

УДК 533.6.011.55:537.84

© 2004 г. В. А. БИТЮРИН, А. Б. ВАТАЖИН, О. В. ГУСЬКОВ, В. И. КОПЧЕНОВ

## ОБТЕКАНИЕ ГОЛОВНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ТЕЛА ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Проведено теоретическое и численное исследование обтекания гиперзвуковым потоком головной части тела сферической формы, внутри которого имеются источники тока, создающие магнитное поле. Анализ магнитогазодинамического (МГД) течения проведен на основе полной системы уравнений Навье – Стокса, в которую включены силовые и тепловые МГД члены, и уравнений электродинамики. Определены локальные и интегральные тепловые и аэродинамические характеристики обтекаемого тела. Показано, что наличие магнитного поля позволяет в несколько раз уменьшить тепловой поток в тело в окрестности его критической точки. Однако при этом происходит увеличение суммарного сопротивления тела.

*Ключевые слова:* гиперзвуковой поток, головная часть тела, магнитное поле, тепловые потоки, сопротивление тела.

В последнее время большое внимание уделяется анализу возможностей магнитогазодинамического (МГД) управления аэродинамическими характеристиками тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком газа. Эти вопросы широко обсуждаются на отечественных и международных конференциях по взаимодействию сверх- и гиперзвуковых потоков с ионизованными газодинамическими образованиями. Некоторые из этих вопросов были, например, рассмотрены в [1–8]. Особый интерес вызывает дискутируемая возможность уменьшения теплового потока в затупленную головную часть тела [9].

Заметим, что проблема внешних МГД-течений и, в частности, вопрос о влиянии магнитного поля на теплообмен вблизи поверхности тела имеют уже полувековую историю и рассматривались в различных условиях и приложениях. Новыми аспектами этой проблемы в данном случае являются гиперзвуковой характер обтекания тела и цена (изменение сопротивления тела), которую надо заплатить, чтобы получить желаемое снижение теплового потока.

Для осуществления эффективного воздействия магнитного поля на течение необходимо выполнение условия  $S = \sigma B^2 l / (\rho_\infty u_\infty) \geq 1$ , где  $S$  – параметр МГД-взаимодействия,  $\sigma$  и  $B$  – характерные значения проводимости и магнитного поля в ударном слое,  $l$  – характерный размер области взаимодействия,  $\rho_\infty$  и  $u_\infty$  – плотность и скорость набегающего на тело потока. Для этого надо обеспечить необходимые значения величин  $\sigma$  и  $B$ .

Современные достижения в области создания сверхпроводящих магнитных систем в первом приближении снимают проблему обеспечения нужных значений поля  $B$ .

Вопрос о получении нужных значений проводимости более сложен – остановимся на нем подробнее. Прежде всего, на отдельных участках оптимальных траекторий перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов с прямоточными двигателями естественным путем создаются условия, при которых  $S \sim 1$ . Используем результаты расчетов [10] параметров в ударном слое вблизи критической точки за предельно сильной прямой ударной волной, выполненных в предположении, что за волной имеется термодинамическое и ионизационное равновесие. Из [10] следует, что при полете гиперзвукового аппарата на высоте  $H = 47.4$  км с числом Маха  $M = 19.6$  проводимость в ударном

слое вблизи критической точки составляет 211 мо/м. При этом параметр МГД-взаимодействия  $S$  при  $B = 1$  Тл,  $l = 0.1$  м составляет 2.3, а параметр Холла  $\beta = eB/m_e v'$  (где  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона,  $v'$  – частота столкновений электрона с другими частицами) и магнитное число Рейнольдса  $Re_m = \mu_0 \sigma_{\infty} u l$  (где  $\mu_0$  – магнитная постоянная) составляют 5.6 и 0.17 соответственно.

Таким образом, параметр МГД-взаимодействия в окрестности критической точки тела достигает достаточно больших значений. Он тем более возрастет при увеличении магнитного поля. С другой стороны, проводимость среды очень быстро падает при уменьшении температуры. Так как интенсивность отошедшей от затупленного тела ударной волны (и температура за ней) уменьшается при уменьшении угла наклона волны, реальное воздействие магнитного поля на поток ослабевает при отходе от окрестности критической точки тела. Реальная проводимость будет еще меньше из-за излучения газа. Однако если естественная проводимость газа недостаточна, то можно использовать искусственные способы ее повышения (электрические разряды вдоль поверхности, электронные пучки).

Обратим внимание на еще одну особенность используемого МГД-способа воздействия на поток. Действующая на газ МГД-сила – объемная. Вследствие этого в знаменателе выражения для параметра  $S$  стоит плотность потока массы  $\rho_{\infty} u_{\infty}$ . При указанных выше условиях полета гиперзвукового летательного аппарата эта величина равна  $9.23 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , что на порядок меньше значения этой величины при обтекании головных частей аэродинамических тел потоками с умеренными числами Маха на умеренных высотах. Это служит некоторым резервом для выполнения условия  $S \geq 1$ .

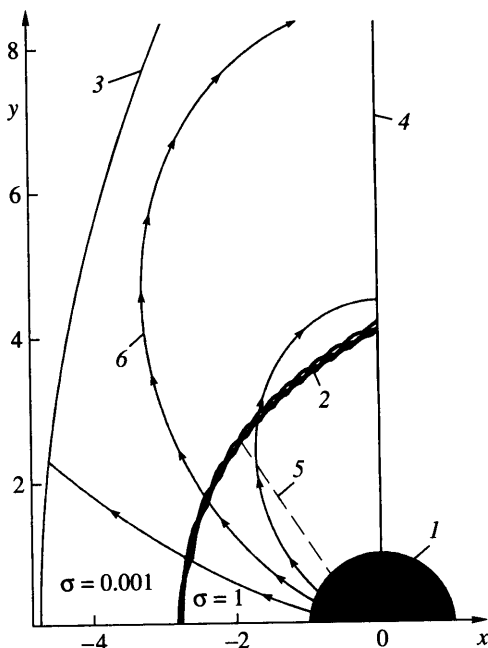
Надо также заметить, что электропроводность газа в ударном слое анизотропна (параметр  $\beta$  отличен от нуля).

Но главное обстоятельство, которое облегчает анализ проблемы, состоит в том, что магнитные числа Рейнольдса оказываются значительно меньше единицы, поэтому распределение магнитного поля известно. Оно создается токами, протекающими внутри тела, и рассчитывается независимо от газодинамической задачи. Рассматриваемая ситуация – обтекание тела с собственным магнитным полем – принципиально отличается от задачи движения тела в магнитном поле, создаваемом системами, расположенными вне тела (движение в магнитном поле планет [11]).

В настоящей работе дана строгая физико-математическая постановка задачи об обтекании сверхзвуковым потоком газа сферы с дипольным магнитным полем, когда ось диполя параллельна направлению набегающего потока. При такой геометрии магнитного поля задача остается осесимметричной и холловские токи, которые текут в плоскостях симметрии, вызывают азимутальную закрутку газа. С помощью численного моделирования находятся локальные и интегральные характеристики течения.

Включенные в статью результаты расчетов получены для условий экспериментов на специальной электромагнитной гиперзвуковой установке [9]. Одна из целей расчетов – определение снижения теплового потока в тело и возникающего при этом дополнительного сопротивления тела.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим обтекание сферической головной части тела гиперзвуковым потоком газа (фиг. 1). Полная расчетная область ограничена линиями 3 и 4 (которые сходятся в точке, не показанной на фиг. 1), контуром сферы и осью симметрии. Область отличной от нуля и, по предположению, постоянной проводимости ( $\sigma = 1$ ) ограничена линией 5, участком ударной волны и осью симметрии (проводимость отнесена к характерной проводимости  $\sigma_*$ ). Линия 5 соответствует углу  $\psi = 55^\circ$ , отсчитываемому от оси симметрии. Область постоянной проводимости приближенно соответствует области дозвукового течения за ударной волной. В остальной части расчетной области условие отсутствия проводимости моделируется условием  $\sigma = 0.001$ .



Фиг. 1. Схема обтекания сферической головной части тела. 1 – сфера, 2 – ударная волна, 3 и 4 – границы расчетной области, 5 – граница области, в которой проводимость отлична от нуля, 6 – силовые линии магнитного поля диполя

МГД-течение описывается системами газодинамических и электродинамических уравнений. Первая система имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \operatorname{div} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} + \operatorname{div} \lambda \nabla T + \tau_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \mathbf{j}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.3)$$

$$h = \frac{\gamma p}{\gamma - 1 \rho}, \quad p = \rho RT, \quad R, \gamma = \text{const} \quad (1.4)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – скорость газа,  $p$ ,  $\rho$ ,  $h$  и  $T$  – его давление, плотность, энтальпия единицы массы и температура,  $\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений,  $\tau_{ik}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – компоненты этого тензора (по индексам, встречающимся дважды, предполагается суммирование),  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\gamma$  и  $R$  – отношение теплоемкостей и газовая постоянная. В правые части уравнений (1.2) и (1.3) соответственно включены электромагнитная сила и джоулева диссипация;  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  – векторы плотности электрического тока, электрического и магнитного полей.

В общем случае коэффициент  $\lambda$  и коэффициент динамической вязкости  $\mu$ , входящий в выражение для  $\boldsymbol{\tau}$ , содержат молекулярную и турбулентную составляющую и, если эффекты турбулентности существенны, уравнения (1.1)–(1.4) дополняются диф-

ференциальными уравнениями, описывающими модель турбулентности. Молекулярная составляющая величины  $\mu$  является известной функцией термодинамических параметров, а коэффициент  $\lambda$  выражается через  $\mu$  соотношением  $\lambda = c_p \mu / Pr$ , где теплоемкость  $c_p$  и число Прандтля  $Pr$  предполагаются постоянными. Аналогичным образом определяется связь между турбулентными коэффициентами вязкости и теплопроводности  $\mu_t$  и  $\lambda_t$ :  $\lambda_t = c_p \mu_t / Pr_t$ , где  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля, также полагаемое постоянной величиной.

Рассмотрим граничные условия для системы (1.1)–(1.4). Перед ударной волной 2 газодинамический поток однородный. На теле выполняются условия прилипания газа, на осевой линии – условие симметрии. За ударной волной в окрестности критической точки течение является дозвуковым, которое при увеличении угла  $\psi$  переходит в сверхзвуковое течение. Предполагается, что на линии 4 ( $\psi = \pi/2$ ) поток в ударном слое сверхзвуковой и возмущения свободно распространяются вниз по потоку.

Расчетные исследования в данной статье проводятся с помощью схемы, в которой не выделяется головная ударная волна. Если бы ударная волна выделялась, то на ней надо было бы поставить обычные газодинамические условия. Это обусловлено тем, что относительный вклад электромагнитных членов в уравнения, описывающие структуру волны, по порядку величины мал, так как равен  $\sigma B^2 \delta / \rho_{\infty} \mu_{\infty} = S(\delta/l)$ , где  $\delta$  – толщина ударной волны,  $S \sim 1$ , а  $\delta/l \ll 1$ .

Система электродинамических уравнений при малых магнитных числах Рейнольдса записывается в виде [12]

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (\mathbf{E} = -\nabla \varphi) \quad (1.5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (1.6)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \alpha \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad \alpha = \frac{e}{m_e v} \quad (1.7)$$

Здесь  $\varphi$  – электрический потенциал. Заданное магнитное поле  $\mathbf{B}$  в области течения удовлетворяет уравнениям  $\operatorname{rot} \mathbf{B} = 0$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ . При известных распределениях полей  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{v}$  и термодинамических параметров  $\sigma$  и  $\alpha$  величины  $\mathbf{j}$ ,  $\varphi$  и  $\mathbf{E}$  находятся из системы уравнений (1.5)–(1.7).

В дальнейшем анализ проводится в системе координат  $x, y, \theta$ , где первые две координаты изменяются в плоскости симметрии, а  $\theta$  – азимутальный угол. В рассматриваемой постановке задачи структура векторных полей имеет следующий вид:

$$\mathbf{v} = (u, v, w), \quad \mathbf{E} = (E_x, E_y, E_\theta), \quad \mathbf{j} = (j_x, j_y, j_\theta), \quad \mathbf{B} = B_*(b_x, b_y, 0) \quad (1.8)$$

Здесь  $B_*$  – характерная величина магнитного поля. Компоненты всех векторов в (1.8) являются функциями только  $x$  и  $y$ . Лежащие в плоскости симметрии компоненты векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{j}$  обусловлены эффектом Холла. Взаимодействие холловских токов с приложенным магнитным полем приводит к появлению азимутальной силы, вызывающей возникновение азимутальной скорости.

Из уравнения (1.5) и требования, чтобы электрическое поле  $\mathbf{E}$  было ограничено на оси симметрии, следует что  $E_\theta = 0$ .

Компоненты вектора  $\mathbf{j}$ , согласно (1.7), представляются в виде

$$j_x = \frac{\sigma}{1 + \beta^2 b^2} [(E_x - w B_* b_y)(1 + \beta^2 b_x^2) + (E_y + w B_* b_x) \beta^2 b_x b_y + \beta b_y (u B_* b_y - v B_* b_x)]$$

$$j_y = \frac{\sigma}{1 + \beta^2 b^2} [(E_x - w B_* b_y) \beta^2 b_x b_y + (E_y + w B_* b_x)(1 + \beta^2 b_y^2) + \beta b_x (u B_* b_y - v B_* b_x)]$$

$$j_{\theta} = \frac{\sigma}{1 + \beta^2 b^2} [uB_* b_y - vB_* b_x + \beta b_x (E_y + wB_* b_x) - \beta b_y (E_x - wB_* b_y)] \quad (1.9)$$

$$E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\beta = \frac{eB_*}{m_e v}, \quad \mathbf{B} = B_* \mathbf{b}, \quad b^2 = b_x^2 + b_y^2$$

где  $\beta$  – параметр Холла. Уравнение (1.6) преобразуется к виду

$$\frac{\partial j_x y}{\partial x} + \frac{\partial j_y y}{\partial y} = 0 \quad (1.10)$$

Распределения величин  $\Phi$ ,  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $j_x$ ,  $j_y$  находятся с помощью уравнений (1.9) (из которых исключено соотношение для величины  $j_{\theta}$ ) и (1.10). Граничными условиями для решения системы этих уравнений, которая сводится к одному уравнению эллиптического типа относительно  $\Phi$ , является требование, чтобы нормальная составляющая электрического тока на границах расчетной области (линии 3, 4, контур сферы, поверхность которой предполагается непроводящей, и ось симметрии) равнялась нулю. После определения указанных выше величин ток  $j_{\theta}$  вычисляется с помощью третьего соотношения из (1.9).

Укажем численные схемы решений газодинамической и электродинамической систем уравнений. Полная система уравнений Навье – Стокса (1.1)–(1.4) с включенными в нее МГД-членами решается с помощью вычислительной программы, описанной в [13]. В программе используется метод установления и неявная, повышенного порядка точности, версия [14] схемы Годунова [15]. Ранее эта программа использовалась при анализе проблемы торможения сверхзвукового потока магнитным полем [16–18]. Модификация этой программы в данном случае была связана с включением в нее азимутальной скорости. Результирующая программа обеспечивает второй порядок точности решения для установившегося стационарного течения на регулярных сетках и сохраняет аппроксимацию на нерегулярных. Введение неявной схемы позволяет проводить адаптацию расчетных сеток для расчета пограничных и сдвиговых слоев и получать быструю сходимость к стационарному решению.

При решении эллиптического уравнения относительно  $\Phi$  в него добавлялся релаксационный нестационарный член, в результате чего оно становилось параболическим по времени. Соответствующая процедура описывается ниже.

**2. Метод искусственной замедленной релаксации.** Сложность численного исследования системы уравнений (1.1)–(1.7) при использовании метода установления для газодинамической части этой системы состоит в том, что на каждом временном шаге газодинамического релаксационного процесса необходимо получать решение эллиптической системы уравнений (1.5)–(1.7). Поэтому желательно получить релаксационное (по времени) уравнение для электрической части исходной системы уравнений и тем самым использовать единый метод установления для решения всей системы уравнений.

Точное нестационарное уравнение электродинамики, которое получается путем применения операции дивергенции к уравнению Максвелла, связывающему магнитное поле с током проводимости и током смещения, имеет вид

$$-\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \mathbf{E} = \operatorname{div} \mathbf{j} \quad (2.1)$$

Здесь  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная. Полагая  $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$ , находим уравнение

$$\epsilon_0 \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial t} = A, \quad A = -\sigma \Delta \Phi - \nabla \sigma \nabla \Phi + \operatorname{div}(\sigma \nabla \times \mathbf{B}) - \operatorname{div}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (2.2)$$

Это уравнение описывает релаксационный процесс с характерным временем  $\epsilon_0/\sigma_*$ , где  $\sigma_*$  – характерная проводимость. Это время чрезвычайно мало: при  $\sigma_* = 100$  мо/м оно составляет порядка  $10^{-13}$  с. Поэтому для каждого распределения газодинамических параметров практически мгновенно устанавливается стационарное распределение электрических параметров, описываемое уравнением  $A = 0$ , эквивалентным стационарной системе уравнений (1.5)–(1.7).

Введем фиктивный “растянутый” процесс установления стационарного состояния  $A = 0$ , который происходит за характерное газодинамическое время  $t_* = l/u_\infty$ , где  $l$  – характерный размер области течения. Для этого левую часть уравнения (2.2) умножим на величину  $l\sigma_*/\epsilon_0 u_\infty$ , представляющую собой отношение характерного газодинамического времени к физическому времени электрической релаксации. В результате получим уравнение

$$\frac{l\sigma_*}{u_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \Delta\phi = A \quad (2.3)$$

для которого время релаксации по порядку величины равно характерному газодинамическому времени. Это уравнение будем использовать ниже при проведении расчетов методом установления. Возможность, целесообразность и эффективность такого подхода были доказаны с помощью специальных тестовых расчетов.

Заметим, что если в процессе установления стационарных распределений газодинамических параметров в каждый момент времени эти параметры принимают свои истинные значения в переходном процессе (если не используется специальная процедура ускорения сходимости), то при установлении стационарных распределений электрических параметров в каждый момент времени они принимают не истинные, а фиктивные значения.

Для удобства решения рассматриваемой электрической части задачи было введено следующее распределение проводимости:  $\sigma = \sigma_1 = \text{const}$  при  $T < T_1$  и  $\sigma = \sigma_* = \text{const}$  при  $T > T_1$  ( $\sigma_1/\sigma_* = \epsilon \ll 1$ ). Между указанными областями имеется узкая (переходная) зона изменения проводимости. С помощью такой аппроксимации приближенно моделируется условие отсутствия (или слабого) МГД-взаимодействия до ударной волны и сильного взаимодействия в ударном слое. В расчетах величина  $\epsilon$  принималась равной 0.01 и 0.001.

В расчетах было принято, что параметр Холла  $\beta$  постоянен во всей области течения.

**3. Безразмерные параметры.** Согласно теории подобия и размерности, любая безразмерная интегральная характеристика рассматриваемого течения является функцией следующих безразмерных параметров:

$$\Gamma = \{M, \text{Re}, \gamma, \text{Pr}, \text{Pr}_t, \bar{T}_w; S, \beta\}$$

$$M^2 = \frac{u_\infty^2 \rho_\infty}{\gamma P_\infty}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty u_\infty r}{\mu}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda}, \quad \text{Pr}_t = \frac{c_p \mu_t}{\lambda_t}, \quad S = \frac{\sigma_* B_*^2 r}{\rho_\infty u_\infty} \quad (3.1)$$

Здесь  $M$  и  $\text{Re}$  – числа Маха и Рейнольдса,  $\bar{T}_w$  – отношение температуры стенки к температуре торможения в набегающем потоке,  $S$  – параметр МГД-взаимодействия, определенный по радиусу сферы  $r$ . Система параметров  $\Gamma$  также может содержать дополнительные безразмерные параметры, которые отражают различные физико-химические процессы.

Одной из основных характеристик течения является полная сила  $\mathbf{F}$ , действующая на тело:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2, \quad \mathbf{F}_1 = \int_{\Sigma} \mathbf{P} n d\Sigma, \quad \mathbf{F}_2 = - \int_V [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] dV \quad (3.2)$$

Здесь  $F_1$  и  $F_2$  – действующие на тело газодинамическая и магнитная (МГД) силы соответственно,  $V$  – объем рассматриваемой области течения, в котором протекают электрические токи,  $\Sigma$  – часть поверхности тела, находящаяся в расчетной области,  $\mathbf{P} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}$  представляет собой тензор гидродинамических напряжений,  $\mathbf{I}$  – единичный тензор,  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности тела. (Заметим, что величина  $F_2$  равна интегралу от  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , взятому по объему тела, где  $\mathbf{j}$  – плотность электрического тока, протекающего в теле, а  $\mathbf{B}$  – сумма исходного магнитного поля и поля, индуцируемого токами, протекающими в газе.)

Проекция сил  $F_1$  и  $F_2$  на ось  $x$  записываются в виде

$$F_{1x} = 2\pi r^2 \rho_\infty u_\infty^2 F_{1x}^\circ, \quad F_{2x} = 2\pi r^2 \rho_\infty u_\infty^2 F_{2x}^\circ \quad (3.3)$$

где безразмерные силы  $F_{1x}^\circ$  и  $F_{2x}^\circ$  – функции параметров  $\Gamma$ .

Плотность теплового потока на поверхности  $q_w$  и полный тепловой поток в тело  $q_{w\Sigma}$  представляются в виде

$$q_w = \rho_\infty u_\infty^3 q_w^\circ, \quad q_{w\Sigma} = 2\pi r^2 \rho_\infty u_\infty^3 q_{w\Sigma}^\circ \quad (3.4)$$

Здесь безразмерная величина  $q_w^\circ$  – функция параметров  $\Gamma$  и угла  $\psi$ , отсчитываемого вдоль поверхности от критической точки тела, а безразмерная величина  $q_{w\Sigma}^\circ$  – функция только параметров  $\Gamma$ .

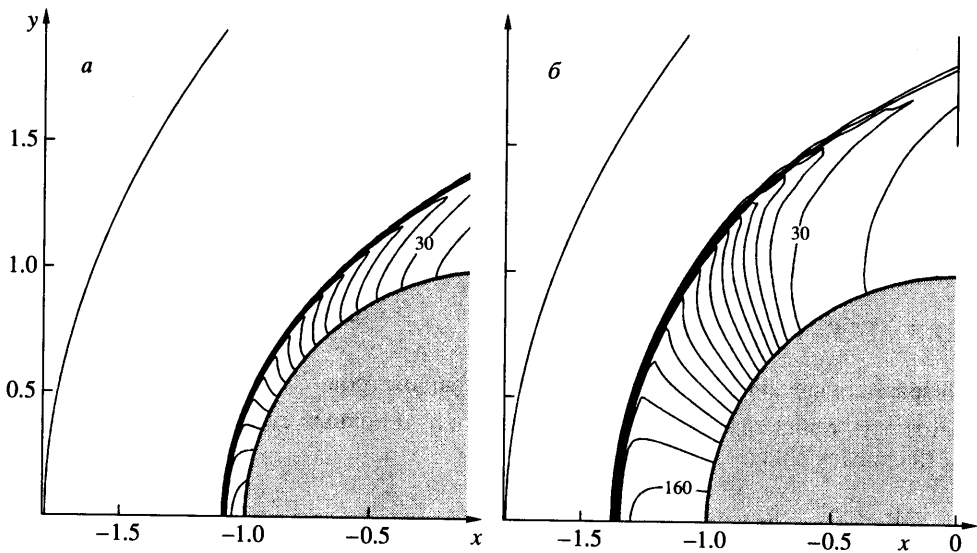
Введенные безразмерные величины  $F_{1x}^\circ$ ,  $F_{2x}^\circ$ ,  $q_w^\circ$  и  $q_{w\Sigma}^\circ$  ниже определялись с помощью численного моделирования.

**4. Результаты расчетов.** Конкретные расчеты проводились для условий экспериментов на специальной электромагнитной гиперзвуковой установке [9]. В этом случае газодинамические безразмерные параметры, входящие в систему  $\Gamma$ , принимают значения:  $M_\infty = 12$ ,  $Re = 1000$ ,  $\gamma = 1.2$ ,  $Pr = 0.72$ ,  $\bar{T}_w = 0.34$ . При таком малом числе Рейнольдса эффекты турбулентности оказываются несущественными. Электромагнитные параметры  $S$  и  $\beta$  в расчетах изменялись в пределах:  $S = 0 - 10$ ,  $\beta = 0 - 10$ . Конечно, реальным условиям соответствуют меньшие диапазоны изменения этих параметров. Выполненное в более широких пределах параметрическое исследование задачи преследовало цель – выяснить общие закономерности влияния этих параметров на газодинамическое течение.

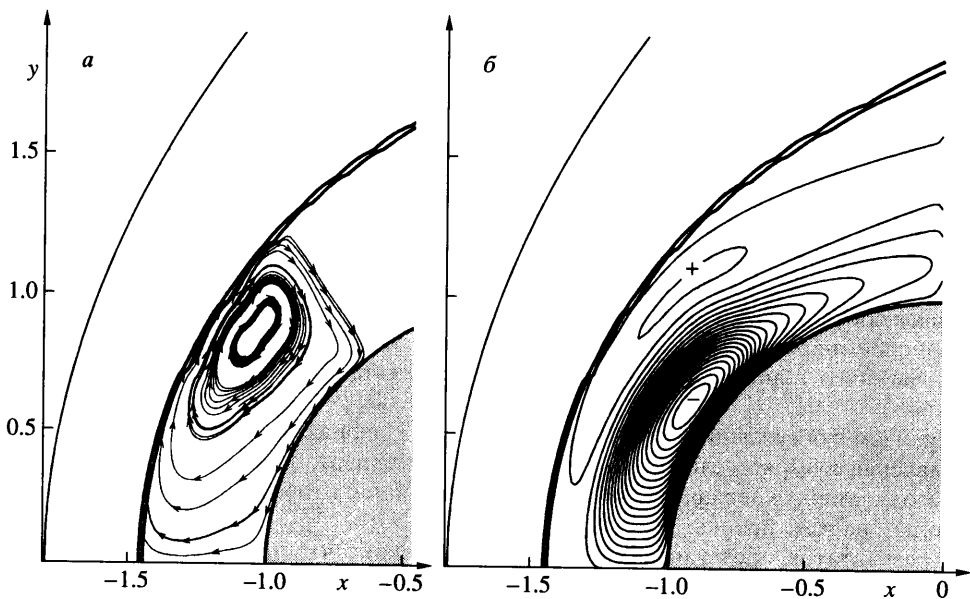
Перейдем к обсуждению результатов расчетов. На фиг. 2 представлено распределение давления в ударном слое при  $S = 0$  и  $S = 10$  в случае изотропной проводимости ( $\beta = 0$ ). Все газодинамические параметры здесь и в дальнейшем отнесены к их значениям в набегающем на тело потоке.

Из результатов, представленных на фиг. 2, вытекает, что при наложении магнитного поля происходит существенное утолщение ударного слоя, в результате чего уменьшаются градиенты газодинамических параметров, и следует ожидать уменьшения теплового потока в тело и газодинамической силы, действующей на тело. Это подтверждается данными, приведенными в таблице.

Здесь  $F_{1x}^\circ$ ,  $F_{2x}^\circ$ ,  $F_{1x}^\circ + F_{2x}^\circ$  и  $q_{w\Sigma}^\circ$  – безразмерные, действующие на тело в осевом направлении, газодинамическая сила, магнитная сила, полная сила и суммарный тепловой поток в тело, определенные формулами (3.3) и (3.4). Вариант 1 в таблице соответствует расчету при отсутствии магнитного поля. Вариант 2 – расчету при таких же, как на фиг. 2, б, условиях. Тепловой поток при  $S = 10$  уменьшается в 1.65 раза. Это сопровождается увеличением полной силы, действующей на тело, в 1.67 раза. (Еще раз подчеркнем, что газодинамическая сила при наложении магнитного поля уменьшает-



Фиг. 2. Линии постоянного давления в ударном слое.  $a - S = 0$ ,  $b - S = 10$ . Значение давления при переходе к соседней линии изменяется на 10

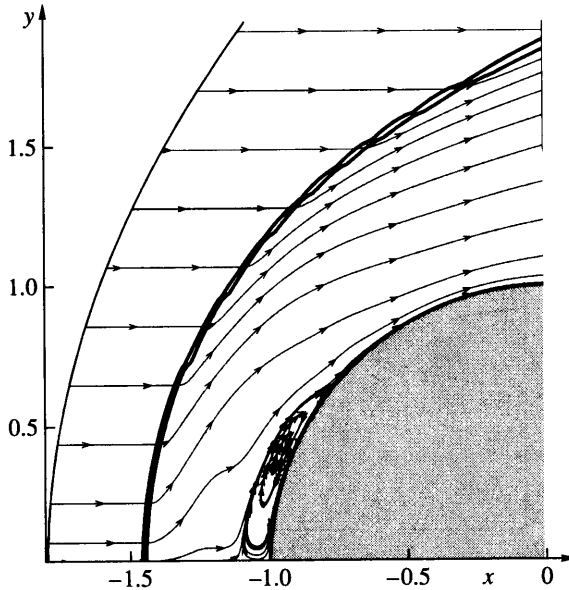


Фиг. 3. Линии холловского тока в меридиональной плоскости (а) и линии постоянного значения азимутальной скорости (б). Значки "+" и "-" соответствуют противоположным направлениям азимутальной скорости

ся, но суммарная сила, вследствие того, что дополнительно появляется магнитная сила, непосредственно действующая на тело, — возрастает.)

При отличном от нуля параметре Холла возникают токи, протекающие в меридиональной плоскости, и появляется газодинамическое течение в азимутальном направлении. Поля холловского тока и азимутальной скорости при  $S = 10$ ,  $\beta = 10$  показаны на фиг. 3. Отчетливо видна вихревая токовая структура в области, где проводимость от-





Фиг. 4. Газодинамические линии тока при  $S = 10$ ,  $\beta = 10$

лична от нуля. Вследствие холловских токов возникает азимутальная скорость, однако ее величина незначительна. (Азимутальная скорость отнесена к скорости в набегающем потоке.)

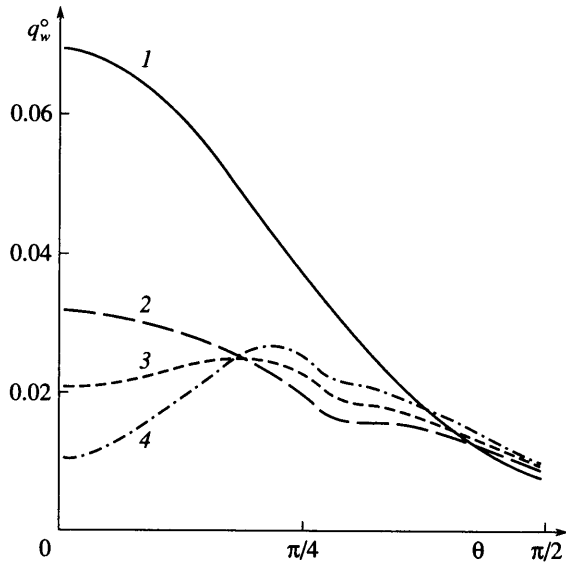
Из таблицы также следует, что наличие анизотропии проводимости в рассмотренном диапазоне изменения параметра  $\beta$  слабо сказывается на интегральных характеристиках течения (по суммарной силе влияния анизотропии составляет приблизительно 3%, а по тепловому потоку – примерно 7%).

На фиг. 4 показаны газодинамические линии тока при  $S = 10$ ,  $\beta = 10$ . Видно, что в этом случае происходит качественная перестройка поля течения в ударном слое вблизи поверхности тела по сравнению с традиционной картиной течения. В области, прилегающей к телу, возникает замкнутая циркуляционная зона, включающая в себя и критическую точку. Расчеты, проведенные при больших значениях  $S$ , показали, что рециркуляционная зона может возникнуть и при изотропной проводимости ( $\beta = 0$ ).

На фиг. 5 показано распределение локального теплового потока  $q_w^\circ$  вдоль контура сферы при различных параметрах  $S$  и  $\beta$  (по оси абсцисс отложен полярный угол).

Обратим внимание, что если суммарный тепловой поток при  $S = 10$ ,  $\beta = 0$  уменьшился в 1.65 раза по сравнению со случаем  $S = 0$ , то локальный тепловой поток в кри-

№	$S$	$\beta$	$F_{2x}^\circ$	$F_{1x}^\circ$	$F_{1x}^\circ + F_{2x}^\circ$	$q_w^\circ$
1	0	0	0.0	0.236	0.236	0.0284
2	10	0	0.200	0.193	0.393	0.0172
3	10	3	0.226	0.180	0.406	0.0184
4	10	10	0.218	0.168	0.386	0.0185



Фиг. 5. Распределение теплового потока по поверхности сферы:  $S = 0$  (кривая 1);  $S = 10$ ,  $\beta = 0, 3, 10$  (кривые 2–4)

тической точке уменьшался более, чем в 2 раза. Немонотонный характер изменения локального теплового потока вдоль образующей тела при  $S = 10$  при учете эффекта Холла обусловлен возникновением замкнутой циркуляционной зоны и точки присоединения основного потока к телу. В циркуляционной зоне отмечается значительное снижение теплового потока (см. кривые 3, 4 в сравнении с кривой 2 на фиг. 5). Максимум теплового потока наблюдается в окрестности точки присоединения.

Возрастание суммарного сопротивления тела, которое сопровождается уменьшением тепловых потоков в тело, – нежелательный эффект. Однако если рассматривается проблема входа космических аппаратов в плотные слои атмосферы, то эти оба эффекта воздействия магнитного поля оказываются равно полезными.

**Заключение.** На основе полной системы уравнений Навье – Стокса проведено численное моделирование и представлены результаты расчетов локальных и интегральных характеристик гиперзвукового обтекания сферической головной части тела при условиях, характерных для гиперзвуковых электромагнитных установок:  $M = 12$ ,  $Re = 1000$ ,  $\gamma = 1.2$ , отношение температуры поверхности сферы к температуре торможения набегающего потока  $\bar{T}_w = 0.34$ . Параметр МГД-взаимодействия  $S$  и параметр Холла  $\beta$  изменялись в пределах:  $S = 0–10$ ,  $\beta = 0–10$ .

Наличие магнитного поля приводит к значительному утолщению ударного слоя, уменьшению градиентов газодинамических параметров и, как следствие, к уменьшению теплового потока в тело. Так, при  $S = 10$ ,  $\beta = 10$  суммарный тепловой поток уменьшается в 1.54 раза, а локальный тепловой поток в окрестности критической точки сферы – более чем в 6 раз. Однако это сопровождается увеличением суммарного (газодинамического и магнитного) сопротивления тела примерно в 1.6 раза.

Обнаружен новый эффект – возникновение замкнутых циркуляционных зон в ударном слое при МГД-воздействии на поток.

Работа проводилась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 01-01-00277) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ–1635.2003.1).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bityurin V.A., Zeigarnik V.A., Kuranov A.L.* On a perspective of MHD technology in aerospace applications // AIAA Paper. 1996. № 96-2355.
2. *Gurijanov E.P., Harsha Ph.T.* AJAX: New directions in hypersonic technology // AIAA Paper. 1996. № 96-4609.
3. *Фрайштадт В.Л., Куранов А.Л., Шейкин Е.Г.* Применение МГД-систем на гиперзвуковых летательных аппаратах // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68. № 11. С. 43–47.
4. *Brichkin D.I., Kuranov A.L., Sheikin E.G.* MHD-technology for scramjet control // AIAA Paper. 1998. № 98-1642.
5. *Bityurin V.A., Bocharov A.N., Lineberry J.T.* MHD aerospace applicatrions // Proc. Intern. Conf. on MHD Power Generation and High Temperature Technologies. Beijing PRC. 1999. V. 3. P. 793–814.
6. *Vatazhin A.B., Gouskov O.V., Kopchenov V.I.* The investigation of supersonic flow deceleration by magnetic field // Proc. of Intern. Conf. on MHD Power Generation and High Temperature Technologies. Beijing PRC. 1999. V. 3. P. 875–882.
7. *Vatazhin A., Kopchenov V., Gouskov O.* Numerical investigation of hypersonic inlets control by magnetic field // The 2<sup>nd</sup> Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow: Institute High Temperature of RAS (IVTAN), 2000. P. 56–63.
8. *Bruno C., Czysz P.A.* Magneto-hydrodynamic coupled ramjet propulsion system: A perspective // Intern. Soc. Air Breathing Engines. 2001. № 2001–1230.
9. *Lineberry J.T., Bityurin V.A., Vatazhin A.B. et al.* Cylinder with current in hypersonic flow // Proc. 3<sup>rd</sup> Workshop on Magneto-plasma Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow: Inst. High Temperature of RAS (IVTAN), 2001. P. 15–25.
10. *Vatazhin A.B., Kopchenov V.I.* Problem of hypersonic flow deceleration by magnetic field // Progr. Astronaut. and Aeronaut. 2000. V. 189. P. 891–938.
11. *Губанов Е.В., Лухачёв А.П., Медин С.А., Фортвов В.Е.* МГД-эффекты, обусловленные гиперзвуковым движением цилиндрического тела в магнитосфере планеты при перпендикулярной ориентации образующей и магнитного поля // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 155–163.
12. *Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А.* Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
13. *Gouskov O.V., Kopchenov V.I., Nikiforov D.A.* Flow numerical simulation in the propulsion elements of aviation-space systems within full Navier-Stokes equations // Proc. Intern. Conf. Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 1994. Pt 1. P.104–109.
14. *Топеха Е.А., Копченко В.И.* Неявная релаксационная конечно-разностная схема для системы уравнений Навье – Стокса // Методы исследования гиперзвуковых летательных аппаратов: Сб. докл. ежегодной научной школы-семинара ЦАГИ “Механика жидкости и газа”, 1992 г. М.: ЦАГИ, 1994. Ч.3. С. 9.1–9.10.
15. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
16. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Копчёнов В.И., Лихтер В.А.* К проблеме торможения проводящего сверхзвукового потока в каналах с магнитным полем // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 169–181.
17. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Копчёнов В.И.* Особенности торможения двумерного гиперзвукового потока проводящего газа в каналах в режиме генерирования электроэнергии // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 153–162.
18. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Данилов М.К., Копчёнов В.И.* Исследование возможности магнитогазодинамического управления течением в гиперзвуковых воздухозаборниках // Аэромеханика и газовая динамика. 2002. № 2. С. 3–15.