

УДК 532.546.013.4:519.6

© 2004 г. О. Ю. КАНТУР, В. Г. ЦИБУЛИН

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ КОНВЕКЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Для плоской задачи фильтрационной конвекции многокомпонентной жидкости, насыщающей пористый массив прямоугольного сечения, проведено исследование сценариев развития непрерывных семейств стационарных режимов, ответвляющихся от механического равновесия. Рассмотрена конвекция двух- и трехкомпонентной жидкости и проанализированы одно- и разнонаправленные вертикальные градиенты температуры и концентраций. Изучен новый сценарий образования непрерывного семейства стационарных решений, реализующийся в случае колебательной неустойчивости механического равновесия.

Ключевые слова: фильтрационная конвекция, многокомпонентная жидкость, косимметрия, семейства равновесий.

Пористость среды и многокомпонентность насыщающей ее жидкости существенно влияют на формирующиеся конвективные движения [1, 2]. Так, в задаче фильтрационной конвекции однокомпонентной жидкости (модель Дарси) при исследовании потери устойчивости состояния механического равновесия обнаружен эффект сосуществования бесконечного числа стационарных решений [3]. Это явление объяснено в [4, 5] на основе теории косимметрии, получившей развитие в цикле [6–10].

В [10] получены уравнения фильтрационной конвекции на основе модели Дарси для жидкостей с конечным и бесконечным числом компонент и показано, что данная задача обладает косимметрией. Цель настоящей работы – исследование фильтрационной конвекции жидкости с конечным числом компонент на основе уравнений [10] и изучение сценариев переходов от состояния механического равновесия к стационарным и нестационарным режимам. Для анализа бифуркаций конвективных режимов и продолжения семейств стационарных решений применяется численный подход, основанный на использовании галеркинских разложений по вертикальной координате и разностных аппроксимаций по горизонтальной координате [11].

Проанализированы случаи, когда состояние механического равновесия теряет устойчивость колебательным и монотонным образом, и изучены трансформации возникающих непрерывных семейств стационарных режимов. Для плоской задачи фильтрационной конвекции однокомпонентной жидкости вычисления семейств стационарных конвективных режимов проведены в [12–15].

1. Постановка задачи. Уравнения фильтрационной конвекции для многокомпонентной жидкости [10] в безразмерных переменных записываются в виде

$$\beta_r \theta^r = \kappa_r \Delta \theta^r + \lambda_r \psi_x - J(\theta^r, \psi) \equiv F^r, \quad r = 1, \dots, S \quad (1.1)$$

$$0 = \Delta \psi - \sum_{r=1}^S \theta_x^r \equiv G \quad (1.2)$$

$$\theta^r = 0, \quad r = 1, \dots, S, \quad \psi = 0, \quad (x, y) \in \partial D \quad (1.3)$$

$$\theta^r(x, y, 0) = \theta_0^r(x, y), \quad r = 1, \dots, S \quad (1.4)$$

Здесь S – число компонент, $(x, y) \in D = [0, a] \cdot [0, b]$, $J(\theta, \psi) = \theta_x \psi_y - \theta_y \psi_x$, точка – дифференцирование по времени t , ψ – функция тока, θ^1 – отклонение температуры от линейного по вертикали профиля, θ^r ($r = 2 - S$) – отклонение массовой концентрации r -й компоненты от заданного распределения с постоянным градиентом A_r . Задача характеризуется тремя наборами параметров: кинематическими коэффициентами β_r , числами Прандтля $1/\kappa_r$, $\kappa_r = \chi_r/\nu$, и числами Рэлея $\lambda_r = g\eta_r A_r l^2 K/\nu^2$, $r = 1 - S$. Здесь χ_r – коэффициент диффузии, η_r – коэффициент концентрационного расширения, ν – вязкость, g – ускорение силы тяжести, l – характерная длина, K – проницаемость.

Задача (1.1)–(1.3) инвариантна относительно преобразований, отвечающих двум дискретным симметриям

$$\begin{aligned} R_x: \{x, y, \theta^r, \psi\} &\rightarrow \{a-x, y, \theta^r, -\psi\} \\ R_y: \{x, y, \theta^r, \psi\} &\rightarrow \{x, b-y, -\theta^r, -\psi\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

В системе (1.1)–(1.3) для всех значений параметров имеется механическое равновесие

$$\theta^r = \psi = 0, \quad r = 1, \dots, S \quad (1.6)$$

и соответствующая спектральная задача с параметром σ записывается в виде

$$\begin{aligned} \sigma \beta_r \theta^r &= \kappa_r \Delta \theta^r + \lambda_r \psi_x, \quad r = 1, \dots, S \\ 0 &= \Delta \psi - \sum_{r=1}^S \theta_x^r, \quad [\theta^r, \psi]_{\partial D} = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Для однокомпонентной жидкости устойчивость механического равновесия изучена в [3–5] и получено, что потеря устойчивости происходит в результате перехода пары вещественных спектральных величин из левой в правую полуплоскость. В случае многокомпонентной жидкости возможны и другие сценарии неустойчивости. Для определения критических значений монотонной неустойчивости в (1.7) полагается $\sigma = 0$, складываются первые S уравнений и в результате получается краевая задача

$$0 = \Delta \Theta + 2\gamma \Psi_x, \quad 0 = \Delta \Psi - 2\gamma \Theta_x, \quad [\Theta]_{\partial D} = 0, \quad [\Psi]_{\partial D} = 0$$

Здесь использованы обозначения

$$\Lambda = 4\gamma^2 = \sum_{r=1}^S \frac{\lambda_r}{\kappa_r}, \quad \Theta = \sum_{r=1}^S \theta^r, \quad \Psi = \gamma \psi$$

Следуя [5], можно ввести новую функцию $U = \exp(-i\gamma x)(\Theta + i\Psi)$, тогда спектральная задача запишется в виде

$$\Delta U + \gamma^2 U = 0, \quad [U]_{\partial D} = 0$$

Для параметра Λ набор критических значений дается формулой $\Lambda_{nm} = (2\pi n/a)^2 + (2\pi m/b)^2$, $n, m \in N$. В случае однокомпонентной жидкости ($S = 1$, $\kappa_1 = \beta_1 = 1$) в [5] показано, что первое критическое значение Λ_{11} двукратно для произвольной области, и при переходе параметра Λ через Λ_{11} от состояния механического равновесия ответвляется семейство стационарных режимов с переменным спектром.

В [10] установлено, что уравнения конвекции многокомпонентной жидкости обладают косимметрией. После умножения (1.1) на ψ , суммирования по r и вычитания (1.2), умноженного на $\sum_{r=1}^S \kappa_r \theta^r$, а также интегрирования по области D получается интегральное тождество

$$\sum_{r=1}^S \int_D (F^r \psi - G \kappa_r \theta^r) dx dy = 0 \tag{1.8}$$

Таким образом, косимметрией задачи (1.1)–(1.3) будет вектор-функция

$$L = \left(\underbrace{\psi, \dots, \psi}_S, - \sum_{r=1}^S \kappa_r \theta^r \right)$$

2. Метод решения. Решение задачи (1.1)–(1.4) представляется в виде

$$\{\psi, \theta^r, \dots, \theta^S\} = \sum_{j=1}^m \{\psi_j(x, t), \theta_j^1(x, t), \dots, \theta_j^S(x, t)\} \sin \frac{\pi j y}{b} \tag{2.1}$$

После подстановки (2.1) в уравнения и краевые условия (1.1)–(1.3) и проектирования получается система уравнений для гармоник $\psi_j, \theta_j^r, j = 1 - m, r = 1 - S$

$$\beta_r \theta_j^r = \kappa_r (\theta_j^r)'' - c_j \kappa_j \theta_j^r + \lambda_r \psi_j' - J_j^r \tag{2.2}$$

$$0 = \psi_j'' - c_j \psi_j - \sum_{r=1}^S (\theta_j^r)' \tag{2.3}$$

$$\theta_j^r(t, 0) = \theta_j^r(t, a) = 0, \quad \psi_j(t, 0) = \psi_j(t, a) = 0 \tag{2.4}$$

где $c_j = j^2 \pi^2 / b^2$, штрих означает дифференцирование по x , и

$$J_j^r = \frac{2\pi}{b} \left(\sum_{i=1}^{m-j} \xi_{j,i}^r + \sum_{i=1}^{j-1} \zeta_{j,i}^r \right)$$

$$\xi_{j,i}^r = \frac{2i+j}{2} (D_s(\theta_{i+j}^r, \psi_i) - D_s(\theta_i^r, \psi_{i+j})) - \frac{j}{2} (D_a(\theta_{i+j}^r, \psi_i) + D_a(\theta_i^r, \psi_{i+j})) \tag{2.5}$$

$$\zeta_{j,i}^r = \frac{j-i}{2} (D_s(\theta_i^r, \psi_{j-i}) + D_a(\theta_i^r, \psi_{j-i}) - D_s(\theta_{j-i}^r, \psi_i) + D_a(\theta_{j-i}^r, \psi_i))$$

В (2.5) использованы нелинейные дифференциальные операторы

$$D_s(\theta, \psi) = \theta' \psi + \theta \psi', \quad D_a(\theta, \psi) = \theta' \psi - \theta \psi'$$

Для аппроксимации уравнений (2.2)–(2.5) по переменной x применяется метод конечных разностей на равномерной сетке $\omega = \{x_k: x_k = k h, k = 0 - n + 1, h = a/(n + 1)\}$. Первые и вторые производные линейной части уравнений (2.2)–(2.4) аппроксимиру-

ются при помощи центральных разностных отношений. В результате получается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\beta_r \dot{\theta}_{j,k}^r = \kappa_r \frac{\theta_{j,k+1}^r - 2\theta_{j,k}^r + \theta_{j,k-1}^r}{h^2} - c_j \kappa_r \theta_{j,k}^r + \lambda_r \frac{\Psi_{j,k+1} - \Psi_{j,k-1}}{2h} - \beta_r J_{j,k}^r \quad (2.6)$$

$$0 = \frac{\Psi_{j,k+1} - 2\Psi_{j,k} + \Psi_{j,k-1}}{h^2} - c_j \Psi_{j,k} - \sum_{r=1}^S \frac{\theta_{j,k+1}^r - \theta_{j,k-1}^r}{2h} \quad (2.7)$$

Здесь $\theta_{j,k}^r = \theta_j^r(x_k, t)$, $\Psi_{j,k} = \Psi_j(x_k, t)$, $J_{j,k}^r = J_j^r(x_k, t)$ и индексы пробегает значения $j = 1 - m$, $k = 1 - n$, $r = 1 - S$. Выражение для $J_{j,k}^r$ получаются из (2.5) заменой дифференциальных операторов D_a и D_s их конечно-разностными аналогами d_a и d_s [11]

$$d_{a,k}(\theta, \Psi) = \frac{\theta_{k+1} - \theta_{k-1}}{2h} \Psi_k - \theta_k \frac{\Psi_{k+1} - \Psi_{k-1}}{2h}$$

$$d_{s,k}(\theta, \Psi) = \frac{2\theta_{k+1}\Psi_{k+1} + \Psi_k(\theta_{k+1} - \theta_{k-1}) + \theta_k(\Psi_{k+1} - \Psi_{k-1}) - 2\theta_{k-1}\Psi_{k-1}}{6h}$$

Уравнения (2.6)–(2.7) можно записать в векторном виде, вводя обозначения

$$\Psi = (\Psi_{11}, \dots, \Psi_{n1}, \dots, \Psi_{1m}, \dots, \Psi_{nm}), \quad \Theta^r = (\theta_{11}^r, \dots, \theta_{n1}^r, \dots, \theta_{1m}^r, \dots, \theta_{nm}^r)$$

В результате получается система уравнений

$$\beta_r \frac{d\Theta^r}{dt} = \kappa_r \mathbf{A} \Theta^r + \lambda_r \mathbf{B} \Psi + \mathbf{L}(\Theta^r, \Psi), \quad r = 1, \dots, S \quad (2.8)$$

$$0 = \mathbf{A} \Psi - \sum_{r=1}^S \mathbf{B} \Theta^r$$

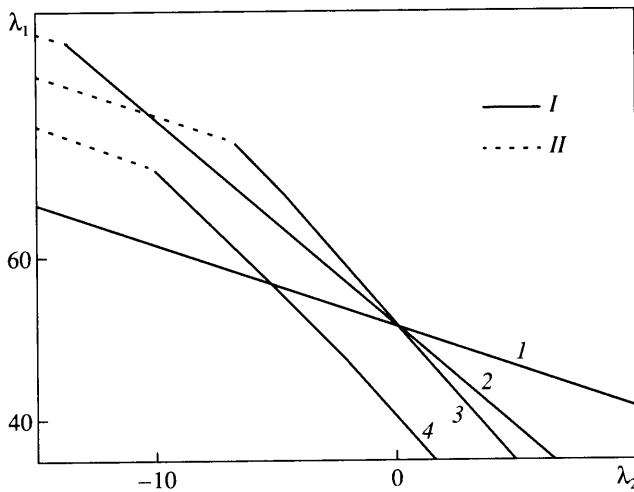
В (2.8) матрица \mathbf{A} составлена из m трехдиагональных подматриц размерности n , ненулевые элементы косимметрической матрицы $\mathbf{B} - b_{s,s+1} = h/2$, $s = 1, \dots, nm - 1$, а \mathbf{L} – нелинейные члены.

Из второго уравнения (2.8) находится $\Psi = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \sum_{r=1}^S \Theta^r$ и после подстановки в первое уравнение (2.8) получается система дифференциальных уравнений относительно вектора $\Phi = (\Phi^1, \dots, \Phi^S)$

$$\mathbf{C}_1 \frac{d\Phi}{dt} = \mathbf{C}_2 \Phi + \mathbf{N}(\Phi) \quad (2.9)$$

Здесь блочно-диагональные матрицы \mathbf{C}_1 и \mathbf{C}_2 состоят из S блоков размера $n \times m$, причем r -й блок матрицы \mathbf{C}_1 получается умножением единичной матрицы на β_r , а r -й блок матрицы \mathbf{C}_2 есть $\kappa_r \mathbf{A} + \lambda_r \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$, нелинейные члены содержатся в $\mathbf{N}(\Phi)$.

Для вычисления семейств стационарных решений применяется алгоритм [12–14], основанный на косимметрической версии теоремы о неявной функции [4]. В начале расчета методом установления находится некоторое устойчивое равновесие на семействе. Прогнозное значение для следующей точки вычисляется при помощи экстрапо-

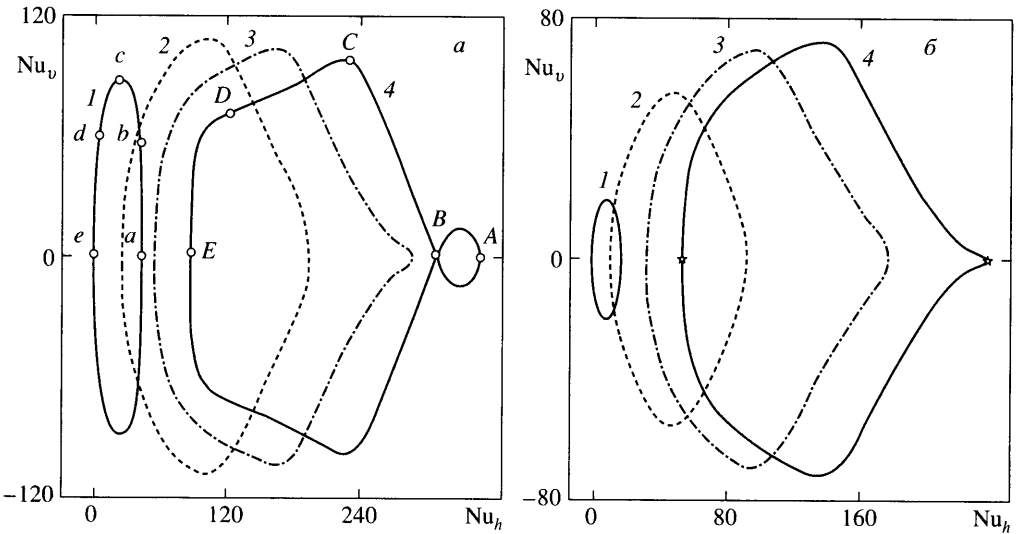


Фиг. 1. Нейтральные кривые механического равновесия для двухкомпонентной (1–3) и трехкомпонентной (4) жидкости: 1 – $\kappa_2 = 1$, 2 – $\kappa_2 = 0.4$, 3 – $\kappa_2 = 0.3$, 4 – $\kappa_2 = 0.3$, $\kappa_3 = 0.4$, $\lambda_3 = 5$; кривые I (II) отвечают монотонной (колебательной) потере устойчивости; $b = 2$

ляционного метода Адамса, а уточнение равновесия производится методом Ньютона. При этом матрица линеаризации системы (2.9) находится численно, а для определения ее ядра применяется SVD-разложение. Использование процедуры продолжения по параметру позволяет рассчитывать семейства неустойчивых равновесий. Пересчет решений при изменении геометрических характеристик (a , b) и параметров сетки (n , m) проводится при помощи сплайн-интерполяции. Для проведения компьютерного эксперимента разработана программа, позволяющая рассчитывать нестационарные режимы фильтрационной конвекции и вычислять семейства стационарных решений.

3. Численные результаты. Исследованы конвективные движения двух- и трехкомпонентной жидкостью в высоком прямоугольном контейнере ($a = 1$, $b > 1$) и проанализировано возникновение семейств стационарных решений и автоколебательных режимов после потери устойчивости механического равновесия в случае умеренных надкритичностей. Расчет стационарных и автоколебательных режимов и анализ устойчивости равновесий проведен для уравнений (2.9) при $n = 16$, $m = 12$. Аналогичная дискретизация применена в [15] для изучения фильтрационной конвекции однокомпонентной жидкости в случае высокого контейнера и больших надкритичностей. В расчетах часть параметров зафиксирована: $\kappa_1 = 1$, $\beta_r = 1$, $r = 1, \dots, S$, варьировались значения концентрационных чисел Рэлея (λ_2 , λ_3) и коэффициентов диффузии для примесей (κ_2 , κ_3), а конвективные переходы определялись для температурного числа Рэлея λ_1 .

В случае многокомпонентной жидкости при сонаправленных градиентах температуры и концентраций примесей значение температурного числа Рэлея λ_1 , при котором механическое равновесие (1.6) теряет устойчивость, меньше величины λ_1 , определенной для однокомпонентной жидкости. При разнонаправленных градиентах температуры и концентраций соответствующие критические значения могут и возрастать, а сами пороговые значения зависят от коэффициентов диффузии. На фиг. 1 представлены критические значения температурного числа Рэлея λ_1 в зависимости от λ_2 и κ_2 для двухкомпонентной жидкости (1–3) в случае контейнера с $b = 2$. Кривые I, II отвечают соответственно монотонной (переход пары вещественных собственных чисел в пра-



Фиг. 2. Развитие семейств стационарных решений для $S = 2, b = 2$: $a - \lambda_2 = -5, \lambda_1 = 72, 100, 120, 138.1$ ($1 - 4$); $b - \lambda_2 = 5, \lambda_1 = 40, 60, 80, 95.5$ ($1 - 4$)

вую полуплоскость) и колебательной (переход комплексной пары) неустойчивости. При значениях λ_1 , лежащих ниже (выше) нейтральной кривой, механическое равновесие устойчиво (неустойчиво). При $\lambda_2 > 0$ механическое равновесие всегда теряет устойчивость монотонным образом, а при $\lambda_2 < 0$ возможны как монотонная, так и колебательная неустойчивости. При уменьшении коэффициента диффузии κ_2 наклон нейтральной кривой увеличивается и сдвигается граница колебательной (монотонной) неустойчивости в сторону больших значений концентрационного параметра Рэлея λ_2 .

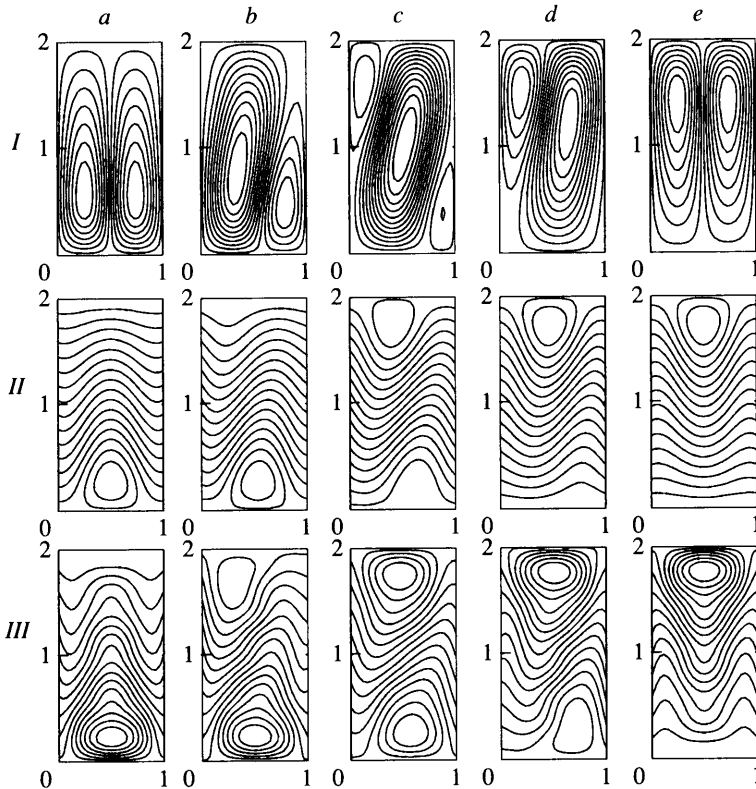
Для трехкомпонентной жидкости возникновение колебательной неустойчивости возможно в том случае, когда среди концентрационных чисел Рэлея λ_r ($r = 2 - S$) есть отрицательные величины и коэффициент диффузии для соответствующей компоненты примеси достаточно мал. На фиг. 1 для сравнения приведены критические значения λ_1 , при которых механическое равновесие теряет устойчивость, для двухкомпонентной и трехкомпонентной жидкости (4). Видно, что критические значения температурного числа Рэлея λ_1 понижаются и происходит сдвиг границы колебательной и монотонной неустойчивости по λ_2 .

Монотонная потеря устойчивости механического равновесия и развитие семейств.

При градиентах температуры и концентрации одного знака сценарий рождения семейств стационарных решений совпадает с тем, который получен для однокомпонентной жидкости [12, 13, 15]. От механического равновесия в результате монотонной потери устойчивости ответвляется семейство, состоящее целиком из устойчивых стационарных состояний. С ростом параметра Рэлея λ_1 это семейство деформируется, а затем на нем возникают дуги неустойчивых режимов.

Для двухкомпонентной жидкости в контейнере с $b = 2$ рассчитаны семейства стационарных решений для значений $\lambda_2 = -5$ и 5 . На фиг. 2 представлены проекции семейств на плоскости Nu_h и Nu_v [13]

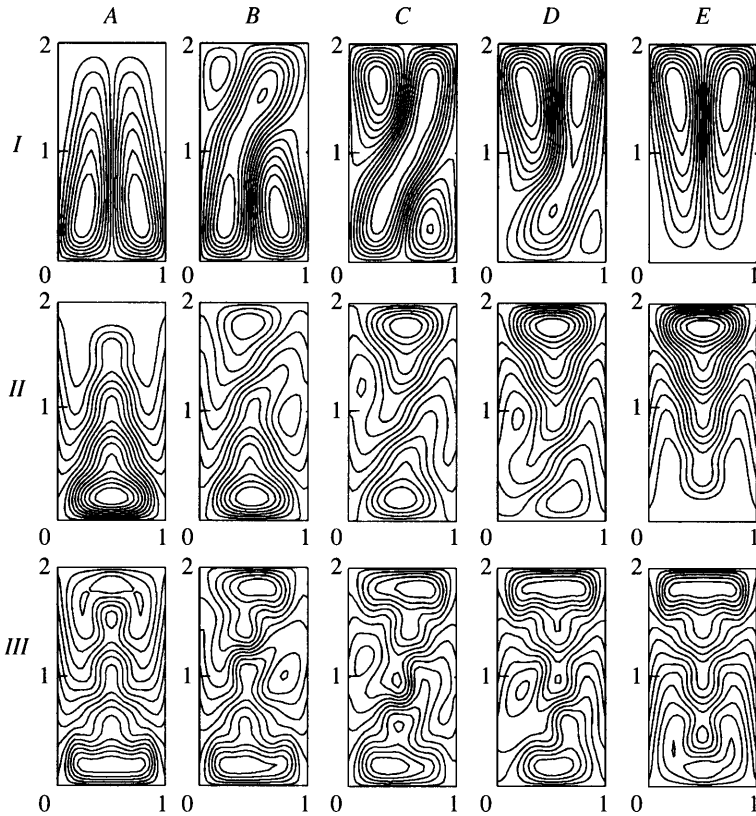
$$Nu_h = \int_0^b \theta_x^1\left(\frac{a}{2}, y, t\right) dy, \quad Nu_v = \int_0^a \theta_y^1(x, 0, t) dx$$



Фиг. 3. Линии тока (*I*), изотермы (*II*) и изолинии концентрации примеси (*III*) для стационарных режимов *a* – *e* (фиг. 2); $S = 2$, $b = 2$, $\lambda_1 = 72$, $\lambda_2 = -5$

С ростом λ_1 возникшее семейство равновесий увеличивается в размерах и при критическом значении λ_u в результате монотонной потери устойчивости на нем появляются две неустойчивые точки. Так, при $\lambda_2 = -5$ получено, что $\lambda_u = 138.1$ (точки *A* и *E* на фиг. 2, *a*), а при $\lambda_2 = 5 - \lambda_u = 95.5$ (точки на фиг. 2, *b*). На фиг. 3 и 4 изображены линии тока, изотермы и распределения примеси для равновесий, отмеченных буквами на фиг. 2. С ростом λ_1 угловые вала для режима *c* (*C*) увеличиваются, что приводит к сжатию центрального конвективного вала; похожая картина имеет место и для равновесий *b* (*B*) и *d* (*D*). При небольших надкритичностях распределения температуры и примеси примерно одинаковы, а с увеличением λ_1 картина усложняется. Среди стационарных движений, образующих семейство, есть режимы, обладающие симметрией (например, *A* и *E*), а кроме того, для любого несимметричного режима на семействе можно указать режим, в который тот переводится соответствующим преобразованием (1.5).

Вычисления показывают, что наличие примеси может изменить тип второго перехода (возникновение неустойчивости на семействе). Для высокого контейнера и однокомпонентной жидкости в [11, 15] установлено, что тип второго перехода определяется отношением геометрических параметров b/a , и найдено граничное значение $b \approx 2.3$, при котором на семействе одновременно возникали состояния, потерявшие устойчивость колебательным и монотонным образом. Для многокомпонентной жидкости получено, что соответствующее значение b меняется в зависимости от величин концентрационных чисел Рэлея и коэффициентов диффузии.

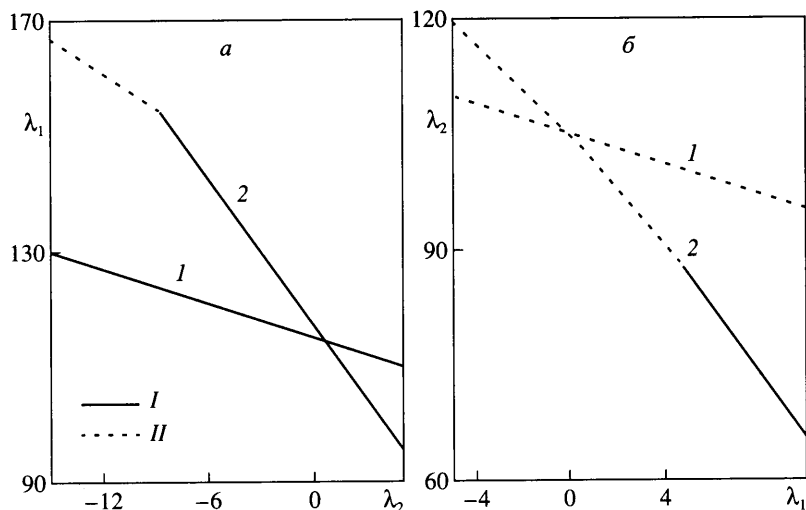


Фиг. 4. Линии тока (*I*), изотермы (*II*) и изолинии концентрации примеси (*III*) для стационарных режимов *A* – *E*, см. фиг. 2 и 3

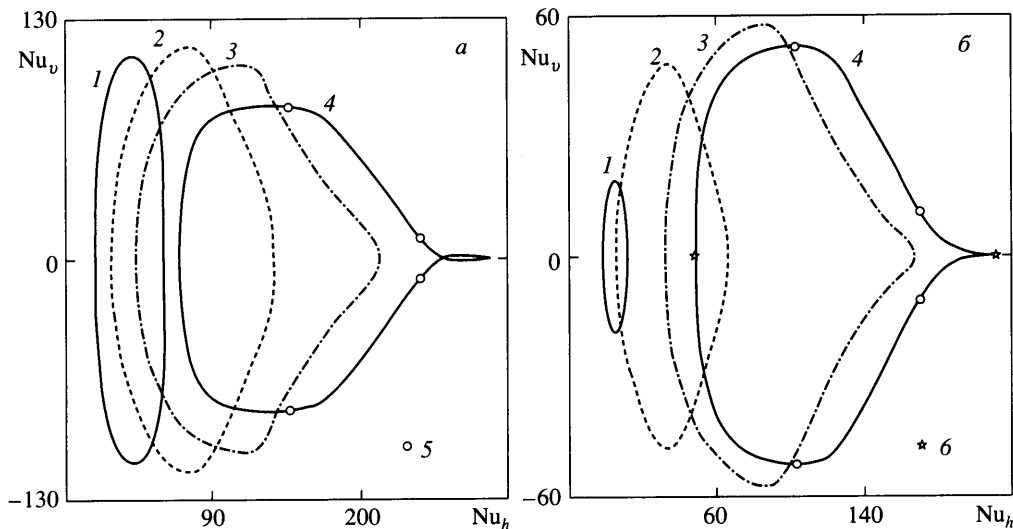
Результаты вычислений критических значений λ_u для двухкомпонентной жидкости и контейнеров с $b = 2$ и 2.5 представлены на фиг. 5. Кривая *I* соответствует возникновению монотонной неустойчивости, а *II* – колебательной. При $\kappa_2 = 0.3$ для $b = 2$ тип второго перехода меняется при разнонаправленных градиентах температуры и концентрации ($\lambda_2 \approx -8$), а для $b = 2.5$ – при сонаправленных градиентах ($\lambda_2 \approx 5$). В случае $\kappa_2 = 1$ в рассмотренном диапазоне изменения числа Рэлея λ_2 тип второго перехода не меняется.

Развитие семейств в случае контейнера с $b = 2.5$ для двух значений концентрационного числа Рэлея ($\lambda_2 = -5$ и 5) представлено на фиг. 6. Точками 5 (б) отмечены равновесия, потерявшие устойчивость колебательным (монотонным) образом. Видно, что развитие семейств происходит примерно так же, как и в случае контейнера с $b = 2$. Неустойчивость на семействе при $\lambda_2 = -5$ и $\lambda_u = 119.5$ появляется в четырех точках колебательным образом. При $\lambda_2 = 5$ и $\lambda_u = 86.88$ имеет место одновременная потеря устойчивости в шести точках (в четырех – колебательная и в двух – монотонная), а при $\lambda_2 = 10$ и $\lambda_u = 66$ на семействе в результате монотонной неустойчивости возникают две неустойчивые точки.

Колебательная потеря устойчивости механического равновесия и развитие семейств. При достаточно больших по абсолютной величине отрицательных градиентах

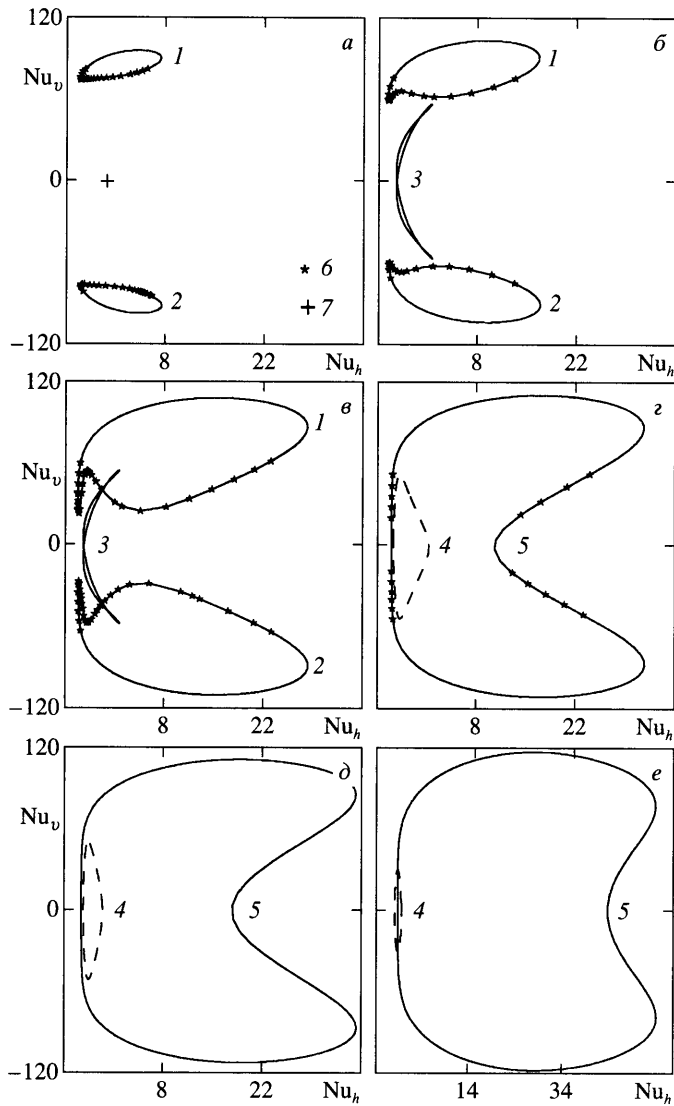


Фиг. 5. Возникновение монотонной (I) и колебательной (II) неустойчивости на семействе: a , $b - b = 2, 2.5$, $\kappa_2 = 1, 0.3$ (1, 2); $S = 2$



Фиг. 6. Развитие семейств стационарных решений для $S = 2$, $b = 2.5$: $a - \lambda_2 = -5$, $\lambda_1 = 70, 85, 100, 119.5$ (1-4); $b - \lambda_2 = 5$, $\lambda_1 = 35, 50, 75, 86.88$ (1-4); отмечены равновесия, потерявшие устойчивость колебательным (5) и монотонным (6) образом

концентраций и малости соответствующих коэффициентов диффузии механическое равновесие теряет устойчивость колебательным образом. В этом случае наблюдается новый сценарий развития конвективных движений, в котором участвуют ответвляющийся от механического равновесия автоколебательный режим, а также два семейства стационарных решений, “рождающихся из воздуха”. Данный сценарий реализуется для



Фиг. 7. Развитие конвективных режимов при колебательной потере устойчивости механического равновесия (7): $a - e - \lambda_1 = 76.5, 77.5, 79, 79.5, 80, 83$; 1, 2 – семейства, состоящие из устойчивых и неустойчивых равновесий, 3 – автоколебательный режим, 4 – неустойчивое семейство стационарных решений, 5 – объединенное семейство, 6 – неустойчивые равновесия; $S = 2, b = 2, \lambda_2 = -10, \kappa_2 = 0.3$

случая двухкомпонентной жидкости при значениях параметров: $\lambda_2 = -10, \kappa_2 = 0.3$ и $b = 2$. Развитие семейств стационарных решений и автоколебательных режимов представлено на фиг. 7.

При $\lambda_1 \approx 76$ нулевое равновесие устойчиво и существуют два семейства стационарных решений (1 и 2), возникшие в результате бифуркации рождения из воздуха [7, 8]. Каждое семейство состоит из двух дуг: устойчивых и неустойчивых равновесий. При

$\lambda_1 \approx 77$ нулевое равновесие теряет устойчивость колебательным образом и возникает устойчивый предельный цикл (3). С ростом λ_1 семейства 1 и 2 усложняются и при $\lambda_1 \approx 79.4$ происходит их столкновение, в результате ветви обоих семейств перезапускаются, и формируются два новых семейства: полностью неустойчивое (4) и состоящее из устойчивых и неустойчивых равновесий (5). При дальнейшем увеличении λ_1 дуги устойчивых равновесий на семействе (5) сокращаются и исчезают, так что при $80 < \lambda_1 < 156.5$ это семейство полностью устойчиво. Предельный цикл на малом промежутке значений λ_1 претерпевает последовательность бифуркаций, в результате чего формируется хаотический автоколебательный режим, который затем гибнет, сталкиваясь с неустойчивым семейством (4). С ростом λ_1 семейство (4) уменьшается в размерах и исчезает при $\lambda_1 = 85$, “влипая” в нулевое равновесие. При этом в спектре механического равновесия два собственных числа переходят из правой в левую полу-плоскость по вещественной оси. С ростом λ_1 семейство увеличивается, а при $\lambda_1 = 156.6$ в результате колебательной неустойчивости на нем возникают четыре дуги неустойчивых равновесий. При дальнейшем возрастании λ_1 происходит столкновение с неустойчивым семейством, возникшем в результате ответвления от механического равновесия.

Закключение. Рассмотрена плоская задача фильтрационной конвекции Дарси для многокомпонентной жидкости в пористой среде при вертикальных градиентах температуры и концентрации. Изучены сценарии перехода от состояния механического равновесия к конвективным движениям. При монотонной потере устойчивости механического равновесия ответвляется однопараметрическое устойчивое семейство стационарных решений, а при колебательной потере устойчивости такое семейство получается в результате взаимодействия автоколебательного режима и возникающих “из воздуха” двух семейств, состоящих из устойчивых и неустойчивых равновесий.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 02-01-00337), программы “Российские университеты – фундаментальные исследования” (проект 04.01.063) и гранта поддержки ведущей научной школы (проект НШ–1768.2003.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 319 с.
2. Nield D. A., Bejan A. Convection in Porous Media. N.Y. etc.: Springer, 1999. 546 p.
3. Любимов Д.В. О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу // ПМТФ. 1975. № 2. С. 131–137.
4. Юдович В.И. Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Мат. заметки. 1991. Т. 49. № 5. С. 142–148.
5. Yudovich V.I. Secondary cycle of equilibria in a system with cosymmetry, its creation by bifurcation and impossibility of symmetric treatment of it // Chaos. 1995. V. 5 № 2. P. 402–411.
6. Юдович В.И. О бифуркации рождения цикла из семейства равновесий динамической системы и ее затягивании // ПММ. 1998. Т. 62 Вып. 1. С. 22–34.
7. Kurakin L.G., Yudovich V.I. Bifurcations accompanying monotonic instability of an equilibrium of a cosymmetric dynamical system // Chaos. 2000. V. 10 № 2. P. 311–330.
8. Куракин Л.Г., Юдович В.И. Бифуркации при монотонной потере устойчивости равновесия косимметричной динамической системы // Докл. РАН. 2000. Т. 372 № 1. P. 29–33.
9. Kurakin L.G., Yudovich V.I. Branching of 2D tori off an equilibrium of a cosymmetric system (codimension–1 bifurcation) // Chaos. 2001. V. 11 № 4. P. 780–794.
10. Юдович В.И. Косимметрия и конвекция многокомпонентной жидкости в пористой среде // Изв. вузов. Северо-кавказ. регион. Естеств науки. Спецвыпуск. Мат. моделирование 2001. С. 174–178.

11. Кантур О.Ю., Цибулин В.Г. Спектрально-разностный метод расчета конвективных движений жидкости в пористой среде и сохранение косимметрии // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2002. Т. 42. № 6. С. 913–923.
12. Говорухин В.Н. Численное исследование потери устойчивости вторичными стационарными режимами в задаче плоской конвекции Дарси // Докл. РАН. 1998. Т. 363. № 6. С. 772–774.
13. Говорухин В.Н. Анализ семейств вторичных стационарных режимов в задаче плоской фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере // Изв. РАН. МЖТ. 1999. № 5. С. 53–62.
14. Karasözen B., Tsybulin V.G. Finite-difference approximation and cosymmetry conservation in filtration convection problem // Phys. Letters. A. 1999. V. 262 № 4/5. P. 321–329.
15. Кантур О.Ю., Цибулин В.Г. Расчет семейств стационарных режимов фильтрационной конвекции в узком контейнере // ПМТФ. 2003. Т. 44. №. 2. С. 92–100.

Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию
5.V.2003