

УДК 532.582.7

© 2004 г. А. Н. ПРОКУНИН

О МИКРОКАВИТАЦИИ ПРИ МЕДЛЕННОМ ДВИЖЕНИИ ТВЕРДОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ ВДОЛЬ СТЕНКИ В ЖИДКОСТИ

При медленном движении сферической частицы вдоль стенки визуально обнаружена каверна в виде несферического пузырька в узком зазоре частица-стенка. Выписаны безразмерные параметры, связанные с ее образованием и исследовано их влияние на движение частицы.

Ключевые слова: сферическая частица, кавитация, воздушный пузырек, стенка, ползущее течение.

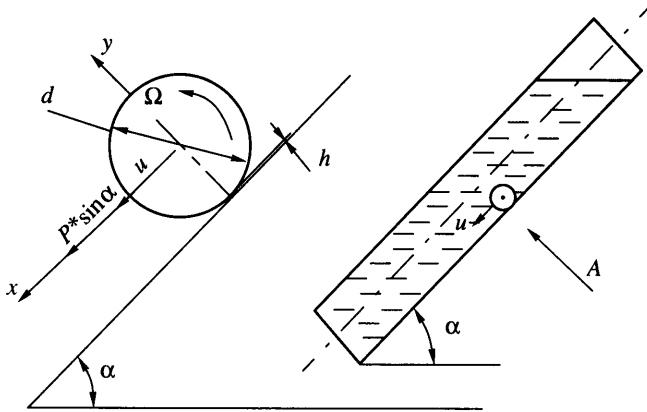
Рассматривается медленное движение сферической частицы вдоль стенки в жидкости с достаточно малым зазором между частицей и стенкой. В этом случае в зазоре может возникнуть кавитация, что было упомянуто впервые в [1] наряду со многими другими возможными явлениями.

Ранее [2–4] были получены лишь косвенные экспериментальные данные, говорящие в пользу кавитации. В [2, 3] экспериментально показано, что сферическая частица, медленно скатывающаяся под действием собственного веса вдоль наклонной стенки трубы в жидкости, может двигаться без контакта со стенкой. Установлено, что подъемная сила в этом случае не инерционной природы (не сила Магнуса). Кроме того, движение зависит от атмосферного (статического) давления [3, 4]. Последнее говорит в пользу кавитации, развивающейся в узком зазоре (несколько микрон) частица-стенка. Опираясь на решение задачи в стоксовом приближении о движении сферической частицы вдоль стенки [1], в [4] приводится механизм образования подъемной силы, возникающей благодаря кавитации и приводящий к бесконтактному со стенкой движению частицы.

В [2, 5] отмечен некий парадокс. Движения фиксированной частицы в жидкостях с малоотличимыми вязкостью и плотностью могут быть различными. Сделано предположение, что это связано с различием в поверхностном натяжении системы жидкость – воздух.

Настоящая работа направлена на прямую фиксацию явления кавитации и основываясь на структуре кавитационной области, выявлении безразмерных параметров с ней связанных.

1. Постановка задачи. Будем рассматривать движение сферической частицы вдоль стенки (на расстоянии h от нее) наклонной трубы диаметром D в ньютоновской жидкости под действием силы тяжести P^* (P^* – вес частицы в жидкости) с постоянными поступательной u и вращательной Ω скоростями (фиг. 1). Величина зазора h между частицей и стенкой, отсчитывается от впадин шероховатостей поверхностей. Такое движение наблюдалось в рассматриваемых ниже экспериментах. Параметры, управляющие движением частицы: d – диаметр, ρ_p и ρ_f – плотностей частицы и жидкости, η – вязкость жидкости, h_p и h_w – высота шероховатостей поверхностей частицы и трубы (на фиг. 1 не показаны, $h_p \ll d$, $h_w \ll h_p$), g – ускорение свободного падения, α – угол наклона трубы, k_s – коэффициент трения скольжения. Последний параметр существует при движении частицы в контакте со стенкой.



Фиг. 1. Схема эксперимента

Из соображений размерности и эксперимента следует, что при медленном бесконтактном со стенкой движении частицы имеют место следующие функции [3]:

$$\omega = \omega(\alpha, d^*, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots), \quad B_\tau = B_\tau(\alpha, d^*, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots), \quad \varepsilon = \varepsilon(\alpha, d^*, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots) \quad (1.1)$$

$$\omega = \frac{\Omega d}{u}, \quad B_\tau = \frac{8P^* \sin \alpha}{\pi d \eta u}, \quad \varepsilon = 2 \frac{h}{d}, \quad d^* = \frac{d}{D}$$

Безразмерные параметры \bar{P}_i связаны с дополнительными явлениями, возможными в узком зазоре частица-стенка. Такими, например, могут быть кавитация и аномалия вязкости.

В (1.1) отсутствует число Рейнольдса

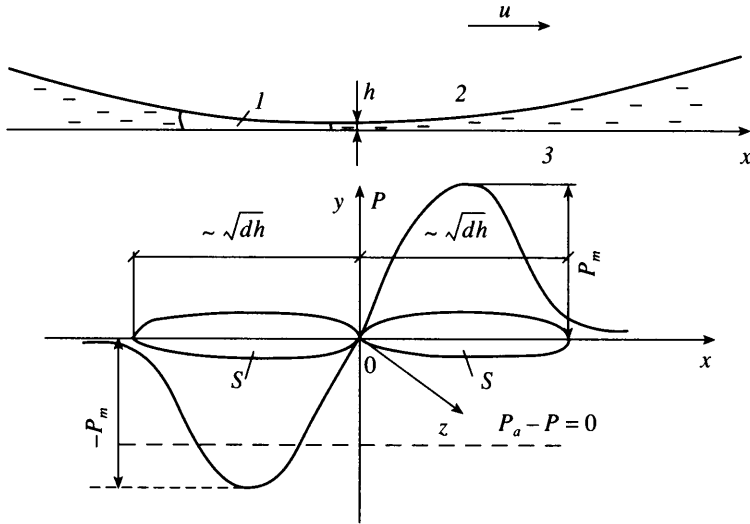
$$\text{Re}_p = \frac{\bar{u} d \rho_f}{\eta}, \quad \bar{u} = \frac{\pi d^2 g}{6 \eta} (\rho_p - \rho_f) \quad (1.2)$$

от которого, как показано в экспериментах [2, 3], эти функции не зависят.

В (1.1) предполагалось, что $h_p \ll h$. В случае, когда частица движется в контакте со стенкой ($\varepsilon = \varepsilon_p$), в [1.1] надо добавить параметры $\varepsilon_p = 2h_p/d$ и k_s (при $h_w \ll h_p$).

Остановимся ниже на кавитации. Давление P [1, 4], возникающее при стоксовом обтекании жидкостью частицы (за вычетом атмосферного давления), в смазочном слое частица-стенка непосредственно за осью симметрии частицы y , перпендикулярной стенке, отрицательное, перед осью симметрии – положительное (фиг. 2). Картина распределения давления симметрична относительно точки 0. Положительное и отрицательное давления (P_m – максимум положительного давления и модуля отрицательного), действуя на частицу, уравнивают друг друга, и подъемная сила равна нулю. Области (фиг. 2) всплеска положительного, либо отрицательного давления имеют характерный размер \sqrt{hd} с площадями $S \sim hd$.

В случае, если полное давление за осью симметрии частицы y в зазоре частица-стенка $P_a - P_m \leq 0$, (P_a – атмосферное давление) возможна кавитация [4]. Как показывает эксперимент (см. ниже), в этой области, где выполняется неравенство, возникает каверна в виде одиночного плоского газопарового пузырька (фиг. 2). Отрицательное давление под частицей из-за пузырька не реализуется. Неуравновешенная уже часть положительного давления, действующего на частицу, создает силу, поднимающую частицу над стенкой.



Фиг. 2. Схема расположения каверны относительно сферической частицы и распределения давления в зазоре частица-стенка в отсутствии кавитации (1 – каверна, 2 – частица, 3 – стенка)

Размеры стационарной каверны (близкой к сплюснутому сфероиду с характерными размерами h и \sqrt{hd}) определяются в основном величинами P_a , σ/h и положительным давлением

$$\langle P \rangle = P^*/S \sim g(\rho_p - \rho_f)d^2/h$$

возникающим в смазочном слое между частицей и стенкой без учета кавитации и поднимающим частицу над стенкой при развитии кавитации. Здесь σ – поверхностное натяжение в системе жидкость–воздух (предполагается, что внутри пузыря находится в основном воздух), давление $\langle P \rangle$ действует на площадке с характерным размером \sqrt{hd} . Параметры, связанные с развитием каверны здесь не рассматриваются (например, связанные с количеством растворенного в жидкости воздуха и его диффузией). Беря отношения P_a , σ/h к $\langle P \rangle$ и учитывая существование зависимости для ϵ (1.1), можно записать безразмерные параметры, характеризующие наряду с α и d^* стационарный процесс

$$\bar{P}_1 = P_a/g(\rho_p - \rho_f)d, \quad \bar{P}_2 = \sigma/g(\rho_p - \rho_f)d^2 \quad (1.3)$$

При всем многообразии факторов, влияющих на образование каверны (смачиваемость поверхностей, предыстория образования каверны и т.д.), по-видимому, (1.3) отражают основные механизмы.

Существенность \bar{P}_1 при движении частицы была показана в [3], где изменялось давление P_a . В настоящей работе исследуется влияние на движение частицы параметра \bar{P}_2 .

2. Методика эксперимента. Основная часть методики дается в [3]. Сферическая частица диаметра d с меткой скатывалась в жидкости по наклонной стенке стеклянной трубы, запаянной с одного конца (фиг. 1). Измерялись скорости u и Ω . Частицы были из стали, бронзы и карбида вольфрама с плотностью $\rho_p = 7.80; 8.42; 14.95$ г/см³.

Диаметр частиц d изменялся от 0.24 до 16 мм, диаметр труб D – от 2.6 до 16 см. При этом отношение $d/D \approx 0.1$ с 10%-ным разбросом. Шероховатости частицы $h_p \approx 0.02$ мкм для стали, карбида вольфрама и стеклянной стенки трубы. Для бронзы $h_p \approx 0.25$ мкм.

Использовались силиконовая жидкость [6], касторовое масло и глицерин с небольшой добавкой воды с плотностью $\rho_f = 0.980; 0.953$ и 1.260 г/см³ и поверхностным натяжением $\sigma = 21.0; 31.1; 62.5$ г/см². Металлические частицы и стеклянная труба были смачиваемые этими жидкостями.

Угол наклона трубы $\alpha = 70^\circ$. Для этого угла стальная частица с $d \approx 0.4$ см с $h_p \leq 0.4$ мкр в пересеченных жидкостях двигалась без контакта со стенкой [3].

После скатывания частицы из стали или карбида вольфрама по стенке трубы последнюю поднимали вдоль стенки на верх трубы для повторного эксперимента магнитом. Для последующего скатывания частицы вдоль стенки магнит убирался в перпендикулярном стенке направлении.

Фотографирование двигающейся частицы выполнялось с помощью фотоаппарата Nikon F3 с частотой протяжки пленки 3 кадра/с и с экспозицией 1/250 с.

Температура жидкости в трубе была комнатная. Вязкость жидкостей (необходимая для вычисления B_τ) определялась из опытов по седиментации сферической частицы вдоль оси симметрии трубы при $\alpha = 90^\circ$. Измерялась скорость седиментации частицы u . Вязкость вычислялась по формуле [7]

$$\eta = \frac{C}{24} \left(1 - 2.104 \frac{d}{D} \right), \quad C = \frac{4}{3} g (\rho_p - \rho_f) \frac{d^2}{u} \quad (2.1)$$

Использование различных d и D в опытах по определению вязкости давало разброс не более $\pm 1\%$. Обычно использовалась частица диаметра $d = 0.24$ см.

Для оценки величины зазора между частицей и стенкой ($\epsilon = 2h/d$) воспользуемся методикой [2]. Из рассмотрения задачи о движении гладкой ($\epsilon_p = 0$) сферической частицы с постоянными скоростями u и Ω , с постоянным зазором h между частицей и плоской стенкой в стоковом приближении при $\epsilon \rightarrow 0$ найдено [1]

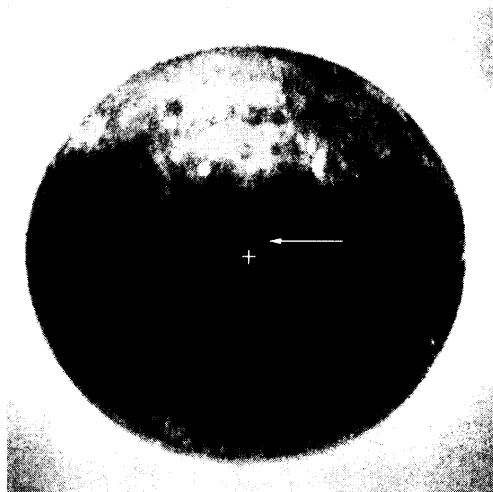
$$B_\tau = -24 \left[\left(\frac{8}{15} \ln \epsilon - 0.96 \right) - \left(\frac{2}{15} \ln \epsilon + 0.25 \right) \right] \quad (2.2)$$

$$B_m = -32 \left[\left(\frac{2}{5} \ln \epsilon - 0.38 \right) \omega - \left(\frac{1}{10} \ln \epsilon + 0.19 \right) \right]$$

где B_τ и B_m – безразмерные сила и момент, действующие со стороны жидкости на частицу. Для применения этих формул в случае движения частицы вдоль наклонной стенки трубы без контакта с последней предполагалось, что кавитация определяет только величину зазора между частицей и стенкой, но при этом в силу малости кавитационного пузырька слабо влияет на обтекание частицы жидкостью. В силу равномерности движения $B_m = 0$. Пренебрегалось также влиянием параметра $d^* \ll 1$ на движение частицы.

Подставляя в (2.2) экспериментальные значения ω , вычислялись значения B_τ и ϵ . Совпадение расчетных и экспериментальных значений B_τ будет говорить в пользу проводимой оценки ϵ по формулам (2.2).

3. Экспериментальные результаты и их обсуждение. На фиг. 3 дан фотоснимок частицы и стационарной каверны, на которую указывает стрелка. Каверна представляет собой одиночный пузырек, возникающий непосредственно за осью симметрии частицы (ось y , фиг. 1) в зазоре частица-стенка. Опыты проводили при движении стального шара диаметром 16 мм в силиконовой жидкости вдоль наклонной стенки трубы ($d/D \approx 0.1$) при $\alpha = 70^\circ$. Фотографирование проводилось со стороны, указанной на фиг. 1 стрелкой А. Направление движения частицы на фиг. 3 сверху вниз. Проекция частицы на плоскость (перпендикулярную оси y), имеет небольшую эллипсность из-за фотографирования ее через цилиндрическую поверхность трубы. Горизонтальная ось эллипса в 1.07 раза длиннее вертикальной. Крестиком на фиг. 3 обозначен центр частицы. Несмотря на движение, каверна имела почти круглую (с учетом эллипсности) проекцию на плоскость (перпендикулярную оси y) с диаметром около 1 мм. Расстояние от центра проекции частицы на плоскость до центра проекции каверны со-



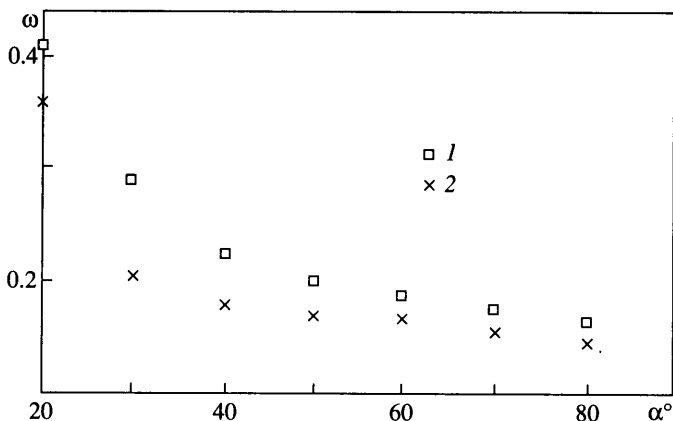
Фиг. 3. Фотография частицы ($d = 16$ мм) с кавитационной каверной в зазоре частица-стенка

ставляло около 0.6 мм. Каверна возникла практически мгновенно после начала движения частицы и ее размеры практически не изменялись во время движения частицы (длина пути вдоль наклонной стенки трубы около 20 см). Расшифровка слова “практически” требует более тщательных исследований. После достижения частицей дна трубы и ее остановки пузырек не схлопывался. Он отделялся от частицы, приобретая сферическую форму, и всплывал. Факт существования каверны в виде одиночного несферического пузырька использовался выше при определении безразмерных параметров, связанных с кавитацией.

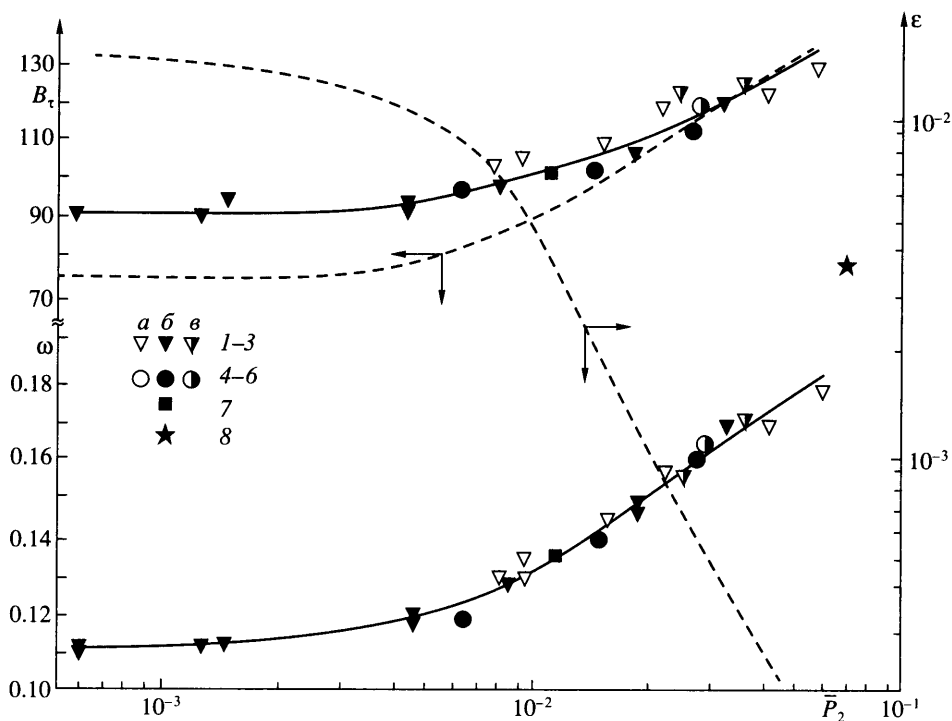
Исследование влияния параметра $\bar{P}_2 = \sigma/g(\rho_p - \rho_f)d^2$ на функции ω и B_τ проводится при бесконтактном со стенкой движении частиц. В этом случае функции (1.1) не зависят от параметров k_s и ϵ_p . Пример такого бесконтактного движения был получен в [3], для стальной частицы с $d \approx 0.4$ см при угле наклона $\alpha = 70^\circ$ при ее седиментации во всех вышеуказанных жидкостях. Отсутствие контакта частицы со стенкой в [3] устанавливалось, в частности, с помощью набора частиц одного диаметра с различными шероховатостями h_p по независимости ω от ϵ_p . Величина зазора h оценивалась по h_p , при котором такая зависимость появлялась. Значения B_τ как при контактном, так и бесконтактном движении частицы не сильно отличались [3].

В случае бесконтактного движения частицы изменение параметра $\bar{P}_1 = P_a/g(\rho_p - \rho_f)d$ в 30 раз (при фиксированных \bar{P}_2 и d^*) за счет изменения P_a приводило к изменению ω не более 10% при 70° (фиг. 4). Поэтому пренебрежем влиянием параметра \bar{P}_1 на функции $\omega(\bar{P}_2)$ и $B_\tau(\bar{P}_2)$. Однако если при изменении \bar{P}_1 происходит переход от бесконтактного к контактному со стенкой движению частицы (появляются при этом параметры ϵ_p и k_s), то сделанное допущение уже не верно [3].

На фиг. 5 представлены зависимости ω и B_τ от \bar{P}_2 при бесконтактном движении частицы. При $\bar{P}_2 \geq 6 \cdot 10^{-2}$ бесконтактное движение не существует. В этом случае $\omega(\bar{P}_2)$ резко возрастает с увеличением P_2 (см. точку 8 при $\bar{P}_2 = 8 \cdot 10^{-2}$ для ω) в силу касания частицей стенки.



Фиг. 4. Зависимость коэффициента проскальзывания ω от угла наклона трубы α для давления $P_a = 1.7$ (1); 0.065 (2) ат



Фиг. 5. Экспериментальные зависимости $V_\tau(\bar{P}_2)$ и $\omega(\bar{P}_2)$. Точкам соответствуют частицы: стальные (1-3), из карбида вольфрама (4-6), из бронзы 7. Точкам *a* соответствуют опыты в глицерине, *b* – в силиконовой жидкости, *v* – в касторовом масле. Пунктирными линиями даются расчетные зависимости $V_\tau(\bar{P}_2)$ и $\epsilon(\bar{P}_2)$ (ϵ – безразмерный зазор между частицей и стенкой)

При $\bar{P}_2 < 5 \cdot 10^{-3}$ ω и B_τ практически перестают зависеть от \bar{P}_2 .

Безразмерная подъемная сила определяется из фиг. 5 и соотношения

$$B_N = \frac{8F_N}{\pi d \eta u} = B_\tau \operatorname{ctg} \alpha$$

Пунктирными линиями на фиг. 5 показаны зависимости $B_\tau(\bar{P}_2)$ и $\varepsilon(\bar{P}_2)$, полученные по формулам (2.2) с использованием экспериментальной зависимости $\omega(\bar{P}_2)$ (сплошная линия на фиг. 5). При $\bar{P}_1 \leq 1.6 \cdot 10^{-2}$ соответствие расчетной и экспериментальной зависимостей $B_\tau(\bar{P}_2)$ ухудшается. По-видимому, это связано с появлением заметного влияния каверны на обтекание частицы жидкостью. Каверна увеличивается вследствие роста h и d . Дополнительный контроль за отсутствием контакта частицы и стенки при малых \bar{P}_2 проводился с помощью бронзовой частицы с достаточно большой шероховатостью $h_p = 0.25$ мкр. Значение ω для бронзовой частицы совпадает с полученной $\omega(\bar{P}_2)$ (сплошная линия). Это значит, что $h > h_p = 0.25$ мкр.

Так же, как и в случае движения частицы вдоль оси симметрии вертикальной трубы (2.1), существует зависимость ω и B_τ от d^* для наклонной трубы. При этом уменьшение d^* приводит к увеличению ω . Особенно ярко это видно при больших \bar{P}_2 , где уменьшение d^* (изменялся диаметр D) могло приводить к изменению движения частицы от бесконтактного к контактному со стенкой. Так, например, для частицы из карбида вольфрама с $d = 0.238$ см и силиконовой жидкости при $d^* = 0.1$ $\omega = 0.165$, что соответствует приведенной на фиг. 6 экспериментальной зависимости $\omega(\bar{P}_2)$. В случае $d^* = 0.06$ величина $\omega = 0.2$.

На экспериментальных зависимостях ω и B_τ от \bar{P}_2 разброс точек составляет $\pm 5\%$ от среднего значения (сплошные линии). Этот разброс может быть связан с не учетом изменения параметра \bar{P}_1 ; с влиянием параметра ε_p при небольших ε ; с 10%-ным изменением параметра d^* .

Экспериментальные точки $B_\tau(\bar{P}_2)$ для силиконовой жидкости систематически расположены немного ниже, чем для глицерина и касторового масла. Это может быть связано с тем, что для силиконовой жидкости при скоростях сдвига [4, 6] $\gamma > 10^4 \text{ c}^{-1}$ наблюдается небольшая аномалия вязкости. При движении частицы $\gamma = u/h \sim 10^4 \text{ c}^{-1}$, что говорит о возможности влияния на движение частицы аномалии вязкости.

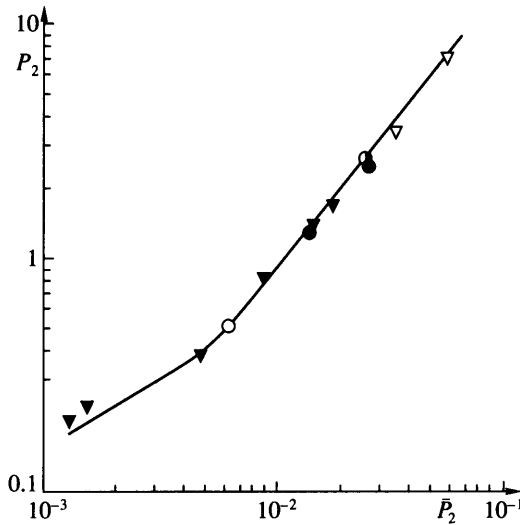
4. Приложение. Некоторые соотношения следующие из теории размерности и подобия. Рассмотрим связь параметров \bar{P}_1 , \bar{P}_2 (1.3) с параметрами

$$P_1 = \frac{P_a d}{u \eta}, \quad P_2 = \frac{\sigma}{u \eta} \quad (4.1)$$

где P_2^{-1} – капиллярное число, σ – коэффициент поверхностного натяжения, P_a – атмосферное давление.

Для частицы стационарно двигающейся вдоль стенки трубы, когда движение сопровождается кавитацией из формальных размерностных соображений, можно записать

$$B_\tau = B_\tau(\omega, d^*, P_1, P_2), \quad B_N = B_N(\omega, d^*, P_1, P_2), \quad \varepsilon = \varepsilon(\omega, d^*, P_1, P_2) \quad (4.2)$$



Фиг. 6. Зависимость $P_2(\bar{P}_2)$. Обозначения точек приведены на фиг. 5

Здесь $B_N = 8F_N/\pi d\eta u$, F_N – подъемная сила, действующая на частицу. Соотношения (4.2) написаны для случая, когда отсутствует контакт частицы со стенкой и момент, действующий со стороны жидкости на частицу $M = 0$.

Далее рассматривается случай когда F_N уравнивается весом частицы $F_N = P^* \cos \alpha$. Учитывая (1.2)–(1.3), (4.1) запишем

$$P_1 = \bar{P}_1 \frac{\bar{u}}{u}, \quad P_2 = \bar{P}_2 \frac{\bar{u}}{u}, \quad B_N = \frac{\bar{u}}{u} \cos \alpha \tag{4.3}$$

В случае, если частица движется вдоль наклонной стенки трубы под действием собственного веса

$$B_\tau = \frac{8F_\tau}{\pi d\eta u} = \frac{\bar{u}}{u} \sin \alpha \tag{4.4}$$

Подставляя (4.3), (4.4) в (4.2) получим соотношения (1.1). Кроме того

$$P_1 = P_1(\alpha, d^*, \bar{P}_1, \bar{P}_2), \quad P_2 = P_2(\alpha, d^*, \bar{P}_1, \bar{P}_2) \tag{4.5}$$

Существование второй из зависимостей (4.5) проверялась экспериментально при $\alpha = 70^\circ$ и $d^* \approx 0.1$. Из фиг. 6 следует, что такая зависимость существует и параметр \bar{P}_1 для нее не существует.

В случае, если вместо силы F_τ (4.4) задается скорость u , соотношения (1.1) остаются справедливыми, если в них α заменить на \bar{u}/u .

Заключение. Обнаружено, что при движении сферической частицы вдоль стенки между частицей и стенкой (непосредственно за осью симметрии частица – стенка) появляется каверна в виде несферического воздушного пузырька.

Основываясь на существовании стационарной каверны при движении частицы вдоль стенки, выписаны безразмерные параметры, связанные с ее образованием: $\bar{P}_1 = P_a/g(\rho_p - \rho_f)d$, $\bar{P}_2 = \sigma/g(\rho_p - \rho_f)d^2$ (P_a – атмосферное давление, σ – коэффициент

поверхностного натяжения, ρ_p и ρ_f – плотность частицы и жидкости, d – диаметр частицы).

Найдена зависимость коэффициента сопротивления B_τ и безразмерного отношения угловой и поступательной скоростей ω от \bar{P}_2 при бесконтактном движении частицы под действием подъемной силы кавитационной природы вдоль наклонной стенки при фиксированных значениях угла наклона трубы α и $d^* = d/D$ (D – диаметр трубы). При достаточно малых \bar{P}_2 эти функции перестают зависеть от \bar{P}_2 .

Показано, что параметр \bar{P}_1 слабо влияет на значение B_τ и ω при бесконтактном со стенкой движении частицы. Показано, что уменьшение параметра d^* приводит к увеличению ω . Найдена связь между параметром \bar{P}_2 и капиллярным числом.

Автор благодарит Н.В. Ушакова за помощь в проведении экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Goldman A.J., Cox R.G., Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall. II. Couette flow // Chem. Eng. Sci. 1967. V. 22. № 4. P. 637–651.
2. Прокунин А.Н. О седиментации сферической частицы вдоль наклонной плоскости в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 4. С. 129–136.
3. Прокунин А.Н. Об одном парадоксе при движении твердой частицы вдоль стенки в жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 3. С. 107–122.
4. Prokunin A.N., Voinov O.V. On a cavitation in spherical – particle slow motion in a liquid along a wall. // USNCTAM14. Blacksburg, 2002. P. 257.
5. Prokunin A.N. Towards a paradox in particle motion in a fluid near a wall // Proc. Intern. Conf.: Problems in Fluid and Hydrology. Prague, 1999. V. 1. P. 143–146.
6. Johnson G.C. Flow characteristics of linear, end-blocked dimethyl- polysiloxane fluids // J. Chem. End. Data. 1961. V. 6. P. 275–278.
7. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.1.2004