

УДК 533.6.011.3:533.91

© 2005 г. С. Т. СУРЖИКОВ

ДОЗВУКОВАЯ РАДИАЦИОННАЯ ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА В КАНАЛЕ ЛАЗЕРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Дан анализ радиационно-газодинамических процессов в канале воздушного лазерного плазменного генератора атмосферного давления. Сформулирована вычислительная радиационно-газодинамическая модель, основанная на уравнениях движения вязкого теплопроводного газа и переноса селективного теплового излучения в многогрупповом приближении. Рассмотрены ламинарный и турбулентный дозвуковые режимы работы генератора.

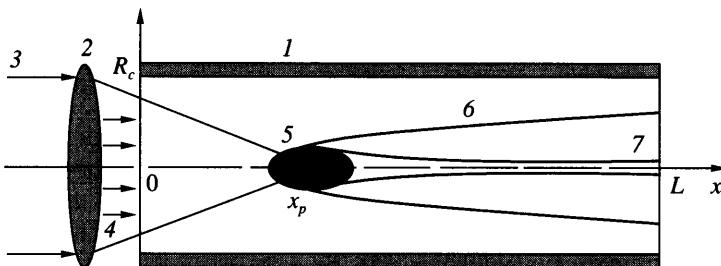
С целью модельного описания турбулентного смешения газов и плазмы используются усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса и k - e -модель турбулентности. Задача решается в нестационарной двумерной осесимметричной постановке.

Исследованы режимы сильного радиационно-газодинамического взаимодействия, когда заметное влияние на газодинамическую структуру течения оказывают потери энергии излучением из высокотемпературной области лазерной плазмы и поглощение ее собственного теплового излучения в окружающих слоях плазмы и газа (реабсорбция излучения). Обсуждаются два способа интегрирования уравнения переноса селективного теплового излучения в канале генератора, один из которых ориентирован на расчет переноса теплового излучения внутри нагретого объема, а другой – радиационных тепловых потоков на ограничивающих объем поверхности. Представлены результаты расчетов спектральных и интегральных радиационных тепловых потоков на внутренней поверхности генератора.

Ключевые слова: радиационная газовая динамика, лазерная плазма, плазменный генератор, непрерывный оптический разряд.

Принципиальная схема лазерного плазменного генератора, исследуемого в данной работе (фиг. 1), во многом аналогична классическим схемам дугового и высокочастотного плазменных генераторов. В цилиндрическом канале, через который прокачивается газ, создается плазма, являющаяся источником плазменной струи, используемой в разнообразных технологических и исследовательских целях. В случае лазерного плазменного генератора – эта плазма образуется за счет поглощения излучения лазера непрерывного действия, чаще всего CO₂-лазера с длиной волны излучения $\lambda = 10.6$ мкм. Получаемая таким образом плазма называется непрерывным (стационарным) оптическим разрядом или просто стационарной лазерной плазмой, а процесс ее распространения по покоящемуся или движущемуся газу – лазерной волной горения [1]. Плазма генератора обладает уникальными свойствами, которые позволяют рассматривать ее как один из перспективных источников для решения практически важных задач радиационной газовой динамики: при атмосферном давлении в области поглощения лазерного излучения температура достигает $(1.5\text{--}2) \cdot 10^4$ К, при этом высокотемпературная плазменная область не контактирует с поверхностями, что обеспечивает высокую чистоту плазменного потока.

В предшествующих экспериментальных и расчетно-теоретических исследованиях [1–5] были рассмотрены условия стационарного существования лазерной плазмы в покоящемся и движущемся газах, в сфокусированном и нефокусированном лазерных лучах. В [5–7] анализировались лазерные плазменные генераторы и лазерные ракетные двигатели непрерывного и импульсно-периодического принципа действия. В лазерных ракетных дви-



Фиг. 1. Принципиальная схема лазерного плазменного генератора: 1 – цилиндрическая камера генератора, 2 – фокусирующая линза, 3 – нефокусированный лазерный луч, 4 – поток невозмущенного газа во входном сечении камеры, 5 – стационарная лазерная плазма, 6 – слой смешения газа с генерируемой плазменной струей, 7 – плазменная струя

гателях непрерывного действия газ нагревается внутри камеры сгорания посредством лазерного излучения непрерывного действия. Нагретый газ истекает через сопло как в обычном реактивном двигателе. Принцип работы импульсно-периодических двигателей иной. Здесь используются импульсно-периодические лазеры, а также специально профильтрованные каналы, обеспечивающие наибольшую эффективность передачи импульса ударной волны оптического пробоя газа летательному аппарату, который как бы толкается этими ударными волнами.

Очевидно, что мощность используемого лазерного излучения и его длина волны – одни из наиболее важных параметров, определяющих режимы существования лазерной плазмы и рабочие характеристики генератора. Хорошая фокусировка излучения CO₂-лазера мощностью в несколько кВт на длине волны 10.6 мкм позволяет создать лазерную плазму с характерным пространственным масштабом порядка 0.01–0.03 см. При столь малых размерах лазерной плазмы она существует в так называемом теплопроводном режиме. Это означает, что поглощаемая в плазме энергия лазерного излучения передается окружающему газу в основном посредством теплопроводности. Излучающая область плазмы настолько мала, что мощности теплового излучения не хватает на прогрев окружающей среды до температур однократной ионизации, при которых начинается интенсивное поглощение лазерного излучения. Переход режима существования лазерной плазмы от теплопроводного к радиационному режиму возможен лишь при существенном увеличении мощности лазерного излучения.

Для того чтобы в атмосферном воздухе реализовался радиационный режим существования лазерной плазмы (или ее распространения вдоль нефокусированного или слабо фокусированного лазерного луча), необходимо, чтобы ее размеры были порядка 1 см. Именно такие размеры лазерной плазмы наблюдались в экспериментах 1974 г. [8] по ее распространению вдоль нефокусированного луча CO₂-лазера и численно исследовались применительно к задачам лазерной физики [9, 10].

В радиационном режиме существования лазерной плазмы энергия поглощаемого лазерного излучения передается окружающему газу посредством теплового излучения, мощности которого оказывается достаточным для нагрева близлежащих слоев газа до температуры однократной ионизации. Отсюда следует принципиальная важность корректного учета процессов переноса теплового излучения на формирование лазерной плазмы и образующейся плазменной струи. При этом очевидно, что решаемая задача должна быть отнесена к классу радиационно-газодинамических задач с сильным радиационно-газодинамическим взаимодействием.

Еще одна принципиальная особенность рассматриваемого радиационного режима существования лазерной плазмы – селективность теплового излучения. Это сущест-

венно усложняет теоретический анализ явления и численную реализацию радиационно-газодинамических моделей, поскольку спектральный коэффициент поглощения изменяется на порядки величин в разных спектральных диапазонах и в различных пространственных точках лазерной плазмы и обтекающего ее газового потока.

При исследовании характеристик генератора дополнительно возникает задача о радиационном нагреве стенок газодинамического тракта, в котором зажигается лазерная плазма и из которого истекает плазменная струя. Решение этой задачи важно по двум причинам. Во-первых, тем самым удается определить интегральные по спектру потери энергии в стенки канала генератора. Во-вторых, при столь высоких температурах плазмы возникает опасность термического разрушения стенок канала тепловым излучением, что уже непосредственно связано с задачами проектирования генератора.

Как при теплопроводном, так и при радиационном режимах возможно возникновение автоколебаний лазерной плазмы и явлений бифуркации газо-плазменных конфигураций, которые могут сопутствовать процессам обтекания газом лазерной плазмы [11, 12]. Поэтому по сравнению с предыдущими исследованиями лазерных плазменных генераторов и лазерных волн горения атмосферного давления [10, 13] в данной работе анализируется изменение характеристик генератора при переходе от теплопроводного режима существования лазерной плазмы к радиационному, а также изучается влияние начальной степени турбулентности входного газового потока и реабсорбции теплового излучения лазерной плазмы на стабилизацию течения. Выполнено также развитие радиационно-газодинамической модели в части повышения точности расчета радиационных тепловых потоков на внутренней поверхности генератора за счет отказа от P_1 -приближения метода сферических гармоник и использования метода дискретных направлений.

Подводя итог краткому анализу проблемы создания радиационно-газодинамической модели лазерного плазменного генератора, подчеркнем, что указанная модель (или ее элементы) может применяться также при решении задач сильного радиационно-газодинамического взаимодействия в ударном слое у обтекаемой поверхности космических аппаратов, входящих в плотные слои атмосферы со сверхорбитальной скоростью. В самом деле, уникальные свойства лазерной плазмы, а именно ее температура $T \approx (1.5-2) \cdot 10^4$ К при атмосферном давлении, позволяют моделировать условия в ударных слоях вблизи космических аппаратов, входящих в атмосферу Земли со скоростями выше 16 км/с. Однако такая модель должна быть дополнена учетом существенных для задач гиперзвукового обтекания физико-химических процессов.

1. Радиационно-газодинамическая модель генератора. Нестационарный процесс динамики лазерной плазмы в поле ее излучения исследуется без учета тепловой гравитационной конвекции, поскольку будут рассматриваться скорости газа порядка 30 м/с, что примерно в 100 раз больше характерной скорости гравитационной конвекции. Анализ учета процессов гравитационной конвекции в задачах обсуждаемого класса выполнен в [13].

Задача решается в двумерной цилиндрической геометрии, соответствующей условиям симметрии изучаемого процесса. В качестве газовой среды выбран воздух атмосферного давления. Луч CO₂ лазера непрерывного действия с длиной волны излучения 10.6 мкм падает на плазму слева (фиг. 1).

Для описания термодинамического состояния исследуемой низкотемпературной плазмы используется приближение ее локального термодинамического равновесия. Таким образом, предполагается, что в рассматриваемой плазме атмосферного давления преvalируют столкновительные процессы между частицами среды, и ее термодинамическое состояние может быть полностью охарактеризовано давлением и температурой. Конечно, при столь высоких температуре и плотности лазерного и собственного теплового излучения это не совсем так, и в окрестности лазерной волны горения имеются области,

где приближение локального термодинамического равновесия заведомо не выполняется. Например, мощное ультрафиолетовое излучение из высокотемпературной области приводит к фотодиссоциации и фотоионизации относительно холодных слоев газа, как это происходит перед фронтом сильно излучающей ударной волны (действие “прекурсорного” излучения). Тем не менее предварительные исследования показывают, что неравновесные процессы не оказывают заметного влияния на динамику лазерных волн горения и на параметры стационарной лазерной плазмы. Подробно физическое обоснование подобной модели дано в [13].

Для решения задачи о динамике лазерной плазмы используется система уравнений неразрывности, Навье – Стокса, сохранения энергии, переноса селективного теплового и лазерного излучения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial r} + S_v \quad (1.3)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \operatorname{grad} T = \operatorname{div}(\lambda_\Sigma \operatorname{grad} T) - Q_R + Q_L \quad (1.4)$$

$$Q_L = \chi_\omega(x, r=0) P_L \exp\left(-\frac{r^n}{R_L^n}\right) \exp\left[-\int_0^x \chi_\omega(x', r=0) dx'\right] \frac{1}{\pi R_L^2} \quad (1.5)$$

$$Q_R = \sum_{k=1}^{N_k} \kappa_k (U_{b,k} - U_k) \Delta \omega_k \quad (1.6)$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{3\kappa_k} \operatorname{grad} U_k\right) = -\kappa_k (U_{b,k} - U_k), \quad k = 1, 2, \dots, N_k \quad (1.7)$$

$$S_u = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_\Sigma \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_\Sigma \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_\Sigma \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1.8)$$

$$S_v = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_\Sigma \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_\Sigma \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_\Sigma \frac{\partial v}{\partial r} \right) + 2 \mu_\Sigma \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \quad (1.9)$$

Здесь x, r – осевая и радиальные координаты, ρ, c_p, T – плотность, удельная теплоемкость при постоянном давлении и температура, u, v – осевая и радиальная составляющие скорости \mathbf{V} , p – давление, $\mu_\Sigma, \lambda_\Sigma$ – эффективные динамический коэффициент вязкости и коэффициент теплопроводности, Q_R, Q_L – объемные мощности энерговыделения, связанные с переносом селективного теплового и лазерного излучения, κ, U, U_b – объемный коэффициент поглощения теплового излучения, объемная плотность излучения среды и абсолютно черного тела, χ_ω – коэффициент поглощения лазерного излучения, P_L – мощность лазера, R_L – радиальная граница лазерного луча, n – показатель распределения интенсивности в попечном сечении лазерного луча. Индексы ω, k обозначают спектральные и групповые характеристики, определяемые осреднением соответствующих спектральных характеристик в каждом из N_k спектральных диапазонов волновых чисел $\Delta \omega_k$.

Турбулентные коэффициенты вязкости и теплопроводности в (1.4), (1.8) и (1.9) рассчитываются с привлечением гипотезы Буссинеска, в соответствии с которой эффективная вязкость газового потока определяется по формуле

$$\mu_{\Sigma} = \mu_m + \mu_t \quad (1.10)$$

где μ_m – динамический коэффициент вязкости, учитывающий атомно-молекулярные столкновительные процессы, μ_t – коэффициент турбулентной вязкости, для определения которого используется одна из моделей турбулентного смешения, в данном случае k - ϵ -модель [14]. Делается также предположение о равенстве единице турбулентного числа Прандтля $\text{Pr}_t = \mu_t c_p / \lambda_t$, что позволяет найти соответствующий коэффициент теплопроводности $\lambda_t = c_p \mu_t$.

Уравнения k - ϵ -модели имеют вид

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho k v - \frac{\mu_t \partial k}{\sigma_k \partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho k u - \frac{\mu_t \partial k}{\sigma_k \partial x} \right) = P - \rho \epsilon \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho \epsilon v - \frac{\mu_t \partial \epsilon}{\sigma_\epsilon \partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \epsilon u - \frac{\mu_t \partial \epsilon}{\sigma_\epsilon \partial x} \right) = (C_1 P - C_2 \rho \epsilon) \frac{\epsilon}{k} \quad (1.12)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$P = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right\} - \\ - \frac{2}{3} \rho k \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right) - \frac{\lambda_t}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

$$C_\mu = 0.09; \quad C_1 = 1.44; \quad C_2 = 1.92; \quad \sigma_k = 1.0; \quad \sigma_\epsilon = 1.3$$

Непосредственно вблизи поверхности применяется модификация модели турбулентного смешения, исследованная в [15].

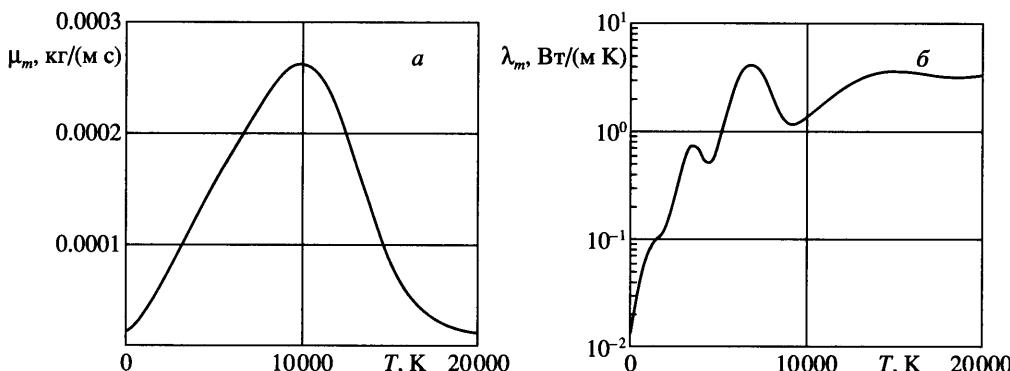
Распространение лазерного излучения описывается в приближении геометрической оптики. Механизм континуального поглощения, обратный механизму тормозного излучения электронов в условиях локального термодинамического равновесия, полагается определяющим для коэффициента поглощения лазерного излучения в (1.5)

$$\chi_\omega = 2.82 \cdot 10^{-29} n_e (n_+ + 4n_{++}) T^{-3/2} \lg(2.17 \cdot 10^3 T n_e^{-1/3}), \text{ см}^{-1}$$

где n_e , n_+ , n_{++} – числовые концентрации электронов, одно- и двукратно заряженных ионов, T – температура в К.

Мощность энерговыделения, связанного с процессом переноса теплового излучения, находится интегрированием уравнения переноса селективного теплового излучения в форме многогруппового P_1 -приближения метода сферических гармоник, т.е. как результат решения системы N_k уравнений (1.7), для каждого из которых задается своя функция $\kappa_k(T, p)$ [16].

Вводятся следующие граничные условия: для охлаждаемой поверхности (с температурой T_∞), прилипания на поверхности, осевой симметрии для функций T , u , v , U_k и невозмущенности потока на входе в канал $u = u_\infty$, $v = 0$, $T = T_\infty$. В выходном сечении цилиндрического канала задавались граничные условия $f_x(x \rightarrow L) = 0$ (а) или $f_{xx}(x \rightarrow L) = 0$ (б), где $f = \{T, u, v, U_k\}$. Расстояние до выходной границы расчетной области принималось



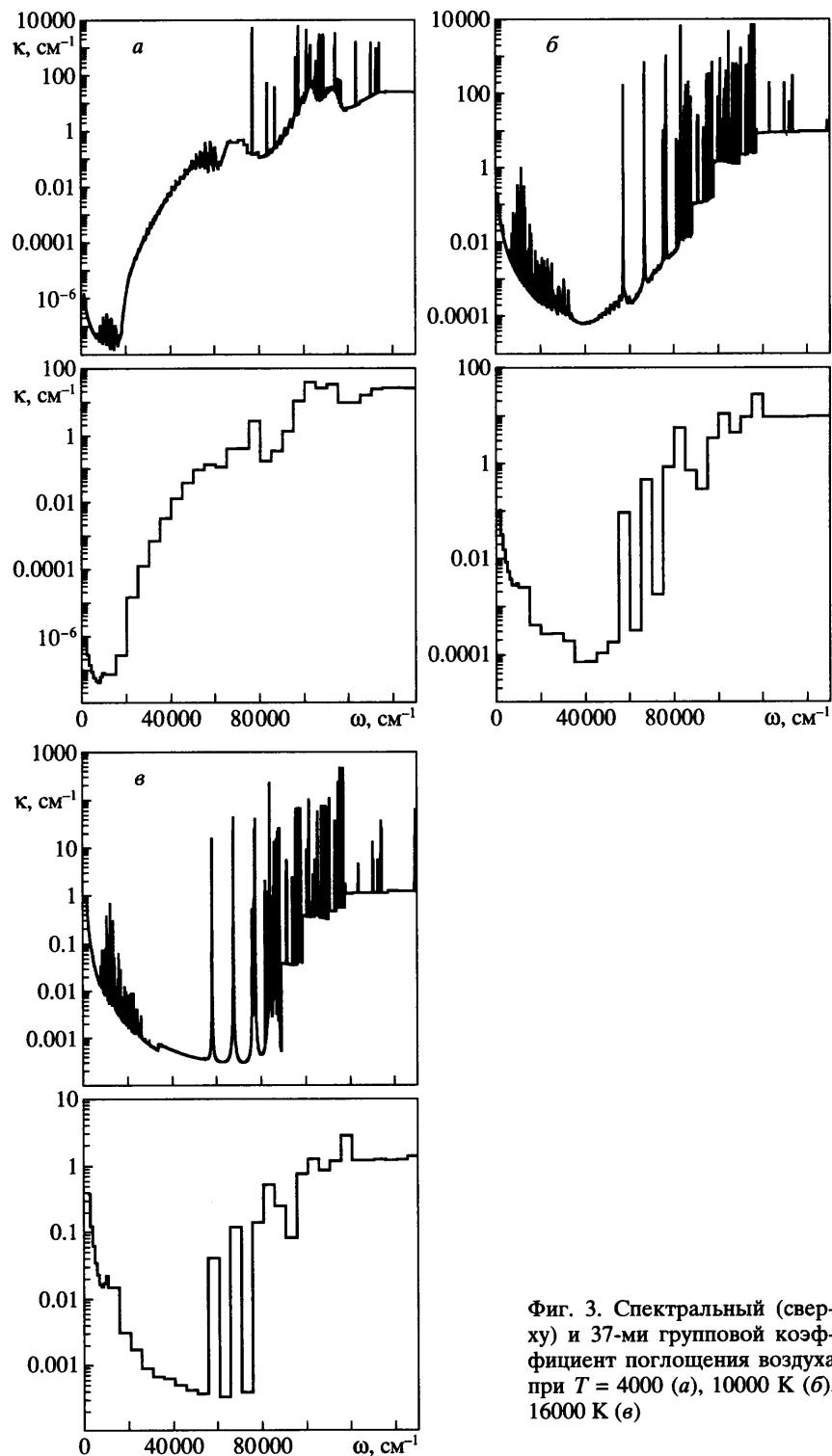
Фиг. 2. Динамический коэффициент вязкости и коэффициент теплопроводности воздушной плазмы [17]

таким, чтобы по возможности уменьшить ее влияние на газодинамику лазерной плазмы. С этой целью проводились тестовые расчеты при разных расстояниях до границ. В вычислительных вариантах с высокотемпературной ламинарной плазменной струей приемлемыми оказались граничные условия Неймана (а).

В качестве начальных условий задавалось сферическое плазменное облако радиусом 0.5 см с температурой $2 \cdot 10^4$ К на фоне невозмущенного газового потока.

Теплофизические свойства воздуха во всем диапазоне температур от нормальных условий до двукратной ионизации рассчитывались по аппроксимационным зависимостям [17]. Эти аппроксимации были выбраны исходя из условия удобства расчета переносных свойств низкотемпературной плазмы в широком диапазоне давлений и температур по компактным формулам. Заметим, что они основаны на данных переносных свойств в 3-м приближении метода Чепмена – Энскога. Результаты с учетом высших приближений даны в [18]. Температурные зависимости коэффициентов теплопроводности и динамической вязкости показаны на фиг. 2.

Оптическая модель горячего воздуха (коэффициент поглощения теплового излучения в (1.5), (1.7)) рассчитывалась с использованием комплекса программ ASTEROID [19, 20]. Сначала были найдены коэффициенты поглощения высокотемпературного воздуха в диапазоне температур $3 \cdot 10^2$ – $2 \cdot 10^4$ К в $74 \cdot 10^4$ точках по спектру. При этом учитывались все наиболее существенные элементарные радиационные процессы, дающие вклад в суммарный коэффициент поглощения воздуха в условиях ЛТР. Использовались неоднородные расчетные сетки по длине волны, что позволяло описать контуры 3000 атомных линий атомов и ионов азота и кислорода (с учетом мультиплетной структуры) не менее чем в 10 спектральных точках. Такой способ вычисления обычно называют полинейчатым. На основе усреднения результатов полинейчатых расчетов были созданы три групповые спектральные модели с числом спектральных групп 37, 74 и 148. Найденные по этой модели полинейчатые и групповые коэффициенты поглощения при температурах $4 \cdot 10^3$, $10 \cdot 10^3$ и $16 \cdot 10^3$ К показаны на фиг. 3. Выбранные температурные точки дают представление об особенностях спектральных коэффициентов поглощения горячего воздуха при температурах диссоциации ($4 \cdot 10^3$ К), практически полного распада молекулярных компонент ($10 \cdot 10^3$ К) и развитой ионизации ($16 \cdot 10^3$ К). Обратим внимание на основные структурные особенности спектра поглощения горячего воздуха в исследованном температурном диапазоне. В ультрафиолетовой области спектра, в особенности в его “жесткой” части ($\omega > 8 \cdot 10^4$ см $^{-1}$), наблюдается сильное поглощение излучения, увеличивающееся с уменьшением температуры. Коэффициент поглощения здесь обусловлен фотоионизацией атомов с основных и низко возбужден-



Фиг. 3. Спектральный (сверху) и 37-ми групповой коэффициент поглощения воздуха при $T = 4000$ (a), 10000 К (б), 16000 К (в)

ных энергетических состояний, а также фотодиссоциацией и фотоионизацией молекул. При высоких температурах в этой части спектра излучают и поглощают спектральные линии атомов и ионов, образованные при квантовых переходах с основных и низковозбужденных энергетических уровней. По мере увеличения температуры влияние атомных линий возрастает в интегральном балансе переносимой лучистой энергии. Значения коэффициентов κ_ω в центрах атомных линий заметно превосходят величину 1 см^{-1} , так что в рассматриваемых условиях их излучение поглощается в самой плазме, не покидая ее. Из фиг. 3, *a* видно, что излучение с волновым числом $\omega > 9 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ практически полностью поглощается слоями плазмы с температурой $T = 4 \cdot 10^3 \text{ К}$, поскольку коэффициент $\kappa_\omega > 10 \text{ см}^{-1}$ и, следовательно, характерная длина пробега фотонов теплового излучения $l \approx 0.1 \text{ см}$. Более холодные слои газа поглощают ультрафиолетовое излучение в еще большей степени.

В ближней ультрафиолетовой области спектра ($\omega = (2.5\text{--}6) \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$) заметно поглощают молекулярные компоненты плазмы, которые по мере роста температуры диссоциируют, результатом чего является “просветление” плазмы.

В видимой ($\omega = (1.316\text{--}2.5) \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$) и ближней инфракрасной областях спектра молекулярные компоненты поглощают в основном в электронно-колебательных квантовых переходах, а также в атомных линиях, образованных при квантовых переходах из возбужденных энергетических состояний. Непрерывный спектр поглощения в этой области спектра связан со взаимодействием свободных электронов и ионов плазмы. Поэтому при низких температурах, т.е. при малой степени ионизации, нагретый газ практически прозрачен для излучения.

Для исследования динамики лазерной плазмы выбранные температурные точки имеют важное значение, поскольку температурное распределение в обтекаемой газом лазерной плазме имеет следующую особенность: в области сильного поглощения лазерного излучения температура достигает максимальных значений $(1.5\text{--}2.0) \cdot 10^4 \text{ К}$, затем резко падает до уровня 10^4 К , а образующаяся плазменная струя имеет температуру порядка $5 \cdot 10^3 \text{ К}$. Заметим, что если область с наибольшей температурой локализована в пространстве фокусированным лазерным лучом, то относительно низкотемпературные области занимают значительный объем и во многом определяются газовой динамикой генератора.

Необходимость анализа различных групповых моделей диктуется следующим. В идеале для решения задач радиационной газовой динамики следует использовать спектральные полинейчатые модели. Тенденция к применению наиболее подробных спектральных моделей имеет вполне выраженный характер в мировой практике решения различных РГД задач по мере увеличения мощности компьютеров и совершенствования параллельных алгоритмов. Однако использование таких моделей в подавляющем большинстве случаев не оправдано, не говоря уже о крайней вычислительной неэффективности таких моделей. Поэтому проблема выбора адекватной многогрупповой оптической модели, в особенности для анализа процессов, допускающих применение модели локального термодинамического равновесия, остается достаточно актуальной для большинства задач радиационной газовой динамики. Выполненные в данной работе расчеты генератора с использованием различных групповых моделей свидетельствуют о допустимости применения оптических моделей с числом групп порядка 37, в рамках которых удается описать наиболее важные структурные особенности спектра поглощения, включая группы наиболее сильных атомных линий. Тем не менее следует подчеркнуть, что представленные здесь многогрупповые модели пока что не решают проблемы адекватного расчета переноса излучения в атомных и ионных линиях.

2. Метод численного решения. Используемая в данной работе модель гипозвуковых течений (не учитываются изменения плотности за счет малых возмущений давления; см. подробно о подобных моделях в [21]) позволяет переформулировать уравнения не-

разрывности и Навье – Стокса в форме (1.1)–(1.3) к системе уравнений нестационарных динамических переменных [22]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \operatorname{div}(\omega \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho v \frac{\partial u}{\partial x} - \rho u \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho v \frac{\partial v}{\partial x} - \rho u \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \\ + \rho v \frac{\partial(vr^{-1})}{\partial x} - \rho u \frac{\partial(vr^{-1})}{\partial r} = \frac{1}{\operatorname{Re}} \left(\frac{\partial S_v}{\partial x} - \frac{\partial S_u}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{div} \left[\frac{\exp(-\varepsilon)}{r^2} \operatorname{grad} \Psi \right] = -\frac{\omega}{r} \quad (2.2)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = r \rho u \exp(\varepsilon), \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -r \rho v \exp(\varepsilon) \quad (2.4)$$

$$\omega = \frac{\partial \rho v}{\partial x} - \frac{\partial \rho u}{\partial r} \quad (2.5)$$

а введенная с использованием гипотезы

$$\operatorname{div}(E \rho \mathbf{V}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.6)$$

функция $\varepsilon = \ln(E + 1)$ позволяет представить уравнение неразрывности в виде (2.3).

Использование гипотезы (2.6) основано на том, что в условиях гипозвуковых течений изменение плотности газа во времени вызвано прежде всего внутренними источниками тепла (в данном случае поглощением энергии лазерного излучения), т.е. это изменение можно считать известной функцией и определять ее из уравнения сохранения энергии и уравнения состояния, а не из уравнений динамики газа. С другой стороны, уравнение неразрывности, которое тем не менее должно выполняться безусловно, диктует дивергентный вид функции частной производной плотности по времени. Для того чтобы сохранить формулировку задачи нахождения неизвестной векторной функции, предполагается следующая гипотеза: допустим, что найдется скалярная функция E , удовлетворяющая уравнению (2.6).

Таким образом, ценой введения новой скалярной функции ε (или E) удается сформулировать систему уравнений вязкой сжимаемой жидкости в динамических переменных $\varepsilon - \Psi - \omega$, позволяющих решать нестационарные задачи дозвуковой динамики излучающего газа.

Границные условия для функций ω и Ψ задаются так же, как и для обычных динамических переменных. Не вызывают также затруднений граничные условия для функции ε

$$x = 0, \quad \varepsilon(r) = 0 \quad (2.7)$$

$$r = R_c, \quad \varepsilon(x) = 0 \quad (2.8)$$

$$r = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0 \quad (2.9)$$

$$x = L, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

Условия (2.7) и (2.8) – следствия неизменности температуры на соответствующих поверхностях (R_c – радиус цилиндрического канала). Условие (2.9) задает осевую симметрию, а (2.10) – соответствует свободной границе расчетной области $x = L$.

Для определения переноса теплового излучения к внутренней поверхности генератора применяется метод дискретных направлений, известный в зарубежной литературе как “Ray-tracing” метод. В расчетах используется условие осевой симметрии. Алгоритм метода дискретных направлений состоит в следующем. Для того чтобы найти плотность радиационного теплового потока к элементу поверхности, вводится локальная сферическая система координат с нормалью Ω . В этой системе координат каждый луч Ω определяется двумя угловыми координатами: углом широты $\theta \in [0, \pi/2]$ и азимутальным углом $\phi \in [0, 2\pi]$. Плотности спектрального и интегрального радиационных потоков на внутренней поверхности генератора вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} W_{\omega}(\mathbf{r}_j) &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega) \cos\theta \sin\theta d\theta \\ W_R(\mathbf{r}_j) &= \int_0^{\infty} W_{\omega}(\mathbf{r}_j) d\omega \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $\mathbf{r}_j = (r_j, x_j)$ – радиус-вектор j -й точки на поверхности в лабораторной системе координат, r_j, x_j – радиальная и осевая координаты j -й точки в лабораторной системе координат, $J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega)$ – спектральная интенсивность излучения.

Введение расчетной сетки угловых направлений позволяет провести интегрирование спектральной интенсивности излучения на поверхности генератора по пространству угловых переменных и найти спектральную плотность потока (2.11)

$$W_{\omega}(\mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^{N_{\phi}-1} (\varphi_{m+1} - \varphi_m) \sum_{n=1}^{N_{\theta}-1} J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega_{m,n}) (\sin\theta_{n+1} \cos\theta_{n+1} - \sin\theta_n \cos\theta_n) (\theta_{n+1} - \theta_n)$$

или

$$W_{\omega}(\mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^{N_{\phi}-1} (\varphi_{m+1} - \varphi_m) \sum_{n=1}^{N_{\theta}-1} \frac{1}{2} J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega_{m,n}) (\cos^2\theta_{n+1} - \cos^2\theta_n) \quad (2.12)$$

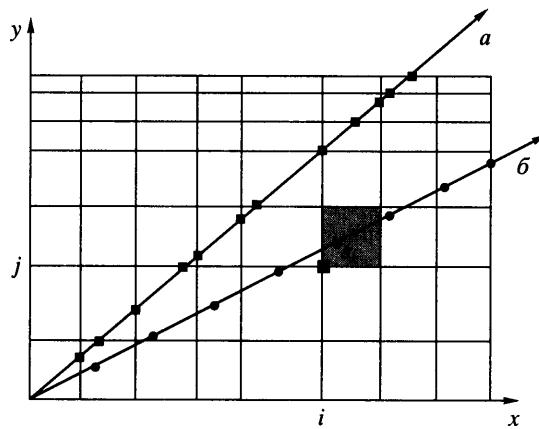
Направляющие косинусы вектора

$$\Omega_{m,n} = (\omega_x^*)_{m,n} \mathbf{i} + (\omega_y^*)_{m,n} \mathbf{j} + (\omega_z^*)_{m,n} \mathbf{k}$$

рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} (\omega_x^*)_{m,n} &= \sqrt{1 - \mu_n^2} \cos\varphi_m^* \\ (\omega_y^*)_{m,n} &= \sqrt{1 - \mu_n^2} \sin\varphi_m^* \\ (\omega_z^*)_{m,n} &= \mu_n^* \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\mu_n^* = \frac{1}{2}(\mu_n + \mu_{n+1}), \quad \varphi_m^* = \frac{1}{2}(\varphi_n + \varphi_{n+1}), \quad \mu = \cos\theta$$



Фиг. 4. Способы расчета переноса селективного теплового излучения: *a* – расчет координат пересечения луча со всеми встречающимися на его пути поверхностями, *b* – квазислучайная выборка

Для того чтобы определить величину $J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega_{m,n})$ необходимо проинтегрировать уравнение переноса вдоль неоднородного оптического луча. Для этого можно воспользоваться формальным решением уравнения переноса следующего вида для нерассеивающей среды

$$J_{\omega}(\mathbf{r}_j, \Omega_{m,n}) = \int_{s=0}^{s=L} J_{b,\omega}[T(s')] \kappa_{\omega}(s') \exp \left[- \int_0^{s'} \kappa_{\omega}(s'') ds'' \right] ds' \quad (2.14)$$

где $s = 0$ и L – начальная (на поверхности генератора при $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j$) и конечная (на противоположной по лучу поверхности генератора или в выходном сечении) координаты отрезка луча $\Omega_{m,n}$, вдоль которого проводится интегрирование, $J_{b,\omega}(T)$ – интенсивность излучения абсолютно черного тела (функция Планка).

Конечно-разностная сетка по пространственной переменной s , с использованием которой проводится численное интегрирование, находится для каждого луча $\Omega_{m,n}$. С этой целью отыскиваются координаты пересечения в лабораторной системе координат луча $\Omega_{m,n}$ со всеми встречающимися на его пути поверхностями конечно-разностной сетки $\xi = \{h_i = r_i - r_{i-1}, h_j = x_j - x_{j-1}; i = 1, \dots, NI, j = 1, \dots, NJ\}$. Этот алгоритм иллюстрируется графически на фиг. 4 (луч *a*). Заметим, что для определения координат пересечения следует использовать соотношения аналитической геометрии. Однако такой алгоритм оказывается неэкономичным применительно к криволинейным, в особенности к неструктурированным, расчетным сеткам. Поэтому в данной работе применяется алгоритм квазислучайной выборки координат расчетной сетки, обладающий высокой экономичностью.

Этот алгоритм состоит в следующем. Отрезок луча с направляющим вектором $\Omega_{m,n}$, заключенный между первой ($s = 0$) и последней ($s = L$) точками, делится на N_s одинаковых участков, как это показано для луча *b* на фиг. 4 (на самом деле, требование однородности расчетной сетки на участке $s \in [0, L]$ необязательно для используемого алгоритма). Затем для каждого узла вдоль луча $\Omega_{m,n}$ отыскивается ближайший узел пространственной расчетной сетки (или ячейка, которой принадлежит этот узел), в котором заданы теплофизические и оптические свойства среды. Температура и спектральный коэффициент поглощения найденного узла (или ячейки) присваиваются текущему узлу расчетной сетки вдоль луча. Таким образом, в каждом узле

расчетной сетки вдоль луча $\Omega_{m,n}$ становятся известными температура и оптические свойства газа.

Заметим, что приведенный алгоритм метода дискретных направлений (2.11)–(2.14) далеко не самый экономичный. В качестве альтернативы можно указать более эффективный метод дискретных ординат [23]. Однако лишь метод дискретных направлений допускает дальнейшее развитие для учета специфики переноса излучения в атомных линиях посредством статистических моделей их спектра, что и послужило причиной его применения. В данном случае изложенный алгоритм отвечает приближению усредненного по вращательной структуре молекулярного спектра и по линейчатой структуре атомного спектра поглощения.

3. Результаты численного исследования. Представлены результаты расчетов радиационной газовой динамики воздушного генератора атмосферного давления для трех мощностей лазерного излучения: $P_L = 30, 50$ и 200 кВт. Задавалось одномодовое излучение CO₂-лазера ($n = 2$) длиной волны 10.6 мкм, которое фокусировалось на расстоянии $x_p = 3$ см от входного сечения цилиндрического канала. Расходимость лазерного излучения полагалась $\theta_L = 0.02, 0.04$ и 0.08 мрад соответственно для трех мощностей по мере их увеличения, что, с одной стороны, отвечало физике процесса, а с другой – позволяло получить устойчивую лазерную плазму в одинаковых газовых потоках со скоростью $u_\infty = 30$ м/с.

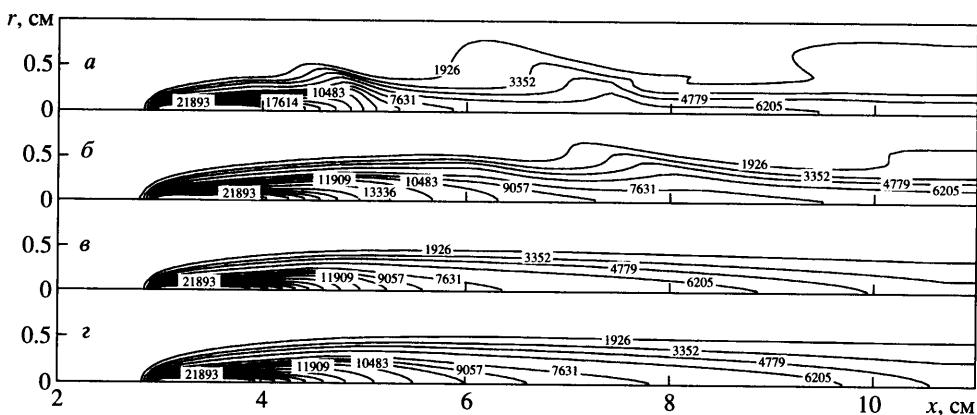
Минимальный радиус каустики сфокусированного излучения рассчитывался по приближенному соотношению $R_k \approx x_p \theta_L$.

Заданием трех мощностей лазерного излучения моделировался переход от теплопроводного режима существования лазерной плазмы (при малой мощности) к радиационному (при большой мощности).

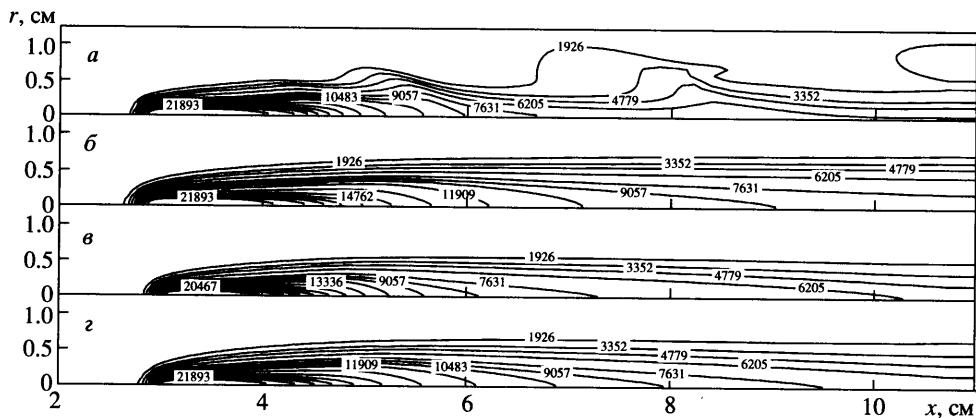
На фиг. 5–7 показаны температурные поля внутри генератора при разных мощностях лазерного излучения в различных предположениях относительно турбулентного смешения и механизма радиационного теплообмена. Расчеты радиационного теплообмена выполнены для 37-групповой модели.

Теплопроводный режим существования лазерной плазмы реализуется в расчетах с наименьшей мощностью лазерного излучения, $P_L = 30$ кВт. Радиус каустики в этом случае $R_k = 0.06$ см. Температурные поля, показанные на фиг. 5, а, б, отвечают предположению о ламинарном режиме потока во входном сечении генератора. В первом случае (фиг. 5, а) пренебрегалось реабсорбцией теплового излучения, т.е. использовалась модель объемного высвечивания, в соответствии с которой тепловое излучение покидает расчетную область без поглощения в газе. Во втором случае (фиг. 5, б) была учтена реабсорбция теплового излучения. Хорошо видно, что различия в температурных полях, рассчитанных с учетом и без учета реабсорбции, незначительны, что лишний раз подтверждает исходное предположение о реализации в данном случае теплопроводного режима. Как уже отмечалось, главной причиной этого является тот факт, что объем высокотемпературной области лазерной плазмы настолько мал, что мощности испускаемого теплового излучения оказываются недостаточными для интенсивного прогрева близлежащих газовых слоев, что в данном случае более эффективно реализуется теплопроводным механизмом нагрева.

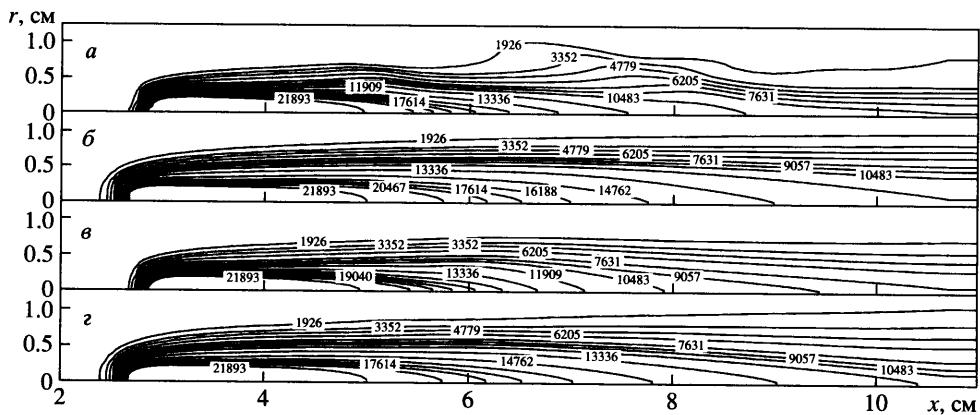
Для рассматриваемого варианта малой мощности лазерного излучения чрезвычайно важен эффект автоколебаний газового потока за областью тепловыделения, связанного с поглощением лазерного излучения. На фиг. 5, а, б показаны мгновенные конфигурации температурного поля. На самом деле, расчет свидетельствует о существовании в данном случае незатухающих автоколебаний потока. За областью тепловыделения образуется пульсирующий плазменный след, в котором скорость и температура изменяются с периодом порядка 0.1–0.5 мс, что соответствует характерному времени сноса образующихся за областью тепловыделения вихрей.



Фиг. 5. Распределение температуры в генераторе (T , К) при $P_L = 30$ кВт, $R_k = 0.06$ см, $u_\infty = 30$ м/с, $x_p = 3$ см: a , b – для ламинарного входного потока без и с реабсорбцией теплового излучения; c , d – для турбулентного входного потока без и с реабсорбцией теплового излучения



Фиг. 6. То же, что на фиг. 5 при $P_L = 50$ кВт, $R_k = 0.12$ см, $u_\infty = 30$ м/с, $x_p = 3$ см



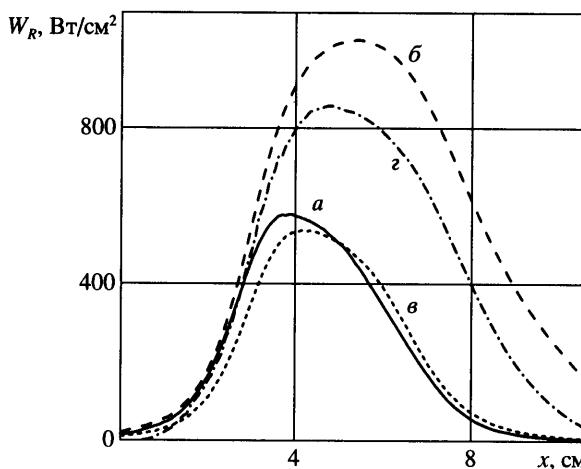
Фиг. 7. То же, что на фиг. 5 при $P_L = 200$ кВт, $R_k = 0.24$ см, $u_\infty = 30$ м/с, $x_p = 3$ см

Учет турбулентного смешения в газовом потоке и исходной турбулизации потока на входе в канал генератора качественно изменяет картину течения (фиг. 5, в, г). В расчетах наблюдается полная стабилизация решения, а лазерная плазма становится существенно более устойчивой к различным возмущениям газового потока, которые в исследовательских целях вносились в численное решение. В представленных вариантах расчета начальный уровень турбулентности (граничные условия к уравнениям (1.11), (1.12)) моделировался заданием граничных условий для функций k и ε в виде: $x = 0$, $k = \varepsilon = 0.1$, что примерно соответствует 15–20% интенсивности турбулентных пульсаций на входе в канал генератора. Снижение начального уровня турбулентности приводило к соответствующему уменьшению влияния турбулентной диссипации на газодинамическую структуру лазерной плазмы и обтекающего ее газа. Отсюда можно сделать вывод о том, что на стабилизацию газового потока здесь оказывает основное влияние именно начальная турбулентность потока. Это объясняется тем, что собственная турбулентность газового потока проявляется лишь на некоторых удалениях от высокотемпературной области поглощения лазерного излучения по потоку, где это влияние уже не столь существенное.

Вторая серия расчетов отвечает случаю перехода от теплопроводного к радиационному режиму существования плазмы. Радиус каустики в этом случае $R_k = 0.12$ см. Так же, как и в первой расчетной серии, показаны температурные поля в генераторе, полученные при ламинарном входном потоке (фиг. 6, а, б) и с учетом турбулентного смешения (фиг. 6, в, г). Примечательно, что в данном случае реабсорбция излучения уже оказывает заметное влияние на газодинамическую структуру генератора. В частности, учет реабсорбции излучения здесь приводит к стабилизации поля течения. Это можно объяснить снижением температурных градиентов в газовом потоке вследствие поглощения холодными слоями газа теплового излучения. Влияние реабсорбции здесь хорошо видно также по температуре истекающей из генератора плазменной струи. При учете реабсорбции температура струи заметно повышается, причем это возрастание более заметно для ламинарного течения. Отмеченные факты свидетельствуют об уменьшении полных потерь энергии из плазмы и плазменного следа посредством реабсорбции излучения и отсутствия турбулентной диссипации. При этом, однако, еще раз следует отметить стабилизацию получаемого решения при учете турбулентности входного газового потока.

На фиг. 7 представлены результаты расчетов для радиационного режима существования лазерной плазмы в канале генератора. В данном варианте радиус каустики R_k равен 0.24 см. Так же, как и в предыдущем случае, реабсорбция излучения способствует стабилизации газового потока. Обращает на себя внимание большая протяженность высокотемпературной зоны лазерной плазмы и заметно возросшие ее поперечные размеры. На фиг. 7, а–г хорошо видно, что реабсорбция теплового излучения приводит к смещению лазерной плазмы навстречу лазерному лучу более чем на 0.2 см. Реабсорбция излучения в рассматриваемом случае настолько существенна, что исходная турбулентность потока практически не оказывается на газодинамической структуре лазерной плазмы в окрестности наиболее высокотемпературной зоны поглощения. Хотя, конечно, в образующейся плазменной струе это влияние остается сильным в части стабилизации течения. Как и во втором расчетном случае, учет реабсорбции излучения приводит к заметному увеличению температуры плазменной струи. Соответствующие изменения наблюдаются и для ее скорости. Так, например, для турбулентного входного потока с учетом реабсорбции излучения скорость плазменной струи на оси симметрии в выходном сечении u составляет 1860 м/с (число Маха $M = 0.58$), а при отсутствии реабсорбции – $u = 780$ м/с ($M = 0.32$).

Спектральные и интегральные радиационные тепловые потоки на внутренней поверхности генератора рассчитывались по методу дискретных направлений с использованием расчетных сеток по угловым координатам $N_\theta = N_\phi = 11, 21$ и 41 . Число узлов вдоль лучей, испускаемых с поверхности, варьировалось в диапазоне $N_s = 10$ – 40 . Расчеты показали, что наиболее чувствительны результаты к задаваемому числу уз-



Фиг. 8. Распределение интегрального радиационного потока вдоль внутренней поверхности генератора для 37-ми групповой модели, $P_L = 200$ кВт, $R_k = 0.24$ см, $\mu_\infty = 30$ м/с, $x_p = 3$ см: а-в – то же, что на фиг. 5

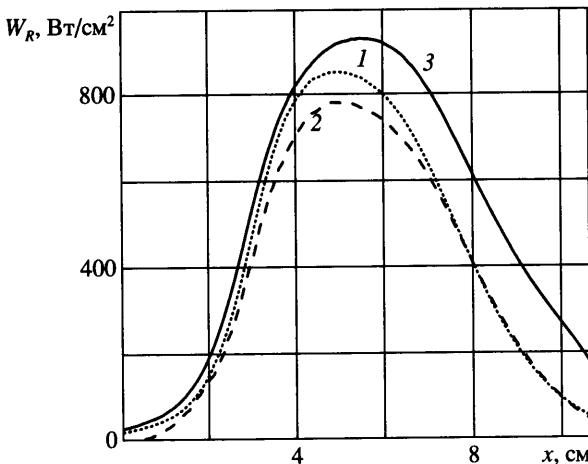
лов N_s , что легко объяснимо высокой степенью неоднородности лазерной плазмы и зависимостью решений от точности описания распределения свойств плазмы вдоль испущенных лучей. Погрешность, вносимая в расчет грубостью сетки по угловым переменным, хорошо известна в вычислительной физике как “эффект луча” [23]. В рассматриваемом случае он наблюдался при $N_\theta, N_\phi < 11$.

Результаты расчетов интегральных по спектру радиационных тепловых потоков на внутренней поверхности генератора для наибольшей мощности лазерного излучения показаны на фиг. 8. Здесь использовалась 37-групповая оптическая модель. Представленные распределения полностью отражают отмеченные выше особенности реабсорбции излучения и исходной турбулентности газового потока. Уменьшение размеров высокотемпературной области лазерной плазмы при учете лишь объемного высвечивания сказывается примерно в двухкратном снижении радиационных тепловых потоков W_R на стенке (кривые а и в). Наибольшие потоки W_R наблюдаются для случая ламинарного течения с учетом реабсорбции теплового излучения (кривая б). Исходная турбулентность газового потока приводит к закономерному, но небольшому снижению радиационных потоков, связанному с незначительным уменьшением высокотемпературной области газового потока.

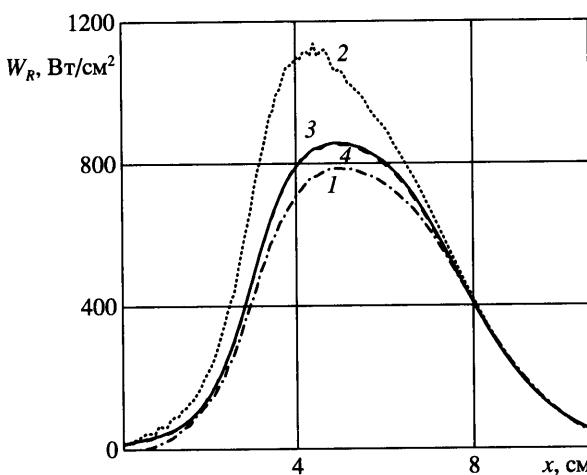
Распределение интегральных радиационных тепловых потоков по внутренней поверхности генератора в расчетах с использованием трех групповых оптических моделей показано на фиг. 9. В данном случае входной поток полагался турбулентным и учитывалась реабсорбция теплового излучения. Представленные данные свидетельствуют, с одной стороны, о неоднозначном влиянии выбранной групповой модели на получаемые результаты, а с другой – о приемлемой точности рекомендуемой 37-групповой модели по сравнению с другими групповыми моделями. Здесь следует подчеркнуть, что различные групповые модели использовались не только для расчетов радиационных тепловых потоков, но и при решении всей задачи.

На фиг. 10 представлены результаты методического исследования влияния расчетных сеток по угловым координатам и числа их узлов вдоль испускаемых лучей на интегральные радиационные потоки. Хорошо видно, что наибольшая погрешность решений получается для грубой расчетной сетки вдоль испускаемых лучей. Влияние сеток по угловым переменным в исследованном диапазоне несущественно.

В заключение рассмотрим распределение групповых радиационных потоков в трех точках на внутренней поверхности генератора, полученных для трех групповых моде-



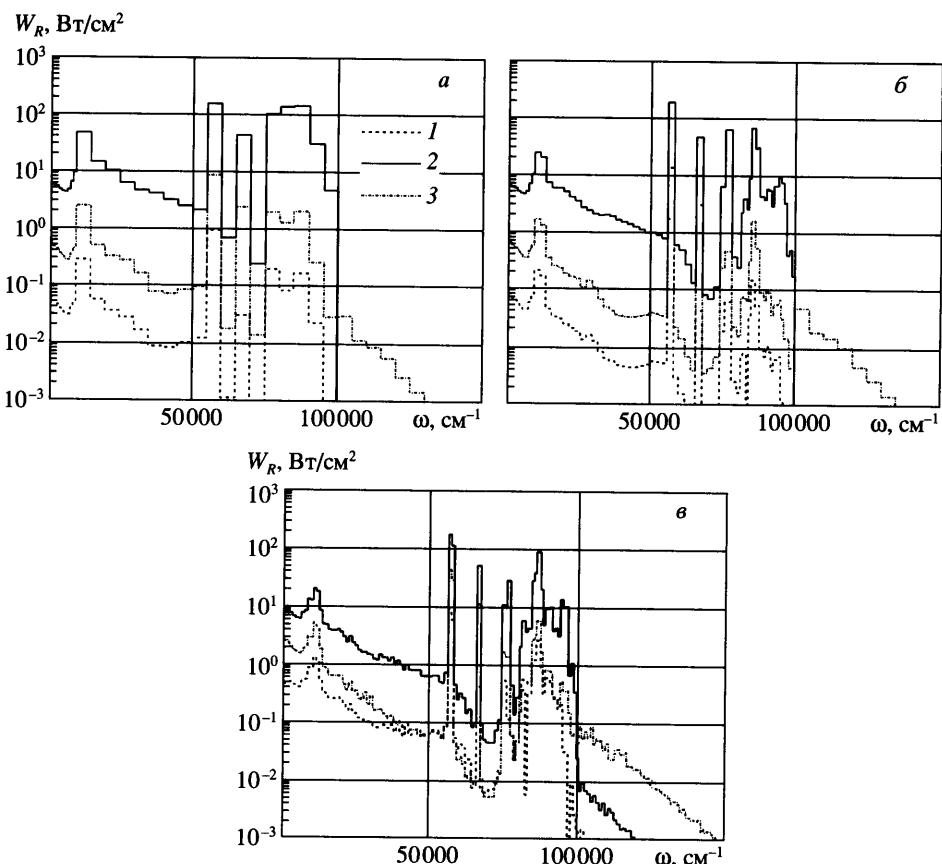
Фиг. 9. То же, что на фиг. 8 для разных групповых моделей: 1 – 37 групп, 2 – 74, 3 – 148; исходные данные те же, что на фиг. 8



Фиг. 10. То же, что на фиг. 8 при разных расчетных сетках, 37-ми групповая модель; исходные данные и допущения те же, что на фиг. 8: 1 – сетка $40 \times 11 \times 11$, 2 – $20 \times 21 \times 21$, 3 – $40 \times 41 \times 41$, 4 – $40 \times 21 \times 21$

лей. На фиг. 11 представлены интегральные в спектральных группах радиационные потоки, достигающие внутренней поверхности генератора. Отметим качественное сходство спектров радиационных потоков, предсказываемых тремя групповыми моделями в каждой из выделенных точек поверхности ($x = 0.4, 4.0, 10.7$ см). Даже наиболее грубая из примененных групповых моделей позволяет получить достаточно полное представление о структуре спектра радиационных потоков. Естественно, что модели с большим числом групп позволяют получить более детальное описание указанных структурных особенностей.

Анализ приведенных групповых потоков позволяет сделать вывод о том, что значительная доля излучения, испускаемая лазерной плазмой в ультрафиолетовой части спектра, в первую очередь интенсивными атомными линиями, достигает внутренней поверхности генератора. Излучение видимой и ближней инфракрасной областей



Фиг. 11. Интегральные в спектральных группах радиационные потоки к трем участкам поверхности генератора: 1 – $x = 0.4$, 2 – 4.0, 3 – 10.7 см для 37 (а), 74 (б) и 148 (в) групповых моделей; турбулентный входной поток с реабсорбцией теплового излучения, $P_L = 200 \text{ кВт}$, $R_k = 0.24 \text{ см}$, $u_\infty = 30 \text{ м/с}$, $x_p = 3 \text{ см}$

спектра, достигающее поверхности, также обязано атомным линиям, образованным при квантовых переходах с возбужденных состояний. Поэтому учитывая то, что исследованные групповые модели весьма приближенно решают проблему переноса излучения в атомных линиях, следует подчеркнуть необходимость дальнейшего развития соответствующих моделей.

Заключение. При сравнении термогазодинамических параметров лазерных плазменных генераторов, работающих в теплопроводном и радиационном режимах, показана роль реабсорбции теплового излучения в формировании их газодинамической структуры в радиационном режиме.

В численных экспериментах установлены режимы работы генератора с ламинарным и осцилляционным режимом течения газа и плазмы, обусловленным автоколебаниями газового потока за локализованной в лазерной плазме областью тепловыделения. Показано, что исходная турбулентность входного потока в рабочую камеру и реабсорбция теплового излучения подавляют крупномасштабные пульсации потока, вызванные обтеканием локализованной области тепловыделения.

Сравнительный анализ различных групповых моделей горячего воздуха применительно к радиационно-газодинамическим расчетам генератора показал допустимость использования 37-групповой оптической модели.

Работа выполнена в рамках академической Программы фундаментальных исследований РАН и при поддержке РФФИ (№№ 02-01-00917 и 04-01-00237).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буфетов И.А., Прохоров А.М., Федоров В.Б., Фомин В.К. Медленное горение лазерной плазмы и стационарный оптический разряд в воздухе // Тр. ИОФАН. М.: Наука, 1988. Т. 10. С. 3–74.
2. Генералов Н.А., Захаров А.М., Косынкин В.Д., Якимов М.Ю. Устойчивость непрерывного оптического разряда в потоке атмосферного воздуха // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22. № 2. С. 91–94.
3. Козлов Г.И., Кузнецов В.А., Масюков В.А. Непрерывный оптический разряд в молекулярных газах // Ж. техн. физики. 1979. Т. 49. Вып. 11. С. 2304–2310.
4. Суржиков С.Т., Ченцов А.А. Численный анализ устойчивости непрерывного оптического разряда в потоке атмосферного воздуха // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 11. С. 1054–1061.
5. Суржиков С.Т. Радиационно-конвективный теплообмен в камере оптического плазмотрона // Теплофизика высоких температур. 1990. Т. 28. № 6. С. 1205–1213.
6. Глэмб Р.Дж., Краер Х. Принципы устройства и современное состояние лазерных ракетных двигателей // Аэрокосмич. техника. 1985. Т. 3. № 1. С. 119–132.
7. Wang T.S., Chen Y.S., Liu J., Mirabo L.N., Mead F.B. Advanced performance modeling of experimental laser lightcraft // J. Propuls. and Power. 2002. V. 18. № 6. P. 1129–1138.
8. Klosterman E.L., Byron S.R. Measurement of subsonic laser absorption wave propagation characteristics at 10.6 μm // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. № 11. P. 4751–4759.
9. Лосева Т.В., Немчинов И.В. Дозвуковые радиационные волны // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 5. С. 166–183.
10. Суржиков С.Т. Численный анализ радиационных лазерных волн медленного горения // Квантовая электроника. 2000. Т. 30. № 5. С. 416–420.
11. Барановский А., Муха З., Перадзыньский З. Неустойчивость непрерывного оптического разряда в газах // Успехи механики. 1978. Т. 1. Вып. 3/4. С. 125–147.
12. Суржиков С.Т. Бифуркация дозвукового газового потока при обтекании локализованного объема низкотемпературной плазмы // Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40. № 4. С. 591–602.
13. Суржиков С.Т. Радиационно-конвективный теплообмен при медленном движении излучающего газа в области локального энерговыделения // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 3. С. 138–149.
14. Jones W.P., Launder B.E. The calculation of low-Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1973. V. 16. № 6. P. 1119.
15. Мартинузи Р., Поллард А. Исследование применимости различных моделей турбулентности для расчета турбулентных течений в трубах. Алгебраические модели для напряжений и k - ϵ -модель // Аэрокосмич. техника. 1989. № 9. С. 43.
16. Суржиков С.Т. Спектральные коэффициенты поглощения горячих атмосферных газов. Атмосфера Земли и Марса. М.: ИПМех РАН. 2004. 160 с.
17. Capitelli M., Colonna G., Gorse C., D'Angola A. Transport Properties of High Temperature Air in Local Thermodynamic Equilibrium // The European Physical J. D. 2000. V. 11. № 2. P. 279–289.
18. Васильевский С.А., Соколова И.А., Тирский Г.А. Точные уравнения и коэффициенты переноса для многокомпонентной смеси газов и частично ионизованной плазмы // ПМТФ. 1984. № 4. С. 15–24.
19. Суржиков С.Т. Вычислительный эксперимент в построении радиационных моделей механики излучающего газа. М.: Наука, 1992. 157 с.
20. Surzhikov S.T. Computing system for solving radiative gasdynamic problems of entry and re-entry space vehicles // Proc. 1st Intern. Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. Lisbon, Portugal. EAS SP-533, 2003. P. 111–118.
21. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 366 с.
22. Surzhikov S.T., Krier H. Unsteady dynamic variables method for heterogeneous solid propellant burning // AIAA J. 2001. V. 39. № 12. P. 2343–2350.
23. Карлсон Б., Латрап К. Теория переноса. Метод дискретных ординат. Вычислительные методы в физике реакторов. М.: Атомиздат, 1972. С. 102–157.