

© 2004 г. В. И. БОЯРИНЦЕВ, А. К. ЛЕДНЕВ, А. С. ПРУДНИКОВ,
А. С. САВИН, Е. О. САВИНА

ВОЗМУЩЕНИЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ КРЫЛОВЫМ ПРОФИЛЕМ

Приведены данные лабораторного эксперимента по наблюдению малых возмущений свободной поверхности, возникающих при горизонтальном движении тонкого крылового профиля в толще воды. С этими данными сопоставлены результаты расчетов для модели крылового профиля в виде системы распределенных источников и стоков, полученные в рамках приближения малых волн.

Ключевые слова: подводный крыловой профиль, поверхностные волны, лабораторный эксперимент.

До настоящего времени сохраняется интерес к плоской задаче генерации поверхностных волн движущимся в толще жидкости телом и разрабатываются численные и аналитические методы ее решения [1–3]. Экспериментальные исследования [4–10] позволили сопоставить результаты расчетов с данными наблюдений, при этом на установках различных масштабов были выявлены различные эффекты.

Эксперимент [4] проводился в бассейне $109.7 \times 6.1 \times 2.7$ м с крыловым профилем длины 33 см и толщиной 11 см, двигавшимся на глубине 38 см при скоростях 0.77, 1.37 и 1.68 м/с. При этом амплитуда поверхностных волн составляла примерно 0.5, 3 и 4 см соответственно. В [4] отмечается, что при малой скорости (0.77 м/с) линейная теория дает амплитуду поверхностной волны в 2–3 раза меньшую наблюдаемой в опыте, но практически точно предсказывает длину волны. Для средней скорости (1.37 м/с) линейная теория точно определяет амплитуду волны и примерно на 10% ошибается в ее длине. При большой скорости (1.68 м/с) линейная теория дает амплитуду волны на 20% большую наблюдаемой и очень хорошее согласование с опытом по длине волны. В [4] утверждается, что несоответствие между линейной теорией и экспериментом обусловлено в основном пренебрежением нелинейными эффектами на свободной поверхности, а роль вязкости невелика. Эксперимент [5] ставился в бассейне $24 \times 0.61 \times 0.61$ м с крыловым профилем NASA 0012 длины 20.3 см и толщиной 2.54 см, который двигался под углом атаки 5° и 10° со скоростями 0.6–1.0 м/с на глубинах 15.9–26.1 см. Наблюдавшиеся амплитуды поверхностных волн составляли 1–2 см. Характерной особенностью экспериментов [4, 5], проводившихся в больших бассейнах, является то, что за движущимся профилем развивалась практически незатухающая поверхностная волна.

В [6] описан эксперимент в лотке $150 \times 50 \times 18$ см с цилиндром диаметром 2 см,двигающимся в диапазоне скоростей 20–80 см/с. Полученный в эксперименте профиль свободной границы сравнивался с рассчитанным на основе линейной теории поверхностных волн и приближения Ламба, при котором цилиндр заменяется диполем. В результате выяснилось, что экспериментальные значения смещений свободной границы в области, лежащей непосредственно над цилиндром, в 2–3 раза превышают расчетные. Аналогичные результаты зарегистрированы в опытах [7, 8], выполненных на лабораторных установках с близкими характеристиками. В опытах [6–8] на установках малых размеров наблюдалась быстрозатухающая волна (1–2 колебания) за цилиндром, в то время как теория предсказывает развитие незатухающей волны постоянной амплитуды.

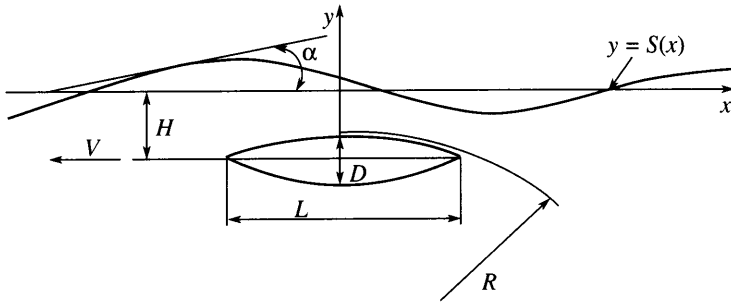
Затухание поверхностной волны за цилиндром связано с наличием вязких эффектов, существенных в масштабах наблюдавшегося явления и не учитываемых в модели идеальной жидкости. Значительные различия между экспериментальными и теоретическими данными о возмущениях свободной поверхности жидкости непосредственно над движущимся цилиндром (в пределах первой впадины свободной границы потока) объясняются неадекватностью схемы дипольного обтекания цилиндра описанным экспериментальным режимом, при котором обтекание цилиндра сопровождается образованием области существенно завихренного движения жидкости, примыкающей к цилиндру и значительно изменяющей его эффективную форму. Модель [9] движущегося цилиндра, учитывающая изменение его эффективной формы, позволила согласовать (в пределах первой впадины свободной границы) результаты расчета поверхностных возмущений в рамках линейной теории с данными опыта.

В настоящей работе экспериментально исследуются слабые возмущения свободной поверхности воды, вызванные движением тонкого хорошо обтекаемого крылового профиля на достаточно большой глубине. С опытными данными сопоставляются результаты расчетов, выполненных в приближении малых волн.

1. Экспериментальная установка и схема опыта. Опыты проводились на установке, которая представляет собой канал, с размерами $300 \times 50 \times 50$ см, заполняемый водой. Сверху по направляющим, проложенным вдоль канала, движется тележка с закрепленной на державках моделью. Система привода тележки обеспечивает плавность ее движения, равномерность хода на рабочем участке, устойчивость при движении, незначительный уровень вибраций и хорошую повторяемость результатов. Тележка имеет контакт с электрической цепью, сопротивление которой меняется по мере движения тележки, что дает возможность получать зависимость пройденного ею расстояния от времени. Такая схема эксперимента позволяет заранее задать момент съемки (при срабатывании фотовспышек) в зависимости от требуемого положения тележки (модели) относительно фотографируемого участка поверхности воды. Для нейтрализации поверхностных возмущений, вносимых двумя вертикальными державками, на которых закрепляется модель, вдоль канала, на расстоянии 5 см от его боковых стенок, натянуты пересекающие свободную поверхность воды резиновые ленты. Таким образом, державка, двигаясь по коридору между стенкой и лентой, не вызывает возмущений свободной поверхности воды, которые можно было бы различить на фотографии. Диаметр вертикальных и горизонтальных державок составляет 6 мм. Система привода обеспечивает движение тележки (модели) с постоянной скоростью на участке длиной 1.5–2.0 метра.

Измерения углов наклона возмущенной поверхности воды при движении в ее толще модели проводились с помощью метода отраженной сетки, суть которого состоит в следующем. Над торцевой стенкой канала устанавливается транспарант с нанесенной на нем сеткой. Транспарант наклонен к поверхности воды и освещен таким образом, чтобы изображение сетки, отраженное от поверхности воды, попадало в объектив фото- или киноаппарата, установленного над противоположной стенкой канала. Проход модели вызывает деформацию свободной поверхности воды и, следовательно, искажение отраженного от нее изображения сетки. Сравнивая такое изображение с неискаженным (при отсутствии возмущений), можно получить величины углов наклона поверхности воды. Разработанная процедура определения угла α наклона возмущенной поверхности позволяет измерить эту величину в диапазоне $0.001 < \operatorname{tg} \alpha < 0.04$ с погрешностью 5%. Более подробное описание методики экспериментов содержится в работах [7, 8].

Серия экспериментов проводилась с симметричным крыловым профилем, двигавшимся на глубине $H = 175$ мм с различными скоростями V . В этих опытах к моменту наблюдения поверхностная волна над моделью считалась установившейся и рассматривалась как стационарная в системе отсчета, связанной с моделью. Очевидно, к этому случаю сводится обтекание неподвижной модели равномерным потоком со свобод-



Фиг. 1. Схема движения крылового профиля под свободной поверхностью воды

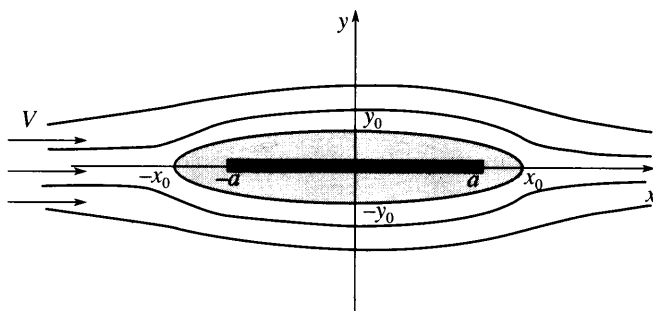
ной границей. Схема опыта приведена на фиг. 1, где $R = 500$ мм, $L = 132$ мм, $D = 10$ мм. Система координат x, y движется вместе с моделью, $y = S(x)$ — отклонение свободной поверхности жидкости от равновесного положения $y = 0$. В различных точках $x_1, x_2, \dots, x_N$ измерялся тангенс угла α_n ($n = 1, \dots, N$) наклона свободной поверхности к горизонту, т.е. производная $S'(x_n)$.

2. Модель крылового профиля. Решение задачи определения поверхностных волн можно получить путем замены источника возмущений его моделью в виде системы гидродинамических особенностей (источников, стоков, вихрей и т.д.). В случае достаточно глубоко погруженного источника возмущений в качестве его модели может быть взята система гидродинамических особенностей, отвечающая этому же источнику возмущений в безграничном потоке. Симметричный крыловой профиль, равномерно и прямолинейно движущийся с нулевым углом атаки, может моделироваться системой источников и стоков, распределенных по его продольной оси симметрии.

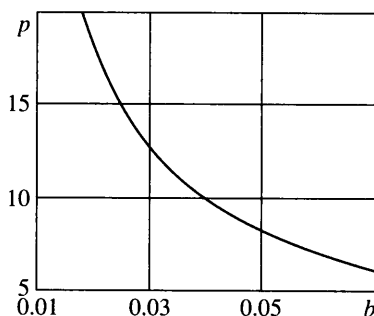
Действительно, пусть плоскопараллельный поток, занимающий всю плоскость $z = x + iy$ и имеющий при $x = -\infty$ скорость V в положительном направлении оси x , обтекает систему источников (стоков), распределенных на отрезке $[-a, a]$ оси x с линейной плотностью $q = q(x)$. Рассмотрим распределение источников (стоков) такое, что все источники локализованы на отрезке $[-a, 0]$, а все стоки — на отрезке $[0, a]$ и при этом каждому источнику, локализованному в точке $-x$, отвечает сток, локализованный в зеркальной относительно начала координат точке x , с равной по абсолютной величине мощностью. Плотность этого распределения источников (стоков) представляет собой нечетную функцию x , положительную на отрезке $[-a, 0]$ и отрицательную на отрезке $[0, a]$. Если рассматриваемая плотность $q(x)$ стоков (источников) удовлетворяет физически естественному требованию абсолютной интегрируемости на отрезке $[-a, a]$ и отлична от нуля в некоторых окрестностях точек a и $-a$, то на оси x лежат две критические точки поля скорости потока $(\pm x_0, 0)$, где $x_0 > a$ [10]. Линия тока $y = 0$ в этих точках разветвляется и охватывает источники (стоки). Любая из линий тока симметрична относительно координатных осей. Качественный характер рассматриваемого течения в области, внешней по отношению к замкнутой линии тока, отражен на фиг. 2.

Замена замкнутой линии тока на непроницаемую границу не приводит к изменению течения во внешней по отношению к ней области. Рассматриваемая система источников — стоков в равномерном потоке эквивалентна некоторому симметричному крыловому профилю с границей, совпадающей с замкнутой линией тока, охватывающей источники (стоки). Уравнение этой линии тока имеет вид [10]

$$y = \int_{-a}^a M(\xi) \arctg \frac{x - \xi}{y} d\xi, \quad M(\xi) = \frac{q(\xi)}{2\pi V} \quad (2.1)$$



Фиг. 2. Качественная картина линий тока при обтекании источников – стоков

Фиг. 3. Зависимость относительного удлинения p эквивалентного крылового профиля от величины b

Примем величину a за единицу длины, тогда безразмерное уравнение (2.1), определяющее замкнутую линию тока, запишется в виде

$$\bar{y} = \int_{-1}^1 m(t) \operatorname{arctg} \frac{\bar{x} - t}{\bar{y}} dt, \quad m(t) = M(at) \quad (2.2)$$

Рассмотрим распределение источников и стоков, которому отвечает функция

$$m(t) = -b \operatorname{sign} t, \quad 0 < |t| < 1, \quad b > 0; \quad m(t) = 0, \quad 1 \leq |t| \quad (2.3)$$

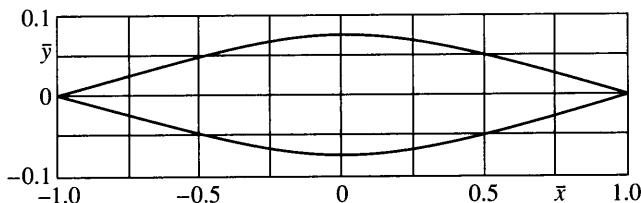
В этом случае безразмерные координаты $\pm \bar{x}_0$ ($\bar{x}_0 > 0$) точек разветвления линии тока находятся из равенства

$$\bar{x}_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \exp(-1/b)}} \quad (2.4)$$

Уравнение относительно безразмерной полуширины $\bar{y}_0$ эквивалентного крылового профиля имеет вид

$$\frac{2}{\bar{y}_0} \operatorname{arctg} \frac{1}{\bar{y}_0} - \ln \left(1 + \frac{1}{\bar{y}_0^2} \right) = \frac{1}{b}$$

Значение величины $\bar{y}_0$ находится из этого уравнения при любом фиксированном значении b с помощью численных методов.



Фиг. 4. Крыловой профиль, эквивалентный равномерным распределениям источников и стоков при $b = 0.029$

На фиг. 3 представлен график зависимости относительного удлинения $p = \bar{y}_0 / \bar{x}_0$ эквивалентного крылового профиля от величины b . Этот график позволяет по заданному значению относительного удлинения реального крылового профиля определить значение параметра b , которому соответствует профиль с границей в виде замкнутой линии тока, имеющий такое же относительное удлинение.

Из выражения (2.4) следует, что $\bar{x}_0$ практически не отличается от единицы в достаточно широкой области изменения величины b . Действительно, неравенство $1 < \bar{x}_0 < 1.01$ выполняется при $0 < b < 0.256$ или в диапазоне относительных удлинений $2.47 < p$. Это означает, что источники и стоки, моделирующие крыловой профиль с относительным удлинением, лежащим в указанных пределах, распределены практически по всей его продольной оси симметрии.

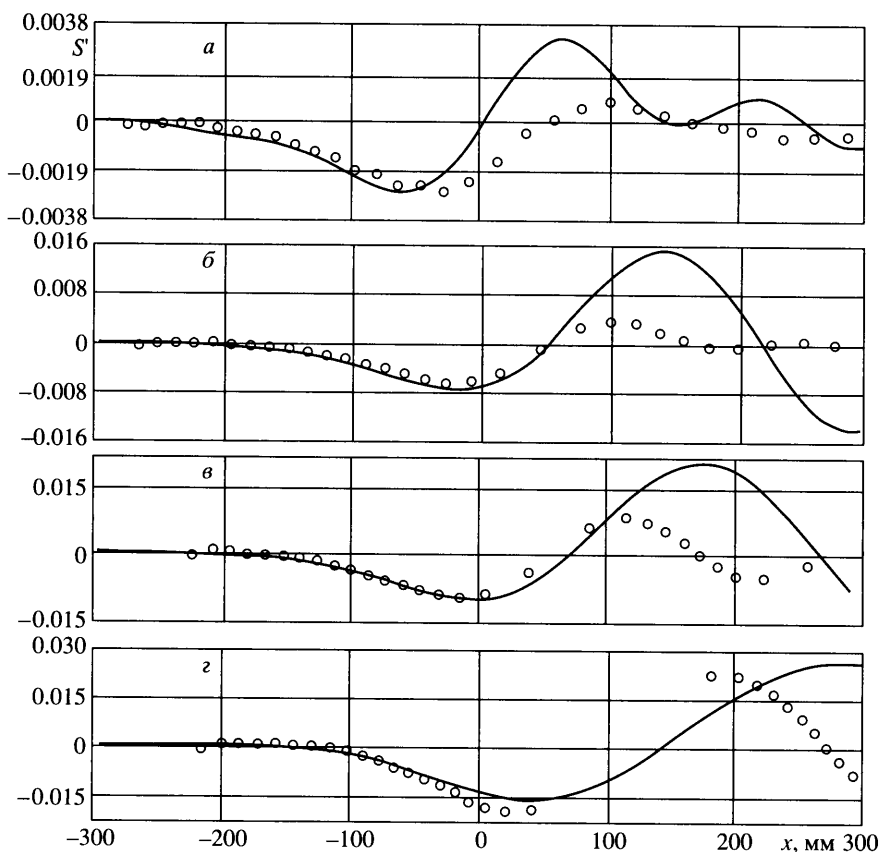
Уравнение (2.2), определяющее замкнутую линию тока или эквивалентный крыловой профиль в плоскости безразмерных переменных $\bar{x}$, $\bar{y}$, имеет при рассматриваемой плотности источников (стоков) (2.3) вид

$$\bar{y} = b \left\{ (1 - \bar{x}) \operatorname{arctg} \frac{1 - \bar{x}}{\bar{y}} + (1 + \bar{x}) \operatorname{arctg} \frac{1 + \bar{x}}{\bar{y}} - \right. \\ \left. - 2\bar{x} \operatorname{arctg} \frac{\bar{x}}{\bar{y}} + \frac{\bar{y}}{2} \ln \frac{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2}{[(1 - \bar{x}^2) + \bar{y}^2][(1 + \bar{x})^2 + \bar{y}^2]} \right\} \quad (2.5)$$

На фиг. 4 представлен крыловой профиль, эквивалентный рассмотренным равномерным распределениям источников и стоков, построенный на плоскости безразмерных переменных $\bar{x}$, $\bar{y}$ как замкнутая линия тока, определяемая уравнением (2.5) при $b = 0.029$.

3. Сопоставление рассчитанных возмущений свободной поверхности с данными опыта. В системе координат, связанной с крыловым профилем, задача сводится к изучению его обтекания равномерным потоком со свободной границей, имеющим при $x = -\infty$ скорость V в положительном направлении оси x . Найдем возмущение свободной границы $y = 0$ потока при обтекании им системы источников и стоков, распределенных на отрезке с концами в точках $(-a, -H)$ и $(a, -H)$ ($a, H > 0$), которые моделируют крыловой профиль. Точечный источник мощности Q , локализованный в точке $(\xi, -H)$ потока, имеющего при $x = -\infty$ скорость V в положительном направлении оси x , вызывает отклонение свободной границы от ее равновесного положения $y = 0$, определяемое в случае малых возмущений свободной поверхности выражением [11]

$$S(x) = \frac{Q}{\pi V} \int_{-\infty}^x \frac{(t - \xi) \sin[v(t - x)] + H \cos[v(t - x)]}{(t - \xi)^2 + H^2} dt, \quad v = \frac{g}{V^2}$$



Фиг. 5. Зависимость тангенса угла наклона поверхности воды, возмущаемой движущимся крыловым профилем, от горизонтальной координаты $V = 482$ (а), 667 (б), 753 (в), 938 (г) мм/с

Распределенные источники и стоки вызовут ее отклонение от горизонтали

$$S(x) = 2 \int_{-a}^a M(\xi) d\xi \int_{-\infty}^x \frac{(t - \xi) \sin[v(t - x)] + H \cos[v(t - x)]}{(t - \xi)^2 + H^2} dt \quad (3.1)$$

где безразмерная величина $M(\xi)$ определяется равенством (2.1). Для случая распределения источников и стоков (2.3) интегрирование по переменной ξ в формуле (3.1) выполняется точно, что приводит к выражению для профиля свободной границы потока

$$S(x) = 2b \int_{-\infty}^x \{f_1(t; a, H) \sin[v(t - x)] + f_2(t; a, H) \cos[v(t - x)]\} dt$$

$$f_1(t; a, H) = \ln \frac{\sqrt{[(t+a)^2 + H^2]} \sqrt{[(t-a)^2 + H^2]}}{t^2 + H^2} \quad (3.2)$$

$$f_2(t; a, H) = \operatorname{arctg} \frac{t+a}{H} + \operatorname{arctg} \frac{t-a}{H} - 2 \operatorname{arctg} \frac{t}{H}$$

Поскольку метод отраженной сетки дает возможность непосредственно измерять в точке x наклон свободной поверхности жидкости, а не ее отклонение $S(x)$ от невозмущенного положения, для сравнения результатов расчета с первичными данными опыта следует от выражения для величины $S(x)$ перейти к выражению для ее производной $S'(x)$, очевидно, равной тангенсу угла наклона свободной поверхности жидкости в точке x . Дифференцируя обе части равенства (3.2) по x , находим

$$S'(x) = 2b \left\{ f_2(x; a, H) + v \int_{-\infty}^x [f_2(t; a, H) \sin v(t-x) - f_1(t; a, H) \cos v(t-x)] dt \right\}$$

Крыловой профиль, использовавшийся в опытах, имел относительное удлинение $p = 13.2$. Такое же относительное удлинение имеет крыловой профиль, представленный на фиг. 4. На фиг. 5 представлены результаты расчетов наклона свободной поверхности жидкости $S'(x)$ при $a = 66$ мм, $H = 175$ мм, $b = 0.029$ для значений скорости $V = 482, 667, 735, 938$ мм/с. На тот же рисунок нанесены экспериментальные точки. Видно, что принятая модель обеспечивает согласование расчетных и экспериментальных значений углов наклона свободной границы жидкости в пределах первой впадины свободной границы потока, где наименее существенно влияние вязкости.

Заключение. Предложенный экспериментальный метод измерения широкого спектра возмущений свободной поверхности жидкости, в том числе очень малых, обладает высокой точностью и может быть использован для установления области применимости той или иной теории поверхностных волн. Это имеет большое значение для развития методов решения обратной задачи, состоящей в получении информации о находящихся в толще жидкости неоднородностях по данным о возмущенной ими свободной поверхности. С этой точки зрения, большой интерес представляет линейная теория, поскольку искомые неоднородности обычно слабо возмущают свободную поверхность жидкости. При рассмотренных условиях эксперимента результаты, полученные в рамках теории малых волн для идеальной жидкости, весьма точно соответствуют экспериментальным данным в области, лежащей непосредственно над крыловым профилем. Уточнение теории для описания затухания поверхностных волн за движущимся телом, наблюдаемого в опытах на установках малых размеров, составляет предмет отдельного исследования.

Авторы благодарны А.А. Бармину за полезное обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№№ 02-01-00481, 04-07-90335).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов С.И. Обтекание подводного крылового профиля // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 3. С. 165–172.
2. Киселев О.М., Филиппов С.И. О движении цилиндра под свободной поверхностью жидкости при больших числах Фруда // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 4. С. 34–45.
3. Ясько Н.Н. Численное решение нелинейной задачи о движении плоского крылового профиля под свободной поверхностью идеальной несжимаемой жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 100–107.
4. Salvesen N. On higher-order wave theory for submerged two-dimensional bodies // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt 2. 415–432.
5. Duncan J. H. The breaking and non – breaking wave resistance of a two-dimensional hydrofoil // J. Fluid Mech. 1983. V. 126. P. 507–520.
6. Долина И.С., Ермаков С.А., Пелиновский Е.Н. Смещение свободной поверхности жидкости при обтекании цилиндра // ПМТФ. 1988. № 4. С. 48–51.
7. Бояринцев В.И., Леднев А.К., Фрост В.А. Движение погруженного цилиндра под поверхностью жидкости: Препринт № 332. М.: ИПМ АН СССР. 1988. 39 с.

8. Нестеров С.В., Амбарцумян Е.Н., Бояринцев В.И., Коротаев Д.Г., Леднев А.К., Савин А.С. Исследование экспериментальными методами эволюции возмущений, возникших в толще воды // Методы, процедуры и средства аэрокосмической компьютерной радиотомографии приповерхностных областей Земли. М.: Научный мир, 1996. С. 46–76.
9. Нестеров С.В., Бояринцев В.И., Леднев А.К., Савин А.С., Савина Е.О. Возмущение свободной поверхности жидкости погруженными источниками // Тр. конф. “Развитие идей Н.Е. Кочина в математике и механике”. М.: Ин-т пробл. механики РАН, 2001. С. 60–67.
10. Бояринцев В.И., Леднев А.К., Прудников А.С., Савин А.С., Савина Е.О. Моделирование и экспериментальное исследование возмущений свободной границы плоского потока погруженными источниками: Препринт № 720. М.: ИПМ РАН, 2002. 36 с.
11. Келдыш М.В. Замечания о некоторых движениях тяжелой жидкости // М.В. Келдыш. Избр. тр. Механика. М.: Наука, 1985. С. 100–103.

Москва

Поступила в редакцию
23.XII.2003