

УДК 532.546

© 2005 г. М. Н. ДМИТРИЕВ, Н. М. ДМИТРИЕВ, В. М. МАКСИМОВ

**К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ  
ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД**

Выписано в явном виде наиболее общее представление функций относительных фазовых проницаемостей для пористых сред. Предлагаемые соотношения для относительных фазовых проницаемостей обобщают полученные ранее для анизотропных сред с трансверсально-изотропными и ортотропными фильтрационными свойствами [1, 2], которые получаются как частный случай. Обсуждается комплекс лабораторных измерений для установления симметрии фильтрационных свойств и определения абсолютных и фазовых проницаемостей для сред с различными типами анизотропии.

*Ключевые слова:* двухфазная фильтрация, анизотропия, фазовые проницаемости, относительные фазовые проницаемости.

Проблема обобщения моделей двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей, использующих тензоры коэффициентов фазовых проницаемостей, на случай анизотропных фильтрационных свойств относится к числу актуальных, поскольку реальные пористые и трещиноватые среды, коллекторы углеводородного сырья – как правило проявляют анизотропию. В работах [1–4] была установлена структура связей для тензоров коэффициентов абсолютных, фазовых и относительных проницаемостей для сред, проявляющих анизотропные фильтрационные свойства, выписаны и проанализированы тензоры фазовых и относительных проницаемостей, которые определяются и задаются тензорами коэффициентов четвертого ранга, установлен общий вид функций относительных фазовых проницаемостей для всех типов анизотропии. Однако в явном виде функции для относительных фазовых проницаемостей были получены только для наиболее простых типов анизотропии: для сред, когда априори известно положение главных осей тензора коэффициентов проницаемости (с трансверсально-изотропными и ортотропными фильтрационными свойствами). В то же время представляет практический интерес и задание в явном виде функций относительных фазовых проницаемостей для пористых сред, у которых неизвестно положение двух и всех трех главных осей (с моноклинными и триклинными фильтрационными свойствами [5], соответственно). В самом деле, для трансверсально-изотропных и ортотропных сред фильтрационные свойства задаются диагональными тензорами проницаемости с двумя и тремя разными коэффициентами соответственно. Возможность задания тензора коэффициентов проницаемости в диагональном виде означает, что в среде известны все три главных направления. В случае моноклинных и триклинных фильтрационных свойств тензоры коэффициентов проницаемости являются недиагональными и задаются четырьмя и шестью коэффициентами соответственно. Таким образом, для сред с моноклинными фильтрационными свойствами априори известно одно главное направление, при триклинных фильтрационных свойствах – неизвестны все три главные направления. В реальных коллекторах углеводородного сырья возможность априорного определения главных направлений тензоров проницаемости является достаточно редкой. Определение симметрии фильтрационных свойств и выбор главных и кристаллографических осей декартовой системы коорди-

нат, в которых записываются тензоры, задающие материальные свойства для анизотропных сред [6], будут обсуждаться далее.

**1. Представление функций относительных фазовых проницаемостей для сред, у которых известно положение одной главной оси.** Рассмотрим возможные варианты определения и задания функций относительных фазовых проницаемостей для сред, у которых известно положение одной главной оси. Примером подобных сред являются коллекторы, у которых явно проявляется слоистость. В этом случае можно положить, что одно, известное главное направление перпендикулярно слоистости, два других главных направления лежат в плоскости слоистости и их направления неизвестны.

Явный вид тензоров фазовых проницаемостей  $k_{ij}^\alpha$  в пористой среде задается формулами [5]:

$$k_{ij}^\alpha = k_{11}^\alpha a_i a_j + k_{22}^\alpha c_i c_j + k_{33}^\alpha b_i b_j + k_{12}^\alpha (a_i c_j + c_i a_j) \quad (1.1)$$

где  $a_i, c_j, b_k$  – здесь и далее компоненты ортов кристаллофизической системы координат  $e_i$ , для которых приняты следующие обозначения:  $\mathbf{a} = e_1, \mathbf{c} = e_2, \mathbf{b} = e_3$ , верхний индекс  $\alpha = 1, 2$  задает номер фазы.

С другой стороны, согласно постулату о наличии связи между тензорами коэффициентов фазовых и абсолютных проницаемостей, имеем [1]

$$k_{ij}^\alpha = f_{ijkl}^\alpha k_{kl} \quad (1.2)$$

где  $k_{ij}$  – компоненты тензора абсолютной проницаемости,  $f_{ijkl}^\alpha$  – компоненты тензора четвертого ранга, симметричного по первой и второй паре индексов и их перестановке; по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование.

Компоненты  $f_{ijkl}^\alpha$  – функции насыщенности  $s$ , задают тензоры коэффициентов относительных фазовых проницаемостей.

Зависимость (1.2) для моноклинной симметрии дает следующие связи [2]

$$\begin{aligned} k_{11}^\alpha &= f_{11}^\alpha k_{11} + f_{12}^\alpha k_{22} + f_{13}^\alpha k_{33} + 2f_{16}^\alpha k_{12} \\ k_{22}^\alpha &= f_{12}^\alpha k_{11} + f_{22}^\alpha k_{22} + f_{23}^\alpha k_{33} + 2f_{26}^\alpha k_{12} \\ k_{33}^\alpha &= f_{13}^\alpha k_{11} + f_{23}^\alpha k_{22} + f_{33}^\alpha k_{33} + 2f_{36}^\alpha k_{12} \\ k_{12}^\alpha &= f_{16}^\alpha k_{11} + f_{26}^\alpha k_{22} + f_{36}^\alpha k_{33} + 2f_{66}^\alpha k_{12} \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $f_{ij}^\alpha$  – компоненты тензора относительных фазовых проницаемостей, у которых переход от четырех индексов в тензоре коэффициентов  $f_{ijkl}^\alpha$  к двум осуществляется путем замены пары индексов одним по правилу, принятому в кристаллофизике [6]

$$\begin{aligned} (11) &\leftrightarrow 1, \quad (22) \leftrightarrow 2, \quad (33) \leftrightarrow 3 \\ (23) &= (32) \leftrightarrow 4, \quad (31) = (13) \leftrightarrow 5, \quad (12) = (21) \leftrightarrow 6 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Стандартное введение функций относительных фазовых проницаемостей задает переход от (1.1) к выражению вида

$$k_{ij}^\alpha = f_1^\alpha k_{11} a_i a_j + f_2^\alpha k_{22} c_i c_j + f_3^\alpha k_{33} b_i b_j + f_4^\alpha k_{12} (a_i c_j + c_i a_j) \quad (1.5)$$

где  $f_i^\alpha$  – функции относительных фазовых проницаемостей. Поэтому для представления  $f_i^\alpha$  в наиболее общем виде имеем следующие равенства

$$k_{11}^\alpha = f_1^\alpha k_{11}, \quad k_{22}^\alpha = f_2^\alpha k_{22}, \quad k_{33}^\alpha = f_3^\alpha k_{33}, \quad k_{12}^\alpha = f_4^\alpha k_{12} \quad (1.6)$$

Произведем преобразования по определению явного вида функций  $f_i^\alpha$ . Заметим, что при определении  $f_i^\alpha$  тензор  $k_{ij}$  считается известным. Поэтому можно определить главные значения тензора  $k_{ij}$  и угол между главной и кристаллофизической системами координат и записать равенства, задающие переход от главной системы координат к кристаллофизической

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_1 \cos^2 \beta + k_2 \sin^2 \beta, & k_{22} &= k_1 \sin^2 \beta + k_2 \cos^2 \beta \\ k_{12} &= (k_2 - k_1) \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $k_i$  – главные значения тензора коэффициентов абсолютной проницаемости,  $\beta$  – угол в плоскости  $xy$  между главной и кристаллофизической системами координат.

Дальнейшие преобразования произведем на примере функции  $f_1^\alpha$ . Учитывая соотношения (1.7), перепишем первое равенство (1.6) в виде

$$\begin{aligned} f_1^\alpha k_{11} &= f_{11}^\alpha (k_1 \cos^2 \beta + k_2 \sin^2 \beta) + f_{12}^\alpha (k_1 \sin^2 \beta + k_2 \cos^2 \beta) + \\ &+ f_{13}^\alpha k_3 + 2f_{16}^\alpha (k_2 - k_1) \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \quad (1.8)$$

Теперь предположим, что все функции  $f_{ij}^\alpha$  одного порядка [1], и выражение (1.8) преобразуем к следующему приближенному равенству

$$f_1^\alpha k_{11} = f^\alpha(s) [I_1(k) + (k_2 - k_1) \sin 2\beta] \quad (1.9)$$

где  $I_1(k)$  – первый инвариант тензора  $k_{ij}$ .

Введем функцию относительных фазовых проницаемостей в виде  $\varphi_1^\alpha = f_1^\alpha k_{11}/k_1$  и дальнейшие преобразования по определению явного вида функций  $\varphi_1^\alpha$  проведем аналогично работе [2].

Функция относительных фазовых проницаемостей должна удовлетворять условию: при  $s = s_{(11)*}$   $\varphi_1^\alpha = 0$ , где  $s_{(11)*}$  нижняя предельная насыщенность, после превышения которой в среде начинается фильтрация обеих фаз. Поэтому соотношение (1.9) после переопределения функции относительных фазовых проницаемостей можно переписать в виде

$$\varphi_1^1 = f^1 \left[ \frac{I_1(k)}{k_1} + \left( \frac{k_2}{k_1} - 1 \right) \sin 2\beta \right] (s - s_{(11)*}) \quad (1.10)$$

Множитель  $(s - s_{(11)*})$  гарантирует выполнение приведенного выше условия и соответствует общепринятой аппроксимации относительных фазовых проницаемостей для изотропных пористых сред [7]. Выражение, стоящее в квадратных скобках, обусловлено анизотропией и отличается от случая трансверсально-изотропной и ортотропной симметрии наличием второго слагаемого ( $k_{12} \neq 0$ ). Далее, при построении

аппроксимации функций  $\varphi_i^\alpha$ , необходимо учесть условие на другой границе интервала изменения насыщенности.

В последнее время функции относительных фазовых проницаемостей строятся в интервале подвижности обеих фаз  $-s_* \leq s \leq s^*$ . Поэтому значения  $\varphi_i^1$  ( $s = s^*$ ) (для воды) и  $\varphi_i^2$  ( $s = s_*$ ) (для нефти или газа) превращаются в значения "на свободной границе" и определяются экспериментально. И исходное простейшее представление функций относительных фазовых проницаемостей для изотропных сред имеет вид  $\varphi_1^\alpha = a_1^\alpha (s - s_{(11)*})^{\varepsilon_i} / (s_{(11)}^* - s_{(11)*})$ . Один из вариантов аппроксимации функции относительных фазовых проницаемостей  $\varphi_1^\alpha$  в рассматриваемом случае анизотропии, удовлетворяющий перечисленным условиям для воды и нефти (или газа), представим в виде:

$$\varphi_{11}^1 = \left[ a_{11} + \left( \frac{I_1(k)}{3k_1} + \left( \frac{k_1}{k_2} - 1 \right) \sin 2\beta - 1 \right) (s_{(11)}^* - s) \right] \left[ \frac{s - s_{(11)*}}{s_{(11)}^* - s_{(11)*}} \right]^{\varepsilon_{11}} \quad (1.11)$$

$$\varphi_{11}^2 = \left[ b_{11} + \left( \frac{I_1(k)}{3k_1} + \left( \frac{k_1}{k_2} - 1 \right) \sin 2\beta - 1 \right) (s - s_{(11)*}) \right] \left[ \frac{s_{(11)}^* - s}{s_{(11)}^* - s_{(11)*}} \right]^{\beta_{11}} \quad (1.12)$$

$$a_{11} = \varphi_1^1(s_{(11)}^*), \quad b_{11} = \varphi_1^2(s_{(11)*})$$

где  $a_{11}$ ,  $b_{11}$ ,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\beta_{11}$  – параметры, которые определяются экспериментально.

Аналогично строятся функции относительных фазовых проницаемостей для  $\varphi_{22}^\alpha$  и  $\varphi_{33}^\beta$ .

Выражения функций относительных фазовых проницаемостей (1.11) и (1.12) при совмещении кристаллофизических осей с главными  $\sin 2\beta = 0$  превращаются в соотношения для ортотропных сред [1, 2], а при наложении требования изотропии фильтрационных свойств переходят в обычно используемые формулы в изотропных средах [7].

При построении функции относительных фазовых проницаемостей для  $\varphi_{12}^\alpha$  будем исходить из того, что при совмещении кристаллофизических осей с главными должно выполняться условие  $\varphi_{12}^\alpha = 0$ . Наиболее простое выражение, удовлетворяющее этому требованию, имеет вид

$$\varphi_{12}^\alpha = c s \sin 2\beta$$

где  $c$  – экспериментально определяемая константа.

**2. Представление функций относительных фазовых проницаемостей для сред, у которых неизвестно положение всех главных осей.** Рассмотрим возможные варианты определения и задания функций относительных фазовых проницаемостей для сред, у которых неизвестно положение всех главных осей.

Тензоры фазовых проницаемостей в пористой среде с триклинной симметрией фильтрационных свойств имеют вид:

$$\begin{aligned} k_{ij}^\alpha = & f_1^\alpha k_{11} a_i a_j + f_6^\alpha k_{12} (a_i c_j + c_i a_j) + f_5^\alpha k_{31} (a_i b_j + b_i a_j) + \\ & + f_4^\alpha k_{23} (c_i b_j + b_i c_j) + f_2^\alpha k_{22} c_i c_j + f_3^\alpha k_{33} b_i b_j \end{aligned} \quad (2.1)$$

Зависимость (1.2) для триклинной симметрии дает следующие связи [2]

$$k_{11}^{\alpha} = f_{11}^{\alpha}k_{11} + f_{12}^{\alpha}k_{22} + f_{13}^{\alpha}k_{33} + 2f_{14}^{\alpha}k_{23} + 2f_{15}^{\alpha}k_{13} + 2f_{16}^{\alpha}k_{12}$$

$$k_{22}^{\alpha} = f_{12}^{\alpha}k_{11} + f_{22}^{\alpha}k_{22} + f_{23}^{\alpha}k_{33} + 2f_{24}^{\alpha}k_{23} + 2f_{25}^{\alpha}k_{13} + 2f_{26}^{\alpha}k_{12}$$

$$k_{33}^{\alpha} = f_{13}^{\alpha}k_{11} + f_{23}^{\alpha}k_{22} + f_{33}^{\alpha}k_{33} + 2f_{34}^{\alpha}k_{23} + 2f_{35}^{\alpha}k_{13} + 2f_{36}^{\alpha}k_{12}$$

$$k_{23}^{\alpha} = f_{14}^{\alpha}k_{11} + f_{24}^{\alpha}k_{22} + f_{34}^{\alpha}k_{33} + 2f_{44}^{\alpha}k_{23} + 2f_{45}^{\alpha}k_{13} + 2f_{46}^{\alpha}k_{12}$$

$$k_{13}^{\alpha} = f_{15}^{\alpha}k_{11} + f_{25}^{\alpha}k_{22} + f_{35}^{\alpha}k_{33} + 2f_{45}^{\alpha}k_{23} + 2f_{55}^{\alpha}k_{13} + 2f_{56}^{\alpha}k_{12}$$

$$k_{12}^{\alpha} = f_{16}^{\alpha}k_{11} + f_{26}^{\alpha}k_{22} + f_{36}^{\alpha}k_{33} + 2f_{46}^{\alpha}k_{23} + 2f_{56}^{\alpha}k_{13} + 2f_{66}^{\alpha}k_{12}$$

Дальнейшие преобразования аналогичны произведенным выше для случая моноклинной симметрии, поэтому, опуская их, приведем вид функций для сред с триклинными фильтрационными свойствами

$$\begin{aligned} \Phi_{11}^1 = & \left[ a_{11} + \left( \frac{I_1(k)}{3k_1} + (\alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{11}\alpha_{31} + \alpha_{21}\alpha_{31}) + \frac{k_2}{k_1}(\alpha_{12}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{32} + \alpha_{22}\alpha_{32}) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{k_3}{k_1}(\alpha_{13}\alpha_{23} + \alpha_{13}\alpha_{33} + \alpha_{23}\alpha_{33}) - 1 \right] (s_{(11)}^* - s) \left] \left( \frac{s - s_{(11)}^*}{s_{(11)}^* - s_{(11)}^*} \right)^{\varepsilon_{11}} \right. \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{11}^2 = & \left[ b_{11} + \left( \frac{I_1(k)}{3k_1} + (\alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{11}\alpha_{31} + \alpha_{21}\alpha_{31}) + \frac{k_2}{k_1}(\alpha_{12}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{32} + \alpha_{22}\alpha_{32}) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{k_3}{k_1}(\alpha_{13}\alpha_{23} + \alpha_{13}\alpha_{33} + \alpha_{23}\alpha_{33}) - 1 \right] (s - s_{(11)}^*) \left] \left( \frac{s_{11}^* - s}{s_{(11)}^* - s_{(11)}^*} \right)^{\beta_{11}} \right. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$a_{11} = \Phi_1^1(s_{(11)}^*), \quad b_{11} = \Phi_1^2(s_{(11)}^*)$$

где  $\alpha_{ij}$  – косинусы углов между осями главной и кристаллофизической системами координат,  $a_{11}$ ,  $b_{11}$ ,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\beta_{11}$  – параметры, которые определяются экспериментально.

Аналогично строятся функции относительных фазовых проницаемостей для  $\Phi_{22}^{\alpha}$  и  $\Phi_{33}^{\alpha}$ .

Соотношения (2.2) и (2.3) обобщают равенства (1.11) и (1.12), которые получаются как частный случай при  $\alpha_{13} = \alpha_{31} = \alpha_{23} = \alpha_{32} = 0$ ,  $\alpha_{33} = 1$ ,  $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \cos\beta$ ,  $\alpha_{12} = -\alpha_{21} = \sin\beta$ .

При построении функций для  $\Phi_{ij}^{\alpha}$  при  $i \neq j$  будем исходить из того, что при совмещении кристаллофизических осей с главными должно выполняться условие  $\Phi_{ij}^{\alpha} = 0$ . Наиболее простое выражение, удовлетворяющее подобному требованию, например для  $\Phi_{12}^{\alpha}$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{12}^{\alpha} = & cs [ (\alpha_{11}\alpha_{21} + \alpha_{11}\alpha_{31} + \alpha_{21}\alpha_{31}) + (\alpha_{12}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{32} + \alpha_{22}\alpha_{32}) + \\ & + (\alpha_{13}\alpha_{23} + \alpha_{13}\alpha_{33} + \alpha_{23}\alpha_{33}) ] \end{aligned}$$

где  $c$  – экспериментально определяемая константа.

**3. К методике определения симметрии фильтрационных свойств реальных пород коллекторов углеводородного сырья.** Для определения симметрии фильтрационных свойств реальных коллекторов углеводородного сырья наиболее эффективным методом представляется измерение упругих свойств kernового материала [8, 9].

Тензор четвертого ранга  $f_{ijkl}^\alpha$  в равенстве (1.2) задает относительные фазовые проницаемости и полностью определяет симметрию тензоров фазовых проницаемостей [2], и имеет тот же ранг и внутреннюю симметрию, что и тензоры коэффициентов упругости  $C_{ijkl}$  или упругой податливости  $S_{ijkl}$  в законе Гука [10]

$$p_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad \text{или} \quad \epsilon_{ij} = S_{ijkl}p_{kl} \quad (3.1)$$

Здесь  $p_{ij}$  – компоненты тензора напряжений,  $\epsilon_{ij}$  – компоненты тензора деформаций,  $C_{ijkl}$  и  $S_{ijkl}$  – компоненты тензоров четвертого ранга симметричных по первой и второй паре индексов и их перестановке; по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование. Явный вид тензоров  $C_{ijkl}$   $S_{ijkl}$  определяется группой симметрии упругих свойств [6], при этом группы симметрии тензоров  $C_{ijkl}$ ,  $S_{ijkl}$  и  $f_{ijkl}$  совпадают [9].

Симметрию упругих свойств можно определить по виду тензорных поверхностей. В частности, значения, обратные направленному модулю Юнга  $E(n_i)$ , вычисленному в направлении орта  $n_i$ , определяются по формуле [6]

$$E^{-1}(n_i) = S_{ijkl}n_jn_kn_l \quad (3.2)$$

Поэтому с помощью стандартных методик по определению упругих характеристик можно измерить упругие свойства в сечении тензорной поверхности, определенной равенством (3.2), например в плоскости перпендикулярной оси симметрии керна [8], и определить их симметрию.

Для простейших случаев по измерениям упругих свойств можно определить направления кристаллофизических осей. В случае групп симметрии моноклинной и триклинной сингоний главные направления определить нельзя, но по правилам кристаллофизики можно ввести кристаллофизическую систему координат для проведения дальнейших гидродинамических лабораторных исследований.

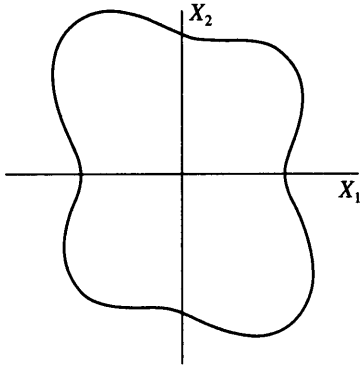
Явный вид тензоров четвертого ранга для групп симметрии моноклинной и триклинной сингоний представлен в [2], уравнения соответствующих им тензорных поверхностей имеют вид

$$S_{(1)ijkl}n_jn_kn_l = s_{11}n_1^4 + 2n_1^2n_2^2(s_{12} + 2s_{66}) + 2n_1^2n_3^2(s_{13} + 2s_{55}) + s_{22}n_2^4 + s_{33}n_3^4 + 2n_2^2n_3^2(s_{23} + 2s_{44}) + 4s_{15}n_1^3n_3 + 4s_{25}n_1n_2^2n_3 + 4s_{35}n_1n_2^3 + 8s_{46}n_1n_2^2n_3 \quad (3.3)$$

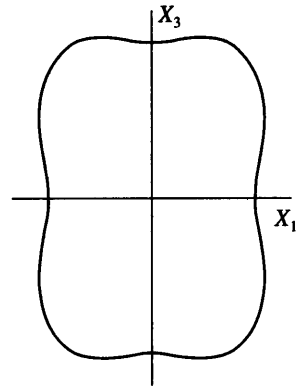
$$S_{ijkl}n_jn_kn_l = S_{(1)ijkl} + 4n_1^3n_2n_3(s_{14} + 2s_{56}) + 4n_1n_2n_3^2(s_{26} + 2s_{25}) + 4n_1n_2(s_{16}n_1^2 + s_{26}n_2^2) + 4n_2n_3(s_{24}n_2^2 + s_{34}n_3^2) \quad (3.4)$$

где  $S_{(1)ijkl}$  – тензор коэффициентов для моноклинной симметрии,  $S_{ijkl}$  – тензор коэффициентов триклинной симметрии,  $s_{ij}$  – константы, задающие упругие свойства.

Положив, что ось  $X_3$  направлена по оси симметрии керна и для групп симметрии моноклинной сингонии это направление является главным, можно построить графики сечений тензорных поверхностей в плоскости  $X_1X_2$  ( $n_3 = 0$ ) для равенств (3.3) и (3.4). Качественный график сечений приведен на фиг. 1. Графики сечений в плоскости  $X_1X_2$  ( $n_3 = 0$ ) для моноклинных и триклинных групп симметрии качественно эквивалентны, и их характерной особенностью является асимметрия, благодаря которой на плоскости невозможно определить положение главных осей.



Фиг. 1. Сечение поверхности упругих свойств плоскостью  $X_1X_2$  для случая, когда неизвестно положение главных осей



Фиг. 2. Сечение поверхности упругих свойств плоскостью  $X_1X_3$ , перпендикулярной главной оси

Для разделения моноклинных и триклинных групп симметрии необходимо произвести еще измерение упругих свойств в плоскости  $X_1X_3$  ( $n_2 = 0$ ) или  $X_2X_3$  ( $n_1 = 0$ ). При моноклинной симметрии упругих свойств качественный график сечения приведен на фиг. 2. При триклинной симметрии упругих свойств качественный график сечения будет аналогичен графику, приведенному на фиг. 1.

После определения упругой симметрии для проведения гидродинамических исследований из образца необходимо вырезать керны меньших размеров вдоль направлений, сориентированных определенным образом относительно лабораторной системы координат.

Для моноклинной симметрии минимальное число кернов равно четырем. Оптимальные направления осей симметрии кернов в лабораторной системе координат, совпадающей с кристаллофизической, следующие:

$$n_i^{(1)} = (1, 0, 0), \quad n_i^{(2)} = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0), \quad n_i^{(3)} = (0, 1, 0), \quad n_i^{(4)} = (0, 0, 1)$$

Для триклинной симметрии минимальное число кернов равно шести. В качестве оптимальных направлений осей симметрии кернов могут быть взяты направления вдоль осей лабораторной системы координат и биссектрис координатных плоскостей.

**Заключение.** Проведенные исследования позволяют обобщить классические модели двухфазной фильтрации Бакли–Левретта и Рапорта–Лиса на случай анизотропных пористых сред. При этом результаты данной работы вместе с результатами [2] дают возможность учесть все типы анизотропии. Предложены основные положения методики по комплексному определению фильтрационных свойств, которые позволяют установить эффективную симметрию пустотного пространства и определить как количество кернов для гидродинамических исследований, так и их направления в кристаллофизической системе координат. Подобные комплексные исследования являются совершенно необходимыми и для построения нелинейных моделей фильтрации [11].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 02-01-00369).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Максимов В.М., Дмитриев Н.М.* Методы нелинейных тензорных функций в моделях двухфазной фильтрации в анизотропных средах // Проблемы современной механики М.: Изд-во МГУ, 1998. С. 76–83.
2. *Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М., Кадет В.В.* Обобщенный закон Дарси и структура фазовых и относительных фазовых проницаемостей для двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 2. С. 136–145.
3. *Дмитриев Н.М., Максимов В.М.* О структуре тензоров коэффициентов фазовых и относительных проницаемостей для анизотропных пористых сред // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 3. С. 337–339.
4. *Дмитриев Н.М., Максимов В.М.* Определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 2. С. 87–94.
5. *Лохин В.В., Седов Л.И.* Нелинейные тензорные функции от нескольких тензорных аргументов // ПММ. 1963. Т. 27. Вып. 3. С. 393–417.
6. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М., Наука, 1975. 680 с.
7. *Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М.* Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1983. 416 с.
8. *Кузнецов А.М.* Научно-методические основы исследования влияния свойств пород коллекторов на эффективность извлечения углеводородов из недр: Автореф. дис. докт. техн. наук. М., 1998. 50 с.
9. *Кречетова Т.Н., Ромм Е.С.* О связи главных компонентов тензора напряжений и проницаемости пористых сред // Изв. РАН. МЖГ. 1984. № 1. С. 173–177.
10. *Федоров Ф.И.* Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965. 388 с.
11. *Дмитриев Н.М., Максимов В.М.* Нелинейные законы фильтрации для анизотропных пористых сред // ПММ. 2001. Т. 65. Вып. 6. С. 963–970.

Москва  
E-mail: dmitriev.msc@mtu-net.ru

Поступила в редакцию  
15.VI.2004