

УДК 533.6.011.5:533.7

© 2005 г. Р. В. МАЛЬЦЕВ, А. К. РЕБРОВ

## ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПОЛОСЫ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

Методом прямого статистического моделирования исследовано сверхзвуковое обтекание плоской полосы, нормальной к потоку, одноатомным газом, состоящим из частиц в виде твердых сфер. Расчеты проведены в диапазонах числа Кнудсена 0.015–5 и числа Маха 1.8–15. Систематически исследованы структура сжатого слоя и аэродинамические характеристики при числе Маха 5 и различных числах Кнудсена. Найдены зависимости толщины сжатого слоя в длинах свободного пробега молекул. Неравновесные процессы в окрестности полосы описаны по данным об анизотропии значений температур по трем координатам.

*Ключевые слова:* разреженный газ, гиперзвуковое обтекание, полоса, сжатый слой, анизотропия температур, сопротивление, теплообмен.

Обтекание плоской пластины как тела простейшей канонической формы представляет неизменный интерес в исследованиях по аэродинамике и, в частности, по динамике разреженных газов. Основное внимание уделено обтеканию пластины при нулевом и малом угле атаки [1–6]. Ряд теоретических исследований посвящен поперечному обтеканию пластины [7–10].

Экспертный анализ поперечного обтекания плоской пластины гиперзвуковым потоком и его результаты в [7] объясняют трудности проблем теоретического моделирования и описания течения в разных режимах. В зависимости от условий увеличение числа Маха может приводить как к усилению, так и к ослаблению влияния разреженности [7]. По этой и ряду других причин, в частности из-за ограниченности вычислительных мощностей, опубликованные исследования не позволяют составить завершенное описание обтекания полосы с учетом особенностей влияния разреженности.

Среди новых наукоемких технологий особое место занимают методы получения тонких пленок, в частности, осаждением тяжелых примесных молекул, ускоренных в расширяющемся легком газе [11]. Это стимулирует исследования поперечного обтекания мишеней в виде пластин смесью газов с сильно различающимися молекулярными массами. Причина этого интереса заключается в следующем. Современные тенденции газоструйного осаждения пленок в значительной мере носят поисковый характер; методы осаждения развиты для условий, когда у подложки (мишени) практически не формируется сжатый слой, что имеет место при расположении подложки на большом расстоянии от струйного источника в глубоком вакууме. При этом ускоренные в струе тяжелые молекулы сталкиваются с поверхностью мишени с высокой энергией, достигнутой в легком газе. Альтернативой этому процессу, дорогому из-за необходимости реализовать его в глубоком вакууме, может быть процесс при более высокой плотности, когда за ударной волной у поверхности мишени формируется сжатый слой. В этом слое не должна поглощаться сколько-нибудь значительная часть энергии ускоренных молекул. Поиск оптимальных условий для напыления лежит на пути систематических газодинамических исследований.

Этап такой работы, составляющей содержание данной статьи, – исследование структуры потока у полосы в однородном газе. Сведения по газодинамике поперечно-

го обтекания полосы (пластины) представляют общий интерес и не опускаются из изложения. Задача решается методом прямого статистического моделирования, позволяющим изучать структуру потока, определять макроскопические параметры и получать данные о функции распределения, использованные в основном для описания анизотропии температур как характеристики неравновесности течения.

**1. Постановка задачи, граничные условия и особенности алгоритма.** Аналогично исследованию [10] рассматривается сверхзвуковое обтекание полосы бесконечной пластины шириной  $h$ , установленной нормально к потоку однородного одноатомного газа. Выбрана прямоугольная расчетная область, имеющая границы, не оказывающие влияния на структуру течения около полосы, включая и дозвуковой след за ней до выхода в сверхзвуковую область. Расчеты проведены в диапазоне числа Маха в невозмущенном потоке:  $M_\infty \sim 1.8$ –15. Систематические исследования велись для  $M_\infty = 5$ . Эта величина выбрана из соображений оптимизации условий газоструйного осаждения. При достижении изого числа Маха при адиабатическом расширении газа в струе более 90% энтальпии торможения обращается в энергию поступательного движения. Для расчетов заданы температуры торможения  $T_0$  и поверхности пластины  $T_w$ . Вариации  $t_w = T_w/T_0$  ограничены значениями 0.01, 1 и 2. Число Кнудсена для полосы, определенное как  $Kn_\infty = \lambda_\infty/h$  ( $\lambda_\infty$  – средняя длина свободного пробега молекул в невозмущенном потоке,  $h$  – высота пластины), варьировалось в диапазоне 0.015–5. На границах расчетной области принято максвелловское распределение скоростей влетающих молекул.

По условиям симметрии двумерного течения рассматривалась только половина области, ограниченная зеркальной поверхностью в плоскости симметрии. Размер ячеек выбирался примерно равным  $\lambda_\infty/5$ . В области перед пластиной шаг сетки плавно уменьшался до  $\lambda_\infty/10$  и даже до  $\lambda_\infty/30$  (при  $t_w = 0.01$ ) для лучшего описания пристеночного слоя с высокой плотностью. Число частиц в мелких ячейках составляло порядка 2–3, в крупных – до 50.

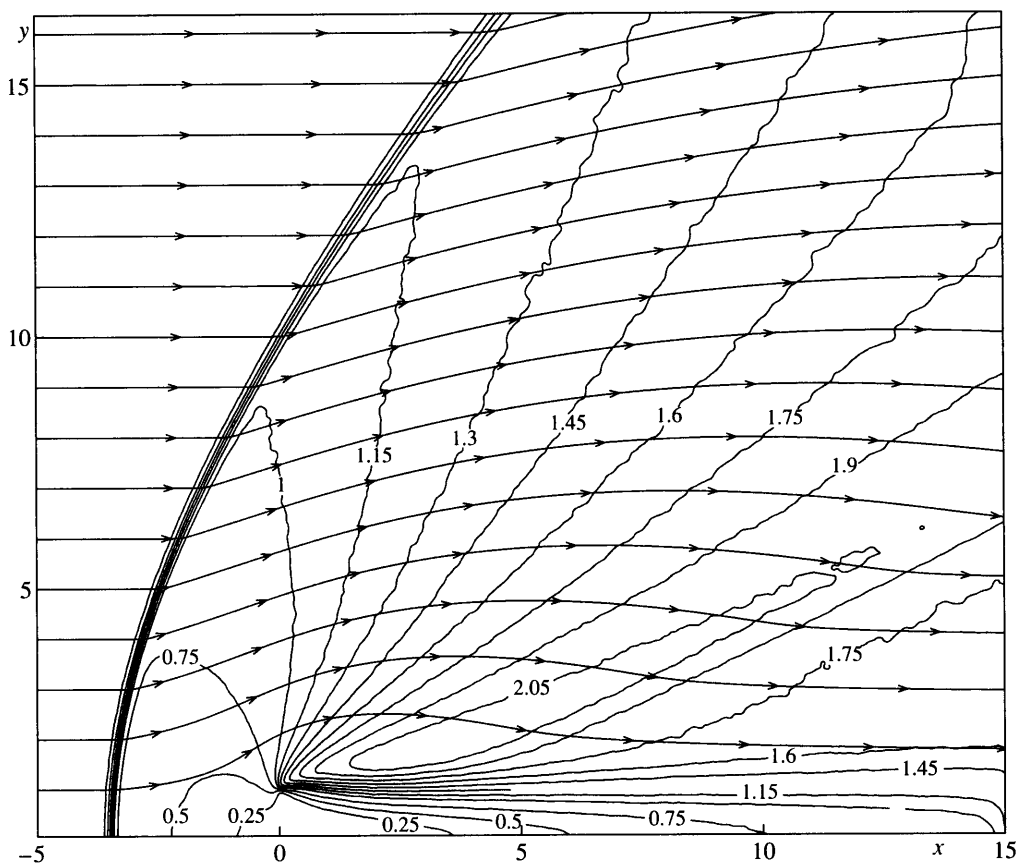
При анализе сжатого слоя за условное его начало принята точка на линии симметрии, до которой скорость набегающего потока понижается на 10%. Это необходимо для понимания процессов в зоне, где происходит существенное торможение примесных молекул в основном потоке.

**2. Описание алгоритма.** Для расчетов использован алгоритм прямого статистического моделирования (ПСМ), в основе которого лежит метод [12]. Сущность алгоритма состоит в следующем: 1) расчетная область двумерна и разбита на ячейки прямоугольной сеткой; 2) температура полосы фиксирована, отражение молекул от нее – диффузное при полной термической аккомодации; 3) молекулы взаимодействуют между собой как твердые шары; 4) алгоритм обработки столкновений принят по методике [12].

При разработке алгоритма использован способ улучшения статистики: основной цикл состоит из четырех фаз: 1) перемещение частиц, 2) сбор данных для статистики, 3) столкновение частиц, 4) повторный сбор данных. В оригинальном методе [12] сбор данных проводится только после обработки столкновений, в [13] же показано, что двойной сбор данных (до и после столкновений) дает лучшую оценку параметров.

Тестирование алгоритма проводилось путем решения задач о поперечном обтекании пластин и сравнения с данными в [12]; получено совпадение с приведенными там результатами.

**3. Расчет течения около пластины при малых сверхзвуковых числах Маха и сравнение с решением уравнений Навье–Стокса.** Сравнение решений методом ПСМ и уравнений Навье–Стокса – для рассматриваемой задачи проведено при  $M_\infty = 1.8$ ,  $Kn_\infty = 0.015$ ,  $t_w = 1$ . Течения при  $M_\infty > 1.8$  не могут быть корректно описаны решением уравнений Навье–Стокса из-за наличия неравновесности в ударной волне, а при  $Kn_\infty < 0.015$  требуются чрезмерно большие затраты вычислительных ресурсов при расчете методом ПСМ. Численное решение уравнений Навье–Стокса для указанного режима лю-

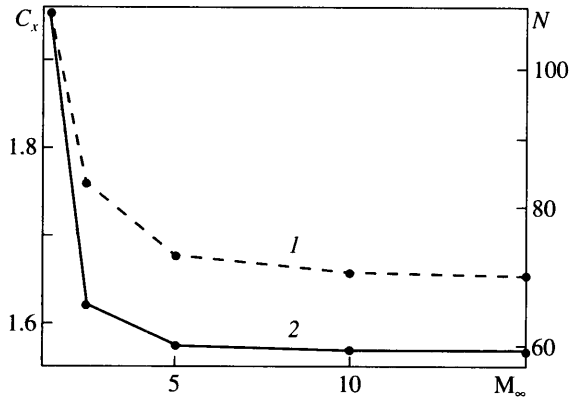


Фиг. 1. Линии тока и постоянных чисел Маха при  $M_\infty = 1.8$ ,  $Kn_\infty = 0.015$ ,  $t_w = 1$ ; положение половины полосы:  $x = 0$ ,  $y = 0.1$

безно предоставлено П.А.Сковородко. Иллюстрация расчета методом ПСМ дана на фиг. 1. Линии тока сопровождаются стрелками, на изомахах указаны числа Маха. Следует иметь в виду, что правая самая верхняя область течения искажена при решении методом ПСМ из-за влияния граничных условий на боковой поверхности. Отметим также, что значения числа Маха, определенного по местной скорости и средней температуре  $T = (T_x + T_y + T_z)/3$  (в скобках указаны температуры по координатам), имеют условный оценочный характер в зонах с сильной неравновесностью.

Сравнение параметров слева от полосы по расчетам двумя методами показало хорошее согласие. Справа от полосы, ниже изолинии с числом Маха 1.9 поля параметров различны. Это различие связано с неравновесностью течения в этой области, возникающей вследствие низкой плотности. Характерное число Кнудсена здесь может превышать соответствующее число  $Kn_\infty$  на два порядка. Для таких условий уравнения Навье–Стокса неприменимы.

Неожиданным оказалось наличие в возмущенном потоке области с числом  $M > 2$ , что превышает число  $M_\infty$ . При этом скорость в этой области выше, а температура ниже тех же параметров в невозмущенном набегающем потоке. Появление этой области можно объяснить расширением газа в сильно разреженную область за пластиной.



Фиг. 2. Зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  и числа длин свободного пробега  $N$  в ударной волне и сжатом слое от  $M_\infty$  при  $Kn_\infty = 0.1$  и  $T_w/T_0 = 1$ : 1 –  $C_x$ , 2 –  $N$

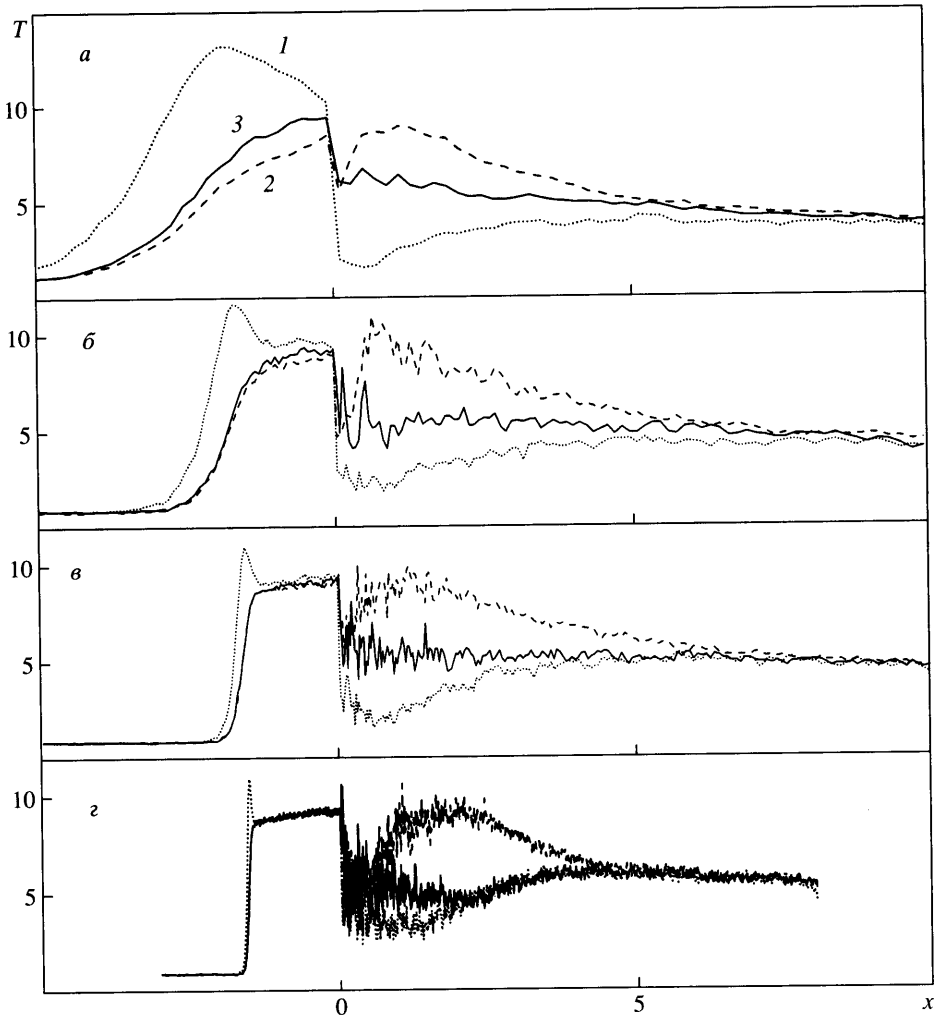
**4. Зависимость структуры потока от чисел Маха и Кнудсена.** Коэффициент аэродинамического сопротивления при внешнем обтекании тел с увеличением числа  $M_\infty$  уменьшается и приближается к постоянной величине. Это подтверждается проведенными расчетами и для плоской пластины. На фиг. 2 приведена зависимость коэффициента сопротивления  $C_x = F_w / (S \rho_\infty V_\infty^2 / 2)$  от  $M_\infty$  при  $Kn_\infty = 0.05$ ,  $t_w = 1$ . Здесь  $F_w$  – сила, действующая на полосу,  $S$  – площадь обращенной к потоку поверхности полосы,  $\rho_\infty$  – плотность газа в невозмущенном потоке,  $V_\infty$  – скорость потока. При числе  $M_\infty > 5$  величина  $C_x$  остается практически неизменной. Эта важная характеристика обтекания связана с изменением структуры потока в окрестности пластины при увеличении числа  $M_\infty$ . Наглядно это изменение характеризуется зависимостью числа длин свободного пробега молекул  $N$  в ударной волне и сжатом слое на той же фигуре. Здесь  $N$  определено как

$$N = \int \frac{dx}{\lambda(x)}$$

где  $\lambda(x)$  – локальная средняя длина свободного пробега. Интеграл берется вдоль линии симметрии: от точки, где скорость составляет  $0.9 V_\infty$ , до пластины. При том же числе Кнудсена качественно она имеет такой же характер, как и  $C_x$ . Эта корреляция заслуживает внимания и порождает интерес к определению зависимости  $N = f(M_\infty)$  в широком диапазоне  $Kn_\infty$ , включающем условия существенной перестройки потока.

На фиг. 3 показаны распределения поступательных температур по направлениям вдоль плоскости симметрии перед полосой и за ней при  $M_\infty = 5$  и различных  $Kn_\infty$ .

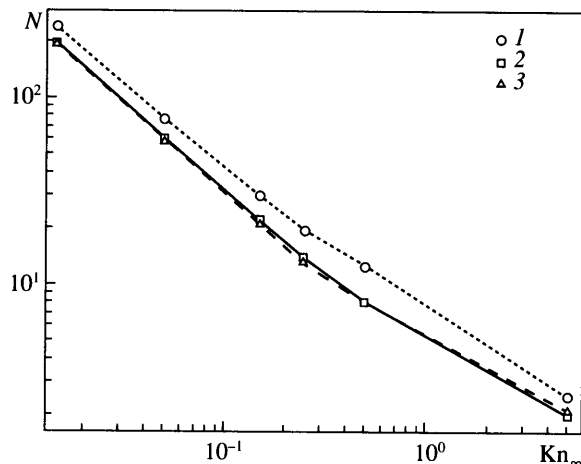
Графики на фиг. 3, а соответствуют условиям полного сращения ударной волны со сжатым слоем при существенной неравновесности, характеризуемой анизотропией температур. Перед полосой выполняется условие  $T_x > T_z > T_y$  ( $x$  – направление невозмущенного потока,  $y$  – направление перпендикулярно плоскости симметрии,  $z$  – вдоль длины полосы), за полосой –  $T_x < T_z < T_y$ . Для протяженной зоны отрыва характерна сильная неравновесность. Уменьшение числа  $Kn_\infty$  в 3 раза (фиг. 3, б) приводит к формированию изолированного от ударной волны сжатого слоя с сохранением анизотропии температур. Ударную волну в этом случае можно считать отсоединенной. При дальнейшем уменьшении числа Кнудсена до 0.05 (фиг. 3, в) сжатый слой становится отчетливо выраженным, сохраняя слабую анизотропию температур. При  $Kn_\infty = 0.015$



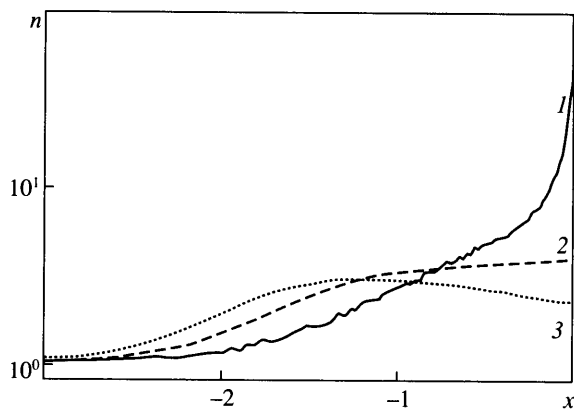
Фиг. 3. Температурная анизотропия в плоскости симметрии при  $M_\infty = 5$ ,  $t_w = 1$ : а-г –  $\text{Kn}_\infty = 0.5, 0.15, 0.05, 0.015$ ; 1 –  $T_x$ , 2 –  $T_y$ , 3 –  $T_z$

(фиг. 3, г) температурная анизотропия в сжатом слое исчезает. Фронтальная поверхность пластины обтекается сплошной средой. Неравновесность же за пластиной сохраняется при всех рассмотренных числах Кнудсена. Обращает на себя внимание превышение  $T_x$  над другими температурами в ударной волне и в сжатом слое, вырождающееся в случае г в известный пик “продольной” температуры в ударной волне.

Для наиболее интересного в сформулированной постановке задачи числа  $M_\infty = 5$  на фиг. 4 показана зависимость числа длин свободного пробега  $N$  в ударной волне и в сжатом слое от числа  $\text{Kn}_\infty$  при температурных факторах  $t_w = 0.01, 1$  и  $2$ . Характерная особенность – прямая пропорциональность  $N = f(\text{Kn}_\infty)$  в диапазоне  $\text{Kn}_\infty = 0.015-0.15$ , а также слабая зависимость  $N$  от  $t_w$ : при  $t_w$ , равном 1 и 2, кривые практически совпадают, а при  $t_w = 0.01$  величина  $N$  возрастает примерно в 1.5 раза, что связано с наличием пристеночного слоя. Распределение плотности в пристеночном слое для различных температур дано на фиг. 5.



Фиг. 4. Зависимости числа длин свободного пробега  $N$  в ударной волне и сжатом слое в плоскости симметрии от числа  $Kn_\infty$  при числе  $M_\infty = 5$ :  $1-3 - t_w = 0.01, 1, 2$



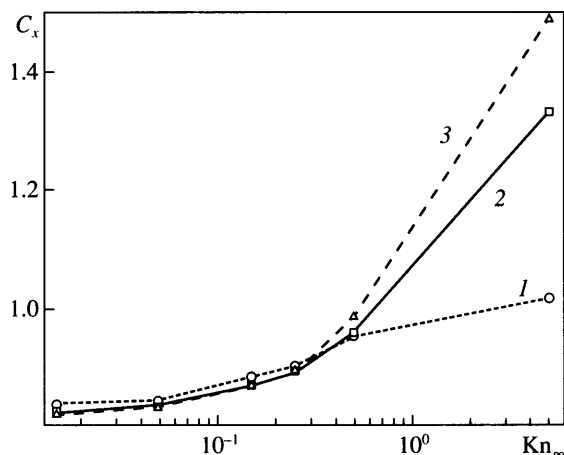
Фиг. 5. Распределение плотности в плоскости симметрии перед пластиной при  $Kn_\infty = 0.25$ ,  $M_\infty = 5$ :  $1-3 - t_w = 0.01, 1, 2$

Полученные сведения позволяют по крайней мере качественно, а в грубом приближении и количественно оценить возможное торможение тяжелых молекул в сжатом слое, пользуясь данными о его оптической толщине.

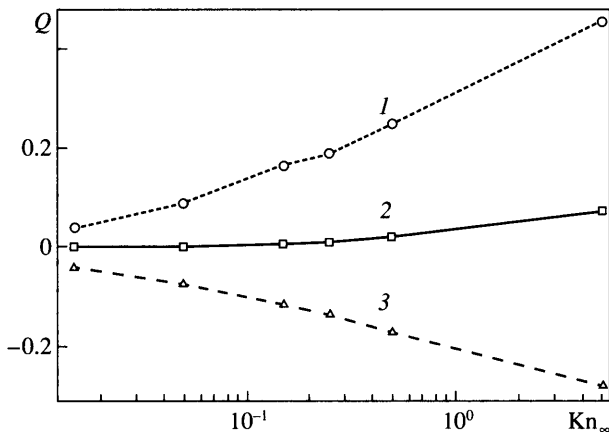
**5. Аэродинамические характеристики пластины.** Аэродинамические характеристики представлены в виде зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  и среднего потока тепла  $Q$  на пластину, нормированного на поток энергии  $\rho_\infty V_\infty^3/2$ , от  $Kn_\infty$  при разных  $t_w$ .

Коэффициент сопротивления  $C_x$  уменьшается с падением  $Kn_\infty$ , стремясь к некоторому постоянному значению при переходе течения к сплошному. Это видно из табл. 1 и графика на фиг. 6. При  $Kn_\infty < 0.5$  коэффициент сопротивления практически не зависит от температурного фактора.

Кроме того, проведено сравнение  $C_x$  с результатами [10]. Для этого рассчитаны значения коэффициента аэродинамического сопротивления для свободномолекулярного



Фиг. 6. Зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  от числа  $Kn_\infty$  при числе  $M_\infty = 5$ ; обозначения те же, что и на фиг. 4



Фиг. 7. Зависимости нормированного потока тепла  $Q$  на пластину от числа  $Kn_\infty$  при числе  $M_\infty = 5$ ; обозначения те же, что и на фиг. 4

течения  $C_{fm}$ . Коэффициент  $C_{fm}$  равен 2.167, 3.235, 3.724 для  $t_w = 0.01, 1$  и 2. Сопоставление полученных значений  $C_x/C_{fm}$  при  $t_w = 1$  с результатами [10] показано в табл. 2.

Относительный поток тепла  $Q_x$  также падает по модулю с уменьшением  $Kn_\infty$  (фиг. 7). Знак  $Q_x$  показывает его направление. Видно, что при  $t_w = 1$  тепловой поток направлен к пластине, что указывает на то, что температура восстановления выше температуры торможения при этом температурном факторе.

Установлено, что вклад донного давления в равнодействующую силу на пластину не превышает 2%. Систематическое исследование течения в донной области проведено в [14] на основе решения уравнения Больцмана с модельным оператором столкновений. Расчет для одного из случаев ( $U_\infty = 5, Kn_\infty = 1$ , с температурами пластины  $13 T_\infty$  с наветренной стороны и  $3.7 T_\infty$  со стороны донной области), но с применением модели молекул твердых сфер с переменным радиусом вместо максвелловской, показал, что значение плотности в донной области примерно на 30% ниже. Это расхождение можно считать удовлетворительным.

Таблица 1

$\text{Kn}_\infty$	$C_x, t_w = 0.01$	$C_x, t_w = 1$	$C_x, t_w = 2$
5	2.04	2.67	2.98
0.5	1.91	1.92	1.97
0.25	1.80	1.79	1.79
0.15	1.77	1.74	1.74
0.05	1.69	1.68	1.67
0.015	1.68	1.65	1.65

Таблица 2

$\text{Kn}_\infty$	$C_x/C_{fm}$	$C_x/C_{fm}$ [10]
5	0.82	0.86
0.5	0.60	0.61
0.25	0.55	0.57
0.15	0.54	0.55

**Заключение.** Решение задачи о гиперзвуковом обтекании полосы газом низкой плотности методом прямого статистического моделирования позволило получить сведения о структуре возмущенной области на макроскопическом и молекулярном уровнях. В частности, для малых чисел Маха установлено существование в возмущенной за пластиной области зоны с числом Маха, превосходящим значение последнего в невозмущенном потоке. Данные о структуре сжатого слоя в широком диапазоне числа Кнудсена с количественной характеристикой температурной анизотропии при  $M_\infty = 5$  свидетельствуют о существенном отклонении от максвелловского распределения скоростей молекул и, как следствие, о температурной анизотропии уже при  $\text{Kn}_\infty > 0.05$ . Число длин свободного пробега в ударном и сжатом слоях, характеризующее оптическую толщину этой области, слабо зависит от  $t_w$  и определяется существенным образом числом  $\text{Kn}_\infty$ . К результатам по аэродинамике относятся данные о влиянии температурного фактора на аэродинамическое сопротивление и теплообмен в широком диапазоне числа  $\text{Kn}_\infty$ .

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 03-01-002-13) и грантом президента РФ для ведущих научных школ (№ 910.2003.1).

Авторы признательны П.А. Сковородко и М.Ю. Плотникову за ценные советы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cercignani C., Frezzotti A.* Numerical simulation of supersonic rarefied gas flows past a flat plate: Effects of the gas-surface interaction model on the flowfield // *Rarefied Gas Dynamics: Theoretical and Computational Techniques* / Eds E.P. Muntz, et al. Washington DC: AIAA, 1989. P. 552–566. (Progr. Astronaut. and Aeronaut. V. 118).
2. *Lengrand J.C., Allegre J., Chpoun A., Raffin M.* Rarefied hypersonic flow over a sharp flat plate: Numerical and experimental results // *Rarefied Gas Dynamics: Space Science and Engineering* / Eds Shizgal B.D., Weaver D.P. Washington DC: AIAA, 1994. P. 276–284. (Progr. Astronaut. and Aeronaut. V. 160).
3. *Woronowicz M.S., Baganoff D.* Application of a vectorized particle simulation to the study of flat plates in rarefied flow // *Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations* / Eds Shizgal B.D., Weaver D.P. Washington DC: AIAA, 1992. P. 419–428. (Progr. Astronaut. and Aeronaut. V. 159).



4. *Gorelov S.L., Erofeev A.I.* Qualitative features of a rarefied gas flow about simple shape bodies // Rarefied gas dynamics: Book Abstr. 13<sup>th</sup> Intern. Symp. V. 1. N.Y., L.: Plenum Press, 1985. P. 515–521.
5. *Yasuhara M., Nakamura N., Tanaka J.* Unified plots of hypersonic flow past flat plates in transition regime // Rarefied Gas Dynamics: Space Science and Engineering / Eds Shizgal B.D., Weaver D.P. Washington DC: AIAA, 1994. P. 229–233. (Progr. Astronaut. and Aeronaut. V. 160).
6. *Dogra V.K., Moss J.N., Price J.M.* Rarefied flow past a flat plate at incidence // Rarefied Gas Dynamics: Theoretical and Computational Techniques / Eds Muntz E.P. et al. Washington DC: AIAA, 1989. P. 567–587. (Progr. Astronaut. and Aeronaut. V. 118).
7. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
8. *Власов В.И.* Расчет течения разреженного газа около пластины под углом атаки // Учен. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 2. С. 48–55.
9. *Шахов Е.М.* Поперечное обтекание пластины разреженным газом // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 6. С. 107–113.
10. *Ерофеев А.И., Перепухов В.А.* Расчет поперечного обтекания пластины потоком разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 4. С. 106–112.
11. *Ребров А.К.* Физические основы газоструйного осаждения тонких пленок // Сб. докл. 6-й Междунар. конф. “Вакуумные технологии и оборудование”. Харьков, 2003. С. 113–122.
12. *Bird G.A.* Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994. 458 p.
13. *Rebrov A.K., Skovorodko P.A.* An improved sampling procedure in DSMC method // Rarefied Gas Dynamics: 20<sup>th</sup> Intern. Symp. Peking Univ. Press, Beijing, China, 1997. P. 215–220.
14. *Титарев В.А., Шахов Е.М.* Расчет донного вакуума за пластиной, обтекаемой гиперзвуковым потоком разреженного газа // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2001. Т. 41. № 9. С. 1444–1456.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
1.III.2004