

УДК 533.6:621.45

© 2004 г. Н. Л. ЕФРЕМОВ, А. Н. КРАЙКО

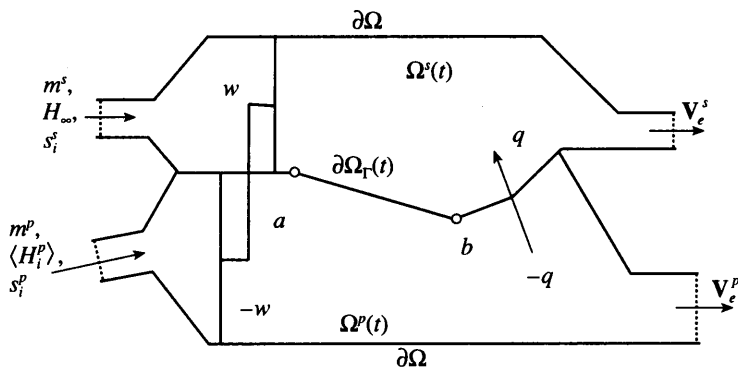
К ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНОГО УВЕЛИЧИТЕЛЯ РЕАКТИВНОЙ ТЯГИ

Дана теория идеального увеличителя реактивной тяги. Условия оптимального истечения активной (первичной) и пассивной (вторичной) струй из исследуемого устройства получены в результате решения вариационной задачи о реализации максимума средней (осредненной по периоду – при периодическом режиме работы) тяги. При этом фиксировались входные потоки массы и полной энтальпии обоих потоков, их энтропии и входная компонента количества движения пассивного газа, коллинеарная вектору скорости полета летального аппарата. Такие условия отвечают использованию в качестве источника высоконапорного газа стационарно работающих реактивных двигателей (в том числе газогенератора двухконтурного турбореактивного) и пульсирующего детонационного ракетного двигателя. Наряду с работой высоконапорного газа над низконапорным допускается теплообмен между ними. Допущение теплообмена приводит к заметному повышению эффективности идеального увеличителя тяги.

Ключевые слова: активная и пассивная струи, идеальный увеличитель реактивной тяги.

При рассмотрении любого увеличителя реактивной тяги, в котором тяга исходного “первичного” ракетного или реактивного двигателя получает приращение за счет засасывания обтекающего летальный аппарат “вторичного” (низконапорного) газа [1], представляют интерес характеристики его идеального прототипа. В сравнительно общей постановке теория такого идеального увеличителя тяги была предложена в [2]. В ней наряду с идеальным рассмотрены три более приближенные к жизни схемы реализации идеи увеличителя тяги: турбокомпрессор, реактивный компрессор и идеальный эжектор. На принципе увеличителя реактивной тяги работают и широко распространенные двухконтурные турбореактивные двигатели. Их идеальный аналог с разделными выхлопными соплами первичного и вторичного потоков получается при равных единице коэффициентах полезного действия вентилятора второго контура и вращающей его турбины (см. [3] и [4] с. 135–139). При этом для идеального увеличителя двухконтурного двигателя, как и для абстрактного идеального увеличителя из [2], условие идеального обмена работой между высоконапорным (“первичным”) и низконапорным потоками сводится к равенству скоростей в выходных сечениях их сопел.

Ниже теория идеального увеличителя рассматривается с более общих позиций, чем в [2]. Во-первых, с самого начала допускается, что течение в увеличителе нестационарное периодическое с периодом τ , который принимается за временной масштаб (стационарный увеличитель – частный случай периодического с произвольным конечным периодом). Во-вторых, под идеальным увеличителем понимается устройство, которое при фиксированных за период потоках массы (m^p и m^s первичного и вторичного газов) и полной энтальпии на его входах и фиксированных входных энтропиях реализует максимум средней по периоду тяги R . В-третьих, при равномерных и коллинеарных вектору тяги (по предположению) первичном и вторичном потоках в их выходных сечениях заранее не предполагается постоянство и равенство давлений в этих сечениях внешнему давлению в этих сечениях. В-четвертых, оптимальные выходные параметры обоих потоков находятся как необходимые условия максимума R из решения вариационной задачи с четырьмя изопериметрическими условиями. Одно из необходимых условий приводит к равенству давлений в выходных сечениях внешнему давлению p_∞ , а другое – к



Фиг. 1. Схема идеального увеличителя реактивной тяги

полученному в [2–4] равенству выходных скоростей обоих потоков. Наконец, если в [2] газы могли обмениваться только работой, то в теории, развиваемой ниже, между ними допускается и обмен теплом. Последнее принципиально в противоположность различиям, перечисленным выше и носящим в основном методический характер.

Показано, что в идеальном увеличителе теплообмен между горячим и холодным потоками должен осуществляться при равных в пределе температурах (температуру горячего газа можно сделать сколь угодно низкой за счет его разгона). В результате суммарная энтропия не изменяется. При этом работа горячего газа над холодным уменьшается, но так, что благодаря обмену теплом по-прежнему совпадающие выходные скорости обоих потоков и вместе с ними тяга идеального увеличителя заметно возрастают.

В последнее время интерес к увеличителям реактивной тяги в основном связан с эжекторными увеличителями, теоретическое и экспериментальное исследования которых имеет длинную историю (см., например, [5–19]). При этом наряду с изучением стационарных режимов их работы [5–12] большое внимание уделяется эжекторам с нестационарной (пульсирующей) струей первичного (в среднем высоконапорного) газа [13–19].

1. Исходные предположения. Под увеличителем реактивной тяги обычно [1, 2] понимается устройство, которое позволяет получить приращение тяги за счет засасывания дополнительного воздуха, обтекающего летальный аппарат. При построении теории идеального увеличителя тяги примем, что занимаемый им объем Ω ограничен поверхностью $\partial\Omega$ с двумя входными и двумя выходными отверстиями, которые на фиг. 1 нарисованы пунктиром. Объем Ω может быть многосвязным из-за наличия неподвижных перемычек и стоек, поверхности которых входят в $\partial\Omega$, а также из-за поверхностей обмена работой (включая работающие без потерь идеальные турбину и компрессор) и теплом. К входным отверстиям подводятся стационарный или нестационарный (периодический) “первичный” и стационарный “вторичный” (дополнительный) потоки газа.

Первичный (высоконапорный) газ поступает в увеличитель из газогенератора реактивного двигателя или ракетного двигателя, потоки на выходе из которых близки к стационарным, из пульсирующего детонационного ракетного двигателя, из рассмотренной в [20, 21] камеры сгорания с вращающимся золотником или из иного “первичного” устройства. В случае периодического первичного потока далее предполагается, что во всем увеличителе устанавливается периодическое течение с некоторым периодом τ . Расход m^p и поток полной энтальпии $m^p \langle H_i^p \rangle$ первичного газа (в нестационар-

ном случае за период τ) и его не зависящая от времени удельная энтропия s_i^p во входном сечении заданы, что можно принять для перечисленных выше “первичных” объектов. Здесь и далее параметры первичного (вторичного) потоков метятся верхним индексом $p(s)$, величинам во входных и выходных отверстиях приписываются индексы i и e , а невозмущенным параметрам внешнего потока, обтекающего (или окружающего – при нулевой скорости) летательный аппарат – индекс ∞ .

Вторичный (низконапорный) газ поступает в увеличитель тяги из внешнего потока через свой воздухозаборник. Его расход m^s , полная энтальпия и энтропия в сечении входа в увеличитель также предполагаются известными и совпадающими с соответствующими параметрами невозмущенного внешнего потока: $H_i^s = H_\infty$, $s_i^s = s_\infty$. Если течение в усилителе нестационарное, а набегающий поток дозвуковой, то выполнение первого из выписанных условий предполагает отсутствие нестационарных возмущений на входе в “идеальный” воздухозаборник низконапорного газа.

Как и в [2], примем, что в идеальном усилителе первичный и вторичный газы текут, не перемешиваясь. Отсутствие перемешивания можно реализовать, введя невесомую непроницаемую и в общем случае деформируемую (на фиг. 1 – на участке ab), т.е. зависящую от времени t поверхность $\partial\Omega_\Gamma(t)$, разделяющую эти газы. Результат ее движения по нормали – работа, совершаемая одним из газов над другим (каким – зависит от направления движения). Допустим также, что через $\partial\Omega_\Gamma(t)$ первичный и вторичный газы могут обмениваться теплом. За исключением такого теплообмена, в остальном оба газа считаются идеальными (невязкими и нетеплопроводными) с давлением p . Потоки в выходных отверстиях, как и в [2], предполагаются равномерными. Течения во входных отверстиях могут быть неравномерными по параметрам, отличным от энтропии, а для вторичного потока – и полной энтальпии. Главное отличие от предположений, сделанных в [2], связано с допущением теплообмена. Как показано ниже, это ведет к увеличению “коэффициента усиления” ϕ – отношения тяги силовой установки с идеальным усилителем к тяге изолированной первичной силовой установки с идеальным (“расчетным”) соплом.

В рамках сделанных предположений интегральные законы сохранения массы и энергии [22] для первичного и вторичного потоков запишем в форме

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{\Omega^{p,s}(t)} \rho^{p,s} d\Omega &= - \int_{\partial\Omega^{p,s} + \partial\Omega_e^{p,s}(t)} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} d\sigma \\ \frac{d}{dt} \int_{\Omega^{p,s}(t)} \rho^{p,s} [2e^{p,s} + (V^{p,s})^2] d\Omega &= -2 \int_{\partial\Omega_\Gamma(t)} p \mathbf{V}_\Gamma \mathbf{n} d\sigma \mp 2(w + q) - \\ - \int_{\partial\Omega_e^{p,s} + \partial\Omega_e^{s,s}(t)} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} [2h^{p,s} + (V^{p,s})^2] d\sigma \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь ρ – плотность, \mathbf{V} – вектор скорости, а V – его модуль, p – давление, e – удельная внутренняя энергия, $h = e + p/\rho$ – удельная энтальпия, \mathbf{n} – единичный вектор нормали внешней к соответствующему объему, w – мощности идеальных турбины и компрессора (если таковые имеются) и q – тепло, передаваемое от первичного потока к вторичному. Знак “–” (“+”) перед $2(w + q)$ отвечает первичному – с индексом p (вторичному – с индексом s) газу. На данном этапе при записи законов сохранения в форме (1.1), как и в [20, 21], допускается зависимость от времени формы каналов (сопел),

подводящих газы к выходным сечениям, однако работа, совершаемая за период при движении их стенок, считается пренебрежимо малой.

Если течение в увеличителе тяги стационарно, то левые части в уравнениях (1.1) отсутствуют. Если же течение в нем периодическое, то, взяв в качестве масштаба времени период τ и проинтегрировав с учетом периодичности течения уравнения (1.1) по t от $t = 0$ до $t = 1$, получим

$$\int_0^1 dt \int_{\partial\Omega_i^{p,s}(t)} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} d\sigma - m^{p,s} = 0, \quad m^{p,s} = - \int_0^1 dt \int_{\partial\Omega_i^{p,s}} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} d\sigma > 0 \quad (1.2)$$

$$\int_0^1 dt \int_{\partial\Omega_i^{p,s}(t)} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} [2h^{p,s} + (V^{p,s})^2] d\sigma - C^{p,s} \pm W \pm Q = 0$$

$$C^{p,s} = - \int_0^1 dt \int_{\partial\Omega_i^{p,s}} \rho^{p,s} \mathbf{V}^{p,s} \mathbf{n} [2h^{p,s} + (V^{p,s})^2] d\sigma = 2m^{p,s} \langle H_i^{p,s} \rangle > 0 \quad (1.3)$$

$$W = 2 \int_0^1 dt \int_{\partial\Omega_\Gamma(t)} p \mathbf{V}_\Gamma \mathbf{n}^p d\sigma + 2 \int_0^1 w dt, \quad Q = 2 \int_0^1 q dt$$

Здесь $m^{p,s}$ и $C^{p,s}$ – известные константы, \mathbf{n}^p – внешняя нормаль на поверхности $\partial\Omega_\Gamma(t)$ к объему первичного газа, $W/2$ – работа, совершаемая в течение периода первичным газом над вторичным, а $Q/2$ – тепло, передаваемое за период от первичного потока к вторичному. В уравнении (1.3) верхние (нижние) знаки отвечают индексу p , т.е. первичному (индексу s , т.е. вторичному) газу. При положительном W знак Q заранее неизвестен, ибо, в принципе, высоконапорный газ может быть холоднее низконапорного.

Примем далее, что сечения выхода обоих газов – плоскости, нормальные оси x декартовых координат xyz , а оба потока в них равномерны и параллельны оси x . При $V_\infty > 0$ ось x направим по вектору \mathbf{V}_∞ . При этом уравнения (1.2) и (1.3) станут

$$L_1^{p,s} \equiv \int_0^1 \rho^{p,s} V^{p,s} F^{p,s} dt - m^{p,s} = 0 \quad (1.4)$$

$$L_2^{p,s} \equiv \int_0^1 \rho^{p,s} V^{p,s} [2h^{p,s} + (V^{p,s})^2] F^{p,s} dt - C^{p,s} \pm W \pm Q = 0 \quad (1.5)$$

где $F^{p,s}$ – площади выходных сечений.

При тех же предположениях интегральный закон сохранения x -компоненты количества движения даст

$$\Delta R \equiv \int_0^1 X dt = \int_0^1 [(p_e^p + \rho_e^p V_e^{p2}) F_e^p + (p_e^s + \rho_e^s V_e^{s2}) F_e^s] dt - I_i \quad (1.6)$$

$$I_i = - \int_0^1 dt \left\{ \int_{\partial\Omega_i^p} [p^p \mathbf{n} + \rho^p (\mathbf{V}^p \mathbf{n}) \mathbf{V}^p] i d\sigma + \int_{\partial\Omega_i^s} [p^s \mathbf{n} + \rho^s (\mathbf{V}^s \mathbf{n}) \mathbf{V}^s] i d\sigma \right\}$$

Здесь X – x -компонента силы, действующей на увеличитель тяги, i – орт оси x , а I_i – предполагаемая фиксированной x -компонента входных потоков количества движения. Чтобы получить выражение для R – средней за период x -компоненты тяги силовой установки в целом, нужно к ΔR добавить интегралы от x -компонент сил, которые действуют на устройство, генерирующее первичный поток, на воздухозаборник и подводящий канал вторичного газа, и учесть сопротивление внешних обводов силовой установки. При фиксированном режиме работы генератора первичного потока, что далее предполагается, вклад в R потока количества движения на входе в его воздухозаборник (если таковой имеется) постоянен и потому далее не учитывается. Аналогично предположим, что поток количества движения на входе в воздухозаборник вторичного газа зависит только от его расхода и скорости V_∞ . На расчетном режиме втекания он равен $m^s V_\infty$ и, в согласии с (1.6), с точностью до постоянных, несущественных для дальнейшего исследования слагаемых

$$R = \int_0^1 [(p_e^p - p_a + \rho_e^p V_e^{p2}) F_e^p + (p_e^s - p_a + \rho_e^s V_e^{s2}) F_e^s] dt - m^s V_\infty \quad (1.7)$$

где p_a – давление, действующее на внешние обводы увеличителя тяги в окрестности плоскости среза выхлопных сопел первичного и вторичного потоков.

Кроме интегральных законов сохранения (1.5) и (1.6) термодинамические параметры обоих газов удовлетворяют уравнениям состояния, которые запишем в форме

$$\rho = \rho(p, s), \quad h = h(p, s) \quad (1.8)$$

с известными (в общем случае разными для первичного и вторичного газов) функциями в правых частях выписанных равенств. При этом в силу термодинамического равенства (T – абсолютная температура): $Tds = dh - (1/\rho)dp$ и определения скорости звука a имеем

$$h_p \equiv \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = \frac{1}{\rho}, \quad h_s \equiv \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T, \quad \rho_p \equiv \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_s = \frac{1}{a^2} \quad (1.9)$$

2. Оптимальный увеличитель – устройство, реализующее максимум тяги. С учетом законов сохранения состояние первичного и вторичного потоков в их выходных сечениях, а следовательно, и оптимизируемая величина R определяются значениями восьми величин (в общем случае функций времени t): $F^{p,s}$, $V^{p,s}$, $p^{p,s}$ и $s^{p,s}$ в указанных сечениях. Перечисленные величины должны удовлетворять четырем интегральным (изопериметрическим) условиям (1.4) и (1.5) с заранее неизвестными значениями работы $W/2$, совершаемой высоконапорным газом над низконапорным, и потока тепла $Q/2$ от более горячего газа к более холодному.

Чтобы найти оптимальные, реализующие максимум R , т.е. отвечающие идеальному увеличителю тяги функции времени $F^{p,s}$, $V^{p,s}$, $p^{p,s}$ и $s^{p,s}$ и величины W и Q , составим функционал Лагранжа

$$J = R + \lambda_1^p L_1^p + \lambda_1^s L_1^s + \lambda_2^p L_2^p + \lambda_2^s L_2^s$$

с пока неопределенными постоянными множителями Лагранжа $\lambda_{1,2}^{p,s}$. В силу изопериметрических условий (1.4) и (1.5) при любых допустимых варьированиях (сохраняющих значения входящих в эти условия интегралов) вариации оптимизируемого функцио-

нала R и функционала Лагранжа J совпадают. В соответствии с этим, учтя равенства (1.8) и (1.9), найдем

$$\delta R = (\lambda_2^p - \lambda_2^s)(\delta W + \delta Q) + \int_0^1 (A_F^p \delta F^p + A_V^p \delta V^p + A_p^p \delta p^p +$$
(2.1)

$$+ A_s^p \delta s^p + A_F^s \delta F^s + A_V^s \delta V^s + A_p^s \delta p^s + A_s^s \delta s^s) e dt$$

$$A_F^{p,s} = p^{p,s} - p_a + (1 + \lambda_2^{p,s} V^{p,s}) \rho^{p,s} (V^{p,s})^2 + (\lambda_1^{p,s} + 2\lambda_2^{p,s} h^{p,s}) \rho^{p,s} V^{p,s}$$

$$\frac{A_V^{p,s}}{\rho^{p,s} F^{p,s}} = (2 + 3\lambda_2^{p,s} V^{p,s}) V^{p,s} + \lambda_1^{p,s} + 2\lambda_2^{p,s} h^{p,s}$$

$$\frac{A_p^{p,s}}{F^{p,s}} (a^{p,s})^2 = (a^{p,s})^2 + (1 + \lambda_2^{p,s} V^{p,s}) (V^{p,s})^2 + \lambda_1^{p,s} V^{p,s} + 2\lambda_2^{p,s} V^{p,s} [h^{p,s} + (a^{p,s})^2]$$

$$\frac{A_s^{p,s}}{V^{p,s} F^{p,s}} = \{V^{p,s} + \lambda_1^{p,s} + \lambda_2^{p,s} [2h^{p,s} + (V^{p,s})^2]\} \rho_s^{p,s} + 2\lambda_2^{p,s} \rho^{p,s} T^{p,s}$$

$$\rho_s = (\partial \rho / \partial s)_p$$

Необходимые условия экстремума R получаются из рассмотрения и приравнивания нулю множителей при отличных от $\delta s^{p,s}$ вариаций в выражении (2.1). Вариации же энтропии δs^p и δs^s нельзя считать независимыми уже по той причине, что при отсутствии теплообмена с окружением увеличителя тяги суммарный поток энтропии через выходные сечения не может быть меньше, чем через входные.

Приравняв нулю коэффициенты при δF^p , δV^p и δp^p , придем к равенствам

$$p_e^p - p_a + (1 + \lambda_2^p V_e^p) \rho_e^p V_e^{p2} + (\lambda_1^p + 2\lambda_2^p h_e^p) \rho_e^p V_e^p = 0$$
(2.2)

$$(2 + 3\lambda_2^p V_e^p) V_e^p + \lambda_1^p + 2\lambda_2^p h_e^p = 0$$
(2.3)

$$a_e^{p2} + (1 + \lambda_2^p V_e^p) V_e^{p2} + \lambda_1^p V_e^p + 2\lambda_2^p V_e^p (h_e^p + a_e^{p2}) = 0$$
(2.4)

После исключения из (2.2)–(2.4) множителя λ_1^p придем к двум равенствам

$$p_e^p - p_a + (1 + 2\lambda_2^p V_e^p) \rho_e^p V_e^{p2} = 0, \quad 1 + 2\lambda_2^p V_e^p = 0$$
(2.5)

Первое из них в силу второго дает

$$p_e^p = p_a$$
(2.6)

Аналогично, приравняв нулю коэффициенты при δF^s , δV^s , δp^s и δW , придем к равенствам

$$1 + 2\lambda_2^s V_e^s = 0, \quad p_e^s = p_a$$
(2.7)

$$\lambda_2^s = \lambda_2^p = \lambda_2$$
(2.8)

Из (2.7), (2.8) и второго уравнения (2.5) следует уже упоминавшееся известное равенство выходных скоростей первичного и вторичного потоков

$$V_e^s = V_e^p = V_e$$
(2.9)

Теперь после преобразования с учетом равенств (2.2)–(2.9) коэффициентов при δs^p и δs^s выражение для δR станет

$$\delta R = - \int_0^1 (\rho^p F^p T^p \delta s^p + \rho^s F^s T^s \delta s^s)_e dt \quad (2.10)$$

Если, как и в [2], принять, что первичный и вторичный потоки не обмениваются теплом ($Q = 0$), то из-за необратимых эффектов, связанных, например, с образованием скачков уплотнения, возможные приращения энтропии в выходных сечениях обоих потоков будут положительными, а это в согласии с формулой (2.10) снизит эффективность увеличителя тяги. Таким образом, запрет теплообмена с неизбежностью ведет к необходимости для такого “идеального” увеличителя сохранения удельных энтропий обоих потоков:

$$s_e^p = s_i^p, \quad s_e^s = s_i^s \quad (2.11)$$

При выполнении равенств (2.6) и (2.11) уравнения состояния (1.8) дают

$$\rho_e^{p,s} = \rho_{ai}^{p,s} = \rho^{p,s}(p_a, s_i^{p,s}), \quad h_e^{p,s} = h_{ai}^{p,s} = h^{p,s}(p_a, s_i^{p,s}) \quad (2.12)$$

т.е. $\rho_e^{p,s}$ и $h_e^{p,s}$ – известные константы. Для совершенного газа с постоянными удельными теплоемкостями c_p и c_v и показателем адиабаты $\kappa = c_p/c_v$

$$\rho(p, s) = \rho^{1/\kappa} \exp\left(-\frac{s}{c_p}\right), \quad h(p, s) = \frac{\kappa}{\kappa-1} p^{(\kappa-1)/\kappa} \exp\left(\frac{s}{c_p}\right)$$

Чтобы найти совпадающую для обоих потоков скорость V_e , просуммируем уравнения (1.3). Учтя равенства (2.7), (2.9) и (2.11) и определения (2.12), найдем

$$V_e = V_{ai}^p \frac{\sqrt{1+k\chi}}{\sqrt{1+k}}, \quad k = \frac{m^s}{m^p}, \quad \chi = \frac{2(H_i^s - h_{ai}^s)}{V_{ai}^{p2}}, \quad V_{ai}^{p2} = 2(H_i^p - h_{ai}^p) \quad (2.13)$$

Для стационарных эжекторных увеличителей тяги отношение расходов k – коэффициент эжекции [1–8], а для эжекторных увеличителей с пульсирующим первичным потоком – коэффициент присоединенной массы [12] (или “коэффициент присоединения массы”).

По скорости V_e , определенной из (2.13), и плотностям обоих потоков в сечении выхода, определенным формулами (2.12), из законов сохранения массы (1.2) найдем

$$\int_0^1 F^{p,s} dt = \frac{-m^{p,s}}{\rho_{ai}^{p,s} V_e}$$

Поскольку какие-либо дополнительные условия, налагаемые на площади выходных сечений, отсутствуют, то площади $F^{p,s}$ естественно взять постоянными (независимыми от времени) и равными $F^{p,s} = -m^{p,s}/(\rho_{ai}^{p,s} V_e)$. Постоянство $F^{p,s}$ делает ненужным применение деформируемых стенок регулируемых выходных сопел, что оправдывает пренебрежение в уравнениях энергии работой, связанной с их движением.

В силу равенств (2.7), (2.9) и (2.13) формула (1.7) для тяги “идеального” увеличителя, удовлетворяющего условиям изэнтропичности (2.11), примет вид

$$R = m^p V_{ai}^p \sqrt{1+k} \sqrt{1+k\chi} - m^s V_\infty$$

Тяга идеального сопла, работающего на первичном потоке, равна $m^p V_{ai}^p$. Поэтому для коэффициента усиления ϕ справедлива формула

$$\phi = \sqrt{1+k} \sqrt{1+k\chi} - k \sqrt{\chi_\infty}, \quad \chi_\infty = (V_\infty/V_{ai}^p)^2 \quad (2.14)$$

Согласно сказанному ранее, идеальный увеличитель имеет воздухозаборник с изэнтропическим и изоэнергетическим торможением вторичного потока. Если в дополнение принять, что $p_a = p_{\infty}$, то в формуле (2.14) χ заменится на χ_{∞} .

На старте, когда $\chi_{\infty} = 0$, ϕ – монотонно и неограниченно возрастающая функция k . В полете ϕ – также монотонно возрастающая, но ограниченная функция k . Предельная величина ϕ , получающаяся при $k \rightarrow \infty$, равна $\phi = 1/2(\sqrt{\chi_{\infty}} + 1/\sqrt{\chi_{\infty}})$.

Если воздухозаборник вторичного потока неидеальный, то на старте из-за потерь $\chi < 0$. У такого (в остальном идеального) увеличителя $\phi > 1$ только при $0 < k < -(1 + \chi)/\chi$. При $k > -(1 + \chi)/\chi$ на старте он просто не работает (энергии первичного газа не хватает для проталкивания вторичного). В полете при положительных $\chi < \chi_{\infty}$ по определению χ из (2.13) вторичный газ имел бы положительную скорость в сечении выхода и без энергообмена с первичным. Однако и здесь идеальный увеличитель без идеального воздухозаборника имеет $\phi > 1$ только для ограниченных k , достигая максимума при

$$k = \frac{\sqrt{D} - 1 - \chi}{2\chi}, \quad D = (1 + \chi)^2 + \chi \left[\frac{(1 - \sqrt{\chi})^2}{\chi_{\infty} - \chi} - 4 \right]$$

Равенства (2.11) приняты в [2] как очевидные и естественные допущения, ибо рост энтропии вроде бы всегда плох. В действительности, однако, при допущении теплообмена между первичным и вторичным потоками приращения энтропии в (2.10) будут разных знаков, и даже неидеальный (с ростом суммарного потока энтропии) увеличитель при допущении теплообмена может оказаться лучше такого “идеального”, в котором выполняются равенства (2.11). При отсутствии необратимых потерь приращения энтропии обусловлены только получением или отдачей тепла, и с учетом равенств (2.9) имеем

$$\begin{aligned} \delta R &= - \int_0^1 (\rho^p F^p T^p \delta s^p + \rho^s F^s T^s \delta s^s)_e dt = - \frac{1}{V_e} \int_0^1 (\rho^p V F^p T^p \delta s^p + \rho^s V F^s T^s \delta s^s)_e dt = \\ &= - \frac{1}{V_e} \int_0^1 \left(\rho_e^p V_e F_e^p \frac{T_e^p}{T_q^p} T_q^p \delta s_q^p + \rho_e^s V_e F_e^s \frac{T_e^s}{T_q^s} T_q^s \delta s_q^s \right) dt = \frac{1}{V_e} \int_0^1 \left(\frac{T_e^s}{T_q^s} - \frac{T_e^p}{T_q^p} \right) \delta q dt \end{aligned}$$

Здесь нижний индекс q метит сечения, в которых горячий газ отдает, а холодный получает противоположное по знаку, но равное по величине количество тепла δq . Следовательно, для оптимального увеличителя тяги с теплообменом должно выполняться равенство

$$\frac{T_e^p}{T_q^p} = \frac{T_e^s}{T_q^s} \tag{2.15}$$

Реальный теплообмен осуществляется при разных температурах. Поэтому при одинаковых тепловых потоках энтропия системы растет. Тем не менее, в идеале разность температур можно сделать сколь угодно малой (например, путем стационарного разгона горячего газа), а вместе с ней устремить к нулю и приращение энтропии. Для такого предельного случая условие (2.15) выполнится, в частности, если

$$T_q^s = T_q^p = T_q, \quad T_e^s = T_e^p = T_e \tag{2.16}$$

В силу первого из этих равенств сохраняется суммарный поток энтропии, что с учетом совпадения в силу (2.6) и (2.16) давлений и температур в обоих потоках дает уравнение для определения T_e .

$$s_e^p(p_a, T_e) + k s_e^s(p_a, T_e) = s_i \equiv s_i^p + k s_i^s$$

Для одинаковых газов отсюда сразу найдется совпадающая для обоих потоков удельная энтропия в выходных сечениях $s_e = s_i/(1+k)$, после чего формулы (2.12), (2.13) и (2.14) с $\chi = \chi_\infty$ заменятся на

$$\begin{aligned} \rho_e^{p,s} &= \rho_{ae}^{p,s} = \rho^{p,s}(p_a, s_e), \quad h_e^{p,s} = h_{ae}^{p,s} = h^{p,s}(p_a, s_e) \\ V_e &= V_{ae}^p \frac{\sqrt{1+k\chi}}{\sqrt{1+k}}, \quad k = \frac{m^s}{m^p}, \quad \chi = \frac{2(H_\infty - h_{ae}^2)}{V_{ae}^{p2}}, \quad V_{ae}^{p2} = 2(H_i^p - h_{ae}^p) \\ \phi_q &= (\sqrt{\chi^p(1+k)}\sqrt{1+k\chi} - k\sqrt{\chi_\infty}), \quad \chi^p = \left(\frac{V_{ae}^p}{V_{ai}^p}\right)^2, \quad \chi_\infty = \left(\frac{V_\infty}{V_{ai}^p}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

с V_{ai}^p из (2.13).

Допущение идеального теплообмена (при равных в пределе температурах) расширяет возможности идеального увеличителя, и, как показано ниже, его коэффициент усиления ϕ_q из (2.17) заметно превышает величину, определяемую формулой (2.14) с $\chi = \chi_\infty$.

Выше допускалось, что идеальный увеличитель может работать в нестационарном периодическом режиме, а работа первичного газа над вторичным может частично реализоваться на разделяющей их подвижной поверхности. Поскольку в результате решения оказалось, что потоки на выходе из усилителя стационарны, то от подвижной поверхности следует отказаться, ограничившись идеальными (работающими без потерь) турбиной и компрессором с бесконечно густыми лопаточными венцами. Бесконечная густота, обеспечивая стационарность потоков вне венцов, позволяет рассматривать их как поверхности разрыва, на которых сохраняются потоки массы и энтропии. Одновременно отпадает возможность роста энтропии в слабых ударных волнах, практически неизбежных при нестационарном течении, а предположение об идеальности газа оказывается достаточным для обеспечения равенства $H_i^s = H_\infty$.

3. Порядок и результаты расчета. Ограничившись совершенным газом, опишем порядок и результаты расчета и сравнения коэффициентов усиления ϕ и ϕ_q . Задаются κ^p и κ^s , $k = m^s/m^p$, перепад давления $n = p_0^p/p_\infty > p_{0\infty}/p_\infty \geq 1$ и отношение плотностей $r = \rho_0^p/\rho_\infty$ для первичного газа (индекс ноль отмечает параметры изэнтропически заторможенного потока), $c = c_p^s/c_p^p$, число Маха полета $M_\infty \geq 0$ и начальная энтропия вторичного газа, которую удобно положить равной нулю: $s_i^s = s_\infty = 0$. Взяв за масштабы давления, плотности и скорости размерные p_∞ , ρ_∞ и $\sqrt{p_\infty/\rho_\infty}$, получим, что соответствующие безразмерные параметры равны: $p_\infty = \rho_\infty = 1$, $V_\infty = \sqrt{\kappa^s M_\infty}$, $p_0^p = n$ и $\rho_0^p = r$.

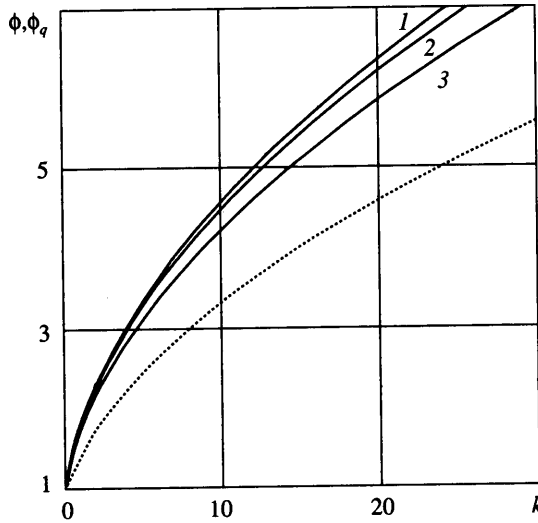
По заданным параметрам вычисляются безразмерные (отнесенные к p_∞/ρ_∞) полные энтальпии вторичного и первичного потоков и энтропия первичного газа

$$H_\infty = \kappa^s [1/(\kappa^s - 1) + M_\infty^2/2], \quad H^p = \kappa^p n / [(\kappa^p - 1)r]$$

$$S^p \equiv \frac{s^p}{c_p^p} = \frac{1}{\kappa^p} \ln n - \ln r$$

Для увеличителя без теплообмена последовательно находятся

$$h_{ai}^p = \frac{\kappa^p}{\kappa^p - 1} \exp(S^p) = \frac{\kappa^p n^{1/\kappa^p}}{(\kappa^p - 1)r}, \quad (V_{ai}^p)^2 = 2(H^p - h_{ai}^p) = \frac{2\kappa^p(n - n^{1/\kappa^p})}{(\kappa^p - 1)r}$$



Фиг. 2. Коэффициенты усиления тяги идеального увеличителя с теплообменом (сплошные кривые 1–3 отвечают $n = 5, 10$ и 20) и без теплообмена (пунктирная кривая, одна для всех n); $M_\infty = 0, r = 0.5$

$$\chi_\infty = \frac{\kappa^s M_\infty^2}{(V_{ai}^p)^2} = \frac{\kappa^2 M_\infty^2 (\kappa^p - 1)r}{2\kappa^p (n - n^{1/\kappa^p})}, \quad \phi = \sqrt{(1+k)(1+k\chi_\infty)} - k\sqrt{\chi_\infty}$$

а при одинаковых $\kappa^s = \kappa^p = \kappa$ для увеличителя тяги с теплообменом

$$h_{ai}^p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \exp(S^p), \quad (V_{ai}^p)^2 = 2(H^p - h_{ai}^p)$$

$$S_e = \frac{S^p}{1+k}, \quad h_{ae}^s = h_{ae}^p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \exp(S_e)$$

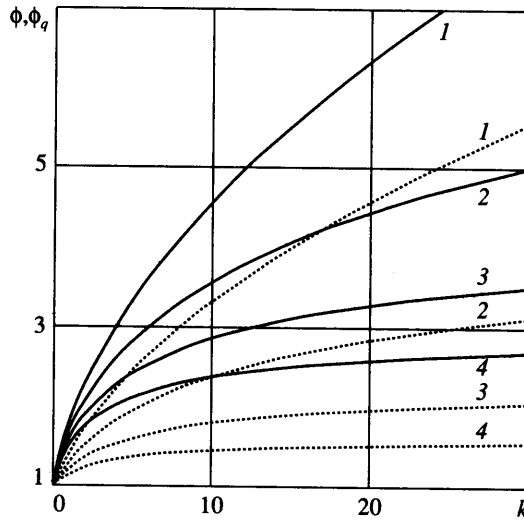
$$(V_{ae}^p)^2 = 2(H^p - h_{ae}^p), \quad \chi = \frac{2(H_\infty - h_{ae}^s)}{(V_{ae}^p)^2}, \quad \chi^p = \frac{(V_{ae}^p)^2}{(V_{ai}^p)^2}, \quad \chi_\infty = \frac{\kappa M_\infty^2}{(V_{ai}^p)^2}$$

$$\phi_q = \sqrt{\chi^p (1+k)(1+k\chi)} - k\sqrt{\chi_\infty}$$

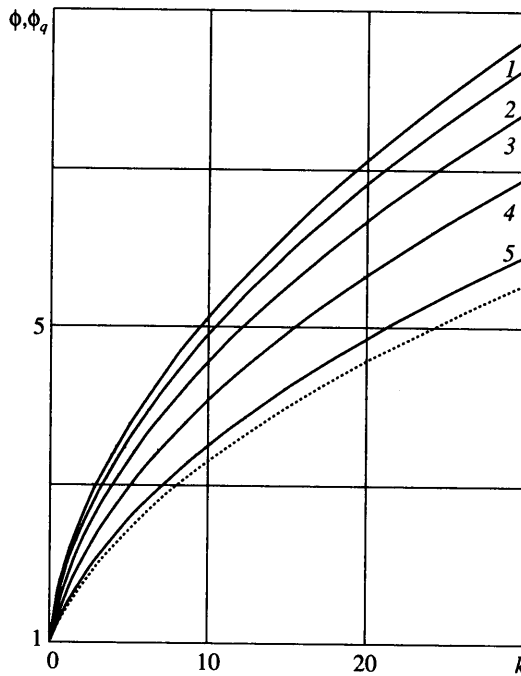
Расчеты, результаты которых представлены на фиг. 2–4, выполнены для $\kappa^s = \kappa^p = \kappa = 1.4$ и $c = 1$. Величины M_∞, n и r указаны в подписях к фигурам. Коэффициенты усиления с теплообменом (ϕ_q) даны сплошными, а без теплообмена (ϕ) – пунктирными кривыми. Для выбранных значений определяющих параметров допущение теплообмена ведет к заметному превышению ϕ_q над ϕ . Будучи максимальными при $M_\infty = 0$, оба коэффициента усиления с ростом M_∞ уменьшаются. Для $M_\infty > 0$ и одинаковых совершенных газов при $k \rightarrow \infty$

$$\phi \rightarrow \sqrt{\frac{n - n^{1/\kappa}}{2M_\infty^2 (\kappa - 1)r}} \left(1 + \frac{M_\infty^2 (\kappa - 1)r}{2(n - n^{1/\kappa})} \right)$$

$$\phi_q \rightarrow \sqrt{\frac{(\kappa - 1)r}{2(n - n^{1/\kappa})}} \left[\frac{M_\infty}{2} + \frac{1}{M_\infty (\kappa - 1)} \left(\frac{n-r}{r} - \ln \frac{n^{1/\kappa}}{r} \right) \right]$$



Фиг. 3. Коэффициенты усиления тяги идеального увеличителя с теплообменом (сплошные кривые) и без теплообмена (пунктирные кривые); $n = 5$, $r = 0.5$, кривые 1–4 отвечают $M_\infty = 0, 0.5, 1.0$ и 1.5



Фиг. 4. Коэффициенты усиления тяги идеального увеличителя с теплообменом (сплошные кривые 1–5, отвечающие $r = 0,125, 0.25, 0.5, 1$ и 2) и без теплообмена (пунктирная кривая, одна для всех r); $M_\infty = 0$, $n = 5$

Заключение. Развита теория идеального увеличителя тяги, который работает, засасывая газ, обтекающий летательный аппарат. Условия в выходных сечениях, истекающих из увеличителя несмешивающихся газов, получены в результате решения вариационной задачи о реализации максимума осредненной по периоду (при допущении периодического режима работы) тяги. Во входных сечениях увеличителя фиксировались входные потоки массы и полной энтальпии обоих газов и их энтропии, причем энтропия и полная энтальпия низконапорного газа предполагались равными невозмущенным значениям в обтекающей летательный аппарат среде. Наряду с работой высоконапорного газа над низконапорным допускался теплообмен между ними. Допущение теплообмена приводит к заметному повышению эффективности идеального увеличителя. Подчеркнем, что стационарность течения в идеальном увеличителе – результат, обязанный постановке задачи, в силу которой расходы и активного, и пассивного газов считаются заданными. В приложениях при фиксированных параметрах активного потока широко распространены ситуации с фиксированным в той или иной степени “железным” устройством (например, с эжектором ограниченных габаритов). В подобных случаях, в первую очередь, нужно добиться увеличения расхода засасываемого газа и лишь затем его более эффективного использования. Именно на решение этой задачи направлено применение пульсирующих активных струй в эжекторных увеличителях тяги [13–19]. Тем не менее, и в таких приложениях сравнение (при полученных расходах пассивного газа) достигнутых коэффициентов усиления с ϕ_q и ϕ идеального стационарного увеличителя будет характеризовать степень совершенства реального увеличителя тяги.

Авторы благодарны В.И. Богданову и М.М. Цховребову за полезные обсуждения, а Г.Г. Черному – за оценку работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 02-01-00422) и Государственной программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект: НШ-2124-2003.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. Т. 1. М.: Наука, 1991. 597 с.
2. *Heiser W.H.* Thrust augmentation // Trans. ASME. Ser. A. J. Engng. Power. 1967. V. 89. № 1. P. 75–81.
3. *Пархомов А.Л.* Оптимизация параметров ВРД по экономичности // Тр. ЦИАМ. 1968. № 446. 34 с.
4. Теория двухконтурных турбореактивных двигателей / Под ред. С.М. Шляхтенко и В.А. Соцунова. М.: Машиностроение, 1979. 431 с.
5. *Боголюбов И.С.* Начальная фаза смешения потоков в эжекторе // Присоединение дополнительной массы в струйных аппаратах / Под ред. А.В. Квасникова. Тр. МАИ № 97. М.: Оборонгиз, 1958. С. 5–42.
6. *Михалев С.В.* Исследование течения в двухмерном сопле с насадком // Присоединение дополнительной массы в струйных аппаратах / Под ред. А.В. Квасникова. Тр. МАИ № 97. М.: Оборонгиз, 1958. С. 43–86.
7. *Козюков А.В.* Об увеличении тяги в составном реактивном сопле постоянного потока // Присоединение дополнительной массы в струйных аппаратах / Под ред. А.В. Квасникова. Тр. МАИ № 97. М.: Оборонгиз, 1958. С. 87–97.
8. *Pearson H., Holliday J.B., Smith S.F.* A theory of the cylindrical ejector supersonic propelling nozzle // J. Royal Aeronaut. Soc. 1958. V. 62. № 574. P. 746–751.
9. *Quinn B.* Compact ejector thrust augmentation // J. Aircraft. 1973. V. 10. № 8. P. 481–486.
10. *Cheng D.Y., Wang P., Chisel D.M.* Experimental study on optimization parameters of a supersonic jet ejector thrust augmentor // J. Aircraft. 1973. V. 10. № 9. P. 569–570.
11. *Alperin M., Wu J.-J.* Thrust augmenting ejectors. Pt I // AIAA J. 1983. V. 21. № 10. P. 1428–1436.
12. *Alperin M., Wu J.-J.* Thrust augmenting ejectors. Pt II // AIAA J. 1983. V. 21. № 12. P. 1698–1706.
13. *Кудрин О.И.* Пульсирующее реактивное сопло с присоединением дополнительной массы // Присоединение дополнительной массы в струйных аппаратах / Под ред. А.В. Квасникова. Тр. МАИ № 97. М.: Оборонгиз, 1958. С. 98–180.

14. Овсянников Б.В., Кудрин О.И. Выхлопной реактивный патрубок поршневого двигателя с присоединением атмосферного воздуха // Присоединение дополнительной массы в струйных аппаратах / Под ред. А.В. Квасникова. Тр. МАИ № 97. М.: Оборонгиз, 1958. С. 181–190.
15. *Bremhorst K., Watson R.D.* Velocity field and entrainment of a pulsed core jet // *Trans. ASME. J. Fluids Engng.* 1981. V. 103. № 4. P. 605–608.
16. *Favre-Marinet M., Binder G., Hac Te.V.* Generation of oscillating jets // *Trans. ASME. J. Fluids Engng.* 1981. V. 103. № 4. P. 609–614.
17. *Parikh P.G., Moffat R.J.* Resonant entrainment of a confined pulsed jet // *Trans. ASME. J. Fluids Engng.* 1982. V. 104. № 4. P. 482–488.
18. *Munipalli R., Shankar V., Wilson D.R., Kim H., Lu F.K., Liston G.L.* Performance assessment of ejector augmented pulsed detonation rockets // 2001. AIAA Paper № 2001–0830. 10 p.
19. *Paxson D.E., Wilson J., Dougherty K.T.* Unsteady ejector performance: an experimental investigation using a pulsejet driver // NASA. TM. 2002. TM-2002-211711=AIAA-2002-3915. 12 p.
20. Богданов В.И., Крайко А.Н., Пьянков К.С., Тилляева Н.И. Профилирование несимметричного сопла при изменяющихся по времени параметрах торможения истекающего потока и размере минимального сечения // *Аэромеханика и газовая динамика.* 2002. № 3. С. 43–59.
21. *Kraiko A.N., Pyankov K.S., Tillyayeva N.I.* Optimal nozzle design when timechanging its throat size and pressure ratio // 16th Intern. Symp. on Air Breathing Engines (ISABE). Cleveland, OH, USA, 2003. ISABE-2003-1117. 9 p.
22. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.

Москва
E-mail: akraiko@ciam.ru

Поступила в редакцию
23.XII.2003