

УДК 532.59:534.1

© 2004 г. А. А. ИВАНОВА, В. Г. КОЗЛОВ, А. В. ЧИГРАКОВ

## ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

Экспериментально исследуется поведение маловязкой жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре кругового сечения. В широком диапазоне относительного наполнения полости изучаются устойчивость центрифугированного слоя и движение жидкости относительно полости, возбуждение инерционных волн на поверхности жидкости и влияние волн на устойчивость и структуру потоков. Анализ результатов проводится с позиции вибрационной механики, когда движение генерируется колебаниями жидкости относительно полости, а роль силы, осциллирующей в системе отсчета полости, играет сила тяжести.

*Ключевые слова:* изотермическая жидкость, вращение, устойчивость, осредненное движение, инерционные волны.

Рассмотрим длинный горизонтальный цилиндр радиуса  $R$ , частично заполненный маловязкой жидкостью и вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью  $\Omega$  (фиг. 1). При медленном вращении жидкость под действием силы тяжести остается в нижней части полости, лишь ее малая часть увлекается стенками цилиндра. С увеличением скорости (частоты) вращения количество увлекаемой жидкости возрастает, пока вся жидкость пороговым образом не перейдет в центрифугированное состояние. Распределяясь по внутренней поверхности, жидкость образует вращающийся вместе с полостью слой; формирование слоя и его устойчивость определяются соотношением силы тяжести и центробежной силы инерции.

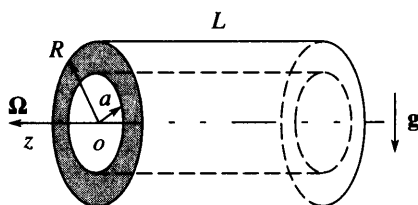
Поведение жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре помимо того, что является важным для ряда технологических процессов, представляет интерес для теории гидродинамической устойчивости систем со свободной поверхностью. Вблизи границы перехода жидкости в центрифугированное состояние эксперименты обнаруживают целый ряд различных видов неустойчивости, приводящих к формированию трехмерных структур [1]. В [2] можно найти обзор теоретических и экспериментальных работ, в основном посвященных поведению вязких жидкостей при небольшом относительном наполнении.

Динамика маловязкой жидкости в центрифугированном состоянии осталась вне поля зрения исследователей. Отметим лишь работу [3], где в пренебрежении вязкостью найдена граница устойчивости центрифугированного слоя, которая определяется критическим значением безразмерного ускорения  $\Gamma_m^* = 1/3$  (условием существования центрифугированного слоя является положительное значение радиальной компоненты градиента давления в жидкости). Здесь  $\Gamma_m \equiv g/\Omega^2 a$ ,  $a$  – радиус свободной поверхности жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения. В приближении  $\Gamma_m \ll 1$  найдено распределение жидкости в центрифугированном состоянии. Свободная поверхность жидкости, стационарная в лабораторной системе отсчета, имеет цилиндрическую форму с осью симметрии, смещенной относительно оси полости вниз на малое по сравнению с радиусом полости расстояние  $b$ :

$$b = \frac{(1 - c^2)g}{2c\Omega^2}$$

Здесь параметр  $c = a/R$  определяется как отношение радиуса свободной поверхности центрифугированного слоя жидкости к радиусу полости (см. фиг. 1).

Заметим, что не осесимметричное стационарное в лабораторной системе распределение жидкости соответствует двумерной волне в системе отсчета полости с амплитудой  $b$ , распространяющейся в азимутальном направлении, противоположном направлению вращения полости. Таким образом, в связанной с полостью системе отсчета гравитационное поле вызывает вынужденные колебания жидкости.



Фиг. 1. Постановка задачи:  $R$  и  $L$  – радиус и длина рабочей полости,  $\Omega$  – угловая скорость вращения полости,  $a$  – радиус свободной поверхности слоя центрифугированной жидкости

Наряду с вынужденными колебаниями в [3] рассматриваются свободные колебания поверхности жидкости во вращающейся полости (инерционные волны). Получено дисперсионное соотношение, определяющее характеристики волн в зависимости от величины наполнения.

Колебания, в частности, вызванные действием силы тяжести, являются основой для нетривиальной осредненной динамики жидкости вследствие нелинейных эффектов. Так, при теоретическом изучении центрифугированной жидкости в коротком горизонтальном цилиндре [4] обнаружено, что скорость азимутального движения жидкости в лабораторной системе отсчета меньше скорости вращения кюветы. Аналогичный эффект обнаружен в задаче о поведении твердого легкого тела цилиндрической формы, находящегося под действием центробежных сил вблизи оси заполненного жидкостью вращающегося горизонтального цилиндра [5]: под действием силы тяжести легкий цилиндр совершает медленное обратное вращение относительно кюветы со скоростью, пропорциональной  $\Gamma_m^2$ .

В настоящей работе во вращающейся вокруг горизонтальной оси цилиндрической полости экспериментально исследуется динамика жидкости в зависимости от скорости вращения, от относительного наполнения и относительной длины полости. Внимание уделяется осредненному по времени движению жидкости в центрифугированном состоянии, возбуждаемому колебаниями жидкости в системе отсчета полости. Изучается влияние инерционных волн на динамику и устойчивость центрифугированного слоя жидкости.

**1. Экспериментальная установка и методика.** Экспериментальная установка обеспечивает равномерное вращение кюветы вокруг горизонтальной оси [6]. Частота вращения может плавно изменяться в интервале  $f = 7\text{--}35$  Гц за счет изменения напряжения питания электродвигателя постоянного тока. Измерение частоты проводится при помощи цифрового тахометра типа ТЦ-3М с точностью 0.1 Гц (нестабильность частоты в ходе отдельного опыта не превышает 0.1 Гц).

В экспериментах используются различные по размеру кюветы, изготовленные из прозрачных плексигласовых труб кругового сечения. Одна из кювет имеет радиус

$R = 2.5$  см и длину  $L = 28.3$  см, в ряде опытов относительная длина рабочей полости варьируется в интервале  $l \equiv L/R = 1-11$  за счет перемещения расположенного внутри подвижного поршня. Вторая кювета имеет радиус  $R = 3.5$  см и постоянную длину  $L = 8.7$  см. Параметры других кювет будут указаны в соответствующих местах текста.

Опыты проводятся с дистиллированной водой. Движение свободной поверхности жидкости визуализируется маркерами – мелкими легкими частицами из пенопласта. Наблюдение проводится в стробоскопическом освещении с частотой вспышек, равной частоте вращения цилиндра, что позволяет наблюдать движение жидкости относительно стенок полости. Скорость азимутального движения рассчитывается по периоду  $T$  вращения маркера относительно стенок. Погрешность измерения скорости в большинстве случаев не превышает 1%.

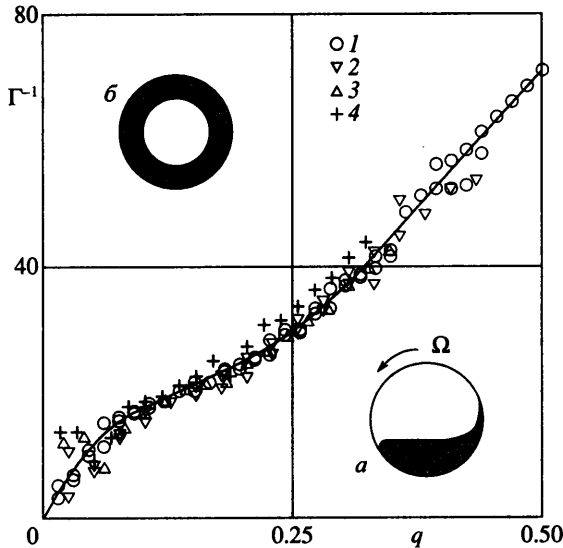
В качестве безразмерной характеристики выбрано относительное наполнение полости  $q = V/V_0$  ( $V$  – объем жидкости,  $V_0$  – объем полости), связанное с безразмерной координатой свободной поверхности жидкости  $s$  соотношением  $q = 1 - s^2$ . Относительное наполнение варьируется в диапазоне  $q = 0.05-0.9$ , задается перед началом эксперимента и может увеличиваться непосредственно в ходе опыта. В последнем случае во вращающуюся кювету с уже центрифугированным слоем порционно добавляется дополнительное количество жидкости через отверстие, расположенное на оси вращения в одном из торцов. Погрешность измерения объема жидкости не превышает 1%.

Методика эксперимента определяется поставленной задачей. Переход в центрифугированное состояние и устойчивость центрифугированного слоя изучаются при плавном повышении (понижении) скорости вращения кюветы с заданным количеством жидкости. Поскольку граница центрифугирования значительно выше границы обрушения, т.е. в переходах наблюдается гистерезис, при изучении устойчивости толстых слоев жидкости ( $q > 0.5$ ) формирование последних осуществляется постепенным сдавливанием жидкости в уже вращающуюся кювету.

При измерении скорости поверхности жидкости используются легкие частицы, при изучении структуры трехмерных потоков – мелкая стеклянная пудра (размер частиц  $\sim 0.04$  мм), распределение которой на боковой стенке полости визуализирует структуру течений. Для регистрации распределения частиц используется видеокamera при стробоскопическом освещении либо фотоаппарат при освещении лампой-вспышкой.

**2. Результаты исследований.** Во вращающейся кювете жидкость может находиться в двух качественно различных состояниях. Если определяющую роль играет сила тяжести (сравнительно медленное вращение), основная часть жидкости находится в нижней части полости; при быстром вращении и доминирующей роли центробежной силы жидкость переходит в центрифугированное состояние и совершает твердотельное движение вместе с полостью. Рассмотрим поведение жидкости и процессы перехода из одного состояния в другое.

*Центрифугирование.* При вращении цилиндра за счет вязких сил жидкость из нижней части увлекается стенками полости. При умеренной частоте вращения это приводит к вихревому движению находящейся внизу жидкости и к нарушению формы свободной поверхности (фиг. 2, фрагмент а). Со стороны, где стенка полости “набегает” на жидкость (в лабораторной системе отсчета), формируется гидравлический скачок – бора. С повышением частоты вращения интенсивность вихревого движения повышается, высота гидравлического скачка возрастает. При критическом значении частоты происходит “захват” (далее кавычки опустим) всей жидкости: жидкость переходит в центрифугированное состояние и начинает двигаться вместе с цилиндром, равномерно распределяясь по внутренней поверхности полости (фиг. 2, фрагмент б). В условиях проведенного эксперимента непосредственно перед захватом движение жидкости в нижней части полости имеет выраженный турбулентный характер.



Фиг. 2. Граница центрифугирования жидкости при увеличении частоты вращения полости на плоскости  $q$ ,  $\Gamma^{-1}$  ( $\Gamma = g/\Omega^2 R$  – безразмерное ускорение,  $q$  – относительный объем жидкости, вода): область устойчивости (а) и центрифугированного состояния (б); радиус ( $R$ , см) и длина ( $L$ , см) полости (3.5, 8.6) – точки 1; (2.5, 12), (2.5, 15) – точки 2–4

Критическая частота захвата зависит от относительного наполнения: быстро повышается с увеличением  $q$ . Граница центрифугирования жидкости постоянной вязкости определяется безразмерным ускорением  $\Gamma = g/\Omega^2 R$  (фиг. 2). Экспериментальные точки, полученные в кюветах различного диаметра сравнительно большой длины, удовлетворительно согласуются между собой на плоскости  $q$ ,  $\Gamma$ . В области  $q > 0.2$  пороговое значение  $\Gamma^{-1}$  возрастает практически пропорционально  $q$ . При этом центрифугирование происходит одновременно по всей длине полости, несмотря на то, что захват жидкости начинается с торцевых стенок.

В тонких слоях,  $q < 0.1$ , процесс центрифугирования протекает иначе. С увеличением частоты вращения жидкость пороговым образом увлекается и центрифугируется лишь на части длины канала вблизи одного или одновременно вблизи обоих торцов, тогда как в средней части полости, если последняя имеет достаточную длину, жидкость остается внизу. При неизменной частоте вращения состояние частичного центрифугирования устойчиво. С повышением частоты область, занимаемая центрифугированной жидкостью, постепенно увеличивается. Наконец, при некоторой критической скорости вращения увлекается вся жидкость, свободная поверхность принимает цилиндрическую форму.

Затягивание процесса центрифугирования объясняется следующим. В ходе частичного захвата (вблизи торцов) происходит перераспределение жидкости по длине канала: под действием центробежных сил часть жидкости из области, где она центрифугирована, вытесняется, увеличивая тем самым относительное наполнение в той части полости, где жидкость еще не увлечена стенками, что в свою очередь повышает устойчивость к захвату. Такое перераспределение жидкости не является принципиальным и не проявляет себя в случае больших  $q$ , но при малых значениях  $q$  оно существенно повышает критическую частоту центрифугирования. Этим фактом мож-

но объяснить изменение закона нарастания  $\Gamma^{-1}$  с  $q$  в области малого наполнения (на фиг. 2 граница определена по захвату всей жидкости).

Рассматриваемые ниже результаты получены в экспериментах с жидкостью одной вязкости (вода). Очевидно, что изменение вязкости приведет к трансформации пороговой кривой, поскольку в процессе центрифугирования увлечение жидкости стенками полости происходит за счет вязкого взаимодействия.

*Обрушение.* В предельном случае быстрого вращения центрифугированная жидкость движется вместе с полостью как твердое тело. Потеря устойчивости центрифугированного слоя, приводящая к обрушению жидкости, исследуется при плавном понижении частоты вращения, что соответствует увеличению параметра  $\Gamma_m \equiv g/\Omega^2 a$ . При этом центрифугированный слой претерпевает ряд изменений: сначала на свободной поверхности развиваются колебания, при критическом значении  $\Gamma_m$  слой жидкости обрушивается, оказываясь в нижней части полости.

Критическая частота вращения, ниже которой центрифугированное состояние жидкости невозможно, с увеличением относительного наполнения  $q$  в среднем повышается (фиг. 3, а), с увеличением диаметра полости понижается (кривые 1–3). Общим для кривых является немонотонный характер их изменения с наполнением: периодическое повышение и понижение границы устойчивости (особенно хорошо это заметно на кривой 2).

На плоскости параметров  $q, \Gamma_m$  пороговые кривые располагаются ниже теоретической границы устойчивости (фиг. 3, б, штриховая линия [3]), исключение составляют малые значения наполнения  $q < 0.05$  и малая длина полости (кривая 3). Кривые имеют выраженные локальные минимумы, по форме напоминающие резонансные. Наблюдения показывают, что для областей минимальной устойчивости характерно наличие интенсивных колебаний свободной поверхности центрифугированной жидкости: чем выше интенсивность колебаний, тем ниже граница устойчивости. В отсутствие колебаний граница устойчивости поднимается и приближается к теоретической (кривая 2,  $q \approx 0.5$  и  $q \approx 0.65$ ). Вопрос о возбуждении инерционных волн и их влиянии на устойчивость будет рассмотрен ниже.

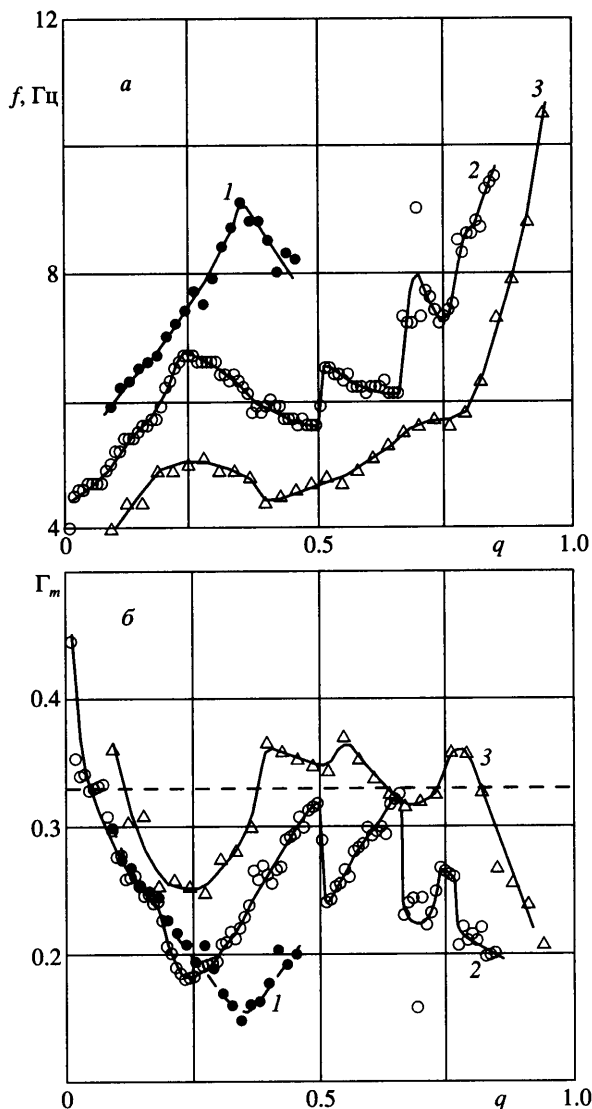
В области  $q < 0.2$  граница устойчивости быстро повышается с уменьшением  $q$ . При этом экспериментально полученная граница оказывается выше теоретической, колебания свободной поверхности не наблюдаются вплоть до обвала.

*Движение в центрифугированном слое жидкости.* Находящиеся на поверхности слоя жидкости маркеры обнаруживают наличие медленного обратного движения жидкости относительно полости. Азимутальная скорость движения зависит от частоты вращения (повышается с понижением  $\Omega$ ), от заполнения  $q$  (возрастает с  $q$  при неизменной частоте) и от размера полости (понижается с увеличением радиуса при заданных значениях  $q$  и  $\Omega$ ).

При высокой частоте вращения полости (малые значения  $\Gamma_m$ ) расположенные случайным образом маркеры имеют одинаковую азимутальную скорость, осевое движение отсутствует, поверхность жидкости остается гладкой и невозмущенной. Траектория движения каждой из частиц представляет собой окружность, лежащую в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

С понижением частоты вращения скорость азимутального движения возрастает. При некоторой частоте на поверхности жидкости пороговым образом появляются волны. Развитие волн вызывает осевое перемещение легких маркеров, которые на поверхности образуют периодическую вдоль оси вращения систему колец.

Визуализация движения жидкости алюминиевой пудрой показывает, что такое поведение маркеров обусловлено наличием крупномасштабных течений в форме торoidalных вихрей (фиг. 4, а). Мелкие стеклянные частицы, визуализирующие потоки вблизи стенок и первоначально равномерно распределенные по поверхности полости, также перераспределяются и образуют периодическую вдоль оси вращения систе-

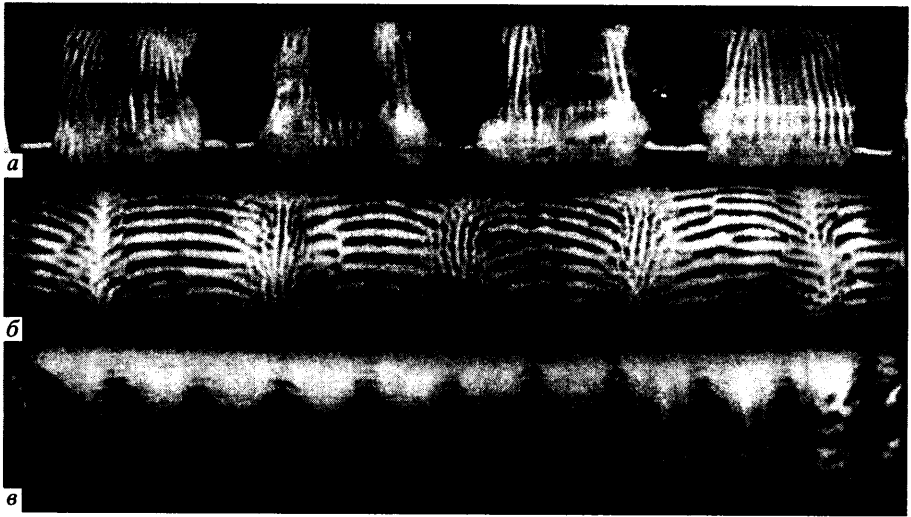


Фиг. 3. Зависимость критической частоты  $f$  обрушения центрифугированного слоя (а) и критического значения параметра  $\Gamma_m$  (б) от наполнения  $q$  для  $(R, \text{см}; L, \text{см}) = (2.5, 28); (3.5, 7); (4.5, 2.5)$  – кривые 1–3

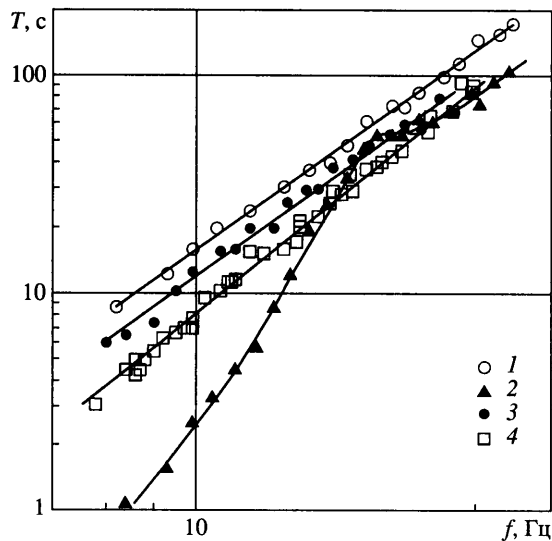
му. Пространственный период крупномасштабных тороидальных структур понижается с уменьшением относительного наполнения (фиг. 4, б, в).

Наряду с тороидальными вихрями можно наблюдать относительно коротковолновые структуры, связанные с неустойчивостью пограничных слоев Стокса.

Период вращения поверхности жидкости  $T$  с понижением частоты вращения полости  $f$  уменьшается, интенсивность течения возрастает. Закон изменения  $T$  с частотой близок степенному,  $T \sim f^3$  (фиг. 5, кривые 1, 3 и 4). Исключение составляет кривая 2 ( $q = 0.24$ ), для которой закон  $T \sim f^3$  выполняется лишь в области высоких частот ( $f > 18$  Гц). В области резкого снижения кривой визуальные наблюдения обнаружи-



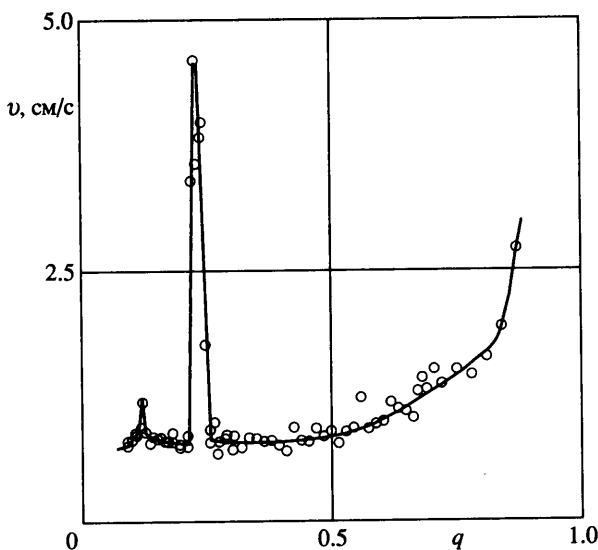
Фиг. 4. Фотографии распределения сыпучей среды ( $R = 2.5$  см,  $L = 34.1$  см):  $q = 0.39$  и  $f = 9.5$  Гц (а),  $0.32$  и  $9.4$  Гц (б),  $0.1$  и  $6.4$  Гц (в)



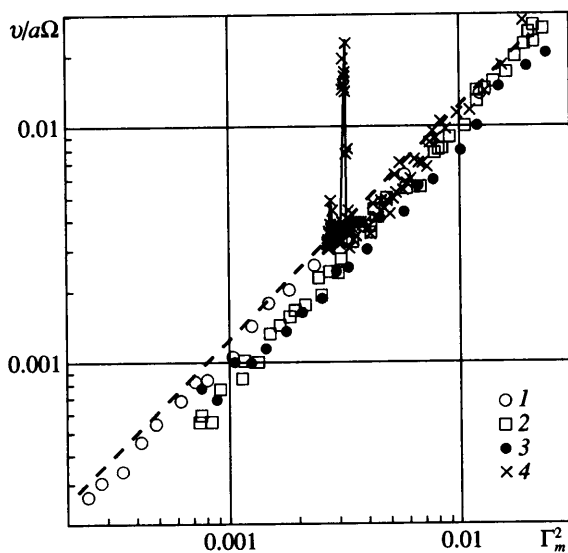
Фиг. 5. Зависимость периода  $T$  движения жидкости относительно полости от частоты ее вращения для  $R = 3.5$  см,  $q = 0.09, 0.24, 0.48$  (1–3) и  $R = 2.5$  см,  $q = 0.14$  (4)

вают интенсивные колебания поверхности жидкости. Таким образом, изменение характера зависимости кривой 2 при  $f < 18$  Гц связано с возбуждением волновых процессов на свободной поверхности, которые повышают интенсивность потоков.

Рассмотрим зависимость скорости течения  $v$  от относительного наполнения  $q$  при заданной частоте вращения. Если частота достаточно высока ( $f > 18$  Гц), скорость монотонно повышается с  $q$ . При понижении частоты монотонный характер нарушается, на кривой  $v(q)$  появляются области резонансного возрастания скорости: на фиг. 6 ( $f = 12$  Гц) видны две такие области, при значениях  $q = 0.12$  и  $q = 0.24$ . При этом



Фиг. 6. Зависимость скорости азимутального движения поверхности центрифугированного слоя жидкости от  $q$  ( $R = 3.5$  см,  $l \approx 2.5$ ,  $f = 12$  Гц)

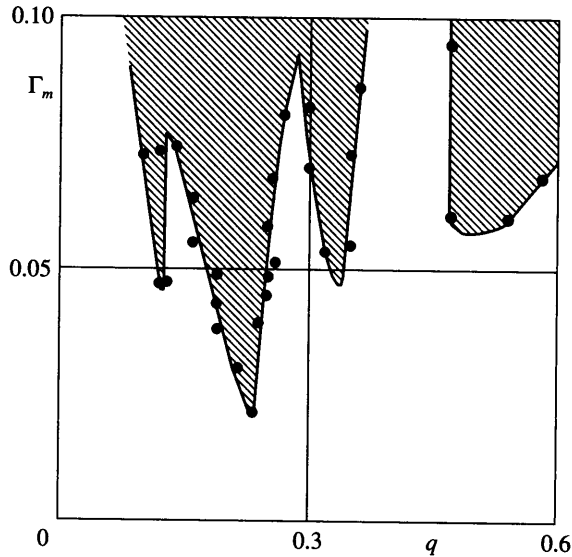


Фиг. 7. Зависимость безразмерной скорости  $v/a\Omega$  от  $\Gamma_m^2$ ; 1–3 соответствуют обозначениям 1, 3 и 4 на фиг. 5, обозначение 4 – фиг. 6

визуальные наблюдения обнаруживают интенсивные колебания поверхности слоя. Отличие кривой 2 на фиг. 5 от других объясняется тем, что она получена при  $q = 0.24$ , т.е. в области возбуждения колебаний поверхности.

Безразмерная скорость возвратного движения жидкости относительно полости  $v/a\Omega$  определяется ускорением  $\Gamma_m$  (фиг. 7). Результаты получены при постоянных значениях  $q$  (кривые 1–3) и при постоянной частоте вращения, но изменяющемся наполне-



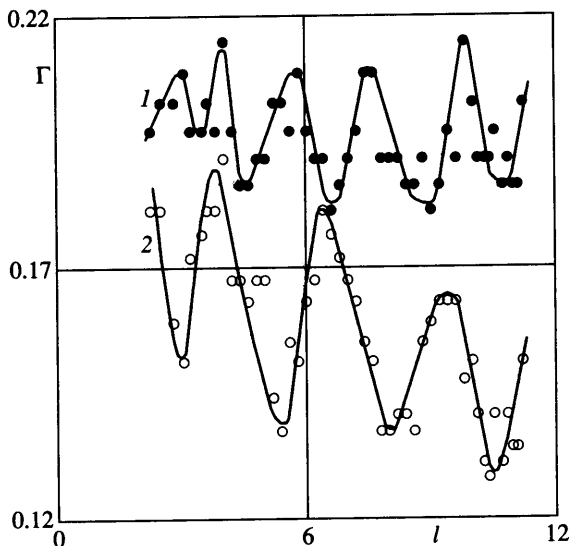


Фиг. 8. Зависимость границы возбуждения колебаний поверхности центрифугированного слоя жидкости от  $q$  для  $R = 2.5$  см,  $l = 11.2$  (область существования колебаний заштрихована)

нии (кривая 4). Единицей измерения скорости служит скорость поверхности при твердотельном движении жидкости вместе с полостью. С увеличением  $\Gamma_m$  скорость возрастает по закону  $v/a\Omega \sim \Gamma_m^2$ : кривые 1–3 и 4 подчиняются этому закону и удовлетворительно согласуются между собой. Исключение составляют области волновой неустойчивости на кривой 4, в которых скорость оказывается значительно выше.

**Волновые процессы.** При малых значениях  $\Gamma_m$  (высокая скорость вращения) свободная поверхность центрифугированного слоя жидкости в лабораторной системе отсчета стационарна и имеет цилиндрическую форму. Волны на поверхности появляются пороговым образом при понижении скорости вращения (при повышении  $\Gamma_m$ ), имеют вид спиралей, период которых зависит от относительного наполнения [7]. В полости конечной длины в результате отражения от торцов формируется стоячая вдоль оси волна с пучностями амплитуды колебаний поверхности на торцах. Азимутальная скорость стоячей волны зависит от относительного наполнения и длины волны (периода спирали). Поскольку длина полости и половина длины волны кратны, спектр длин волн дискретен. С увеличением  $\Gamma_m$  интенсивность колебаний поверхности возрастает и достигает своего максимума непосредственно перед обвалом.

Колебания поверхности резко интенсифицируют потоки и изменяют их вид; скорость движения служит характеристикой интенсивности колебаний, по характеру течений можно судить о структуре волн. Границы резонансного увеличения скорости являются индикатором развития колебаний (фиг. 6). На фиг. 8 показана зависимость параметра  $\Gamma_m$ , соответствующего границе возбуждения волн, от относительного наполнения; область существования колебаний заштрихована. При данной длине полости резонансное возбуждение колебаний поверхности реализуется для различных значений  $q$ , наиболее опасным из которых является  $q \approx 0.24$ . С повышением  $\Gamma_m$  область колебаний расширяется. В то же время существуют значения относительного наполнения  $q < 0.1$  и  $0.4 < q < 0.45$ , при которых колебания поверхности отсутствуют и не появляются практически до обрушения центрифугированного слоя.



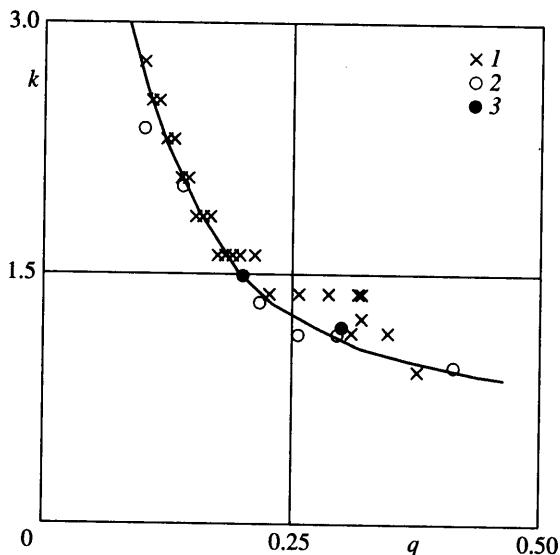
Фиг. 9. Зависимость границы устойчивости центрифугированного слоя от относительной длины полости  $l \equiv L/R$  для  $R = 2.5$  см,  $q = 0.2$  (1) и  $0.3$  (2)

Для заштрихованной на фиг. 8 области характерна зависимость волновых процессов и структуры потоков от относительной длины полости  $l$ . С изменением  $l$  (в опытах длина изменялась с шагом 0.3–0.5 см) при заданном значении  $q$  наблюдается периодическое изменение устойчивости слоя к обрушению (фиг. 9). Максимальная устойчивость соответствует случаю, когда на свободной поверхности формируется неподвижная в лабораторной системе отсчета волна. В системе отсчета полости это состояние соответствует стоячей вдоль оси волне, распространяющейся в азимутальном направлении со скоростью, равной по величине и противоположной по направлению скорости вращения полости.

В подавляющем большинстве случаев в эксперименте наблюдаются трехмерные волны, имеющие азимутальную компоненту скорости, отличную от скорости вращения полости. В лабораторной системе отсчета поверхность жидкости при распространении таких волн совершает колебания.

Возбуждение стоячей волны (независимо от азимутальной скорости) приводит к формированию периодических вдоль оси трехмерных течений в виде стационарных тороидальных вихрей. При этом визуализирующие течение частицы образуют систему периодических вдоль оси вращения колец как на свободной поверхности (легкие маркеры), так и на стенке полости (частицы песка). Потоки перераспределяют сыпучую среду по длине кюветы, вынося ее из пучностей колебаний поверхности (фиг. 4, а). Длина волны  $\lambda$ , равная удвоенному расстоянию между пучностями, определяется относительным наполнением и не зависит от величины  $\Gamma_m$ . С увеличением  $q$  безразмерное волновое число  $k \equiv 2\pi R/\lambda$  монотонно понижается (фиг. 10), результаты, полученные в кюветах различного размера, согласуются между собой.

На фиг. 4 наряду с крупномасштабными периодическими вдоль оси полости структурами видны сложные мелкомасштабные структуры в распределении сыпучей среды. Описание данного эффекта, связанного с неустойчивостью осциллирующих слоев Стокса, выходит за рамки настоящей публикации и будет дано в другой работе.



Фиг. 10. Зависимость безразмерного волнового числа  $k$  от относительного наполнения полости  $q$ :  $R = 2.5$ ,  $L = 34.1$  (1),  $R = 1.7$ ,  $L = 28.1$  см (2), 3 – по результатам фиг. 9

**3. Анализ результатов.** Рассмотрим поведение жидкости в центрифугированном слое с позиции вибрационной механики, когда движение возникает в результате осредненного действия высокочастотных колебаний жидкости в полости. Ранее такой подход был реализован при исследовании конвекции неизотермической жидкости в полости, вращающейся вокруг горизонтальной оси [8, 9]; найденный при этом определяющий безразмерный параметр имеет много общего с полученным в настоящей работе.

Поскольку осредненные течения связаны с нелинейными эффектами, возникающими в результате колебания жидкости, обсуждение начнем с характеристики осциллирующего движения жидкости. Действие вязких сил в осциллирующих течениях определяется безразмерной частотой  $\omega = \Omega h^2/\nu$ , где  $h$  – характерный размер, здесь – толщина центрифугированного слоя жидкости. В условиях эксперимента безразмерная частота не опускается ниже  $\omega = 100$ . Это значит, что при колебаниях жидкости вязкость проявляется лишь в относительно тонком пограничном слое Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$  вблизи твердой границы и не действует за его пределами.

Механизм возбуждения движения бегущей волной имеет двойственную природу. Во-первых, бегущая волна генерирует осредненную завихренность в вязком пограничном слое вблизи твердых границ, что приводит к появлению осредненного движения жидкости внутри слоя Стокса. При этом на своей внешней границе пограничный слой сообщает тангенциальное движение жидкости в направлении распространения бегущей волны [10]. Во-вторых, имеется дополнительное слагаемое скорости частиц жидкости кинематической природы, не связанное с действием вязких сил. В то время как в Эйлеровой системе координат в любой точке в поле бегущей волны средняя скорость равна нулю, средняя скорость частиц жидкости, участвующих в волновом процессе, отличается от нуля: в ходе колебаний частицы движутся по незамкнутой траектории. Эти два слагаемых приводят к тому, что непосредственно за пределами слоя Стокса вблизи твердой границы, вдоль которой распространяется двумерная

волна, частицы жидкости движутся в направлении распространения волны со средней скоростью [10]:

$$v_{\tau} = \frac{5}{4} u_{\tau}^2 / w \quad (3.1)$$

где  $u_{\tau}$  – амплитуда касательной пульсационной компоненты скорости, вызванной волной непосредственно за пределами слоя Стокса,  $w$  – скорость распространения волны.

В системе отсчета полости жидкость совершает вынужденные колебания под действием силы тяжести, по поверхности распространяется азимутальная волна. Рассчитаем скорость возбуждаемого волной движения, опираясь на описание движения невязкой жидкости во вращающемся цилиндре в лабораторной системе отсчета [4]. Переход в систему отсчета полости, получим выражение для скорости осциллирующего движения:

$$\mathbf{u} = \frac{c^3}{2} \Gamma_m \Omega R \left( \left( \frac{R^2}{r^2} + 1 \right) \cos(\Omega t + \varphi) \mathbf{e}_{\varphi} - \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \sin(\Omega t + \varphi) \mathbf{e}_r \right) \quad (3.2)$$

Здесь  $\mathbf{e}_{\varphi}$  и  $\mathbf{e}_r$  – единичные векторы азимутального и радиального направлений,  $r$  – расстояние до оси вращения.

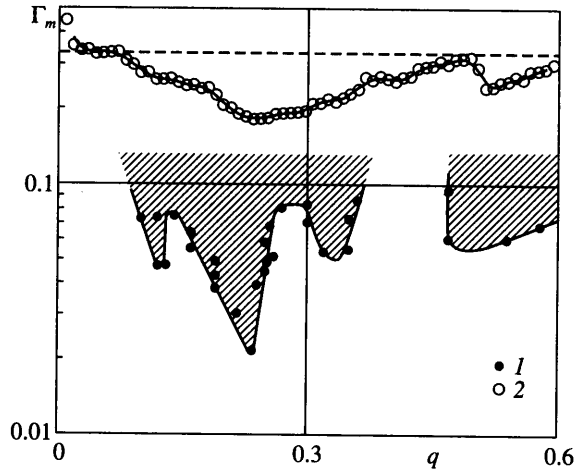
В приближении относительно тонкого слоя центрифугированной жидкости  $q \ll 1$  и высоких частот  $\omega \gg 1$  для безразмерной скорости азимутального движения за пределами слоев Стокса из (3.1), (3.2) получим

$$\frac{v}{\Omega R} = \frac{5}{4} \Gamma_m^2 \quad (3.3)$$

Зависимость (3.3) приведена штриховой линией на фиг. 7. Теоретическая кривая удовлетворительно согласуется с результатами для тонких слоев (точки 1). С увеличением  $q$  (с уменьшением  $c$ ) при фиксированном значении  $\Gamma_m$  безразмерная скорость азимутального движения понижается, что связано с уменьшением амплитуды колебаний жидкости вблизи стенки полости (3.2). Заслуживает внимания тот факт, что расхождение экспериментальных кривых, построенных при различных значениях  $q$ , в отсутствие инерционных волн сравнительно невелико.

Наряду с вынужденными колебаниями, которые вызваны силой тяжести и ответственные за возбуждение однородного азимутального движения, в слое центрифугированной жидкости возможно распространение инерционных волн. Структура волн существенно зависит от формы центрифугированного слоя – от относительной толщины и длины (фиг. 9) и в свою очередь определяет структуру и интенсивность трехмерных потоков. Значительное снижение порога устойчивости центрифугированного слоя относительно теоретической границы  $\Gamma_m^* = 0.33$  объясняется интенсивными потоками, которые возбуждаются инерционными волнами. Это хорошо видно из сравнения пороговых кривых 1 (появление инерционных волн) и 2 (граница устойчивости слоя к обрушению) на фиг. 11. Экстремумы пороговых кривых удовлетворительно согласуются (некоторое рассогласование можно объяснить различной относительной длиной полости). Максимальная устойчивость слоя достигается при  $q = 0.45-0.5$ , когда инерционные волны отсутствуют. В этом случае критическое значение  $\Gamma_m$  приближается к теоретическому.

**Заключение.** Экспериментально изучено движение центрифугированного слоя жидкости в горизонтальном вращающемся цилиндре в зависимости от осцилляционного ускорения  $\Gamma_m = g/(\Omega^2 a)$  и относительного наполнения  $q = V/V_0$ .



Фиг. 11. Зависимость порога возникновения инерционных волн от относительного наполнения (кривая 1:  $R = 2.5$  см,  $l = 11.2$ ) и границы устойчивости центрифугированного слоя (кривая 2:  $R = 3.5$  см,  $l = 2.5$ )

Обнаружено, что в отсутствие инерционных волн (малые  $\Gamma_m$ ) жидкость совершает медленное возвратное азимутальное движение, однородное по длине полости. Зависимость безразмерной скорости движения от осцилляционного ускорения имеет вид  $v/\Omega a \sim \Gamma_m^2$ .

Теоретически показано, что движение генерируется бегущей в системе отсчета полости волной, являющейся результатом вынужденных колебаний жидкости, вызываемых силой тяжести.

Обнаружено, что граница возбуждения инерционных волн на поверхности жидкости определяется параметром  $\Gamma_m$ , кривая устойчивости имеет несколько минимумов, главный из которых в условиях проведенного эксперимента соответствует наполнению  $q \approx 0.25$ . С увеличением относительной длины полости граница возбуждения инерционных волн понижается, что связано с расширением спектра собственных колебаний системы.

Обнаружено, что развитие инерционных волн приводит к интенсификации движения и формированию трехмерных течений. При возникновении стоячей (вдоль оси вращения) волны течение принимает вид системы крупномасштабных тороидальных вихрей. С развитием инерционных волн устойчивость центрифугированного слоя к обвалу резко снижается. В отсутствие волновых процессов экспериментальная граница устойчивости слоя близка к теоретической.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (№ 03-01-00552).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Thoroddsen S.T., Mahadevan L. Experimental study of coating flows in a partially-filled horizontally rotating cylinder // *Exp. Fluids*. 1997. V. 23. P. 1–13.
2. Ashmore J., Hosoi A.E., Stone H.A. The effect of surface tension on rimming flows in a partially filled rotating cylinder // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 479. P. 65–98.
3. Phillips O.M. Centrifugal waves // *J. Fluid Mech.* 1960. V. 7. Pt 3. P. 340–352.
4. Gans R.F. On steady flow in a partially filled rotating cylinder // *J. Fluid Mech.* 1977. V. 82. Pt 3. P. 415–427.
5. Greenspan H.P. On rotational flow disturbed by gravity // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 74. Pt 2. P. 335–351.

6. Волкова О.В., Чиграков А.В. Поведение жидкости в частично заполненном горизонтальном цилиндре, вращающемся вокруг оси // *Опыты по вибрационной механике. Сборник студенческих научных трудов.* Пермь, 2001. С. 35–45.
7. Козлов В.Г., Чиграков А.В. О влиянии инерционных волн на осредненную динамику центрифугированного слоя жидкости // *Конвективные чтения.* Пермь: Перм. гос. пед. ун-т, 2003. С. 163–174.
8. Иванова А.А., Козлов В.Г., Рылова В.В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // *Изв. РАН. МЖГ.* 2003. № 1. С. 12–21.
9. Козлов В.Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // *Изв. РАН. МЖГ.* 2004. № 1. С. 5–14.
10. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.

Пермь  
E-mail: A.Ivanova@pspu.ac.ru

Поступила в редакцию  
21.X.2003