

УДК 532.526.3

© 2004 г. В. Г. ЛУЩИК, А. А. ПАВЕЛЬЕВ, А. Е. ЯКУБЕНКО

ПЕРЕХОД К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ГРАДИЕНТЕ ДАВЛЕНИЯ ВО ВНЕШНЕМ ПОТОКЕ

Проведено численное исследование перехода к турбулентности в пограничном слое на плоской пластине при течении несжимаемой жидкости с заданным отрицательным градиентом давления во внешнем потоке. Исследование перехода проведено с использованием трехпараметрической модели турбулентности, разработанной авторами статьи. Результаты расчетов сравнивались с имеющимися экспериментальными данными.

Ключевые слова: пограничный слой, модель турбулентности, градиент давления, интенсивность внешних возмущений.

Исследование влияния различных факторов на переход к турбулентности в пограничном слое выполнено как в линейном приближении, так и с использованием дифференциальной модели турбулентности. В линейном приближении определялась зависимость критического числа Рейнольдса от вдува, отсоса, числа Маха, теплообмена и градиента давления [1]. При расчетах течения на участке перехода к турбулентности с помощью дифференциальной модели турбулентности определялась длина участка перехода и ее зависимость от уровня внешних возмущений, числа Маха, температуры стенки и отсоса через нее [2]. Сравнение результатов расчета с помощью трехпараметрической модели турбулентности и имеющимися экспериментальными данными по переходу к турбулентности при интенсивности внешних возмущений больше одного процента показало, что расчетные и экспериментальные данные удовлетворительно согласуются между собой. При интенсивности внешних возмущений больше 1% переход к турбулентности не определяется развитием волн Толмина – Шлихтинга [2].

Одним из факторов, который оказывает влияние на переход к турбулентности, является ускорение внешнего потока. Результаты исследования влияния ускорения внешнего потока на критическое число Рейнольдса приведены в монографии [1]. Эти исследования показали, что критическое число Рейнольдса в пограничном слое при ускорении внешнего потока сильно зависит от формпараметра Польшаузена. В работе [3] было выполнено экспериментальное исследование перехода к турбулентности при ускорении внешнего потока и большом уровне интенсивности внешних возмущений. Результаты, полученные в [3], показывают, что число Рейнольдса перехода к турбулентности слабо зависит от формпараметра Польшаузена, что отличается от результатов, полученных по линейной теории.

В настоящей работе были выполнены расчеты перехода к турбулентности с использованием трехпараметрической модели турбулентности в случае ускорения внешнего потока и большого уровня внешних возмущений. Полученные результаты были сопоставлены с результатами экспериментальных исследований [3]. Установлено удовлетворительное согласие результатов расчетов и экспериментальных данных.

1. Постановка задачи. В данной работе трехпараметрическая модель турбулентности [4] была использована без изменения как структуры уравнений модели турбулентности, так и констант, входящих в модель, для исследования перехода к турбулентности.

ти в широком диапазоне изменения интенсивности внешней турбулентности при наличии градиента давления во внешнем потоке. Для расчета течения несжимаемой жидкости была использована система уравнений неразрывности и движения

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} + \tau \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

Здесь x – координата вдоль стенки, y – координата, отсчитываемая по нормали от стенки, u и v – компоненты скорости вдоль оси x и y соответственно, p – статическое давление, ρ – плотность, ν – коэффициент кинематической вязкости, τ – турбулентное напряжение сдвига.

Для определения величины τ , входящей в уравнение движения, использована трехпараметрическая модель турбулентности [4], в которой записаны уравнения переноса для напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$, энергии турбулентности $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$ и параметра $\omega = E/L^2$, имеющего физический смысл завихренности турбулентности и содержащего поперечный интегральный масштаб турбулентности L .

Уравнения, определяющие переход к турбулентности, решались при следующих граничных условиях. На поверхности пластины

$$y = 0: u = 0, \quad E = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial y} = 0, \quad \tau = 0 \quad (1.3)$$

Граничное условие $\partial E/\partial y = 0$ позволяет определить величину $\omega_w(x)$ на стенке, которая заранее неизвестна.

На внешней границе пограничного слоя

$$y = \delta: u = u_e(x), \quad E = E_e(x), \quad \omega = \omega_e(x), \quad \tau = 0 \quad (1.4)$$

Здесь функции $E_e(x)$ и $\omega_e(x)$ описывают вырождение турбулентности в ядре потока, а функция $u_e(x)$ описывает течение жидкости во внешнем потоке при заданном градиенте давления dp/dx . В данной работе градиент давления задавался следующим образом. Считалось, что

$$k = -\frac{\nu}{\rho u_e^3} \frac{dp}{dx} = \frac{\nu}{u_e^2} \frac{du_e}{dx} = \text{const} \quad (1.5)$$

Из этих соотношений находим

$$\frac{u_e}{u_0} = \frac{1}{1 - k \text{Re}(x/h - x_0/h)}, \quad \frac{dp}{dx} = \frac{k \text{Re}}{[1 - k \text{Re}(x - x_1)]^3}, \quad \text{Re} = \frac{u_0 h}{\nu} \quad (1.6)$$

Здесь $x = x_0$ – некоторое сечение, называемое в дальнейшем начальным, в котором “включается” градиент давления, h – ширина расчетной области, при $x \leq x_0$ скорость во внешнем потоке $u_e = u_0$.

В начальном сечении полагалось

$$x = x_0: u = u(y), \quad E/E_0 = u(y)/u_0, \quad \omega = \omega_0, \quad \tau = 0 \quad (1.7)$$

Профиль скорости в $u(y)$ (1.7) брался из решения задачи Блазиуса о пограничном слое на плоской пластине. Толщина потери импульса пограничного слоя в начальном

сечения для этого профиля составляла не более 0.03 от ее величины в конце участка перехода.

Течение, описываемое формулами (1.6), имеет место внутри угла, вершина которого находится в точке с координатой $x_* = x_0 + 1/(kRe)$.

2. Автомодельное решение. Ускорение внешнего потока, которое наблюдается в сужающемся канале, сильно влияет на положение точки перехода к турбулентности как отмечено в монографии [1]. При определенном наборе параметров внешнего потока переход к турбулентности в пограничном слое не наступает, и течение остается ламинарным. Течение в пограничном слое может стать автомодельным при приближении к вершине угла, если во внешнем потоке оно определено формулами (1.6). Численное решение системы (1.1)–(1.2) с граничными условиями (1.3), (1.4), (1.7) показывают, что это действительно так. Ниже будут приведены соотношения для автомодельного решения.

Будем считать течение в пограничном слое на стороне угла ламинарным. Перейдем в системе (1.1)–(1.2) с $\tau = 0$ к новым координатам. Получим

$$\xi = \int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} \bar{u}_e d\bar{x}, \quad \eta = \bar{y} \bar{u}_e, \quad U = \frac{u}{u_e}, \quad V = \frac{v}{u_e} + kRe\eta U, \quad \bar{x} = \frac{x}{h}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{u}_e = \frac{u_e}{u_0}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0, \quad U \frac{\partial U}{\partial \xi} + V \frac{\partial U}{\partial \eta} = \bar{k}(1 - U^2) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \quad (2.1)$$

$$\bar{k} = kRe, \quad \xi = \int_{x_0}^x \frac{dx}{1 - \bar{k}(x - x_0)} = -\frac{1}{\bar{k}} \ln[1 - \bar{k}(x - x_0)]$$

$$\xi = 0, \quad x = x_0, \quad \xi \rightarrow \infty, \quad x \rightarrow x_*$$

Граничные условия для системы (2.1) могут быть определены из соотношений (1.3), (1.4), (1.7).

Из системы (2.1) легко получить интегральное соотношение. Интегрируя уравнение движения, записанное в дивергентной форме, от поверхности пластины до бесконечности с использованием уравнения неразрывности, найдем

$$\frac{1}{Re} \frac{Re_\Theta}{d\xi} = -k(Re_* + Re_\Theta) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_0 = -k(1 + H)Re_\Theta + \frac{C_f}{2} \quad (2.2)$$

$$Re_* = \frac{\delta_* u_e}{\nu}, \quad Re_\Theta = \frac{\Theta u_e}{\nu}, \quad H = \frac{\delta_*}{\Theta} = \frac{Re_*}{Re_\Theta}, \quad C_f = \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_0$$

$$\delta_* = \int_0^\infty (1 - U) d\eta, \quad \Theta = \int_0^\infty U(1 - U) d\eta$$

Соотношение (2.2) справедливо и для турбулентного движения [5]. Такая запись интегрального уравнения дает основания для утверждения, что при постоянном значении параметра градиента давления возможно существование асимптотического пограничного слоя, когда члены в правой части соотношения (2.2) будут уравновешивать друг друга, что приведет к равенству нулю производной

$$\frac{1}{Re} \frac{Re_\Theta}{d\xi} = \frac{dRe_\Theta}{dRe_x} = 0, \quad Re d\xi = dRe_x = \frac{u_e dx}{\nu}, \quad Re_x = \frac{xu_e}{\nu}$$

т.е. $Re_{\Theta} = \text{const}$, и из (2.2) следует связь между величинами C_f , H , Re_{Θ} , и k вида

$$C_f = 2k(1 + H)Re_{\Theta} \quad (2.3)$$

Перейдем теперь к исследованию автомодельного решения. Будем считать, что скорость U в системе (2.1) зависит только от координаты η , а $V = 0$. Такое предположение справедливо вблизи вершины угла $\chi = \chi_*$. Для определения продольной скорости U получается обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с соответствующими граничными условиями

$$\frac{1}{Re} U'' + kRe(1 - U^2) = 0, \quad U = 0(\eta = 0) \quad U = 1(\eta \rightarrow \infty) \quad (2.4)$$

Задача (2.4) может быть полностью проинтегрирована. Зависимость $\eta = \eta(U)$ приведена в монографии [1]. Для дальнейшего понадобится только первый интеграл (2.4)

$$\frac{1}{2} U' = Re \frac{2k}{3} (1 - U)^2 (U + 2), \quad U' = \sqrt{\frac{2k}{3}} Re (1 - U) \sqrt{U + 2} \quad (2.5)$$

В последнем соотношении учтено, что $U' = 0$ при $U = 1$. Используем интеграл (2.5) для нахождения характеристик пограничного слоя. Для чисел Рейнольдса, определенных по толщине вытеснения и толщине потери импульса, получим

$$Re_* = Re \int_0^{\infty} (1 - U) d\eta = \sqrt{\frac{3}{2k}} \int_0^1 \frac{dU}{\sqrt{U + 2}} = \sqrt{\frac{6}{k}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$Re_{\Theta} = Re \int_0^{\infty} U(1 - U) d\eta = \sqrt{\frac{3}{2k}} \int_0^1 \frac{U dU}{\sqrt{U + 2}} = Re_* \frac{\sqrt{6} - 1}{3} \approx \frac{0.376}{\sqrt{k}}$$

Для формпараметра H и коэффициента трения C_f найдем

$$H = \frac{\delta_*}{\Theta} = \frac{Re_*}{Re_{\Theta}} = \frac{3}{\sqrt{6} - 1} \approx 2.07, \quad C_f = 4 \sqrt{\frac{k}{3}} \approx 2.309 \sqrt{k} \quad (2.6)$$

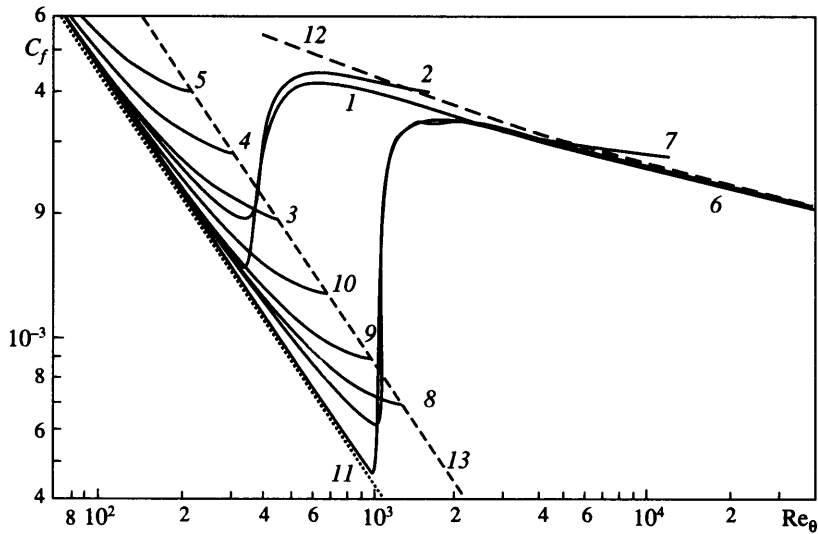
Из приведенных формул следует

$$C_f Re_{\Theta} = \text{const} \approx 0.868$$

Соотношения (2.6) для C_f , H , Re_{Θ} и k удовлетворяют предельному соотношению (2.3), справедливому как для турбулентного, так и для ламинарного пограничного слоя.

Особенности метода расчета перехода к турбулентности в пограничном слое с градиентом давления аналогичны изложенным в работе [2].

3. Результаты расчетов. Расчеты проводились в той же постановке, что и выполненное авторами ранее исследование влияния градиента давления на турбулентный пограничный слой [5]. Предполагалось постоянство параметра градиента давления k (1.5), что соответствует течению в плоском конфузоре с изменением по длине скорости потока u_e вида (1.6). В качестве рабочего тела рассматривался воздух при атмосферном давлении и температуре $T_e = 300$ К. Температура стенки T_w была равна температуре потока T_e . В начальном сечении в набегающем потоке задавалась интенсивность турбулентности $e_0 = \sqrt{E_0}/u_0$, которая наряду с параметром градиента давления k является



Фиг. 1. Влияние параметра градиента давления k на зависимость местного коэффициента трения от числа Рейнольдса по толщине потери импульса $C_f(Re_\theta)$: расчет для интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.02$ ($k \cdot 10^6 = 0, 0.5, 0.7, 1.5, 3.0$ линии 1–5); для $e_0 = 0.01$ ($k \cdot 10^6 = 0.7, 0.05, 0.09, 0.15, 0.3$ линии 6–10); линии 11–13 – зависимости (3.1), (2.6)

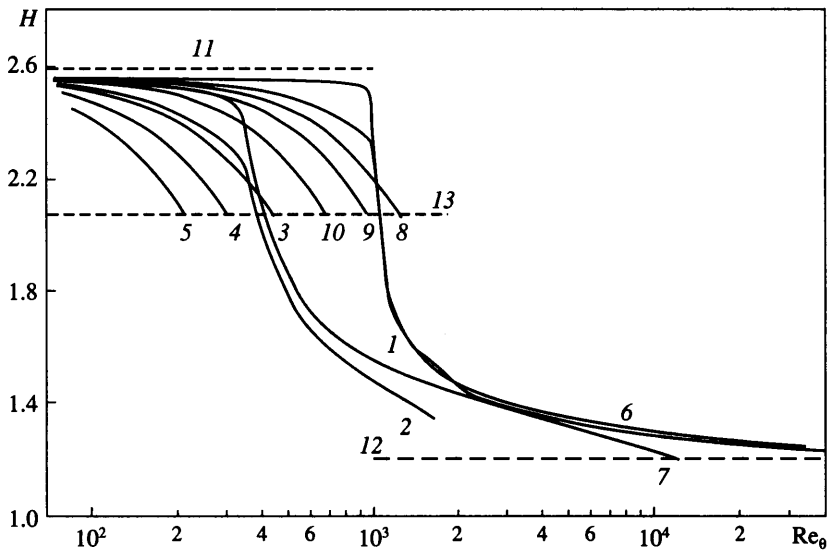
параметром задачи. Ниже представлены результаты расчетов, целью которых было исследование влияния параметров k и e_0 на переход к турбулентности в пограничном слое на пластине.

Зависимости местного коэффициента трения на стенке C_f и формпараметра H от числа Рейнольдса, построенного по толщине потери импульса Re_θ , при интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.01$ и 0.02 приведены на фиг. 1, 2. Величина масштаба турбулентности в начальном сечении была достаточно большой, так что $Re_L = L_0 \mu_0 / \nu = 10^5$. Изменение L_0 более чем в 10 раз слабо влияет на результаты расчетов.

Зависимость числа Рейнольдса перехода к турбулентности Re_θ^* от интенсивности турбулентности во внешнем потоке e_0 в диапазоне изменения $e_0 = 0.01–0.05$ приведена в работе [2]. За число Рейнольдса перехода (нижнее критическое число Рейнольдса) принималось число Рейнольдса, при котором зависимость $C_f(Re_\theta)$ имеет минимум.

В качестве интенсивности турбулентности в расчетах, проведенных в [2] и в настоящей работе, использована величина e_0 . В тех случаях, когда в экспериментах измерялись только продольные пульсации скорости ($Tu = u'/u_e$), турбулентность считалась изотропной ($e_0 = \sqrt{3/2} Tu$). С учетом этого предположения и разброса экспериментальных данных согласие расчетной зависимости числа Рейнольдса перехода от интенсивности внешней турбулентности с известными экспериментальными данными при $e_0 \geq 0.02$ следует признать удовлетворительным.

Заметное различие расчетных и экспериментальных данных при интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.01$, полученное в [2], можно объяснить тем, что интенсивность внешней турбулентности является только одним из факторов, определяющих переход к турбулентности. При уменьшении величины e_0 роль других факторов



Фиг. 2. Влияние параметра градиента давления k на зависимость формпараметра пограничного слоя $H(Re_\Theta)$: обозначения – см. фиг. 1

на участке перехода возрастает, что приводит к уменьшению экспериментально определенного числа Рейнольдса перехода по сравнению с расчетным.

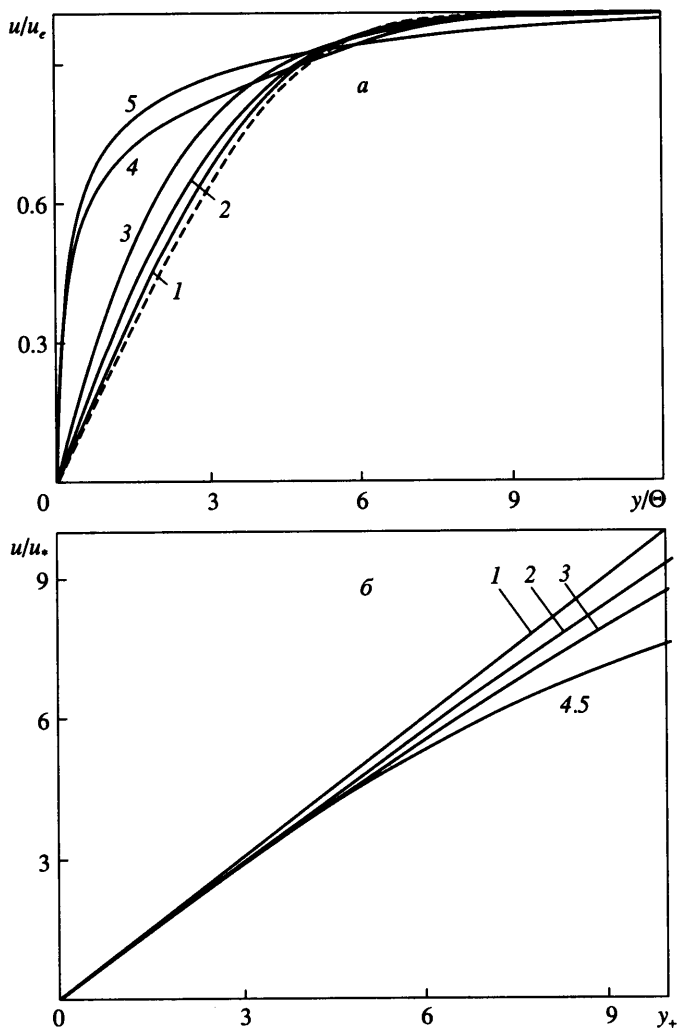
Как следует из [2] (см. также фиг. 1), интенсивность внешней турбулентности e_0 существенно влияет на величину критического числа Рейнольдса Re_Θ^* и характер перехода к турбулентности. С ростом e_0 величина Re_Θ^* уменьшается (при $e_0 = 0.05$ почти в 7 раз по сравнению с $e_0 = 0.01$), а переход от ламинарного режима к турбулентному становится более плавным.

На фиг. 1, 2 приведены зависимости Блазиуса [1], соответствующая ламинарному режиму течения, и Кармана – Шенхера [1], соответствующая турбулентному режиму течения

$$C_f = (0.664 \sqrt{Re_\Theta})^2, \quad H = 2.559, \quad C_f^{-1} = 3.22 \ln(2Re_\Theta) [\ln(2Re_\Theta) + 2], \quad H = 1.2 \quad (3.1)$$

Эти зависимости использованы для тестирования результатов расчета при малых и больших числах Рейнольдса. На фиг. 1, 2 линии 11, 12 соответствуют зависимостям (3.1) для C_f и H , а линии 13 – автомодельному решению (2.6), на которое выходит численное решение при сверхкритических значениях параметра градиента давления $k \geq k^*$. Для $e_0 = 0.02$ оно составляет $k^* \approx 0.64 \cdot 10^{-6}$ (линии 3–5), для $e_0 = 0.01$, $k^* \approx 0.072 \cdot 10^{-6}$ (линии 8–10). При докритических значениях параметра $k \leq k^*$ (линия 2 для $e_0 = 0.02$ и линия 7 для $e_0 = 0.01$) решение выходит на (2.3).

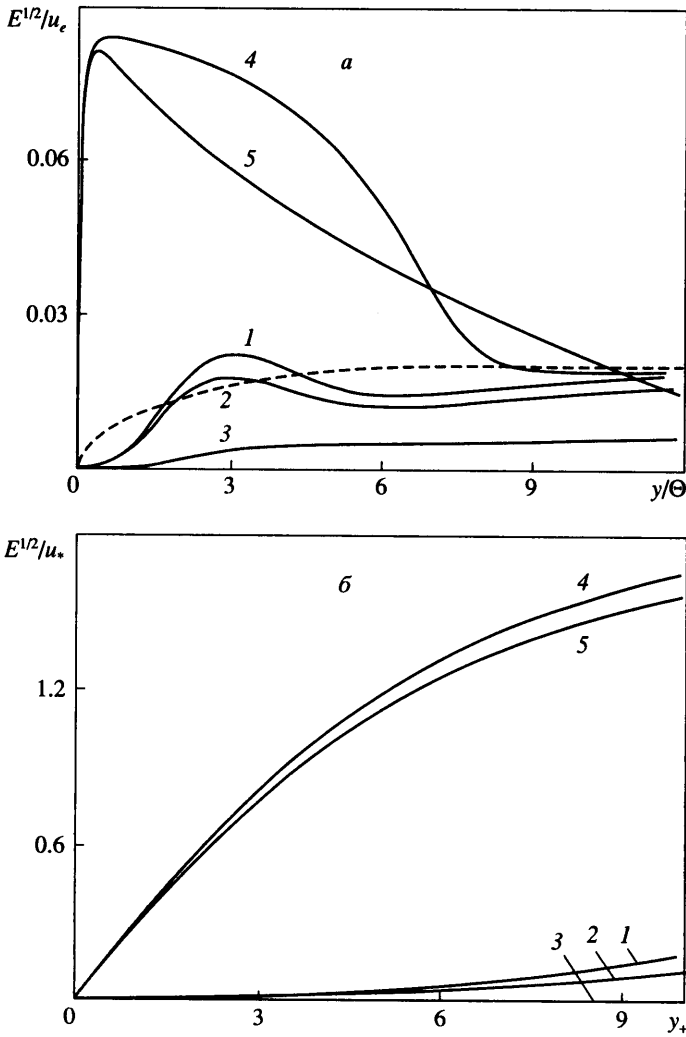
Профили скорости u , энергии турбулентности E , напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$ и масштаба турбулентности L в пограничном слое и вязком подслое представлены на фиг. 3–6. Для пограничного слоя в качестве масштаба скорости использовалась скорость внешнего потока u_e , масштаба длины – ширина расчетной области h , поперечная координата y была отнесена к толщине потери импульса Θ . Для вязкого подслоя в качестве масштаба скорости использовалась динамическая скорость $u_* = \sqrt{\nu |\partial u / \partial y|_w}$, для безразмерной поперечной координаты – величина $y_+ = y u_* / \nu$.



Фиг. 3. Расчетные профили скорости (линии 1–5) в пограничном слое (а) и в вязком подслое (б) при интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.02$ для ряда значений Re_Θ и параметра k (1 – $Re_\Theta = 310$, $k \cdot 10^6 = 0$; 2 – 310, 0.5; 3 – 310, 1.5; 4 – 1600, 0; 5 – 1600, 0.5), штриховая линия – начальный профиль (профиль скорости Блазиуса)

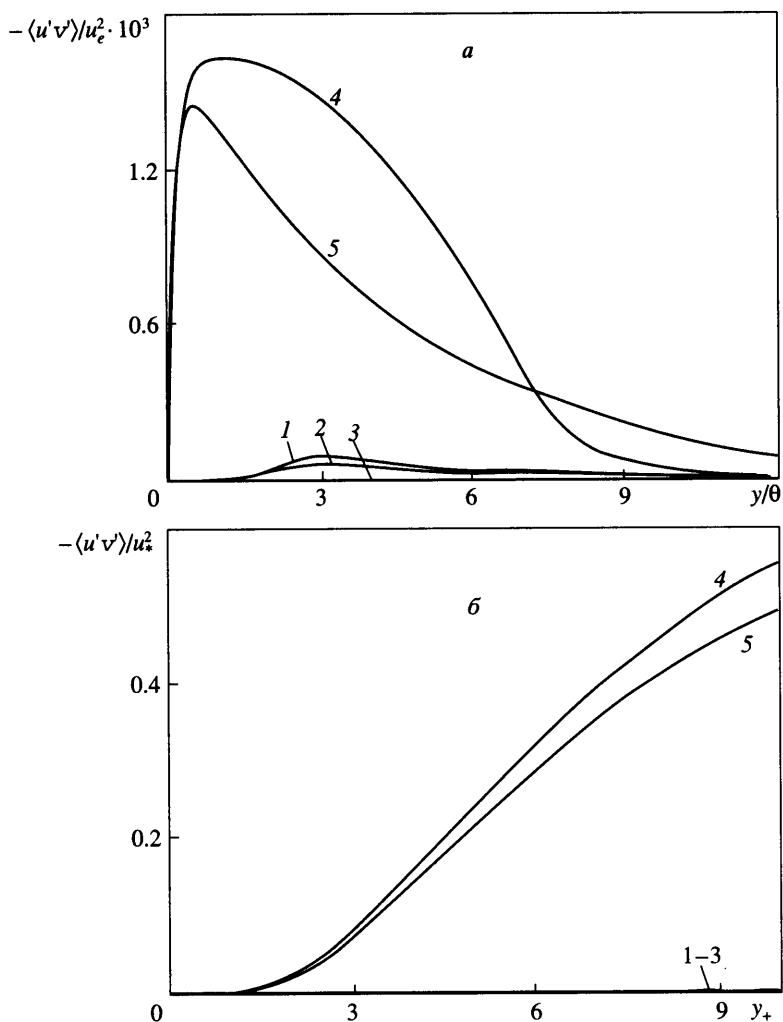
Расчетные профили, представленные на фиг. 3–6, получены для величины интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.02$ в сечениях, соответствующих числам Рейнольдса по толщине потери импульса $Re_\Theta = 310$ (линии 1–3) и 1600 (линии 4 и 5) и значениям параметра градиента давления $k = 0$; $0.5 \cdot 10^{-6}$; $1.5 \cdot 10^{-6}$. Линии 1, 2 примерно соответствуют началу перехода от ламинарного режима к турбулентному при $k = 0$ и $k = 0.5 \cdot 10^{-6}$; линия 3 – предельному состоянию ламинарного пограничного слоя при $k = 1.5 \cdot 10^{-6}$. Линии 4, 5 соответствуют развитому турбулентному пограничному слою при $k = 0$ и предельному состоянию турбулентного пограничного слоя при $k = 0.5 \cdot 10^{-6}$.

Анализ приведенных на фиг. 3–6 результатов показывает, что в области начала перехода от ламинарного режима течения к турбулентному градиент давления очень сла-



Фиг. 4. Расчетные профили энергии турбулентности в пограничном слое (а) и в вязком подслое (б) при интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.02$ для ряда значений Re_Θ и параметра k (линии 1–5) – см. фиг. 3, штриховая линия – начальный профиль ($\sqrt{E} \sim \sqrt{u}$)

бо влияет на изменение профилей скорости и характеристик турбулентности в пограничном слое (линии 2 близки к линиям 1). При большом градиенте давления (линия 3) характеристики турбулентности практически вырождаются и течение близко к ламинарному, хотя профиль скорости (фиг. 3, а, линия 3) более наполнен по сравнению с ламинарным течением в отсутствие градиента давления (штриховая линия на фиг. 3, а). Существенное изменение скорости и характеристик турбулентности в пограничном слое, как и в случае нулевого градиента давления [2], происходит в области перехода (линии 4, 5 на фиг. 3–6). Энергия турбулентности E и напряжение сдвига τ (рис. 4, 5) в пограничном слое на участке с трением, близким к ламинарному (линии 1–3), не возрастают, а рост этих величин начинается одновременно с ростом C_f . Такое поведение



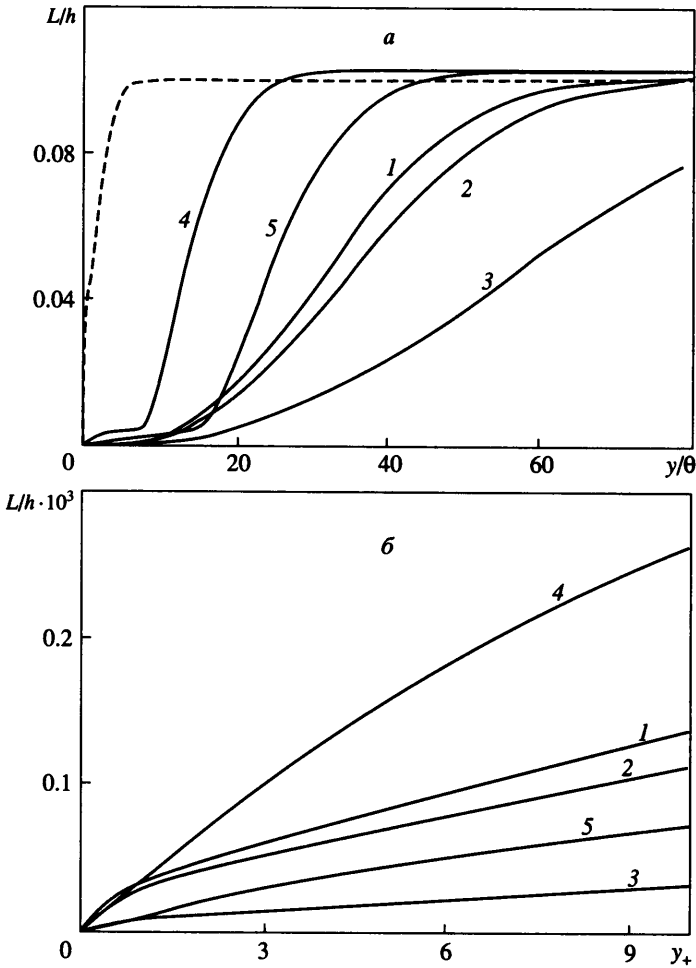
Фиг. 5. Расчетные профили напряжения сдвига в пограничном слое (а) и в вязком подслое (б) при $e_0 = 0.02$ для ряда значений Re_θ и параметра k (линии 1–5) – см. фиг. 3, начальный профиль $\langle u'v' \rangle = 0$

энергии турбулентности отличается от поведения пульсаций скорости при переходе вследствие развития волн Толмина – Шлихтинга, когда рост пульсаций скорости происходит на участке ламинарного трения.

На фиг. 7 представлены зависимости от интенсивности внешних возмущений критических значений параметра градиента давления (1.5) и формпараметра Польгаузена [1, 3]

$$\Lambda_\Theta = \frac{\Theta^2 du_e}{v dx} = Re_\Theta k, \quad (3.2)$$

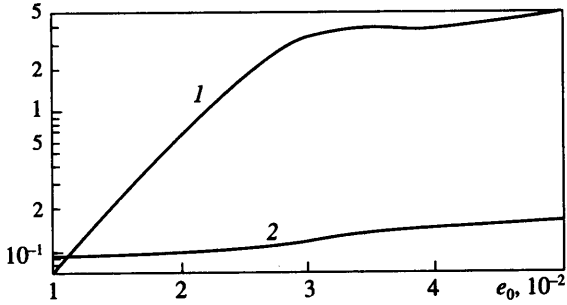
используемого в литературе по исследованию устойчивости пограничного слоя с градиентом давления. Величина k^* существенно возрастает с ростом интенсивности внешних возмущений e_0 в диапазоне $e_0 \leq 0.03$, а далее изменяется слабо. Величина Λ_Θ^* в отличие от k^* слабо изменяется во всем исследованном диапазоне $e_0 = 0.01-0.05$.



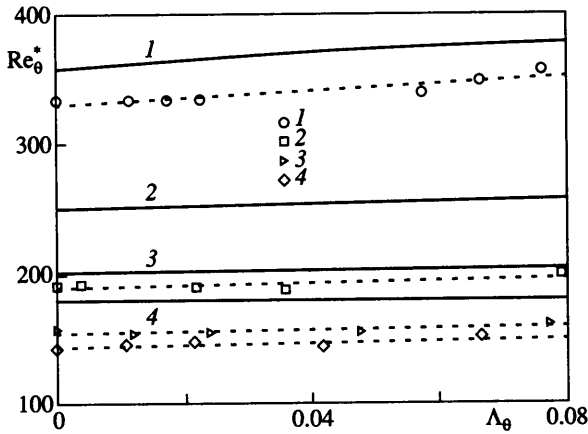
Фиг. 6. Расчетные профили масштаба турбулентности в пограничном слое (а) и в вязком подслое (б) при $e_0 = 0.02$ для ряда значений Re_θ и параметра k (линии 1–5) – см. фиг. 3, штриховая линия – начальный профиль ($L \sim \sqrt{E}$)

Слабое влияние формпараметра Λ_θ на переход к турбулентности в пограничном слое с ускорением потока подтверждено экспериментально в [3]. На фиг. 8 представлены зависимости нижнего критического числа Рейнольдса Re_θ^* от формпараметра Λ_θ для значений интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.02-0.05$. Линии 1–4 – интерполяционные зависимости $Re_\theta^*(\Lambda_\theta, e_0)$, описывающие экспериментальные данные [3]. Отличие расчетных зависимостей $Re_\theta^*(\Lambda_\theta)$ во всем исследованном диапазоне значений e_0 (точки 1–4 на фиг. 8) от экспериментальных данных [3] не превосходит 23% при $e_0 = 0.05$ и 8% при $e_0 = 0.02$.

Таким образом, результаты расчета дают качественную и количественную картину перехода в пограничном слое, соответствующую экспериментальным данным. Это позволяет предполагать, что развитие мелкомасштабных возмущений в потоке с гра-



Фиг. 7. Расчетная зависимость критических значений параметров k и Λ_{Θ} от e_0 (линии 1 – $k^* \cdot 10^6$, 2 – Λ_{Θ}^*)



Фиг. 8. Экспериментальные (линии) и расчетные (точки) зависимости нижнего критического числа Рейнольдса Re_{Θ}^* от Λ_{Θ} для e_0 : 0.02, 0.03, 0.04, 0.05 (линии 1–4)

диентом скорости, описывающееся трехпараметрической моделью турбулентности, является механизмом перехода к турбулентности в пограничном слое при большом уровне внешних возмущений.

Заключение. С использованием разработанной авторами трехпараметрической модели турбулентности проведено численное исследование перехода к турбулентности в пограничном слое на пластине с отрицательным градиентом давления в потоке с большим уровнем внешних возмущений. Исследовано влияние на переход параметра градиента давления k для значений начальной интенсивности внешней турбулентности $e_0 = 0.01-0.05$. Показано, что число Рейнольдса перехода по толщине потери импульса Re_{Θ}^* с ростом величины параметра k и формпараметра Польгаузена Λ_{Θ} изменяется очень слабо. Полученная в расчетах существенная зависимость числа Re_{Θ}^* от интенсивности турбулентности e_0 как качественно, так и количественно соответствует имеющимся немногочисленным экспериментальным данным.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№№ 02-01-00375, 03-01-00196).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Луцик В.Г., Павельев А.А., Реишин А.И., Якубенко А.Е. Влияние граничных условий на переход к турбулентности в пограничном слое на пластине при большом уровне внешних возмущений // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 6. С. 111–119.
3. Abu-Ghannam B.J., Shaw R. Natural transition of boundary layers – the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history // J. Mech. Eng. Sci. 1980. V. 22. № 5. P. 213–228.
4. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13–25.
5. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для характеристик турбулентности: модели и результаты расчетов. Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1988. Т. 22. С. 3–61.

Москва

Поступила в редакцию
19.VI.2003