

УДК 532.11:577.1

© 2005 г. С. М. БАЭУР, Г. А. ЛЮБИМОВ, П. Е. ТОВСТИК

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДА МАКЛАКОВА ИЗМЕРЕНИЯ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ

Обсуждается физическое содержание широко используемого на практике тонометрического (связанного с нагружением роговицы глаза) метода Маклакова измерения внутриглазного давления. С этой целью привлекаются существующие в литературе результаты физического моделирования глаза и собственные результаты математического моделирования, основанные на моделировании глазного яблока тонкостенной оболочкой. Исследуется влияние физических свойств оболочки на результаты моделирования. Обсуждаются следующие из результатов исследования качественные выводы, которые могут представлять интерес для практики измерения внутриглазного давления.

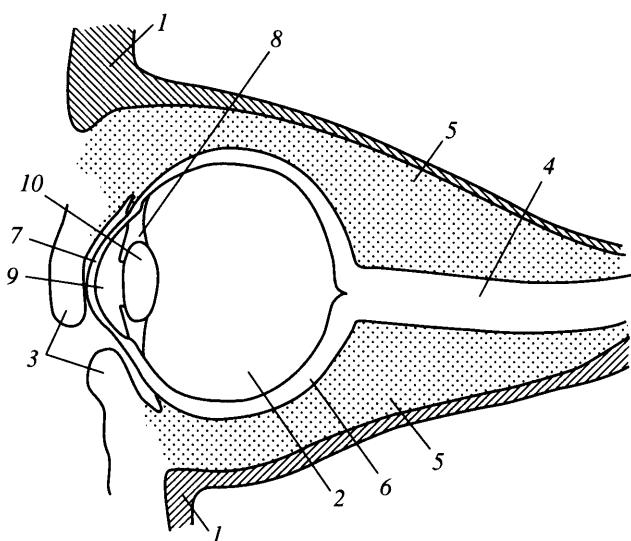
Ключевые слова: глаз, физиология зрения, офтальмология, биомеханика глаза, математическое моделирование, теория оболочек, методы измерения, внутриглазное давление.

1. Некоторые сведения о строении глаза и механических свойствах его элементов.
Зрительный орган человека – глаз – расположен в специальном углублении черепа – глазнице (фиг. 1). С точки зрения рассматриваемых в данной работе проблем, глазницу можно представлять как полость, близкую по форме к усеченной пирамиде с абсолютно жесткими боковыми стенками (кости черепа) и открытым основанием. На дне глазницы имеется три небольших отверстия, соединяющих глазницу с черепной коробкой. Через эти отверстия проходит глазной нерв и кровеносные сосуды, снабжающие глаз.

В глазнице располагается зрительный аппарат (фиг. 1), состоящий из глазного яблока 2, век 3, зрительного нерва 4, соединительной и жировой ткани, мышц, заполняющих пространство между глазницей и глазным яблоком 5.

Предмет данного исследования представляет глазное яблоко 2, которое ограничено тонкой оболочкой, по форме близкой к сферической. Оболочка глазного яблока состоит из двух частей с различными механическими свойствами – склеры 6 и роговицы 7. Внутренняя область глазного яблока разделена хорошо податливой мембраной 8 на две камеры. Задняя камера составляет большую часть глазного яблока и заполнена гелеобразной жидкостью, называемой стекловидным телом. Передняя камера 9 глазного яблока имеет сложное строение, в частности здесь располагается важнейший элемент глаза – хрусталик 10. Однако для целей настоящего исследования конкретное строение передней камеры глаза не играет существенной роли. Передняя камера заполнена жидкостью, называемой водянистой влагой.

В дальнейшем будем рассматривать только статические задачи, связанные с определением формы глазного яблока и давления в заполняющей его жидкости. В связи с этим вязкостные свойства внутриглазной жидкости (стекловидного тела и водянистой влаги) для целей данного исследования несущественны. Имеются работы (например, [1]), в которых указывается на очень слабую сжимаемость стекловидного тела. Учитывая то, что в рассматриваемых ниже задачах изменения давлений малы, внутриглазная



Фиг. 1. Схема строения глаза (вертикальный разрез):

1 – глазница, 2 – глазное яблоко, 3 – веки, 4 – зрительный нерв, 5 – соединительная и жировая ткань, мышцы, 6 – склеры, 7 – роговица, 8 – мембрана, 9 – передняя камера, 10 – хрусталик

жидкость будет считаться несжимаемой, как и в подавляющем большинстве работ по биомеханике глаза.

Диаметр глазного яблока человека варьируется в очень малых пределах и составляет величину $D \sim 24$ мм. Толщина склеры и роговицы $h \leq 1$ мм. Исходя из этих данных (величина $h/R \ll 1$), оболочку глазного яблока можно моделировать тонкостенной (двумерной) упругой оболочкой. Упругие свойства этой оболочки зависят от величины модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν , которые для роговицы и склеры могут различаться.

Литературные данные о величине модуля Юнга для склеры, полученные в экспериментах по растяжению образцов, имеют существенный разброс: $1 < E < 100$ МПа [2–5]. Величину коэффициента Пуассона для склеры, опираясь на данные [6], будем считать $\nu = 0.45$.

Данных о механических свойствах роговицы в литературе очень мало. В ряде работ, посвященных биомеханике глаза, считается, что механические свойства роговицы и склеры одинаковы. С другой стороны, [7, 8] приведены экспериментальные данные о том, что роговица примерно в 5 раз податливее склеры ($E_r \sim 0.2 E_s$).

Механические свойства мышечной, соединительной и жировой ткани, заполняющей пространство между глазным яблоком и глазницей, практически не изучены. По-видимому, их свойства аналогичны подобным тканям в других органах. В модельных задачах данного исследования конкретное строение и свойства этих тканей использованы не будут. При постановке задач будем опираться только на тот факт, что пространство между глазным яблоком и глазницей заполнено несжимаемым упругим телом.

2. Тонометрический метод измерения внутриглазного давления. Внутриглазное давление (давление во внутрглазной жидкости) определяет многие процессы, протекающие внутри глаза. С точки зрения физиологии зрения внутриглазное давление влияет на процессы производства и оттока водянистой влаги, которые обеспечивают

снабжение тканей глаза питательными веществами; на процесс кровоснабжения глаза через воздействие на стенки кровеносных сосудов глаза, расположенные в некотором слое склеры, называемом сосудистой оболочкой глаза; на форму оптических элементов глаза и т.д.

Уровень внутриглазного давления часто связан с развитием той или иной патологии зрения. Например, повышенное внутриглазное давление определяет развитие глаукомы; с пониженным давлением связано, например, помутнение водянистой влаги и стекловидного тела, дегенерация сетчатки, изменение формы глаза и связанное с этим нарушение зрения и т.д.

Ясно поэтому, что измерение или оценка уровня внутриглазного давления имеет как научный, так и практический интерес. В связи с этим с конца XIX века предпринимались многочисленные попытки разработать надежные и простые методы и приборы для измерения внутриглазного давления. Основополагающая идея измерения внутриглазного давления была предложена русским врачом А.Н. Маклаковым [9] еще в конце XIX в. и до сих пор является основой практически всех используемых в клинической практике методов.

Метод измерения внутриглазного давления, предложенный в [9], заключается в том, что на роговицу глаза помещается груз P (обычно $P \sim 10$ г). Под действием этого груза роговица деформируется. По изменению формы роговицы при ее нагружении на основании эмпирических данных или расчетов судят об уровне внутриглазного давления. Такие методы получили название тонометрических.

Простейшая реализация этого метода, нашедшая воплощение еще в тонометрах А.Н. Маклакова и широко используемая в современных приборах, состоит в том, что для нагружения роговицы употребляется груз с плоским основанием и регистрируют диаметр d площади контакта груза с роговицей (так как роговица имеет форму, близкую к сферической, площадь контакта груза и роговицы близка к кругу). В настоящее время по измеренному диаметру d оценивают внутриглазное давление с помощью специальных таблиц, которые прилагаются к прибору.

В основе таблиц для определения внутриглазного давления лежат эмпирические формулы, которые связывают величину изменения внутриглазного давления $p_t - p_0$ при нагружении глаза тонометром (p_0 – внутриглазное давление до нагружения глаза тонометром, p_t – внутриглазное давление в нагруженном тонометром глазу – тонометрическое давление) и объемом ΔV сегмента роговицы, основание которого равно кругу, совпадающему с площадью контакта тонометра и роговицы (круг диаметра d , см. фиг. 2). Объем ΔV называется объемом смещенной жидкости при нагружении глаза тонометром.

В работе [10], основываясь на малости объема ΔV по отношению к объему глаза, предлагается использовать линейную связь

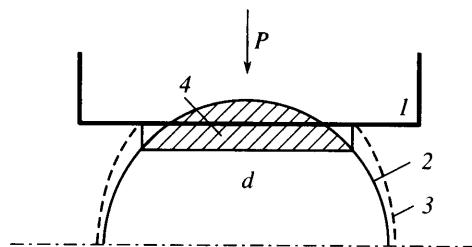
$$p_t - p_0 = K\Delta V, \quad K = \text{const} \quad (2.1)$$

Константа K в этом соотношении зависит от упругих свойств оболочки глазного яблока и, возможно, от веса груза. В [10] K считалась зависящей только от упругих свойств оболочки и для ее определения предлагалось сделать два измерения с разными грузами. Исключая из двух соотношений (2.1), записанных для каждого из измерений, величину p_0 , получим

$$K = \frac{p_{t2} - p_{t1}}{\Delta V_2 - \Delta V_1} \quad (2.2)$$

Величины ΔV_1 , ΔV_2 легко вычисляются по значению величин d_1 и d_2 , измеряемых в опытах. Для вычисления p_{ti} ($i = 1, 2$) использовалась формула, предложенная еще в [9]

$$p_t = \frac{P}{S}, \quad S = \pi \frac{d^2}{4} \quad (2.3)$$



Фиг. 2. Схема вычисления объема жидкости ΔV : 1 – тонометр; 2 – оболочка глазного яблока до нагружения; 3 – оболочка глазного яблока после нагружения; 4 – объем смещенной жидкости ΔV

где P – вес груза, S – площадь контакта груза и роговицы. Эта формула опирается на предположение, что вес груза уравновешивается внутриглазным давлением. Это предположение выполняется точно, если оболочка роговицы мягкая, т.е. не сопротивляется изгибным напряжениям, и отсутствует ее “сморщивание” под грузом. Насколько точно выполняются эти условия, сегодня неясно, но опытные данные, полученные на выделенных глазах (см., например, [9, 11]) им соответствуют, поэтому формулой (2.3) сегодня все пользуются.

Таким образом, на основе двух тонометрических измерений с разными грузами по формуле (2.2) можно определить константу K в соотношении (2.1), если она не зависит от веса груза и величины внутриглазного давления p_0^1 .

В работе [12] представлены результаты обработки опытов, выполненных различными авторами, по изменению давления Δp в выделенных глазах при их раздувании вводимым в глаз объемом жидкости ΔV^* . Показано, что связь $\Delta p = f(\Delta V^*)$ нелинейна и зависит от индивидуальных свойств глаза (размера, упругих свойств оболочки глазного яблока, исходного внутриглазного давления и т.д.). Эти опыты для конкретного глаза хорошо описываются соотношением [12]

$$\ln p_1 - \ln p_0 = A \Delta V^*, \quad A = \text{const} \quad (2.4)$$

Здесь p_0, p_1 – внутриглазное давление в начале опыта и после введения в глаз объема жидкости ΔV^* . Величина A при прочих равных условиях зависит от упругих свойств оболочки глаза и называется ригидностью оболочки.

В [12] предложено использовать соотношение (2.4) для определения внутриглазного давления p_0 и ригидности оболочки глаза A на основе двух опытов по нагружению глаза тонометром. С этой целью делается основное предположение о том, что изменение давления внутри глазного яблока при нагружении его грузом-тонометром равно изменению давления в том же глазу, если в него ввести дополнительный объем жидкости ΔV^* , равный объему сферического сегмента ΔV , основание которого равно кругу диаметра d , представляющего собой площадь контакта тонометра и роговицы (фиг. 2). Это означает, что в (2.4) надо положить $p_1 = 4P/\pi d^2$, $\Delta V^* = \Delta V$.

Приняв основное предположение, для обработки тонометрических опытов используют соотношение (2.4). Обрабатывая два тонометрических опыта с различными грузами, с помощью (2.4) можно определить внутриглазное давление p_0 в ненагруженном глазу и константу ригидности A для данного глаза (см. разд. 4).

Соотношение (2.4) лежит в основе стандартных таблиц для тонометрического определения внутриглазного давления [13, 14]. Однако многолетний опыт использования таблиц показал, что для получения лучшего соответствия опытным данным и здравому смыслу необходимо ввести в него некоторые корректизы. Например, при вычисле-

¹ Ниже (см. разд. 4) на основе модельных расчетов показано, что это предположение не выполняется.

ни объема ΔV считается [13], что диаметр роговицы отличается от диаметра глаза и что диаметр площади контакта груза и роговицы, измеренный в опыте, включает в себя узкий слой, оставляемый на тонометре слоем слезы и т.д.

Так как в целом ни соотношение (2.4), ни основное предположение, ни дополнительные соотношения, коррелирующие (2.4), не связаны с расчетом какой-либо механической модели глаза, то по существу используемые в клинике таблицы определения внутриглазного давления при тонометрическом исследовании представляют собой некоторую сводку эмпирических данных, базирующуюся на колossalном опыте столетнего исследования глаз.

При создании таблиц фиксируются геометрические и упругие свойства глазного яблока. Но если геометрические параметры глазного яблока довольно стабильны, то упругие свойства склеры и роговицы могут существенно варьироваться от человека к человеку и заметно изменяются с возрастом, при различных патологиях зрения, а также после глазных операций. Кроме того, давление внутри нагруженной оболочки может отличаться от того давления, которое будет в ней после введения дополнительного объема жидкости ΔV , вычисленного по той или иной схеме (условия, при которых выполняется основное предположение, сегодня не исследованы). Эти обстоятельства могут приводить к тому, что измеренное по стандартной методике внутриглазное давление будет отличаться от истинного давления в глазу. В связи с этим представляет интерес оценка возможной ошибки при тонометрическом методе измерения внутриглазного давления. Такая оценка может быть сделана путем расчетного исследования свойств механических моделей глазного яблока.

В данной работе исследуются решения двух модельных задач. В обоих случаях глазное яблоко моделируется тонкостенной упругой оболочкой. Исследуется зависимость диаметра площади контакта груза и оболочки от упругих свойств оболочки, ее геометрических характеристик и внутриглазного давления до нагружения. Полученные результаты сравниваются с данными стандартного опыта [13] по измерению внутриглазного давления в аналогичных условиях.

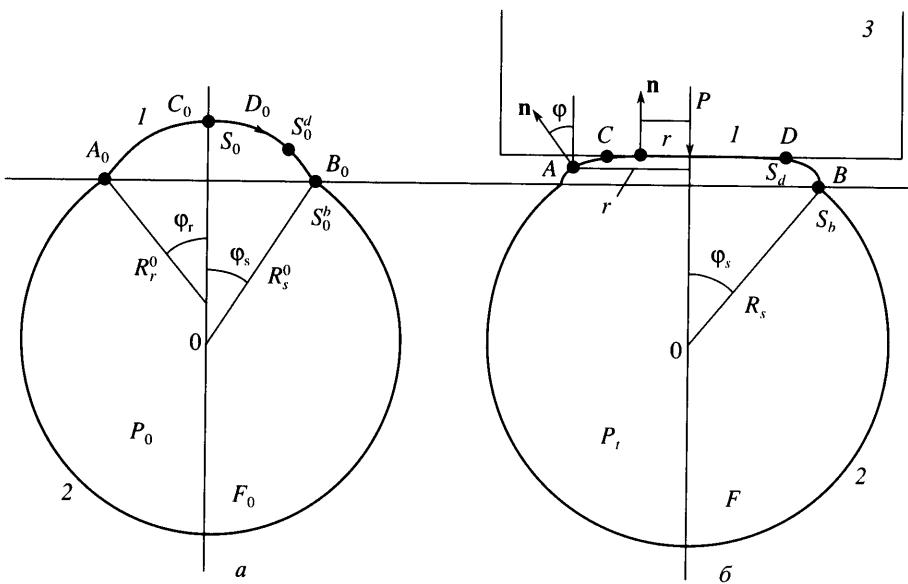
3. Постановка задачи. *Модельная задача A.* Согласно анатомическому строению глаза, скlera и роговица имеют форму сферических сегментов разного радиуса (фиг. 1). Кроме того, имеются экспериментальные данные о том, что упругие свойства склеры и роговицы существенно различаются [7, 8]. Для того чтобы проанализировать влияние этих факторов на изменение давления в глазу при его нагружении, рассмотрим следующую модельную задачу.

Будем моделировать глазное яблоко двумя сферическими сегментами (фиг. 3). Составная оболочка до нагружения заполнена несжимаемой жидкостью с давлением p_0 . Сферический сегмент большего радиуса моделирует склеру ($A_0F_0B_0$, фиг. 3,*a*), меньшего радиуса ($A_0C_0D_0B_0$, фиг. 3,*a*) моделирует роговицу. Величины, характеризующие эти части оболочки, будем снабжать соответственно индексами s и r .

Пусть линия действия приложенной к оболочке внешней силы (веса груза) проходит через центры обоих сферических сегментов. Будем считать, что в результате действия груза склеру деформируется так, что угол, под которым видна линия контакта из центра склеры Φ_s , остается неизменным и сферический сегмент, моделирующий склеру, остается сферическим сегментом, но с измененным радиусом R_s . Задание деформации склеры равносильно предположению о том, что совместное влияние груза и возникающих сил реакции глазницы на склеру обеспечивает задаваемую деформацию склеры.

Будем считать, что модуль Юнга для роговицы много меньше, чем для склеры ($E_s \gg E_r$), и что роговица моделируется мягкой оболочкой (не сопротивляется изгибным деформациям) [16].

При принятых предположениях деформация части оболочки, моделирующей роговицу, будет существенной и она примет форму, схематически представленную на



Фиг. 3. Схема для модельной задачи А: схемы оболочки глазного яблока до нагружения (а) и нагруженного тонометром (б); 1 – роговица, 2 – склеры, 3 – тонометр

фиг. 3, б. Если груз имеет плоское основание, то на деформированной части роговицы под грузом образуется плоский участок CD , представляющий собой круг диаметра d . В этом случае давление p внутри нагруженной сферы легко вычисляется

$$p = p_t = \frac{P}{S}, \quad S = \pi \frac{d^2}{4}, \quad d = CD \quad (3.1)$$

При решении задачи о деформации роговицы примем за основную переменную длину s_0 дуги образующей оболочки в ненагруженном состоянии, отсчитываемую от оси симметрии. При этом $0 < s_0 < s_0^b = R_r^0 \phi_r$. Пусть s_0^d соответствует крайней точке D контакта оболочки с грузом в нагруженном состоянии. Запишем уравнения равновесия оболочки [16] и геометрические соотношения на участке DB , т.е. при $s_d \leq s_0 \leq s_b$:

$$(r_0 T_1)' - T_2 \cos \varphi = 0, \quad -T_2 \sin \varphi - r_0 \varphi' T_1 + \lambda_1 r \Delta p = 0, \quad r' = \lambda_1 \cos \varphi$$

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{s_0}{R_r^0}, \quad r_0 = R_r^0 \sin \varphi_0 \\ \varepsilon_2 &= \frac{r}{r_0} - 1, \quad T_2 = v_r T_1 + E_r h_r \varepsilon_2 + T_0 (1 - v_r) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\lambda_1 = 1 + \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = \frac{(T_1 - T_0)(1 - v_r^2)}{E_r h_r} - v_r \varepsilon_2$$

Здесь $\Delta p = p_{in} - p_{ex}$ – разность давлений внутри и снаружи оболочки (в ненагруженном состоянии $p_{ex} = 0$, $p_{in} = p_0$, и $\Delta p = p_0$; в нагруженном состоянии на части оболочки под грузом $p_{in} = p_{ex}$ и $\Delta p = 0$, на остальной поверхности оболочки $p_{ex} = 0$, $p_{in} = p_t$ и $\Delta p = p_t$),

T_1, T_2 – тангенциальные усилия в нагруженной оболочке в проекциях на меридиональную плоскость и перпендикулярно к ней, T_0 – тангенциальные усилия в ненагруженном состоянии ($T_1 = T_2 = T_0$), $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – дополнительные деформации оболочки, связанные с усилиями по формулам

$$T_1 - T_0 = \frac{E_r h_r (\varepsilon_1 + v_r \varepsilon_2)}{1 - v_r^2}, \quad T_2 - T_0 = \frac{E_r h_r (\varepsilon_2 + v_r \varepsilon_1)}{1 - v_r^2}, \quad T_0 = \frac{p R_r^0}{2} \quad (3.3)$$

которые были использованы при написании выражений (3.2) для T_2 и ε_1 . Далее h_r – толщина роговицы, r, φ – расстояние до оси симметрии и угол между нормалью n к об разующей оболочки и осью симметрии в деформированном состоянии, штрихом обозначена производная по s_0 . Дифференциальные уравнения в системе (3.2) служат для определения T_1, r, φ как функций s_0 . Остальные величины выражаются через них по приведенным в (3.2) формулам.

На участке под грузом ($0 \leq s_0 \leq s_d$) система (3.2) упрощается, ибо в ней $\varphi = 0$ и второе уравнение (3.2) выполнено тождественно. Остаются два уравнения

$$(r_0 T_1)' - T_2 = 0, \quad r' = \lambda_1. \quad (3.4)$$

При интегрировании систем (3.4) и (3.2) должны быть выполнены условия ограниченности решения при $s_0 = 0$, условия непрерывности функций T_1, r, φ в точке D (в том числе равенство $r(s_d) = d/2$) и условие сопряжения в точке B

$$r(s_b) = r_b, \quad r_b = R_s^0 \sin \varphi_s \left(1 + \frac{(1 - v_s) R_s^0 (p - p_0)}{2 E_s h_s} \right) \quad (3.5)$$

в котором величина r_b найдена из условий деформирования склеры, h_s – ее толщина.

Для вычисления r_b найдем сначала уменьшение объема ΔV под сегментом $ACDB$ в результате действия груза

$$\Delta V = \pi \int_0^{s_b} (r_0^2 \sin \varphi_0 - r^2 \lambda_1 \sin \varphi) ds_0 \quad (3.6)$$

Это уменьшение объема компенсируется растяжением склеры

$$\Delta V = \Lambda (p - p_0), \quad \Lambda = \frac{3(1 - v_s) R_s^0}{2 E_s h_s} V_s \quad (3.7)$$

где Λ – податливость глаза при повышении давления, объемы сегментов V_s и V_r $A_0 C_0 D_0 B_0$ и $A_0 F_0 B_0$ соответственно

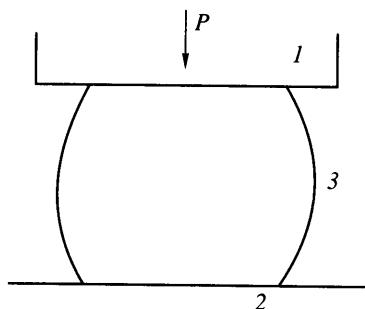
$$V_s = \frac{\pi R_s^0}{3} (2 - 3 \cos \varphi_s + \cos 3\varphi_s), \quad V_r = \frac{\pi R_r^0}{3} (2 + 3 \cos \varphi_r - \cos 3\varphi_r) \quad (3.8)$$

Итак, в системе (3.4), (3.2) заданы все геометрические и физические параметры оболочек и величины P, d, p , последнее определяется формулой (3.1). Величины $p_0, s_d, \Delta V$ подлежат определению в процессе решения.

При численном интегрировании систем (3.2) и (3.4) во втором уравнении (3.2) заменим давление p функцией p_* :

$$p_* = \begin{cases} 0 & (r < r_d) \\ \Delta p = p_t & (r \geq r_d) \end{cases}$$

Тогда система (3.4) будет содержаться в системе (3.2) как частный случай, и условие $r(s_d) = d/2$ будет выполнено автоматически.



Фиг. 4. Схема для модельной задачи Б: 1 – тонометр, 2 – плоскость, моделирующая глазницу, 3 – оболочка глазного яблока в нагруженном состоянии

Система (3.2) имеет особую точку при $s_0 = 0$ ($r_0 = 0$). Семейство регулярных решений системы (3.2) в ее окрестности имеет разложение

$$T_1(s_0) = T_{10} + O(s_0^2), \quad \varphi = 0, \quad r = r_1 s_0 + O(s_0^3), \quad r_1 = 1 + \frac{(1 - v_s)(T_{10} - T_0)}{E_s h_s}$$

в котором величина T_{10} произвольна.

Теперь план решения задачи следующий. Задаемся величиной $p_0 < p$ и находим величины T_0 , r_b и ΔV по формулам (3.3), (3.5) и (3.7). Далее решаем задачу Коши для системы (3.4) с начальными условиями

$$T_1 = T_{10}, \quad \varphi = 0, \quad r = r_1 s_0 \quad (s_0 = s_{00})$$

взяв величину s_{00} достаточно малой (скажем, $s_{00} = 0.01 s_b$). Меняя T_{10} , добиваемся выполнения условия (3.5). Одновременно находим величину ΔV по формуле (3.6). Наконец, меняя величину p_0 , повторяем указанные выше вычисления вплоть до совпадения величин ΔV , найденных по формулам (3.6) и (3.7). В процессе решения находим, в частности, искомую связь $p_0 = f(r_b) = f(d)$.

Модельная задача Б. В реальных условиях нагружения глаза человека в процессе измерения внутрглазного давления приложенная к глазному яблоку сила веса груза уравновешивается силой реакции тканей глазницы. При этом вдоль части поверхности глазного яблока, находящейся в глазнице, возникают распределенные напряжения, которые влияют на деформацию склеры и, следовательно, на тонометрическое давление (давление внутри нагруженного глаза). При оценке связи внутрглазного и тонометрического давлений сила реакции глазницы и ее влияние на тонометрическое давление никогда во внимание не принимались.

Расчет или оценки распределения напряжений, связанных с реакцией глазницы, представляют собой самостоятельную задачу. В данной модели для упрощения расчетов глазное яблоко будет моделироваться сферической оболочкой радиуса R и толщиной стенки h , механические свойства которой однородны и характеризуются модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона v . Для учета реакции глазницы последняя будет моделироваться жесткой плоскостью, параллельной плоскости груза-тонометра (фиг. 4).

Ниже приведены результаты двух вариантов расчета нагруженной оболочки в рамках данной модельной задачи. В первом случае (Б1) оболочка считается двумерной мягкой оболочкой. В этом случае деформированное состояние оболочки описывается системой уравнений (3.2), меняются лишь граничные условия, которые теперь превращаются в условия симметрии относительно плоскости, равноудаленной от плоскостей груза и опоры. Величину ΔV находим по той же формуле (3.6), а искомую величину внутрглазного давления p_0 находим из условия $\Delta V = 0$ (здесь нет двух оболочек – роговицы и склеры, поэтому растяжение оболочки учитывается автоматически при изменении давления и формулой (3.7) пользоваться не нужно).

Второй вариант расчета (Б2) базируется на конечно-элементном анализе этой задачи для трехмерной оболочки (программа ANSYS).

4. Результаты расчетов. В расчете нагруженной оболочки задается “истинная” площадь контакта груза и внешней поверхности оболочки (диаметр соответствующего круга обозначается через d) и вычисляется “истинное” давление p_0 в оболочке до нагружения. Если считать, что оболочка в принятой постановке задачи моделирует глазное яблоко с определенными физическими свойствами, то величина p_0 , полученная в расчетах, будет совпадать для данного глаза с внутриглазным давлением.

Для того чтобы оценить, насколько используемый в настоящее время в клинике метод определения внутриглазного давления соответствует физической постановке задачи о нагружении оболочки глаза и насколько результат такой оценки зависит от конкретных физических характеристик глазного яблока и основного предположения (см. разд. 2), будем сопоставлять полученные в расчете величины внутриглазного давления p_0 с “оценочным” значением давления p_0^* .

Под p_0^* будем понимать величину давления, которая соответствует в стандартных таблицах, задающих связь внутриглазного давления с диаметром площади контакта оболочки и груза, диаметру площади контакта d и тому же, что в расчетах, грузу P . Различие между p_0 и p_0^* будет характеризовать в конечном итоге точность (по отношению к рассматриваемой модели) принятого сегодня метода оценки внутриглазного давления и ее зависимость от конкретных физических параметров оболочки глазного яблока.

Техническая трудность сопоставления величин p_0 и p_0^* заключается в том, что в таблицах указываются не диаметры истинных площадей контакта груза и роговицы, а величины d' следа, оставленного на поверхности груза после его контакта с роговицей. Величина d' отличается от d за счет того, что след включает в себя площадь контакта и некоторый слой, образованный слезой около внешней линии контакта. При расчете таблиц эта разница была учтена в виде соответствующих поправок на основе обработки специальных опытов [11].

Так как подробное описание процедуры введения поправки на слой слезы в литературе отсутствует, оценим ее величину на основе данных таблиц [13] для расчета тонометрического давления p_t . Будем считать, что вес груза уравновешивается тонометрическим давлением, однородно распределенным вдоль поверхности контакта (это предположение выполняется точно в случае мягкой, безмоментной оболочки). В этом случае

$$p_t = P/S\gamma \text{ (мм.рт.ст)}, \quad S = \pi d^2/4$$

где $\gamma = 0.0136 \text{ г}/\text{мм}^3$ – удельный вес ртути.

В таблице тонометрических давлений (см., например, [13, 14]) этой величине ставится в соответствие диаметр d' (и площадь S'). Введем величину $k = S'/S$. Из (3.1) получим

$$p_t = P/S\gamma = P/kS'\gamma, \quad k = P/\gamma S' p_t$$

Взяв из таблиц для тонометрических давлений величину p_t , соответствующую диаметру d' и весу P , из (3.2) находим величину k . Определенная таким образом величина k зависит только от диаметра d' , мм:

d'	3	4	5	6	7
k	0.72	0.77	0.83	0.91	0.95

Эти данные соответствуют качественному выводу работы [13] о том, что ширина кольца слезы на линии контакта груза и роговицы уменьшается с ростом диаметра площади контакта.

Таким образом, расчетные величины давлений p_0 для диаметра площади контакта d будем сравнивать с величинами давлений p_0^* , соответствующими в таблице внутриглазных давлений диаметрам площади контакта $d' = d/\sqrt{k}$.

Обсудим полученные результаты.

Богатый экспериментальный и клинический материал, относящийся к рассматриваемой задаче, обобщен в таблицах [13, 14], представляющих собой связь внутриглазного давления p_0^* с диаметром следа d' на тонометре (грузе). Эти данные будем рассматривать как экспериментальные, относящиеся к некоторой оболочке, соответствующей средним физическим параметрам оболочки глазного яблока. Вопрос о том, каким именно средним эти данные соответствуют, остается открытым. С другой стороны, так как указанными таблицами предлагается пользоваться во всех случаях жизни (для здоровых и больных глаз), то, по-видимому, негласно считается, что связь $p_0^* = f(d')$ слабо зависит от индивидуальных особенностей пациентов. Правда, в некоторых научных работах исследуется зависимость измеряемой величины p_0 от толщины роговицы h_r и обосновываются соответствующие поправки к данным таблицы. Изучаемые при этом эффекты имеют по внутриглазному давлению порядок величины нескольких мм рт.ст., поэтому следует предположить, что различия, вызванные изменением других параметров оболочки глазного яблока, считаются меньшими по порядку величины.

Были проведены широкие серии расчетов. При этом в модели А принималось, что радиусы склеры и роговицы соответственно равны $R_s = 12$ мм, $R_r = 8$ мм; угол раствора склеры $\Phi_s = 38^\circ$; толщина склеры $h_s = 1$ мм; коэффициенты Пуассона для склеры и роговицы $\nu_s = \nu_r = 0.5$; толщина роговицы $h_r = 0.3\text{--}0.5$; модули Юнга для материала роговицы и склеры варьировались в широких пределах: $E_s = 6\text{--}12$ МПа; $E_r = 1.2\text{--}6$ МПа; вес груза $P = 5\text{--}10$ г.

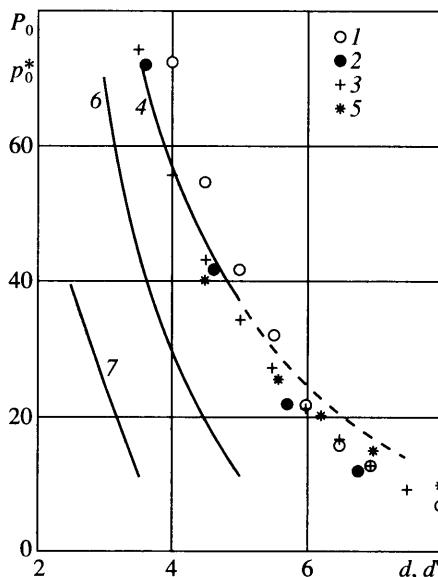
С физической точки зрения, увеличение модуля Юнга материала в случае мягкой оболочки и учет ее изгибной жесткости приводят к увеличению “эффективной жесткости” и, следовательно, к уменьшению площади контакта груза и оболочки (в пределе при $E_r \rightarrow \infty$, $E_s \rightarrow \infty$ кривая $p = p(d)$ стремится на фиг. 5 к оси ординат, которая соответствует случаю абсолютно жесткой оболочки – площадь контакта равна нулю независимо от веса груза).

В модели Б принималось, что радиус ненагруженной сферы $R = 12$ мм; толщина оболочки $h = 0.1\text{--}0.5$ мм; $\nu = 0.45$; $E = 0.5\text{--}4$ МПа; вес груза $P = 5\text{--}10$ г.

На фиг. 5 представлены некоторые результаты расчетов, позволяющие сделать основные качественные выводы.

Зависимость 1 на фиг. 5 соответствует табличной связи внутриглазного давления p_0^* с диаметром следа на тонометре d' (кривая $p_0^* = p(d')$). Зависимость 2 соответствует табличной связи $p_0^* = p(d)$ внутриглазного давления p_0^* с диаметром площади контакта тонометра и роговицы d .

Наилучшее совпадение во всем диапазоне значений диаметра d с табличной кривой $p_0 = f(d)$ дает зависимость 3, соответствующую модели А для мягкой оболочки роговицы при наименьших значениях модулей Юнга, использованных в расчетах ($E_r = 1.2$, $E_s = 6$ МПа и $h_r = 0.5$ мм). Существенное увеличение модуля Юнга для роговицы приводит к несущественному увеличению диаметра контакта d при том же значении внутриглазного давления p_0 (кривая 4, $E_r = 6$ МПа). Увеличение модуля Юнга для склеры в 2 раза ($E_s = 12$ МПа), приводит к столь же небольшому смещению кри-



Фиг. 5. Связи между внутрглазным давлением (p_0 , p_0^*) и диаметром следа на тонометре (d , d'). Зависимости 1, 2 – табличные связи $p_0^* = f(d')$; $p_0^* = f(d)$; зависимость 3 и кривая 4 – расчеты по модели А для мягкой оболочки роговицы при $E_s = 6$ МПа, $h_r = 0.5$, $E_r = 1.2$ и 6 соответственно; зависимость 5 и кривые 6, 7 – расчеты по модели Б для $E = 0.5$, 2, 4 МПа соответственно. По оси абсцисс – d' для зависимостей 1 и d для остальных. По оси ординат – p_0^* для зависимостей 1, 2 и p_0 для остальных

вой $p_0 = f(d)$ в сторону уменьшения диаметра d – соответствующая кривая не приведена на фиг. 5.

В качестве примера расчета по модели Б1 был выполнен расчет для мягкой сферической оболочки при $h = 0.5$ мм, $E = 2$ МПа. Этот расчет совпадает с кривой 4 (фиг. 5), которая так же, как и зависимость 3, соответствует табличной кривой 2 в области малых диаметров следа (примерно при $d < 5$ мм), и затем начинает отклоняться от этой кривой. Анализ соответствующих решений показал, что при $d > 5$ мм меридиональное напряжение T_1 (3.3) становится отрицательным в области контакта оболочки с грунтом. Решения, полученные по теории мягких оболочек, в которых существуют области с $T_1 < 0$ нуждаются в дополнительном анализе, так как они, по-видимому, неустойчивы и в физически реализуемых решениях в области контакта возможно “сморщивание” оболочки. Этот анализ выходит за рамки данной работы, и поэтому часть кривой 4 на фиг. 5, которая соответствует наличию в решении областей с $T_1 < 0$, представлена штриховой линией.

Для того чтобы оценить влияние жесткости оболочки на связь диаметра площади контакта с внутрглазным давлением, на фиг. 5 приведены результаты расчета по модели Б2 трех однородных сферических оболочек ($R = 12$ мм, $h = 0.5$ мм, $E = 0.5$, $E = 2$ и $E = 4$ МПа) (зависимость 5 и кривые 6, 7).

Только при предельно низких модулях упругости (зависимость 5 $E = 0.5$ МПа) расчетная кривая лежит вблизи табличной зависимости, но даже относительно малая жесткость оболочки (кривая 6, $E = 2$ МПа) приводит к существенному отклонению результатов расчета от табличной зависимости 2. При увеличении жесткости диаметр площади контакта при заданном грузе быстро стремится к нулю.

Данные расчетов заставляют думать о том, что роговица глаза (и, возможно, склеры), с механической точки зрения, представляет собой мягкую оболочку. Это свойство

роговицы глаза, возможно, связано с тем, что она представляет собой анизотропно упругое тело, у которого поперечный модуль Юнга намного меньше модуля в тангенциальном направлении (об анизотропии материала склеры сообщается в [2, 5]). Ответы на эти вопросы нуждаются в дополнительных теоретических и экспериментальных исследованиях. Однако при решении задач биомеханики, связанных с измерением внутриглазного давления, можно рекомендовать использовать модели мягких оболочек.

Для практики измерения внутриглазного давления важен подтвержденный данным исследованием факт слабой зависимости (конечно, в определенных пределах) функции $p_0 = f(d)$ от конкретных значений параметров, характеризующих упругие свойства мягких оболочек, моделирующих роговицу и склеру. С физической точки зрения, этот факт связан с тем, что мягкая оболочка не создает "упругой поддержки" груза. Груз уравновешивается целиком только внутриглазным давлением, что выражено формулой (3.1).

В связи с вопросом о влиянии упругих свойств роговицы и склеры на измеряемую величину внутриглазного давления возникает еще одна проблема. Все сформированные выше выводы относительно слабой зависимости измеряемой величины внутриглазного давления от упругих свойств оболочки глазного яблока относились к здоровым глазам, для которых были проведены соответствующие опыты по независимому измерению внутриглазного давления и обоснована табличная кривая $p_0^* = f(d)$. Однако теми же таблицами пользуются сейчас при измерении внутриглазного давления на глазах, подвергшихся разного рода операциям (см., например, [17]), в результате которых механические свойства роговицы и склеры могут изменяться. Для выяснения вопроса о пригодности общепринятых методов измерения внутриглазного давления в этих случаях необходимо оценивать изменение механических свойств оболочек глазного яблока. Другой путь заключается в разработке новых методов измерения внутриглазного давления, либо в иной обработке результатов измерения, выполненного стандартными методами. Один из возможных путей одновременной оценки внутриглазного давления и упругих свойств роговицы глаза с использованием стандартных тонометрических измерений, описан ниже.

Соответствие модельных расчетов с табличной кривой $p_0 = f(d)$ наблюдается при относительно низких значениях модуля Юнга. Это обстоятельство на первый взгляд противоречит экспериментальным данным ряда работ, в которых сообщается о высоких значениях модуля Юнга для материала склеры и роговицы. Это противоречие может быть связано с тем, что в процессе экспериментального определения модуля Юнга как правило производится растяжение образцов в тангенциальном направлении. Если материал анизотропен, то при этом определяются тангенциальные модули Юнга. При изгибе же оболочки «работает» поперечный модуль Юнга. В связи с этим безусловный интерес представляют экспериментальные исследования анизотропии упругих свойств материала оболочек глазного яблока.

Результаты данного исследования позволяют ответить на вопрос о том, насколько точно основное предположение (разд. 3) позволяет оценить давление внутри нагруженной оболочки. Для этого достаточно для любого описанного выше решения вычислить объем "смещенной жидкости" ΔV (фиг. 2), рассчитать с его помощью для этих же условий изменение давления в сферической оболочке, в которую добавлен объем жидкости ΔV , и сравнить его с "табличным" значением для величины $p_t - p_0$.

Рассмотрим для примера условия, при которых груз в 10 г вызывает такую деформацию роговицы, при которой диаметр площади контакта груза и роговицы $d = 5$ мм. Объем смещенной жидкости ΔV при этом зависит от радиуса деформируемой сферы:

$R, \text{мм}$	12	8	7
$\Delta V, \text{мм}^3$	2.5	3.95	4.56
$\Delta p, \text{мм рт.ст.} (E = 1 \text{ МПа})$	0.03	0.14	0.3
$\Delta p, \text{мм рт.ст.} (E = 10 \text{ МПа})$	0.3	1.4	3

В двух последних строках приведены значения изменения давления в сфере с толщиной оболочки $h = 0.5$ мм, при введении в нее объема смещенной жидкости ΔV .

Сравним величины Δp , приведенные в таблице, с величиной разности тонометрического и истинного внутриглазного давлений, которая, согласно таблицам [13, 14] для рассматриваемых условий (с учетом толщины слоя слезы), равна $p_t - p_0 = 3.3$ мм рт.ст. Этот же порядок изменения давления в сфере следует из описанных выше точных расчетов по модели мягкой оболочки. Очевидно, что величина $\Delta p \sim 3$ мм рт.ст. может быть получена при добавлении в сферу радиуса 12 мм смещенного объема жидкости только при $E \sim 100$ МПа. Эта величина на порядок превосходит те значения, которые обеспечивают совпадение результатов расчета оболочек с табличными данными при $R = 12$ мм. С другой стороны, для сферы радиуса $R = 7$ мм имеет место совпадение по порядку величины изменения давления за счет добавления смещенного объема и табличного значения изменения давлений в нагруженной оболочке при $E \sim 10$ МПа. По-видимому, именно в силу этого обстоятельства при вычислении объема смещенной жидкости ΔV в [13, 14] использована сфера радиуса 7 мм.

Проведенный пример показывает, что *основное предположение* не соответствует физической постановке задачи и для вычисления изменения давления при нагружении сферической оболочки необходимо опираться на более адекватные механические модели, например те, которые использованы в данном исследовании.

Чтобы оценить, зависит ли значение константы K в соотношении (2.1) от веса используемого груза-тонометра, вычислим отношение $K = (p_t - p_0)/\Delta V$ по результатам модельных расчетов. Два варианта расчетов для моделей *A* ($E_r = 1.2$ МПа, $E_s = 6$ МПа, $h_s = 1$ мм, $h_r = 0.5$ мм, $R_s = 12$ мм, $p_0 = 21$ мм рт. ст.) и *B* ($E = 2$ МПа, $h = 0.3$ мм, $p_0 = 21$ мм рт. ст.) представлены в таблице.

Модель А					Модель Б				
P , г	$p_t - p_0$, мм рт. ст.	d , мм	ΔV , мм ³	K	P , г	$p_t - p_0$, мм рт. ст.	d , мм	ΔV , мм ³	K
5	2	4.5	1.4	1.4	5	0.7	3	0.2	3.5
10	4.7	6	5.6	0.84	10	1	4.25	1	1

Приведенные результаты показывают, что коэффициент K в соотношении (2.1) нельзя рассматривать как величину, не зависящую от веса груза-тонометра, по крайней мере для рассматриваемых моделей глазного яблока. Возможно, что именно поэтому предложенный в [10] метод оценки ригидности (жесткости) оболочки глазного яблока с помощью соотношения (2.1) не нашел развития в офтальмологической практике.

Результаты тонометрических измерений практически с начала их использования употреблялись не только для определения внутриглазного давления, но и для оценки ригидности (жесткости) оболочки глазного яблока. При этом как мера ригидности использовались величины K или A , фигурирующие в формулах (2.1) или (2.5). Наибольшее распространение получил метод, связанный с определением величины A , базирующейся на формуле (2.5).

Суть этого метода заключается в том, что выполняют два тонометрических измерения с разными грузами. Записывая формулу (2.5) для каждого из измерений и исключая $\ln p_0$, получают

$$A = \frac{\ln p_{t2} - \ln p_{t1}}{\Delta V_2 - \Delta V_1}, \quad p_{ti} = \frac{4P_i}{\pi d_i^2}, \quad i = 1, 2 \quad (4.1)$$

Здесь индексы $i = 1, 2$ обозначают величины в i -том измерении. Регистрируя величины d_i по соответствующим таблицам, определяют ΔV_i , p_{ti} и по (4.1) рассчитывают величину A . В практике, для всех этих действий существуют номограммы.

Однако величины объемов смещаемой жидкости, приводимые в таблицах, вычисляются для сферы иного диаметра, чем глазное яблоко, поэтому физический смысл величины A становится неопределенным. Тем не менее сама идея оценки упругих свойств оболочки глазного яблока по результатам двух тонометрических измерений представляется разумной. Для того чтобы в результате двух тонометрических измерений получить оценку внутриглазного давления и модуля Юнга для материала оболочки, можно поступить, например, следующим образом.

Выберем механическую модель глазного яблока. Такими моделями могут быть, например, модели А и Б, описанные в разд. 3. Для определенности дальнейших рассуждений выберем модель Б, т.е. будем моделировать глазное яблоко сферой, опертой на жесткую плоскость. Будем считать сферу двумерно упругой оболочкой, упругие свойства материала которой зависят только от коэффициента Пуассона v и модуля Юнга E .

В общем случае диаметр d площади контакта, образующейся после нагружения оболочки плоским грузом P , будет зависеть от R, h, E, v, P, p_0 , где R – радиус оболочки, h – толщина ее стенки, p_0 – давление в оболочке до нагружения. Воспользовавшись теорией размерностей, получим функциональную связь между безразмерными параметрами, характеризующими данную задачу, которую представим в виде

$$p_0 \frac{R^2}{P} = f\left(\frac{d}{R}, \frac{h}{R}, \frac{ER^2}{P}, v\right) \quad (4.2)$$

В безразмерную систему уравнений теории оболочек и граничные условия три последних аргумента в функции f входят только в комбинации $\gamma = EhR/(1-v)P$.

Таким образом, решение безразмерной системы уравнений можно представить в виде

$$\alpha = f(\beta, \gamma), \quad \alpha \equiv p_0 R^2 / P, \quad \beta \equiv d/R$$

Для определения функции $f(\beta, \gamma)$ надо решить задачу о нагруженной сфере в безразмерном виде при заданных значениях параметра γ . Если такие решения получены, то можно построить систему кривых, выражающих связь между α и γ при заданном значении β .

Промоделируем теперь опыт по нагружению одного и того же глаза двумя разными грузами. В этом случае при двух измерениях величины R, p_0, E, h, v остаются неизменными. Обозначим индексами 1 и 2 величины, относящиеся к первому и второму опытам. Тогда для первого и второго опытов имеем

$$\alpha_1 = f(\beta_1, \gamma_1) \quad (4.3)$$

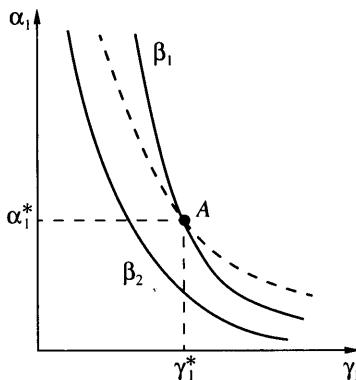
$$\alpha_2 = f(\beta_2, \gamma_2), \quad \xi \alpha_1 = f(\beta_2, \xi \gamma_1), \quad \xi = P_1 / P_2 \quad (4.4)$$

Соотношению (4.3) на плоскости α_1, γ_1 (фиг. 6) соответствует кривая, на которой $\beta = \beta_1 = d_1/R = \text{const}$.

Нанесем на плоскость α_1, γ_1 кривую $\alpha_1 = f(\beta_2, \gamma_1)$, соответствующую решению задачи о нагружении оболочки при параметрах первого опыта, но для диаметра площади контакта, второго опыта. Очевидно, чтобы представить на плоскости α_1, γ_1 кривую $\alpha_2 = f(\beta_2, \gamma_2)$, соответствующую второму опыту, нужно деформировать в ξ раз координаты кривой $\alpha_1 = f(\beta_2, \gamma_1)$ (штриховая линия на фиг. 6).

Так как значения внутриглазного давления до нагружения глаза p_0 и параметра Eh , характеризующего упругие свойства оболочки глаза, одинаковы в обоих опытах, то координаты точки пересечения кривых (4.3) и (4.4) на плоскости α_1, γ_1 (точка A (α_1^*, γ_1^*) фиг. 6) могут служить для определения этих параметров

$$p_0 = \alpha_1^* \frac{P_1}{R^2}, \quad Eh = \gamma_1^* \frac{(1-\gamma)P_1}{R} \quad (4.5)$$



Фиг. 6. Качественная схема определения внутриглазного давления и модуля Юнга для оболочки глазного яблока

Таким образом, решив один раз модельную задачу о нагружении оболочки, можно заготовить в памяти компьютера набор кривых $\alpha = f(\beta, \gamma)$. Проведя опыт по двойному нагружению глаза и определив величины d_1 и d_2 соответственно β_1 и β_2 , на основе элементарной программы выберем из памяти две кривые, соответствующие параметрам β_1 и β_2 , трансформируем координаты кривой, соответствующей $\beta = \beta_2$ на величину $\xi = P_1/P_2$ (P_1 и P_2 – грузы, использованные в данном опыте), найдем точку пересечения А и по формулам (4.5) определим значения параметров p_0 и Eh , соответствующих исследованному глазу.

Поступая описанным способом, исследователь получит возможность оценить индивидуальные (а не осредненные) параметры глаза. Точность такого определения (по отношению к истинным значениям этих параметров) зависит от того, насколько хорошо принятая модель соответствует моделируемому объекту (глазу). Обоснование модели должно опираться на целый комплекс исследований, в частности на специальные эксперименты. Но в этом нет ничего удивительного или особого для данной области науки, так как этот вопрос встает при разработке любых косвенных методов измерения физических параметров любых объектов.

Заключение. С помощью анализа решений двух модельных задач о нагружении упругой оболочки, заполненной несжимаемой жидкостью, грузом с плоским основанием оценено физическое содержание широко распространенного в клинической практике метода Маклакова измерения внутриглазного давления.

Показано, что используемая на практике связь между внутриглазным давлением p_0 и диаметром d плоской части области деформации роговицы глаза при нагружении его плоским грузом удовлетворительно описывается решениями модельных задач только в тех случаях, если оболочку считать либо мягкой, либо обладающей очень малым модулем Юнга. Этот вывод плохо согласуется с некоторыми экспериментальными данными, полученными при растяжении образцов роговицы и склеры в тангенциальном направлении.

Используемое на практике представление что связь $p_0 = f(d)$ слабо зависит от упругих свойств оболочки глазного яблока, согласуется с выводами, следующими из решений модельных задач только если оболочка считается мягкой.

Широко используемое в медицине представление, что изменение давления внутри оболочки при ее нагружении совпадает с изменением давления в той же оболочке после введения в нее дополнительного объема жидкости ΔV , равного количеству “смешанной жидкости”, не соответствует точным решениям модельных задач.

Из изложенного следует, что существующие методы измерения внутриглазного давления нуждаются, с позиций механики, в дополнительном обосновании как по линии моделирования глазного яблока, так и по линии определения механических свойств оболочки глаза. Результаты этих исследований будут особенно важны для оценки внутриглазного давления в нестандартных ситуациях, например на глазах, подвергшихся операциям.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 04-01-00258, 04-01-00257, 02-01-00338) и Президентской Программы поддержки ведущих научных школ (НШ-1996.2003.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Старков Г.Л. Патология стекловидного тела. М.: Медицина, 1967. 200 с.
2. Battaglioli J.L., Kamm R.D. Measurements of the compressive properties of scleral tissue // Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. 1984. V. 25. № 1. P. 59–65.
3. Friberg T.R., Lace J.W. A comparision of the elastic properties of human choroid and sclera // Exp. Eye Res. 1988. V. 47. № 3. P. 429–436.
4. Arciniegas A., Amaya L.E. Mechanical Behavior of the sclera // Ophthalmologica. 1986. V. 193. № 1–2. P. 45–55.
5. Иомдина Е.Н. Биомеханика склеральной оболочки глаза при миопии: диагностика нарушений и их экспериментальная коррекция: Дис. ... д-ра биол. наук. М., Ин-т глазных болезней им. Гельмгольца. 2000. 316 с.
6. Бауэр С.М., Зимин Б.А., Миронов А.Н., Бегун П.Е., Качанов А.Б. Построение изменений модели глаза при наложении циркулярного шва // Повреждения органа зрения у детей / Под ред. Е.Е. Сомова. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1991. С. 57–64.
7. Woo S.Y., Kobayashi A.S., Schlegel W.A., Lawrence C. Nonlinear material properties of intact cornea and sclera // Exp. Eye Res. 1972. V. 14. № 1. P. 29–39.
8. Sroda W., Asejczyk M., Kasprzak H. Influence of IOP on the geometrical and biomechanical properties of the linear model of the eye globe-effect of the optical selfadjustment // Acta Bioengng and Biomech. V. 4, Suppl. 1: Proc. 13th Conf. of Europ. Soci of Biomech. 2002. P. 723.
9. Маклаков А.Н. Офтальмотонометрия // Мед. обозрение. 1884. Т. 24. С. 1092–1095.
10. Römer P. Neues zur Tonometrie des Auges // Bericht über die Versammlung der Ophthalmologischen Jesellschaft. 1918. S. 62–68.
11. Вургафт М.Б. О калибровке тонометров Маклакова разного веса // Офтальмол. журн. № 6. 1965. С. 443–448.
12. Friedenwald J.S. Contribution to the theory and practice of tonometry // Am. J. Ophthalmology. 1937. V. 20. № 10. P. 985–1024.
13. Нестеров А.П., Бунин Ф.Я., Кацельсон Л.А. Внутриглазное давление. Физиология и патология. М.: Наука, 1974. 381 с.
14. Нестеров А.П., Вургафт М.Б. Калибровочные таблицы для эластонометра Филатова–Кальфа // Вест. офтальмол. 1972. № 2. С. 20–25.
15. Бауэр С.М., Зимин Б.А., Товстик П.Е. Простейшие модели теории оболочек и пластин в офтальмологии. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2000. 89 с.
16. Кабриц С.А., Михайловский Е.И., Товстик П.Е., Черных К.Ф., Шамина В.А. Общая нелинейная теория упругих оболочек. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2002. 386 с.
17. Тарутта Е.П., Еричев В.П., Ларина Т.Ю. Контроль уровня ВГД после кераторефракционных операций // Биомеханика глаза. М.: Ин-т глазных болезней им. Гельмгольца, 2004. С. 120–122.

Москва

Поступила в редакцию
20.1.2004