

УДК 533.6.011.8:536.42

© 2005 г. В. А. ТИТАРЕВ, Е. М. ШАХОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ИСПАРЕНИЯ И ТЕПЛООТДАЧИ С ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ

Для модельного кинетического уравнения рассмотрена нестационарная радиальная задача об испарении и теплопередаче с поверхности сферы для произвольных значений коэффициента испарения. Задача решена численно с помощью неявного консервативного метода второго порядка точности.

Ключевые слова: испарение, теплоотдача, разреженный газ, кинетическое уравнение, S -модель.

Численное исследование процесса нестационарного испарения разреженного газа с поверхности сферы для коэффициента испарения, равного единице, проводилось в [1, 2]. Решение построено во внутренней стационарной области течения с режимом испарения, соответствующим газодинамическому течению от сферического источника в вакуум. Анализ всей области течения, включая внешнюю нестационарную область, выполнен в [3] методом сквозного счета. Отметим также исследование [4], где процесс испарения проанализирован в стационарной постановке для больших и умеренных чисел Кнудсена.

Влияние коэффициента испарения в цитированных статьях не рассматривалось. Однако наличие молекулярной составляющей потока энергии, связанной с теплопередачей, может качественно менять картину течения по сравнению с чистым испарением. Так, в одномерном случае при малых значениях коэффициента испарения стационарный режим вблизи испаряющей поверхности недостижим и течение всюду нестационарно [5]. Таким образом, влияние этого коэффициента существенно.

Данная работа является развитием [3] и посвящена анализу влияния коэффициента испарения и плотности эмитируемых молекул как на величину потока массы, так и на картину возникающего течения. Рассматриваются все режимы течения от чистой теплопередачи до чистого испарения. Представленные результаты получены численным решением кинетического уравнения Больцмана с S -модельным интегралом столкновений [6, 7]. В расчетах использован неявный разностный метод высокого порядка точности, консервативный по оператору столкновений. Данный метод является дальнейшим развитием метода [3] и позволяет вести детальный расчет пристеночного слоя вблизи поверхности сферы, в значительной степени определяющего общую картину течения. Так, в настоящей работе удастся достаточно точно вычислить значения расхода газа для малых чисел Кнудсена и больших значений плотности испарения молекул, что весьма затруднительно было сделать с помощью явного численного метода [3].

1. Постановка задачи. Рассматривается нестационарное испарение одноатомного разреженного газа с поверхности сферы радиуса a в окружающее пространство, заполненное паром (газом) конденсированного вещества. В начальный момент времени пар находится в состоянии покоя и равновесия с поверхностью сферы. Начальные плотность, температура и давление пара обозначаются через n_∞ , T_∞ , p_∞ . В момент времени $t = 0$ температура сферы (конденсированной фазы) мгновенно поднимается до $T_w > T_\infty$

и затем остается постоянной для всех $t > 0$. Температуре T_w соответствует повышенное давление насыщенного пара $p_s = p_s(T_w)$, определяемое кривой насыщения [8].

Повышение температуры и давления на границе раздела фаз возбуждает процессы испарения и теплопередачи с поверхности сферы. Задачу ставим для кинетического уравнения Больцмана относительно функции распределения частиц по молекулярным скоростям с S -модельным оператором столкновений [6, 7]. В случае сферической симметрии функция распределения зависит от времени t , пространственной координаты r , радиальной ξ_r и поперечной ξ_{\perp} компонент молекулярной скорости. Введем в пространстве скоростей полярную систему координат, делая замену переменных ξ_r, ξ_{\perp} на ζ, ω по формулам

$$\xi_r = \zeta \cos \omega, \quad \xi_{\perp} = \zeta \sin \omega, \quad 0 \leq \omega \leq \pi, \quad 0 \leq \zeta \leq \infty$$

Также перейдем к безразмерным величинам, выбрав в качестве масштабов пространственной координаты r , времени t , скорости u , плотности n , температуры T , вязкости μ , потока тепла q_r и функции распределения f соответственно

$$a, \frac{a}{2RT_{\infty}}, \sqrt{2RT_{\infty}}, n_{\infty}, T_{\infty}, \frac{5}{16} mn_{\infty} \sqrt{2\pi RT_{\infty}} \lambda_{\infty}, mn_{\infty} (2RT_{\infty})^{3/2}, n_{\infty} (2RT_{\infty})^{-3/2}$$

Здесь m – масса молекулы, λ_{∞} – длина свободного пробега в невозмущенном газе. В дальнейшем безразмерные величины обозначаются теми же буквами, что и соответствующие им размерные.

В безразмерных переменных модельное кинетическое уравнение для функции распределения $f(t, r, \zeta, \omega)$ имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\xi_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\xi_{\perp}}{r} \frac{\partial f}{\partial \omega} + \frac{1}{\tau} (f^+ - f), \quad \frac{1}{\tau} = \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{nT}{\mu \text{ Кн}} \quad (1.1)$$

$$f^+ = f_M \left\{ 1 + \frac{4}{5} (1 - \text{Pr}) S_r c_r \left(c^2 - \frac{5}{2} \right) \right\}, \quad f_M = n(\pi T)^{-3/2} \exp(-c^2)$$

$$c_r = (\xi_r - u) T^{-1/2}, \quad S_r = 2q_r n^{-1} T^{-3/2}, \quad c^2 = [(\xi_r - u)^2 + \xi_{\perp}^2] T^{-1}$$

Здесь $\text{Кн} = \lambda_{\infty} a$ – число Кнудсена, определяющее степень разреженности газа. Макропараметры газа, входящие в модельный интеграл столкновений, выражаются через функцию распределения f в виде интегралов по молекулярной скорости

$$n = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \zeta^2 \sin \omega f d\omega d\zeta, \quad nu = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \zeta^3 \sin \omega \cos \omega f d\omega d\zeta$$

$$E = \frac{3}{2} nT + nu^2 = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \zeta^4 \sin \omega f d\omega d\zeta \quad (1.2)$$

$$q_r = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \frac{1}{2} (\zeta \cos \omega - u) [(\zeta \cos \omega - u)^2 + (\zeta \sin \omega)^2] \zeta^2 \sin \omega f d\omega d\zeta$$

Начальное условие и граничное условие на бесконечности для функции распределения имеют вид

$$f(r, 0, \zeta, \omega) = f(r \rightarrow \infty, t, \zeta, \omega) = \pi^{-3/2} \exp(-\zeta^2) \quad (1.3)$$

Граничное условие на испаряющей поверхности формулируется в соответствии с [8]. Падающие на поверхность сферы молекулы подразделяются на две группы: первую составляют молекулы, конденсирующиеся на поверхности, а во вторую входят рассеивающиеся затем поверхностью по диффузному закону с полной тепловой accommodation, т.е. при температуре T_w . Этим группам соответствуют потоки молекул αI и $(1 - \alpha)I$, где

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \zeta^3 \cos \omega \sin \omega f d\omega d\zeta \quad (1.4)$$

α – коэффициент конденсации и одновременно коэффициент испарения.

Для молекул, движущихся от границы раздела фаз ($\zeta \cos \omega > 0$), примем граничное условие

$$f(1, t, \zeta, \omega) = [\alpha n_s + (1 - \alpha)n_w](\pi T_w)^{-3/2} \exp(-\zeta^2/T_w) \quad (1.5)$$

Здесь n_s – плотность насыщенного пара при температуре T_w , связанная с температурой и давлением обычным уравнением состояния. Плотность n_w соответствует молекулам, отраженным от поверхности сферы по диффузному закону, и определяется условием непротекания для составляющих вторую группу из числа падающих на поверхность молекул. Как и в [5], множитель $(1 - \alpha)$ выпадает, и n_w находится по обычной формуле при отсутствии потока массы через поверхность

$$n_w = -\frac{4\pi^{3/2}}{\sqrt{T_w}} I$$

В выражение для скорости потока испаряемой массы на плоскости раздела фаз, обозначенное через M_{ev}

$$M_{ev} = \iint_0^{\infty} \zeta^3 \cos \omega \sin \omega f d\omega d\zeta$$

подставляется функция распределения (1.5) при $\cos \omega > 0$ и, учитывая условие непротекания для n_w , получается массовая скорость испарения

$$M_{ev} = \alpha \left(\frac{n_s \sqrt{T_w}}{2\sqrt{\pi}} + I \right) \quad (1.6)$$

Сформулированная задача решалась численно методом конечных разностей.

2. Численный метод решения. Трудность численного решения задачи при малых числах Кнудсена связана с необходимостью достаточно точного расчета тонкого пристеночного слоя с большими градиентами макропараметров, практически формирующего все внешнее течение. В данной работе применяется улучшенный численный метод решения кинетического уравнения, основанный на неявной конечно-объемной схеме высокого порядка точности [9] и консервативном способе расчета макропараметров газа [10]–[12].

В переменных r, ω используется конечно-объемная сетка с центрами ячеек r_i, ω_j , в то время как по ζ разбиение проводится обычным образом с узлами ζ_k . В пристеночном слое Кнудсена сетка по пространственной переменной r является неравномерной, сгущающейся к поверхности сферы, с переменным размером ячейки $\Delta r_i = r_{i+1/2} - r_{i-1/2}$. Вне пристеночного слоя, в области внешнего течения, применяется равномерная сет-

ка с постоянным шагом ячейки $\Delta r_i \equiv h$. Для простоты по переменным ω , ζ используется равномерное разбиение с постоянными шагами $\Delta\omega$, $\Delta\zeta$.

Значения функции распределения в момент времени t^n для заданной ячейки сетки i, j, k обозначаются через f_{ijk}^n . Пусть также $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ – шаг по времени, $\delta f_{ijk} = f_{ijk}^{n+1} - f_{ijk}^n$. Неявная разностная схема [9] для уравнения (1.1) записывается в виде

$$\left[1 + \zeta_k \Delta t \cos \omega_j \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\zeta_k \Delta t \sin \omega_j}{r_i} \frac{\partial}{\partial \omega} \right] \delta f_{ijk} = \Delta t H_{ijk}^n, \quad (2.1)$$

где H_{ijk}^n – аппроксимация правой части уравнения (1.1) при $t = t^n$

$$\begin{aligned} H_{ijk}^n = & -\frac{\zeta_k \cos \omega_j}{\Delta r_i} (f_{i+1/2, jk}^n - f_{i-1/2, jk}^n) + \\ & + \frac{\zeta_k \sin \omega_j}{r_i \Delta \omega} (f_{ij+1/2, k}^n - f_{ij-1/2, k}^n) + \frac{1}{v_i^n} (f^+ - f)_{ijk}^n \end{aligned} \quad (2.2)$$

В выражении (2.2) значения функции распределения f на границах ячеек $f_{i+1/2, jk}$, $f_{ij+1/2, k}$ в пристеночном слое определяются по монотонным формулам второго порядка [13]. В области внешнего течения используются квазимоноотонные формулы пятого порядка аппроксимации [14].

Расчет одного шага по времени по схеме (2.1), (2.2) проводится в два этапа. На первом этапе кинетическое уравнение решается маршевой процедурой справа налево для молекул, летящих к сфере из бесконечности ($\cos \omega_j < 0$), и находится значение плотности n_w молекул, отраженных диффузно. Для аппроксимации производных в левой части (2.2) используются противопоточные формулы первого порядка точности. При этом схема (2.1) представляется как

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{\Delta t \zeta_k \cos \omega_j}{r_{i+1} - r_i} + \frac{\Delta t \zeta_k \sin \omega_j}{r_i \Delta \omega} \right] \delta f_{ijk} = \\ & = \Delta t \left[H_{ijk}^n - \frac{\zeta_k \cos \omega_j}{r_{i+1} - r_i} \delta f_{i+1, jk} + \frac{\zeta_k \sin \omega_j}{r_i \Delta \omega} \delta f_{i, j+1, k} \right] \end{aligned}$$

На втором этапе кинетическое уравнение решается для молекул, летящих от сферы ($\cos \omega_j > 0$) маршевой процедурой слева направо. Схема (2.1) записывается в виде

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\Delta t \zeta_k \cos \omega_j}{r_i - r_{i-1}} + \frac{\Delta t \zeta_k \sin \omega_j}{r_i \Delta \omega} \right] \delta f_{ijk} = \\ & = \Delta t \left[H_{ijk}^n + \frac{\zeta_k \cos \omega_j}{r_i - r_{i-1}} \delta f_{i-1, jk} + \frac{\zeta_k \sin \omega_j}{r_i \Delta \omega} \delta f_{i, j+1, k} \right] \end{aligned}$$

Макропараметры газа определяются согласно (1.2), в виде интегралов от функции распределения f по переменным ζ , ω . Однако прямая аппроксимация (1.2) при помощи квадратурной формулы нарушает консервативность метода, что затрудняет расчет при малых числах Кнудсена. Ввиду этого необходимо рассчитывать макропараметры газа по интегралу столкновений.

В расчетах макропараметры находятся с помощью консервативной процедуры, предложенной в [10, 11] для более простой модели Крука и обобщенной в [12] на S -модель. Основная идея [12] состоит в непосредственной дискретизации условий аппроксимации точного интеграла столкновений модельным, что автоматически гарантирует

консервативность численного метода. Для каждой пространственной ячейки i получается нелинейная система уравнений для определения n , u , T и q_r (индексы i и $n + 1$ опущены)

$$2\pi \sum_{j=0}^{N_\zeta} \sum_{k=1}^{N_\omega} (1, \zeta_k \cos \omega_j, \zeta_k^2, \zeta_k^3 \cos \omega_j)^T (f_{jk}^+ - f_{jk}^-) \zeta_k^2 \sin \omega_j A_{jk} = \left(0, 0, 0, -\frac{4}{3} q_r\right)^T \quad (2.3)$$

где A_{jk} – веса используемой составной квадратурой формулы четвертого порядка точности. Система (2.3) решается методом Ньютона, обеспечивающим квадратичную сходимость. В качестве очень хорошего начального приближения можно взять значения макропараметров, полученные непосредственной аппроксимацией (1.2) с помощью двумерной квадратуры с весами A_{jk} . Как правило, достаточно двух итераций до сходимости.

Поскольку интеграл столкновений в (2.2) аппроксимируется на нижнем слое, порядок аппроксимации по времени – первый, по переменным r , ω – определяется точностью вычисления производных в (2.2) и порядком квадратуры, используемой в (2.3).

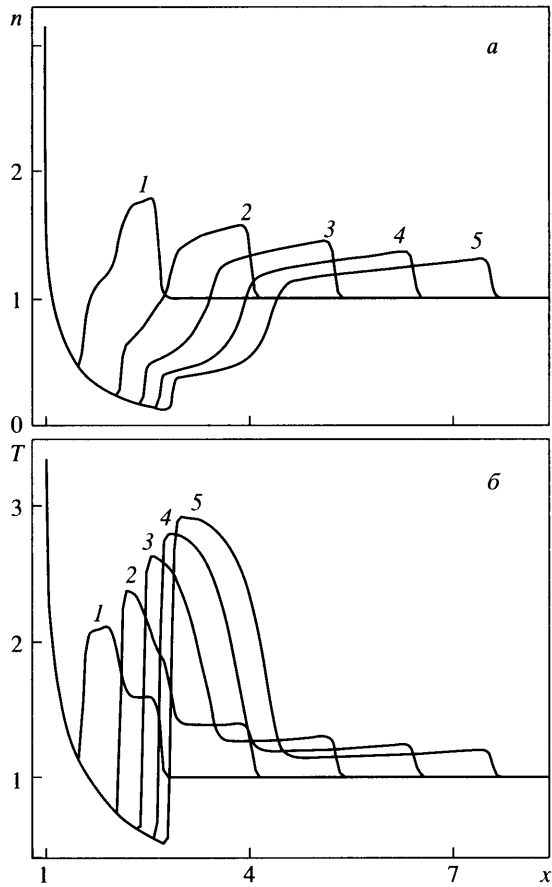
Получить условие устойчивости численного метода в общем случае не представляется возможным в силу существенной нелинейности кинетического уравнения. В частном случае свободномолекулярного течения $K_n = \infty$ и чистого испарения $\alpha = 1$ (граничное условие не зависит от времени) метод абсолютно устойчив для любого шага по времени. В практических расчетах для конечных чисел Кнудсена и произвольных значений коэффициента испарения шаг по времени выбирается по правилу

$$\Delta t \leq \left(\max_i \tau_i, K_{Kn} \frac{\Delta r_1}{\zeta}, K_\infty \frac{h}{\zeta} \right)$$

Здесь K_{Kn} , K_∞ – числа Куранта, посчитанные по наименьшей пространственной ячейке в слое Кнудсена и в области внешнего течения соответственно. Для аккуратного расчета нестационарной части течения принималось $K_\infty = 0.9$. В то же время для слоя Кнудсена использовалось значение $K_{Kn} \approx 10^5$. Заметим, что в силу условия $\Delta r_i \leq \tau_i \ll h$ в практических расчетах шаг по времени всегда выбирается таким образом, что внешнее течение рассчитывается с маленьким числом Куранта, т.е. явным образом.

В целом полученный численный метод позволяет эффективно вести расчет течений на большие времена $t \gg 1$. При этом в области внешнего течения используется пространственная сетка с макроскопическим шагом $h \approx Kn^{1/2}$, в то время как в пристеночном слое применяется очень подробная сетка с кинетическим шагом $\Delta r_i < Kn/n$. Отметим, что метод хорошо подходит для исследования стационарных режимов испарения установлением решения. Действительно, для стационарного испарения $\delta f_{ijk} \equiv 0$ и схема (2.1) сводится к условию $H_{ijk} = 0$, что в точности соответствует аппроксимации стационарного решения. Консервативность метода по оператору столкновений гарантирует, что стационарное решение выдерживается для неограниченного числа шагов по времени.

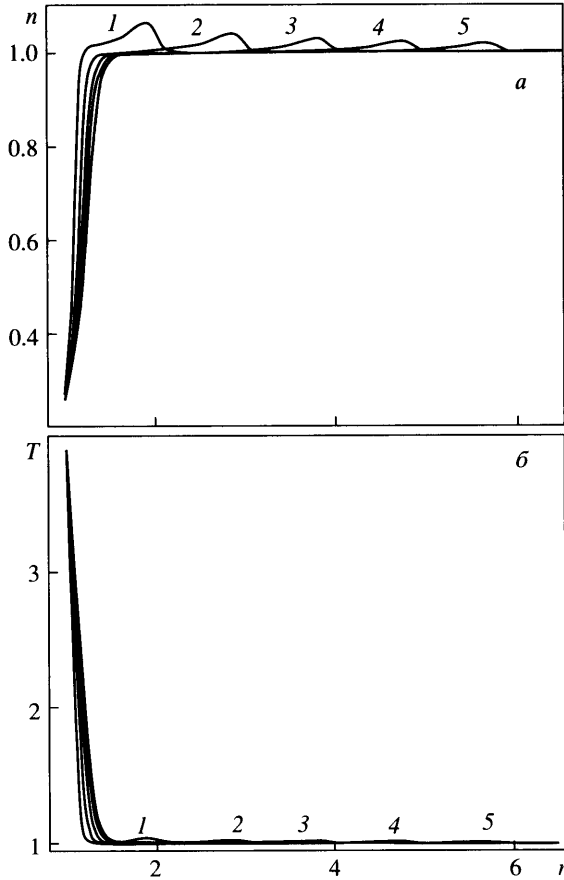
3. Анализ результатов. Все приводимые ниже результаты относятся к случаю $\mu = T$, что соответствует межмолекулярному взаимодействию по закону максвелловских сфер. Как и в [3], все расчеты выполнены для $T_w = 4$ и числа $Kn = 10^{-3}$. При данных значениях T_w и Kn изучается влияние плотности испарения молекул n_s и коэффициента испарения α . Заметим, что дальнейшее уменьшение числа Кнудсена практически не меняет картину течения, но ведет к существенному росту затрат машинного времени. Все результаты получены сквозным расчетом по кинетическому уравнению с использованием $\Delta \zeta = 0.4$; $\Delta \omega = \pi/20$; $h = 0.05-0.1$. В пристеночном слое $1 \leq r \leq 1.5$ размер ячейки пространственной сетки выбирался таким образом, чтобы разрешить слой Кнудсена, т.е. полагалось $\Delta r_i \leq Kn/n$.



Фиг. 1. Профили 1–5 плотности n (а) и температуры T (б) в моменты времени $t = 1, 2, 3, 4, 5$ и $\alpha = 1, n_s = 5$

Общее представление о характере течения и о влиянии коэффициента испарения α дают фиг. 1–5, на которых изображены профили плотности и температуры газа в моменты времени $t = 1, 2, 3, 4, 5$ для значения плотности испаренных молекул $n_s = 5$. Представлены результаты для пяти различных значений коэффициента испарения: $\alpha = 0; 0.1; 0.2; 0.4$ и 1 . При этом случай $\alpha = 1$ соответствует чистому испарению, в то время как при $\alpha = 0$ испарения вообще нет, а имеет место только теплоотдача. При $0 < \alpha < 1$ картина течения определяется как теплопередачей, так и испарением с поверхности сферы.

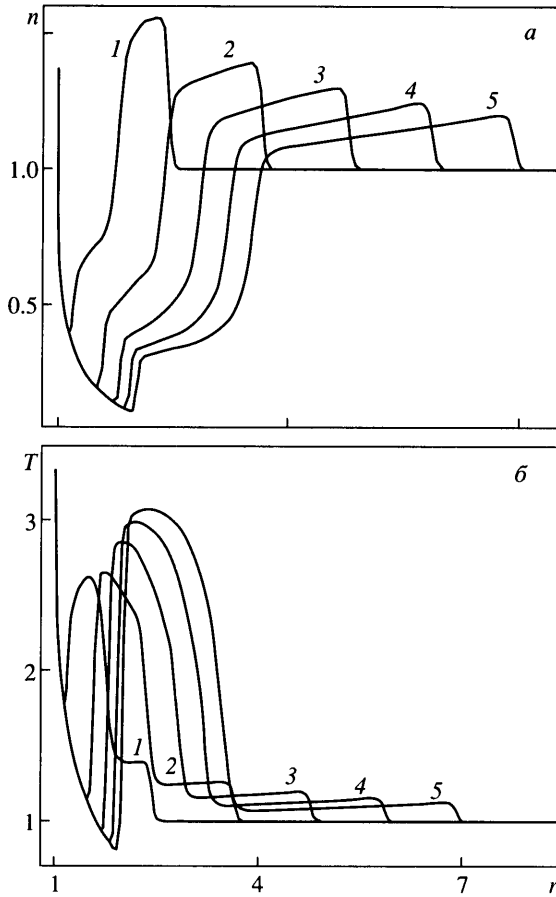
Случай чистого испарения иллюстрирует фиг. 1. Для данного $\alpha = 1$ поток энергии связан исключительно с потоком массы. Течение разбивается на внутреннюю пристеночную и внешнюю газодинамическую области. В пристеночной области происходит расширение выделившегося газа, характеризуемое резким падением плотности и температуры и ростом скорости потока. Качественно расширение идет по газодинамическому закону сверхзвукового истечения от сферического источника в вакуум. Стадия расширения газа заканчивается внутренней ударной волной, распространяющейся с уменьшающейся скоростью. С другой стороны, выделившийся в процессе испарения газ воздействует на окружающий фоновый газ и сжимает его, образуя внешнюю удар-

Фиг. 2. То же, что и на фиг. 1, для $\alpha = 0$

ную волну. Границей раздела между двумя областями приблизительно является тонкая зона перемешивания, переходящая в газодинамическом пределе $Kn \rightarrow 0$ в контактный разрыв.

Противоположный предельный режим $\alpha = 0$, представленный на фиг. 2, соответствует чистому теплообмену, при этом поток энергии имеет только молекулярную составляющую. В этом случае также образуется течение с ударной волной, распространяющейся по газу с меньшей скоростью и амплитудой, чем при $\alpha = 1$. Теплоотдача происходит в довольно толстом слое, где температура резко падает, а плотность почти линейно возрастает по r . Скорость потока у стенки пропорциональна координате r . Стационарных областей в течении нет. Заметим, что для заданных значений n_s , T_w и Kn интенсивность ударной волны быстро падает со временем и для $t = 5$ ударная волна практически вырождается в звуковую.

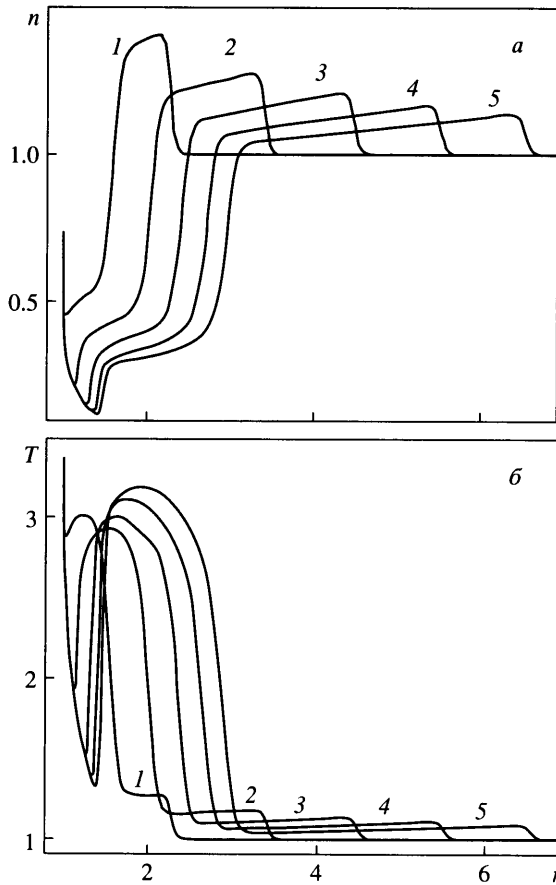
В промежуточном случае $0 < \alpha < 1$ имеют место как теплопередача, так и испарение с поверхности сферы. Качественно характер течения определяется наличием конвективной составляющей в потоке энергии. При достаточно больших значениях $\alpha \geq 0.4$ картина течения близка к случаю чистого испарения (фиг. 1), с некоторыми количественными отличиями. Так, в профилях плотности и температуры газа, представленных на фиг. 3, 4, прослеживается пристеночная область, в которой профили макропараме-



Фиг. 3. То же, что и на фиг. 1, для $\alpha = 0.4$

тров в различные моменты времени ложатся на одну универсальную кривую, соответствующую расширению газа по закону сферического источника. Количественные различия состоят в замедлении ударной волны, а также в некотором перераспределении значений параметров. Так, температура в пристеночной области становится выше (возрастает роль молекулярного нагрева без испарения), а плотность падает. В целом с уменьшением α протяженность пристеночной зоны сокращается, и внутренняя ударная волна приближается к поверхности сферы. Для $\alpha = 0.1$ пристеночная зона практически сливается со внутренней ударной волной (см. фиг. 5) и структура течения начинает напоминать случай чистой теплопередачи.

Влияние параметра n_s на картину течения иллюстрирует фиг. 6, на которой представлена бегущая волна плотности в те же моменты времени ($t = 1-5$), но для более интенсивного чистого испарения, соответствующего $n_s = 25$, $\alpha = 1$. Заметим, что в случае одномерного нестационарного испарения [5] рост плотности испаренных молекул n_s приводит к качественному изменению картины течения, состоящему в появлении увеличивающейся пристеночной зоны. В этой зоне расширение выделившегося пара происходит подобно тому, как это имеет место при испарении в вакуум [15]. Однако в случае испарения с поверхности сферы качественная картина течения сохраняется. Количественные изменения проявляются в увеличении скоростей ударных волн, рас-

Фиг. 4. То же, что и на фиг. 1, для $\alpha = 0.2$

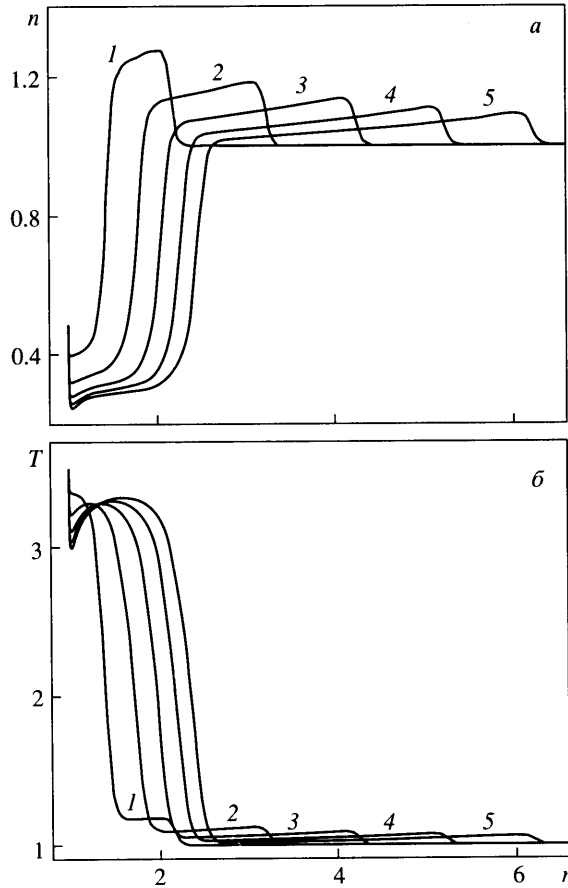
пространяющихся в газе, а также в более существенном падении плотности и температуры газа в пристеночной области.

На той же фиг. 6 приведены профили макропараметров газа для $t = 5$, при этом часть кривой плотности, соответствующая слою Кнудсена, не показана. Хорошо видна структура контактного разрыва (зоны перемешивания), разделяющего испаренный и первоначальный фоновый газ. Как и положено, плотность и температура газа меняются скачкообразно при переходе через контактный разрыв, в то время как скорость непрерывна.

Заметим, что решение во внешней области существенно нестационарно даже для больших времен при всех значениях коэффициента испарения α . Во внутренней области его можно считать приближенно установившимся на некотором расстоянии от контактного разрыва при $t \gg 1$ и достаточно большом значении α .

Для исследования влияния α и плотности n_s на скорость испарения M_{ev} эта величина относится к своему предельному свободномолекулярному значению M_{ev}^∞ при $\text{Kn} = \infty$, $\alpha = 1$, определяемому формулой $M_{ev}^\infty = n_s(\sqrt{T_w} - 1)/(2\sqrt{\pi})$, и обозначается той же буквой.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что согласно (1.6) массовая скорость M_{ev} прямо пропорциональна α . Это наводит на мысль о возможности легкого

Фиг. 5. То же, что и на фиг. 1, для $\alpha = 0.1$

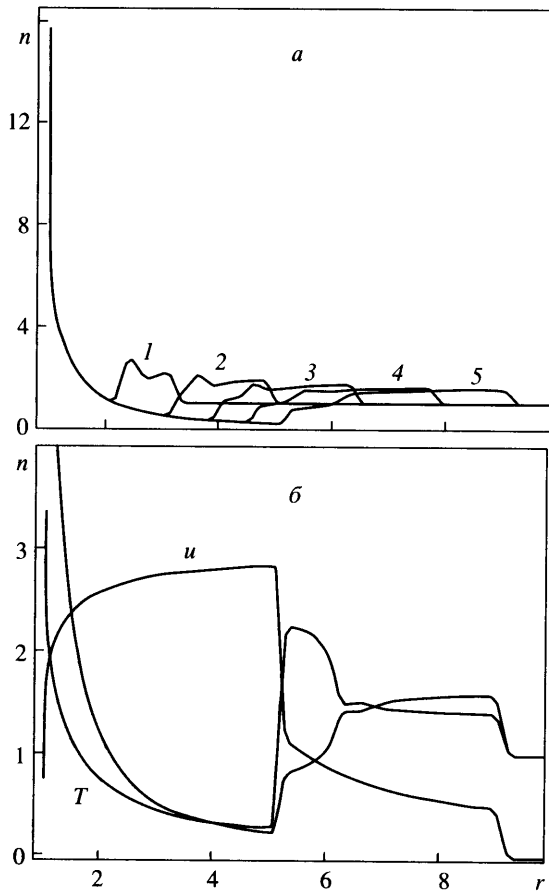
пересчета величины M_{ev} на любой заданный коэффициент испарения, если задача решена для некоторого α , например для $\alpha = 1$. Однако зависимость M_{ev} от α нелинейна и неизвестна в силу того, что входящая в правую часть выражения (1.6) функция распределения f сама зависит от параметра α .

Числовые значения, характеризующие зависимость M_{ev} от α и n_s , приведены ниже.

α	0	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0
$M_{ev}, n_s = 5$	0	0.1065	0.3172	0.5106	0.6913	0.8603	0.9408
$M_{ev}, n_s = 25$	0	0.1001	0.2901	0.4668	0.6314	0.7854	0.8585
n_s	5	10	15	25	100	200	500
$M_{ev}, \alpha = 1$	0.9408	0.8882	0.8718	0.8585	0.8446	0.8428	0.8406

Как и в одномерном случае [5], величина расхода слабо отличается от пропорциональной зависимости, причем отклонение увеличивается с ростом n_s до 5% в зависимости от α . Для $n_s \geq 5$ расход падает монотонно со временем от 1 до предельного значения, в то время как для $n_s \leq 5$ зависимость расхода от t немонотонная: M_{ev} сначала уменьшается, а затем снизу выходит на предельное значение при $t \rightarrow \infty$.

Изменение расхода от плотности испаренных молекул n_s для фиксированного значения $\alpha = 1$ приведено выше. С ростом n_s значение расхода монотонно падает и стре-



Фиг. 6. Бегущие профили 1–5 плотности газа для $t = 1, 2, 3, 4, 5$ (а) и профили макропараметров газа при $t = 5$ (б) для сильного испарения: $\alpha = 1, n_s = 25$

мится к предельной величине $M_{ev} \approx 0.84$, что хорошо согласуется с результатами одномерных расчетов.

Заключение. Построено решение задачи о нестационарном испарении и теплопередаче с поверхности эмитируемых молекул. Показано, что характер течения существенно зависит от этого коэффициента. При малых значениях коэффициента движение газа может оказаться всюду нестационарным, включая область вблизи сферы. Скорость испарения отклоняется от прямой пропорциональности его коэффициенту и для фиксированного значения этого коэффициента выходит на предельную величину с ростом плотности испускаемых молекул.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 04-01-00347).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жук В.И. Сферическое расширение пара при испарении капли // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 2. С. 97–102.
2. Жук В.И. Кинетика испарения сферической капли // Численные методы в динамике разреженных газов. М.: ВЦ АН СССР, 1979. Вып. 4. С. 69–90.

3. Тумарев В.А., Шахов Е.М. Численное исследование сильного нестационарного испарения с поверхности сферы // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. Т. 44. № 7. С. 1314–1328.
4. Шахов Е.М. Установившееся течение разреженного газа от сферического источника или стока // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 2. С. 58–66.
5. Тумарев В.А., Шахов Е.М. Теплоотдача и испарение с плоской поверхности в полупространстве при внезапном повышении температуры тела // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 1. С. 141–153.
6. Шахов Е.М. Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 142–145.
7. Шахов Е.М. Метод исследования движений разреженного газа. М.: Наука, 1974. 207 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.
9. Иванов М.Я., Нигматуллин Р.З. Неявная схема С.К. Годунова повышенной точности для численного интегрирования уравнений Эйлера // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 11. С. 1725–1735.
10. Mieussens L. Discrete-velocity models and numerical schemes for the Boltzmann-BGK equation in plane and axisymmetric geometries // J. Comput. Phys. 2000. V. 162. № 2. P. 429–466.
11. Gusarov A.V., Smurov I. Gas-dynamic boundary conditions of evaporation and condensation: numerical analysis of the Knudsen layer // Phys. Fluids. 2002. V. 14. № 12. P. 4242–4255.
12. Titarev V.A. Towards fully conservative numerical methods for the nonlinear model Boltzmann equation // Preprint NI03031-NPA. Isaac Newton Institute for Math. Sci. Univ. Cambridge. UK, 2003. 13 p.
13. Колган В.П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных течений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.
14. Jiang G.S., Shu C.W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. 1996. V. 126. № 1. P. 202–228.
15. Анисимов С.И., Рахматулина А.Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. Вып. 3. С. 869–876.

Москва

Поступила в редакцию
29.IV.2004