

УДК 532.527

© 2004 г. М. Ф. ИВАНОВ, М. Е. ПОВАРНИЦЫН

ОБ УСИЛЕНИИ ВИХРЕЙ В КОНВЕКТИВНЫХ ЯЧЕЙКАХ

Методами численного моделирования исследованы процессы усиления одиночных вихрей в конвективных потоках, закрученных силой Кориолиса. Затравочные возмущения задавались на фоне стационарной ячейки соосно с ней и имели различные направления закручивания, интенсивности и размеры. Показано, что вихри усиливаются независимо от того, совпадает направление закручивания возмущающего вихря с направлением действия сила Кориолиса или противоположно ему. При этом рост циркуляции азимутальной скорости в возмущающих вихрях линейно зависит от их начальной циркуляции, если их интенсивность мала по сравнению с интенсивностью течений в конвективных ячейках. Для таких вихрей приращение энергии пропорционально величине характерного радиуса вихря в степени $-5/3$.

Ключевые слова: усиление вихрей, конвекция во вращающейся среде, передача энергии по спектру.

Вихревые течения являются одной из наиболее распространенных форм движения в атмосфере и океане. При этом их эволюция во многом определяется взаимодействием с естественно-конвективными потоками. Однако детальный анализ такого рода процессов крайне затруднен из-за сложного разномасштабного характера возникающих течений. Прогресс в этом случае достигается на пути усреднения течений меньших масштабов, когда задача сводится к рассмотрению взаимодействия крупных вихрей с турбулентными пульсациями. В такой постановке были получены интересные, но требующие дальнейшего исследования результаты.

Так, в [1, 2] показано, что в средах с отличной от нуля спиральностью конвективная турбулентность может приводить к экспоненциальному усилению вихревых возмущений. В условиях земной атмосферы эти вихри могут достигать, согласно [2], размеров, совпадающих с характерными для тропических циклонов. Сходные результаты по усилению вихрей в неравновесной турбулентной среде применительно к атмосфере получены и в [3]. Выводы [2] были применены к интерпретации наблюдаемых в атмосфере Юпитера крупномасштабных и долгоживущих возмущений, вызванных падением осколков кометы Шумейкера – Леви 9 [4, 5]. Хорошее совпадение наблюдаемых пространственных размеров и динамики этих образований с оценками теории [1, 2] дает определенное подтверждение предсказываемому эффекту усиления вихрей конвективными турбулентными потоками, по крайней мере в условиях атмосферы больших планет.

Однако открытым остается вопрос о деталях гидродинамического механизма обмена энергией в вихревых конвективных структурах, связанного с перестройкой течений на характерных масштабах фоновых потоков. В случае развитой конвекции за характерный масштаб естественно принять конвективную ячейку. Заметим, что в данном случае на масштабе конвективной ячейки интерпретация энергообмена между ячейкой и вихрем непосредственно на основе классической теории Колмогорова – Обухова [6, 7] не позволяет объяснить возможность усиления затравочных возмущений, приводящих к формированию вихревых структур. Действительно, теория Колмогорова – Обухова опирается на гипотезу о каскадном механизме передачи энергии по спектру масштабов турбулентности. Иными словами, мелкие вихри получают

энергию только в результате последовательных дроблений крупных вихрей. В то же время в целом ряде более поздних исследований [8–10] ставится под сомнение гипотеза исключительно каскадной передачи энергии в меньшие масштабы вследствие дробления вихрей и подчеркивается важность учета сложной взаимной перестройки течений при взаимодействии вихрей на промежуточных масштабах. Однако использованные авторами [8–10] существенные упрощения уравнений Навье – Стокса затрудняют перенос полученных результатов на более реалистичные виды течений.

В настоящей работе на примере взаимодействия одиночных вихрей с конвективной ячейкой показано, что процесс передачи энергии вихрям может происходить не за счет дробления, а благодаря взаимной перестройке течений.

1. Постановка задачи. Конвективные течения жидкости или газа во вращающейся замкнутой прямоугольной полости, вызванные неоднородностью температуры, рассматриваются в приближении Буссинеска. В выбранном приближении уравнения динамики несжимаемой жидкости во вращающейся системе декартовых координат (x, y, z) имеют вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} + LU - 2\Omega V = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta U \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + LV + 2\Omega U = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta V \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + LT = \chi \Delta T \quad (1.5)$$

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)) \quad (1.6)$$

$$L\sigma = U \frac{\partial \sigma}{\partial x} + V \frac{\partial \sigma}{\partial y} + W \frac{\partial \sigma}{\partial z}, \quad \Delta \sigma = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2}$$

Здесь U, V, W – компоненты скорости в направлении x, y, z соответственно; P, ρ, T – давление, плотность и температура; ν, χ – коэффициенты турбулентной вязкости и температуропроводности, в данном приближении – постоянные; Ω – угловая скорость вращения системы, g – ускорение силы тяжести, α – коэффициент теплового расширения жидкости, ρ_0, T_0 – плотность и температура жидкости при комнатной температуре; ось z направлена вверх.

Вид уравнения (1.3) соответствует гидростатическому приближению, которое, однако, не приводит к существенным искажениям эволюции вихрей в конвективных потоках [11].

Эволюция возмущающих вихрей рассматривалась на фоне конвективных потоков, закрученных в поле силы Кориолиса. Конвекцию во вращающейся жидкости принято характеризовать тремя основными параметрами – числами Рэлея, Тейлора и Прандтля. Число Рэлея Ra определяет баланс между силами плавучести и инерции: $Ra = \alpha g \Delta T h^3 / \nu \chi$, где ΔT – перепад температур на характерном масштабе h , число Тейлора Ta определяет баланс между силами, вызванными вращением жидкости и сила-

ми инерции: $Ta = 4\Omega^2 h^4 / \nu^2$, а число Прандтля определяет отношение вязкости к теплопроводности: $Pr = \nu / \chi$.

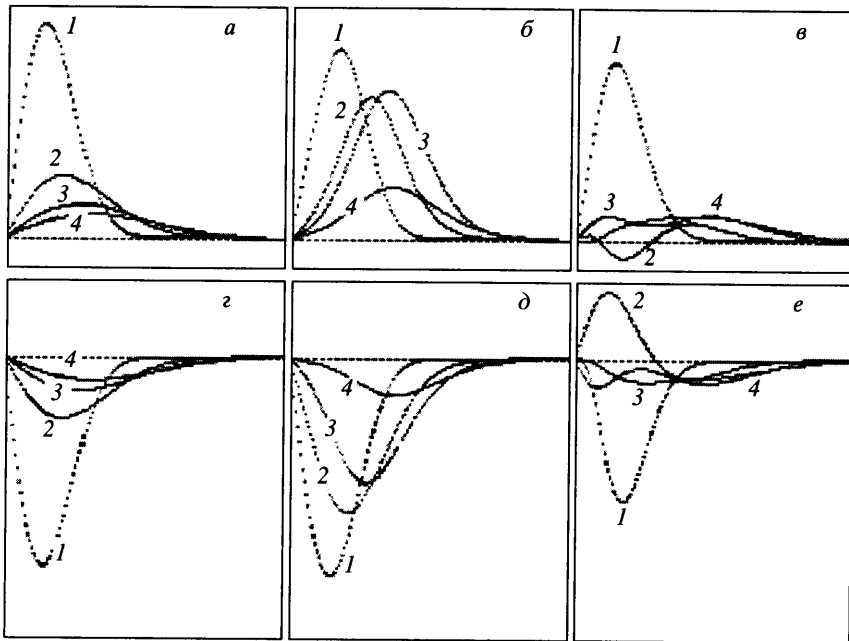
На боковых гранях счетной области задавались условия адиабатичности, непротекания для нормальной компоненты скорости и прилипания для касательной. Между верхней и более нагретой нижней границами расчетной области поддерживалась постоянная разность температур ($\Delta T = 30^\circ\text{C}$). На верхней и нижней границах для горизонтальных компонент скорости ставилось условие свободного скольжения. В начальный момент времени $t = 0$ жидкость совершает конвективное движение, образуя стационарную конвективную ячейку, которая представляет собой так называемую “биконическую” структуру [11], в которой азимутальное вращение в верхних и нижних слоях происходит в противоположных направлениях, а знак завихренности меняется в общей вершине двух конусов. В дальнейшем направление вращения нижних слоев будем определять как циклоническое, а верхних – как антициклоническое. Характерные скорости течений в ячейке порядка нескольких метров в секунду. Параметры численного эксперимента выбирались близкими к их значениям в атмосфере Земли: $h = 10^6$ см, $g = 980$ см/с², $\alpha = 3 \cdot 10^{-6}/(1^\circ\text{C})$, $\nu = 4 \cdot 10^6$ см²/с, $\chi = 4 \cdot 10^6$ см²/с, $\Delta T = 30^\circ\text{C}$, $\Omega = 10^{-4}$ с⁻¹, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 10^{-3}$ г/см³. Характерные значения безразмерных параметров для задачи следующие: $Pr = 1$, $Ta = 2500$, $Ra = 5513$.

2. Численный алгоритм. Для решения системы уравнений (1.1)–(1.6) использован хорошо зарекомендовавший себя при моделировании разномасштабных процессов в геофизической гидродинамике алгоритм Брайана [12]. Учтя, что примененная в нем аппроксимация конвективных членов достаточно сильно искажает дисперсионные характеристики процессов и может приводить к серьезным погрешностям при моделировании вихревой динамики, в расчетах использована более корректная конечно-разностная аппроксимация этих членов [13]. С целью апробации модифицированного таким образом метода были проведены расчеты динамики циклонических вихрей [11] в постановке, близкой к условиям соответствующих экспериментов [14]. Хорошее совпадение результатов расчета с данными физических экспериментов [14] обосновывает использование модифицированного алгоритма Брайана для решения рассматриваемых ниже задач.

3. Усиление вихревых структур. В численном эксперименте было исследовано взаимодействие возмущающих вихрей различной интенсивности и направления вращения с полем спиральной конвекции. Задавались возмущения фонового поля течений путем наложения на него двумерного (однородного по вертикали) вихря (V -вихрь) или путем увеличения температуры на несколько градусов по всей глубине в центре конвективной ячейки (T -вихрь). В обоих случаях масштаб возмущений (диаметр) выбирался равным 1/3 горизонтального размера счетной области, чтобы избежать влияния боковых границ.

На фиг. 1 представлены картины эволюции во времени циркуляции азимутальных скоростей для возмущающих V -вихрей антициклонического (вихрь и полость вращаются в противоположных направлениях) и циклонического типа (в одном направлении), соответственно.

Результаты представлены в виде распределения по радиусу циркуляции течений, формирующихся в ячейке, за вычетом циркуляции фоновой конвекции. На всех фигурах одинаковой нумерации кривых соответствуют одни и те же моменты времени. На фиг. 1, а, г, для каждого из рассматриваемых вариантов приведена эволюция соответствующего затравочного возмущения в отсутствие конвекции. На фиг. 1, б, д показана эволюция возмущения на фоне конвекции для верхнего горизонта, на фиг. 1, в, е – возмущения для нижнего горизонта. Заметим, что циркуляция возмущающего V -вихря на всех горизонтах одинаковая. На всех фигурах антициклоническим циркуляциям присвоены положительные значения, а циклоническим – отрицательные.



Фиг. 1. Картина эволюции во времени циркуляции скорости для V -вихря антициклонического типа (a – $в$), циклонического типа (z – $е$); распределение циркуляции азимутальной скорости возмущающего вихря в начальный момент времени, однородное по всей глубине области: 1 – 4 – последовательные моменты времени эволюции возмущения

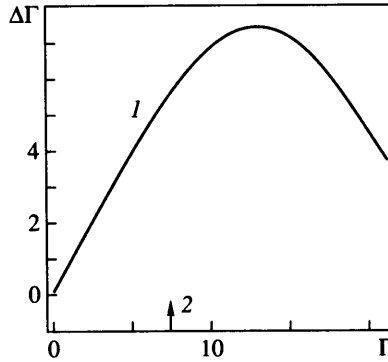
Из представленных фигур видно, что циркуляция возмущающих вихрей усиливается независимо от направления их начальной закрутки, причем рост циркуляции наблюдается на верхних горизонтах, в то время как на нижних горизонтах взаимодействие конвективного потока с возмущающими вихрями приводит к качественной перестройке течений. В этом случае вначале вращение в вихре меняется на противоположное, а затем быстро затухает. Таким образом, усиливаясь, вихрь как бы всплывает со дна к поверхности.

Для возмущающего T -вихря, образуемого повышением температуры в центре конвективной ячейки, начальная циркуляция в вихре меняется с глубиной: на нижних горизонтах она имеет циклонический, а на верхних – антициклонический характер. Тем не менее и в этом случае эволюция течений в вихре подчинялась описанной выше закономерности.

В расчетах, когда затравочное возмущение задавалось не по всей глубине, а только на нескольких верхних или нижних горизонтах, заметного усиления возмущений ни в одном из вариантов не наблюдалось.

Обнаруженное в численных экспериментах усиление вихрей ограничено по времени. Вращение в возмущающем вихре затухает как в спокойной среде, так и на фоне конвекции за счет вязкого трения, однако в присутствии конвекции это затухание значительно замедляется.

Рассмотрим, почему в конвективной ячейке возмущающий вихрь усиливается на верхних горизонтах независимо от направления его вращения. В случае антициклонического вихря направления вращения в конвективной ячейке и в вихре на верхних



Фиг. 2. Зависимость максимального приращения циркуляции азимутальной скорости $\Delta\Gamma$ в возмущающем вихре от его максимальной начальной циркуляции Γ : 1 – рассчитанная кривая, 2 – интенсивность циркуляции фоновой конвекции в невозмущенной конвективной ячейке (Γ и $\Delta\Gamma$ в $\text{м}^2/\text{с}$)

горизонтах совпадают, и наблюдается прямая передача вращательного момента от конвективного потока к вихрю за счет вязкого трения. На нижних горизонтах направления вращения в ячейке и вихре противоположны, что приводит к быстрому затуханию возмущения.

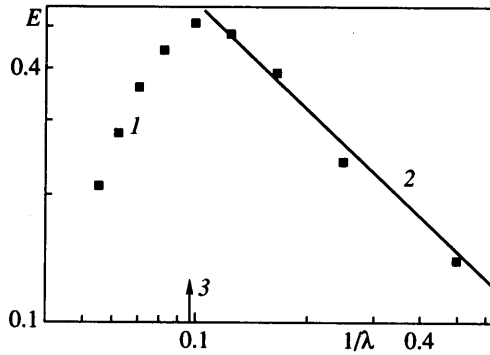
В случае циклонического вихря в начальные моменты времени происходит усиление течений на нижних горизонтах, где теперь совпадают направления вращения жидкости в вихре и ячейке. Это приводит к резкому усилению радиального градиента скорости, направленной к центру ячейки. Используя уравнение неразрывности в предположении независимости азимутальной скорости от угла, можно записать

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r}$$

откуда следует (учитывая, что $\partial(rV_r)/\partial r < 0$) возрастание градиента вертикальной скорости V_z , что, в свою очередь, приводит к более интенсивному всплытию жидких элементов с нижних горизонтов. Всплывающие элементы передают свой вращательный (циклонический) момент верхним слоям жидкости, усиливая циклоническую циркуляцию на верхних горизонтах. Можно считать, что в этом случае механизм усиления затравочного возмущения аналогичен известному механизму формирования циклонического вихря [14].

4. Зависимость усиления циркуляции в возмущающих вихрях от их начальных характеристик. Расчеты показали, что когда интенсивность затравочных вихрей была меньше интенсивности фоновой конвекции, наблюдалась линейная зависимость приращения циркуляции $\Delta\Gamma$ в возмущающем вихре от величины его начальной циркуляции $\Gamma(0, r)$, как это видно из фиг. 2.

При интенсивных возмущающих вихрях передача энергии от фоновой конвективной ячейки не могла компенсировать затухание за счет диссипативных процессов (нисходящая ветвь на фиг. 2). Таким образом, относительное усиление циркуляции в слабых, по сравнению с фоновой конвекцией, возмущающих вихрях не зависит от их начальной интенсивности. Этот результат позволяет получить универсальный закон относительного усиления циркуляции в вихре в зависимости от его характерного размера.



Фиг. 3. Зависимость приращения энергии в возмущающем вихре от его характерного волнового числа $1/\lambda$: 1 – рассчитанные значения, 2 – определение степенной зависимости передачи энергии по спектру, 3 – характерный обратный размер конвективной ячейки $1/\lambda_0$

Каждому возмущающему вихрю будем ставить в соответствие определенную характерную длину волны λ , на которой азимутальная скорость имеет явно выраженный максимум. Рассмотрим усиление на фоне конвективной ячейки слабых вихрей различного характерного размера. Начальная циркуляция скорости во всех вихрях выбиралась одинаковой и соответствовала линейной части кривой на фиг. 2. К моменту времени τ , который оказался с точностью до 10% одинаковым для всех вариантов, достигалось максимальное усиление возмущающего вихря на верхних горизонтах, т.е. наблюдалась максимальная разность между азимутальными средними скоростями в усиливающемся вихре (за вычетом фоновой конвекции) и соответствующем вихре, монотонно затухающем за счет вязкости в отсутствие фоновой конвекции $\Delta V = V_c - V_{nc}$. На фиг. 3 представлена зависимость относительной кинетической энергии $E = (\Delta V/V_0)^2$, переданной возмущающему вихрю (V_0 – азимутальная скорость возмущающего вихря в начальный момент времени).

Из анализа изменения кривой на фиг. 3 для вихрей с характерными размерами меньше размера конвективной ячейки видно, что усиление вихрей подчиняется закону, близкому к степенному. Осреднение по нескольким верхним горизонтам дало значение показателя степени $n = -1.7 = -5/3$. Таким образом, передача энергии мелко-масштабным вихрям осуществляется по закону $E(k) \sim k^{-5/3}$. В то же время усиление более крупных вихрей подчиняется более сложному нестепенному закону. При этом спад передачи энергии к крупным вихрям происходит довольно быстро.

Заключение. Результаты расчетов показали, что конвективные потоки усиливают как циклонические, так и антициклонические возмущающие вихри с размерами, меньшими размеров конвективных ячеек. Это усиление наблюдается только на верхних горизонтах ячеек, создавая эффект всплытия вихря над нагретой поверхностью. Распределение энергии по пространственному спектру вихрей в данном случае совпадает (по крайней мере формально) с тем, которое следует из закона Колмогорова – Обухова для распределения энергии по пространственному спектру турбулентных пульсаций. Однако в расчетах фактор турбулентности не учитывался, а сами вихри можно рассматривать как квазистационарные структуры промежуточного масштаба. Таким образом, полученная закономерность в распределении энергии обусловлена только перестройкой течений на характерных масштабах (размер ячейки) конвекции и не связана с процессами стохастической природы.

Полученные результаты могут быть полезны для дальнейшего анализа эволюции вихревых структур на стадии их зарождения в условиях естественной конвекции.

Авторы благодарны Программе Президиума РАН № 16 “Математическое моделирование и интеллектуальные системы” за частичную поддержку данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Яновский В.В.* Теория возникновения крупномасштабных структур в гидродинамической турбулентности // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. Вып. 6. С. 1979–1987.
2. *Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Шукуров А.М.* Физический механизм усиления вихревых возмущений в атмосфере // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 3. С. 549–553.
3. *Березин Ю.А., Трофимов В.М.* Генерация крупномасштабных вихрей под действием неравновесной турбулентности // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 1. С. 47–55.
4. *Иванов М.Ф., Гальбурт В.А., Фортос В.Е.* О возможном механизме образования крупномасштабных возмущений в атмосфере Юпитера, вызванных падением фрагментов кометы Шумейкер – Леви 9 // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. Вып. 10. С. 773–777.
5. *Гальбурт В.А., Иванов М.Ф., Поварницын М.Е., Фортос В.Е., Каменец Ф.Ф., Коробов И.И.* Об эволюции возмущений в атмосферах планет, вызванных падением крупных космических тел // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 4. С. 537–545.
6. *Колмогоров А.Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. № 4. С. 299–303.
7. *Обухов А.М.* О распределении энергии в спектре турбулентного потока // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32. № 1. С. 22–24.
8. *Townsend A.A.* On the fine-scale structure of turbulence // Proc. Roy. Soc. London Ser. A. 1951. № 208. N1095. P. 534–542.
9. *Lundgren T.S.* A small-scale turbulence model // Phys. Fluids A. 1993. V. 5. № 6. P. 1472–1483.
10. *Widnall S.E., Bliss D.B., Tsai Chon-Yin.* The instability of short waves on a vortex ring // J. Fluid Mech. 1974. V. 66. Pt. 1. P. 35–47.
11. *Иванов М.Ф., Поварницын М.Е.* Численное моделирование эволюции интенсивных конвективных вихрей тайфунного типа во вращающейся жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 3. С. 69–77.
12. *Bryan K.* A numerical method for the study of the circulation of the world ocean // J. Comput. Phys. 1969. № 4. N. 3. P. 347–376.
13. *Semtner A., Mintz Y.* Numerical Simulation of the Gulf Stream and Mid-Ocean Eddies // J. Phys. Oceanogr. 1977. V. 7. N. 2. P. 208–230.
14. *Богатырев Г.П., Смородин Б.Л.* Физическая модель вращения тропического циклона // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. Вып. 1–2. С. 25–28.

Москва

Поступила в редакцию
10.VII.2003