи. Существует определенное подобие между критерием разрушения сферической капли при ударе о твердую поверхность [28] и (5.7), что объясняется единым физическим механизмом, обеспечивающим устойчивость капли.

Так же, как и в случае распада капли полимерной жидкости [28], соотношение (5.7) можно рассматривать как эмпирическую формулу, точное значение параметра которой устанавливается экспериментально.

Сопоставим теоретические предсказания с наблюдениями за распадом струй ПАА,  $M = 2$  млн.,  $c = 10, \dots, 200$  млн.<sup>-1</sup>. Зная время релаксации  $2\sqrt{200}\theta = 50$  мкс, можно оценить времена релаксации других жидкостей, предполагая сохранение в данной ситуации найденной ранее закономерности  $\theta \propto c^{0.8}$  [13]. Полагая  $\gamma = 70$  мН/м,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $a_0 = 50$  мкм,  $m_0 = 300$  нг, получим для рассматриваемых жидкостей

$c$ , млн <sup>-1</sup>	10	25	50	100	200
$\theta$ , мкс	4.55	9.47	16.49	28.72	50
$A$	0.005	0.021	0.065	0.198	0.599

Первые две жидкости ( $c = 10, 25$  млн.<sup>-1</sup>) распадаются в полете, в то время как остальные ( $c = 50, 100, 200$  млн.<sup>-1</sup>) сохраняют сплошность (фиг. 4). Критерий (5.7) качественно верно описывает переход от режима метания струи с потерями жидкости в полете к режиму метания без потерь.

**Заключение.** В результате исследований установлено, что полимерные добавки могут влиять на процесс метания капель. Наблюдались следующие случаи метания струй с полимерными добавками: 1) распад струи на несколько вторичных капелек; 2) стягивание первоначально растянутой капли в одну компактную каплю без нарушения сплошности; 3) возврат капли в сопло под действием упругости жидкости в хвосте капли. Критерии перехода от одного режима течения к другому определяются реологическими свойствами жидкости и динамическими параметрами метания жидкости. Желательные эффекты при метании могут быть достигнуты надлежащим выбором реологических параметров, которые могут управляться изменением молекулярной массы и концентрации полимера.

Авторы выражают благодарность А.А. Бармину за проведенное аналитическое исследование задачи об отрыве струи (раздел 4) и В.М. Ентову за полезные обсуждения, а также L.A. Burkholder (OFPG Inc) за поставку образцов полимера. Работа выполнена в рамках Соглашения о научном сотрудничестве между Hewlett Packard Laboratories и Институтом проблем механики РАН.

В английском варианте предыдущей статьи авторов (Dynamics of a spherical microcavity in a polymeric liquid // *Fluid Dynamics*. 2003. V 38. № 3. P. 351–362.) инициалы и фамилию второго автора следует читать как J.D. Meyer.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Духовский И.А., Ковалев П.И., Рожков А.Н.* Ударное разрушение струй полимерных растворов // Докл. АН СССР. 1989. Т.307. № 4. С. 865–868.
2. *Meyer J.D., Bazilevsky A.V., Rozhkov A.N.* Effects of polymeric additives on thermal ink jets // Proc. IS&T's NIP13: Intern. Conf. Digital Printing Technologies, 1997. Seattle, USA: The Society for Imaging Science and Technology, 1997. P. 675–680.
3. *Meyer J., Bazilevsky A.V., Rozhkov A.N.* Effects of polymeric additives on thermal ink jets // Recent Progress in Ink Jet Technologies II / Ed. E.Hanson. The Society for Imaging Science and Technology, 1999. P. 450–455.
4. *Allen R.R., Meyer J.D., Knight W.R.* Thermodynamics and hydrodynamics of thermal ink jets // Hewlett-Packard Journal. 1985. May. P. 21–27.
5. *Asai A., Hara T., Endo I.* One-dimensional model of bubble growth and liquid flow in bubble jet printers // Japan. J. Appl. Phys. 1987. V. 26. № 10. P. 1794–1801.
6. *Bazilevsky A.V., Meyer J.D., Rozhkov A.N.* Effects of polymeric additives on vapor bubble dynamics in thermal ink jet printing // Final Program and Proc. IS&T's NIP14: Intern. Conf. Digital Printing Technologies. 1998. Toronto, Canada: The Society for Imaging Science and Technology, 1998. P. 15–18.
7. *Meyer J., Bazilevsky A.V., Rozhkov A.N.* Effects of polymeric additives on vapor bubble dynamics in thermal ink jet printing // Recent Progress in Ink Jet Technologies II / Ed. E.Hanson. The Society for Imaging Science and Technology, 1999. P. 291–294.
8. *Базилевский А.В., Мейер Д.Д., Рожков А.Н.* Динамика сферической микрокаверны в полимерной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 3. С. 3–16.
9. *Nielsen N.J.* History of ThinkJet printhead development // Hewlett-Packard Journal. 1985. May. P. 4–10.
10. *Hinch E.J.* Mechanical model of dilute polymer solutions in strong flows // *Phys. Fluids*. 1977. V. 20. № 10. Pt 2. P. S22–S30.
11. *Базилевский А.В., Ентов В.М., Рожков А.Н.* Способ определения времени релаксации упруговязких жидкостей: А.с. № 1318845 (СССР). // Б.И. 1987. № 23. С. 144.
12. *Bazilevsky A.V., Entov V.M., Rozhkov A.N.* Liquid filament microrheometer and some of its applications // Proc. Golden Jubilee Meet. British Soc. Rheology and 3rd Europ. Rheol. Conf. 1990, Edinburgh, UK. L., N.Y.: Elsevier, 1990. P. 41–43.
13. *Базилевский А.В., Ентов В.М., Лернер М.М., Рожков А.Н.* Распад нитей полимерных растворов // Высокомолек. соед. Сер. А. 1997. Т. 39. № 3. С. 474–482.
14. *Базилевский А.В., Ентов В.М., Рожков А.Н.* Распад мостика жидкости Олдройда – метод реологического тестирования полимерных растворов // Высокомолек. соед. Сер. А. 2001. Т. 43. № 7. С. 1161–1172.

15. Рожков А.Н. Динамика и разрушение капель сложных жидкостей: Дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.02.05. М., ИПМех РАН, 2004. 335 с.
16. Баженов С.Л., Духовский И.А., Ковалев П.И., Рожков А.Н. Разрушение арамидного волокна СВМ при высокоскоростном поперечном ударе // Высокомолек. соед. Сер. А. 2001. Т. 43. № 1. С. 73–86.
17. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Точные решения. М.: Физматлит, 1995. 560 с.
18. Ентов В.М., Кордонский В.И., Прохоров И.В., Рожков А.Н., Торопов А.И., Шульман З.П., Ярин А.Л. Интенсивное растяжение растворов полимеров // Докл. АН СССР. 1988. Т. 301. № 4. С. 867–870.
19. Ентов В.М., Кордонский В.И., Прохоров И.В., Рожков А.Н., Торопов А.И., Шульман З.П., Ярин А.Л. Интенсивное растяжение растворов полимеров умеренной концентрации // Высокомолек. соед. Сер. А. 1988. Т. 30. № 12. С. 2486–2491.
20. Духовский И.А., Ковалев П.И., Рожков А.Н. Разрушение полимерных жидкостей при высокоскоростном ударе // Высокомолек. соед. Сер. А. 2004. Т. 46. № 1. С. 43–59.
21. Ентов В.М., Ярин А.Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1984. Т. 18. С. 112–197.
22. Ентов В.М., Кордонский В.И., Кузьмин В.А., Шульман З.П., Ярин А.Л. Исследование распада струй реологически сложных жидкостей // ПМТФ. 1980. № 3. С. 90–98.
23. Базилевский А.В., Воронков С.И., Ентов В.М., Рожков А.Н. Ориентационные эффекты при распаде струй и нитей разбавленных растворов полимеров // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257. № 2. С. 336–339.
24. Рожков А.Н. Динамика нитей разбавленных растворов полимеров // Инж.-физ. журн. 1983. Т. 45. № 1. С. 72–80.
25. Bazilevsky A.V., Entov V.M., Rozhkov A.N., Yarin A.L. Polymeric jets beads-on-string breakup and related phenomena // Proc. the Golden Jubilee Meet. British Soc. Rheology and 3rd Europ. Rheology Conf. 1990, Edinburgh, UK. L., N.Y.: Elsevier, 1990. P. 44–46.
26. Estrade J.-P., Carentz H., Lavergne G., Biscos Y. Experimental investigation of dynamic binary collision of ethanol droplets – a model for droplet coalescence and bouncing // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 1999. V. 20. № 5. P. 486–491.
27. Willis K., Orme M. Binary droplet collisions in a vacuum environment: an experimental investigation of the role of viscosity // Experim. Fluids. 2003. V. 34. № 1. P. 28–41.
28. Rozhkov A., Prunet-Foch B., Vignes-Adler M. Impact of drops of polymer solutions on small targets // Phys. Fluids. 2003. V. 15. № 7. P. 2006–2019.
29. Taylor G.I. The dynamics of thin sheets of fluid. III. Disintegration of fluid sheets // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1959. V. 253. № 1274. P. 313–321.
30. Culick F.E.C. Comments on a ruptured soap film // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. P. 1128–1129.
31. Song M., Tryggvason G. The formation of thick borders on an initially stationary fluid sheet // Phys. Fluids. 1999. V. 11. № 9. P. 2487–2493.
32. Brenner M.P., Gueyffier D. On the bursting of viscous films // Phys. Fluids. 1999. V. 11. № 3. P. 737–739.
33. Базилевский А.В., Ентов В.М., Рожков А.Н. Упругие напряжения в струях растворов полимеров // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 2. С. 3–9.
34. Ентов В.М., Кестенбойм Х.С., Рожков А.Н. Об истечении упруговязких жидкостей из сужающихся каналов // Докл. АН СССР. 1985. Т. 282. № 4. С. 879–882.
35. Рожков А.Н. Парадокс “самоистечения” свободной струи жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 3–15.
36. Bazilevsky A., Rozhkov A., Stavitsky A. Stresses in the filaments of polymer solutions // Progr. and Trends in Rheology IV. Proc. 4th Europ. Rheology Conf. 1994, Sevilla, Spain. Darmstadt: Steinkopff, 1994. P. 468–470.
37. Лернер М.М., Швецов И.А., Масленников В.А., Ентов В.М., Соляков Ю.В., Базилевский А.В., Кабо В.Я., Рожков А.Н. Способ определения времени релаксации упруговязких жидкостей: А.с. № 1539591 (СССР) // Б.И. 1990. № 4. С. 156.