

УДК 532.526

© 2004 г. А. П. МАКАШЕВА, А. Ж. НАЙМАНОВА

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОСТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ В КАНАЛАХ

Представлены результаты численного моделирования пространственного истечения системы круглых сверхзвуковых турбулентных струй в спутный сверхзвуковой (или дозвуковой) поток воздуха в частично ограниченной области. Решения получены методом расщепления с использованием матричной прогонки параболизированных уравнений Навье – Стокса. На основе предположения безотрывности течения в пограничном слое выявлены особенности пространственной структуры системы струй в зависимости от степени нерасчетности, чисел Маха струи и спутного потока.

Ключевые слова: сверхзвуковые струи, турбулентный режим, пограничный слой, уравнения Навье – Стокса, спутный поток.

В практических приложениях значительное внимание уделяется исследованию истечения системы трехмерных сверхзвуковых струй в спутный поток. Тем не менее немногие из них рассмотрены в пространственной постановке [1–5]. Основной трудностью при моделировании таких типов течений помимо трехмерности течения, ламинарного-турбулентного перехода являются взаимодействия скачков уплотнения, волн Маха с пограничным слоем, а также наличие зон отрыва [6–9]. В связи с этим достаточно трудно описать указанные выше процессы на основе единого численного алгоритма без привлечения различных упрощающих предположений [6].

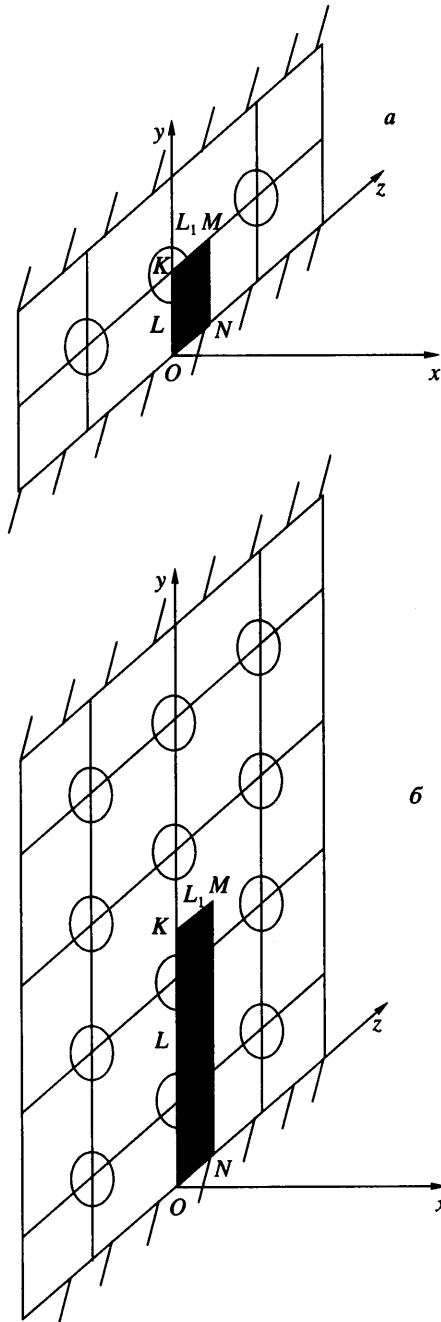
Цель данной работы – численное исследование пространственных течений струй, истекающих из компоновок сопел при наличии стенки вдоль одной из координатных осей. Рассматривается турбулентный режим течения с умеренной степенью нерасчетности n , что позволяет при взаимодействии ударной волны с пограничным слоем предполагать отсутствие отрыва на стенке [7] ($n = p_0/p_\infty$, p_0 , p_∞ – давление в струе и потоке).

1. Постановка задачи. Из системы круглых сопел одинакового размера вытекают сверхзвуковые турбулентные струи со скоростью u_0 в спутный сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью, т.е. стенкой при $y = 0$ и $y = 2L$, движущейся со скоростью u_∞ . Сопла расположены с некоторым постоянным интервалом. Вследствие их симметричности относительно осей y (фиг. 1, а) и z (фиг. 1, б) рассматриваются процессы взаимодействия потоков в заштрихованном прямоугольнике – $OKMN(\Omega)$. Приняты условия симметрии вдоль отрезка OK , пунктирных линий KM , MN ; вдоль $y = 0$ расположена стенка.

Система параболизированных уравнений Навье – Стокса относительно декартовых координат в консервативной форме представляется в виде

$$\frac{\partial E_3}{\partial x} + \frac{\partial F_3}{\partial y} + \frac{\partial G_3}{\partial z} = 0$$

$$E_3 = E, \quad F_3 = F - F_v, \quad G_3 = G - G_v$$



Фиг. 1. Схема истечения системы струй, расположенных симметрично относительно:
a – оси *y*, *б* – осей *y* и *z*

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v w \\ (E_t + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ (E_t + p)w \end{pmatrix}$$

$$F_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu_t \frac{\partial v}{\partial y}, \mu_t \frac{\partial w}{\partial y}, u \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{4}{3} v \mu_t \frac{\partial v}{\partial y} + w \mu_t \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{k}{(\gamma - 1) M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} \right)^T \quad (1.1)$$

$$G_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu_t \frac{\partial u}{\partial z}, \mu_t \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{4}{3} \mu_t \frac{\partial w}{\partial z}, u \mu_t \frac{\partial u}{\partial z} + v \mu_t \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{4}{3} w \mu_t \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{k}{(\gamma - 1) M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial z} \right)^T$$

$$p = (\gamma - 1) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right], \quad c_v = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1) M_a^2}$$

$$T = \left(\frac{1}{\rho c_v} \right) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right]$$

Система (1.1) записана в безразмерной форме в общепринятых обозначениях. В качестве определяющих приняты параметры на срезе сопла (u_0, ρ_0, T_0) , а характерный размер – радиус среза сопла r . Давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_0 u_0^2$.

Здесь $\gamma = c_p/c_v$ – отношение удельных теплоемкостей, c_p, c_v – теплоемкость при постоянном давлении и объеме, μ_t – коэффициент турбулентности вязкости, M_a – число Маха струи, Pr – число Прандтля.

Предполагается, что газ – совершенный с показателем адиабаты $\gamma = 1.4$.

Для замыкания системы уравнений (1.1) коэффициент турбулентной вязкости определяется с помощью алгебраической модели В.Н. Ватса, М.Дж. Вертле [5], поэтому эту модель можно принять для всей области течения, включая потенциальное ядро и участок полностью турбулентного течения

$$\mu_t = C_r \delta^* (u_{\max} - u_{\min}) \quad (1.2)$$

где C – эмпирический коэффициент, δ^* – параметр характерного линейного масштаба.

2. Граничные условия. Расчет производится с внешней границы вязкого подслоя $y = \delta_B$, на которой полагается

$$\tau = \tau_w, \quad q = q_w, \quad v = w = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad 0 \leq z \leq L_1, \quad x > 0 \quad (2.1)$$

где τ и q – турбулентные напряжение трения и поток тепла; τ_w и q_w – их значения на стенке, $\delta_B = y_B^+ / (u_t \text{Re})$ – расстояние от стенки до турбулентного ядра потока, y_B^+ – универсальная переменная, $u_t = (1/2 C_f)^{1/2} u_{\infty}$ – динамическая скорость, C_f – коэффициент трения потока на стенке, $u_{\infty} = M_{\infty} \sqrt{T_{\infty}} / M_a$, ∞ – относится к значениям параметров спутного потока.

Турбулентное напряжение трения в (2.1) определяется формулой Прандтля [10]

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

где $l = \chi y$ – путь смещения, $\chi = 0.41$ – постоянная Кармана, напряжение трения на стенке $\tau_w = \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 C_f$. Тогда первое уравнение (2.1) запишется как

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=\delta_B} = \frac{\text{Re}}{\chi y_B^+} u_\tau^2, \quad 0 \leq z < L_1, \quad x > 0$$

которое есть граничное условие для продольной составляющей скорости.

Выражение для турбулентного потока тепла

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Аналогия Рейнольдса [10], связывающая трение с теплопереносом, имеет вид

$$q_w = \rho c_p u_\infty (T_w - T_\infty) \frac{C_f}{2}$$

Здесь коэффициент сопротивления трубы $\lambda = \rho v_{tw} c_p$ ($v_{tw} = \chi y u_\tau$ – кинематический коэффициент турбулентной вязкости на стенке). Граничное условие для температуры запишется

$$\left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=\delta_B} = \frac{\text{Re}}{\chi y_B^+} \frac{u_\tau^2}{u_\infty} (T_w - T_\infty), \quad 0 \leq z \leq L_1, \quad x > 0$$

Граничные условия на оси симметрии имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad w = 0, \quad z = 0, \quad z = L_1, \quad 0 \leq y \leq L, \quad x > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad v = 0, \quad y = L, \quad 0 \leq z \leq L_1, \quad x > 0$$

где L, L_1 – поперечные размеры рассматриваемой области в направлении y и z .

Граничные условия во входном сечении (начальные условия) задавались следующим образом. В струе

$$u = 1, \quad v = w = 0, \quad T = 1, \quad \rho = 1$$

В спутном потоке

$$T = 1, \quad u = u_\infty, \quad v = w = 0, \quad p = \frac{1}{\gamma M_a^2 n}$$

В спутном потоке вблизи стенки скорость описывается степенным законом [3]

$$u = u_\infty \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}, \quad v = w = 0, \quad \delta_B \leq y \leq \delta, \quad 0 \leq z \leq L_1$$

где $\delta = 0.0586(u_\infty \text{Re})^{-1/5}$ – толщина турбулентного пограничного слоя.

Поле температуры задано зависимостью температуры от скорости для случая $T = T_w$ [7], давление определяется с учетом $\partial p / \partial y = 0$.

3. Метод решения. Наличие в системе (1.1) производной давления по продольной координате создает возможность распространения возмущений вверх по потоку через

тонкий пограничный слой. Решение такой задачи маршевым методом может оказаться расходящимся. Для устранения таких нарастающих решений предложено несколько способов [11]. В настоящей работе используется метод модификации продольной составляющей градиента давления, предложенный Виньероном [12].

Согласно этому методу вектор потока \mathbf{E} представляется в виде суммы двух векторов $\mathbf{E} = \mathbf{E} + \mathbf{E}^p$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + \omega p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}^p = \begin{pmatrix} 0 \\ (1 - \omega)p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Параметр ω вычисляется с некоторым коэффициентом запаса σ

$$\omega = \frac{\sigma \gamma M_x^2}{1 + (\gamma - 1)M_x^2}$$

где $M_x = u/a$ – местное число Маха, a – скорость звука.

С учетом (3.1) система уравнений (1.1) записывается в виде

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{E}^p}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

где индекс 3 для простоты опущен.

Для численного решения системы уравнений (3.2) используется неявная конечно-разностная схема Бима – Уорминга [9].

Для этого вязкие члены представляются в виде суммы

$$\mathbf{F}_{v1}^{n+1} = \mathbf{F}_{v1}^{n+1} + \mathbf{F}_{v2}^n, \quad \mathbf{G}_{v1}^{n+1} = \mathbf{G}_{v1}^{n+1} + \mathbf{G}_{v2}^n \quad (3.3)$$

$$\mathbf{F}_{v1} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} \left(0, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4\partial v}{3\partial y}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\gamma}{\text{Pr}} \frac{\partial (E_t)}{\partial y} \right)^T, \quad \mathbf{G}_{v1} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} \left(0, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{4\partial w}{3\partial z}, \frac{\gamma}{\text{Pr}} \frac{\partial (E_t)}{\partial z} \right)^T$$

а векторы \mathbf{F}_{v2} и \mathbf{G}_{v2} содержат диссипативные члены вида

$$\mathbf{F}_{v2} = \frac{1}{\text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left(\left(\mu_t - \frac{\gamma k}{\text{Pr}} \right) \left(u \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \left(\frac{4}{3} \mu_t - \frac{\gamma k}{\text{Pr}} \right) v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{v2} = \frac{1}{\text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left(\left(\mu_t - \frac{\gamma k}{\text{Pr}} \right) \left(u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \left(\frac{4}{3} \mu_t - \frac{\gamma k}{\text{Pr}} \right) w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{pmatrix}$$

На каждом шаге по x в системе уравнений (1.1) конвективные члены линеаризуются с помощью замены их значений с $n + 1$ слоя разложениями в ряды Тейлора с известных значений на предыдущем слое с номером n

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1} &= \mathbf{A}^n \mathbf{U}^{n+1}, \quad \mathbf{F}^{n+1} = \mathbf{R}^n \mathbf{U}^{n+1}, \quad \mathbf{G}^{n+1} = \mathbf{S}^n \mathbf{U}^{n+1} \\ \mathbf{A}^n &= \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{U}} \right)^n, \quad \mathbf{R}^n = \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right)^n, \quad \mathbf{S}^n = \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}} \right)^n \end{aligned} \quad (3.4)$$

Выражения для элементов матриц $\mathbf{A}^n, \mathbf{R}^n, \mathbf{S}^n$ – приведены в [11].

С учетом (3.3), (3.4) система (1.1) записывается в виде

$$\left[\mathbf{A}^n + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{R}^n - \frac{\partial}{\partial y} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) \right) + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{S}^n - \frac{\partial}{\partial z} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) \right) \right] \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{U}^n + \mathbf{F}_{v2}^n + \mathbf{G}_{v2}^n \quad (3.5)$$

$$\mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E_t]^T = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3, \mathbf{U}_4, \mathbf{U}_5]^T$$

После применения факторизации система (3.5) представляется как

$$\begin{aligned} &\left[\mathbf{A}^n + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{R}^n - \frac{\partial}{\partial y} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) \right) \right] (\mathbf{A}^n)^{-1} \left[\mathbf{A}^n + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{S}^n - \frac{\partial}{\partial z} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) \right) \right] \mathbf{U}^{n+1} = \\ &= \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{U}^n + \mathbf{F}_{v2}^n + \mathbf{G}_{v2}^n \end{aligned}$$

В результате согласно принципу расщепления решение находится с помощью матричной прогонки для трех этапов

$$\left[\mathbf{A}^n + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{S}^n - \frac{\partial}{\partial z} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) \right) + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \mathbf{U}_1 = \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{U}^n + \mathbf{F}_{v2}^n + \mathbf{G}_{v2}^n + \varepsilon_1 \frac{\partial^4}{\partial z^4} \mathbf{U}^n$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{A}^n \mathbf{U}_1 \quad (3.6)$$

$$\left[\mathbf{A}^n + \Delta x \left(\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{R}^n + \frac{\partial}{\partial y} \mu_t^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mathbf{U}_1^n} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}_2 + \varepsilon_1 \frac{\partial^4}{\partial y^4} \mathbf{U}^n$$

Для подавления высокочастотных возмущений в решение (3.6) вводятся сглаживающие члены второго и четвертого порядков с коэффициентами ε и ε_1 .

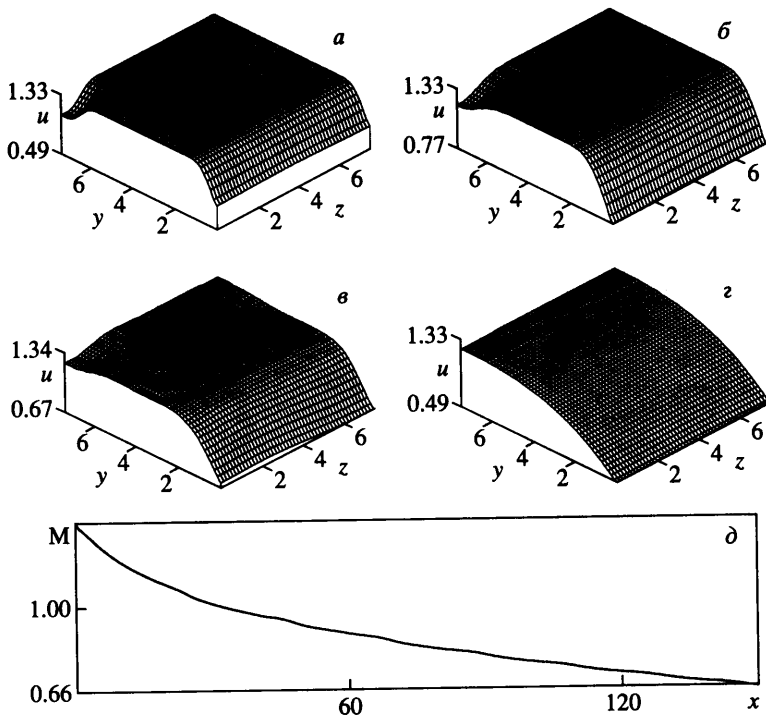
При аппроксимации производных в конвективных и диффузионных членах использованы конечно-разностные выражения

$$\frac{\partial}{\partial y} R \mathbf{U} = \frac{R_{i+1} \mathbf{U}_{i+1} - R_{i-1} \mathbf{U}_{i-1}}{2\Delta y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} S \mathbf{U} = \frac{S_{j+1} \mathbf{U}_{j+1} - S_{j-1} \mathbf{U}_{j-1}}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \mu_t \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = \frac{(\mu_{t_i} + \mu_{t_{i+1}})(\mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i) - (\mu_{t_i} + \mu_{t_{i-1}})(\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1})}{2\Delta y^2}$$

4. Результаты расчетов. Численные исследования проведены при значениях характерных параметров: $\gamma = 1.4$, $\text{Pr} = 0.71$, $1 \leq M_a \leq 3$, $2 \leq M_\infty \leq 5$, $1 \leq n \leq 10$. Использована сетка, содержащая в поперечных направлениях 51×51 узлов, с шагами $\Delta y = \Delta z = 0.15$, шаг по маршевой координате варьировался в пределах $\Delta x = 0.0035 - 0.015$.

Начальные данные задавались при $x = 0.1$ для условия: $C_f = 1.5 \times 10^{-3}$, $T_w = 0.3$, $y_B^+ = 50$, $\sigma = 0.71$, $\text{Re} = 2500$.



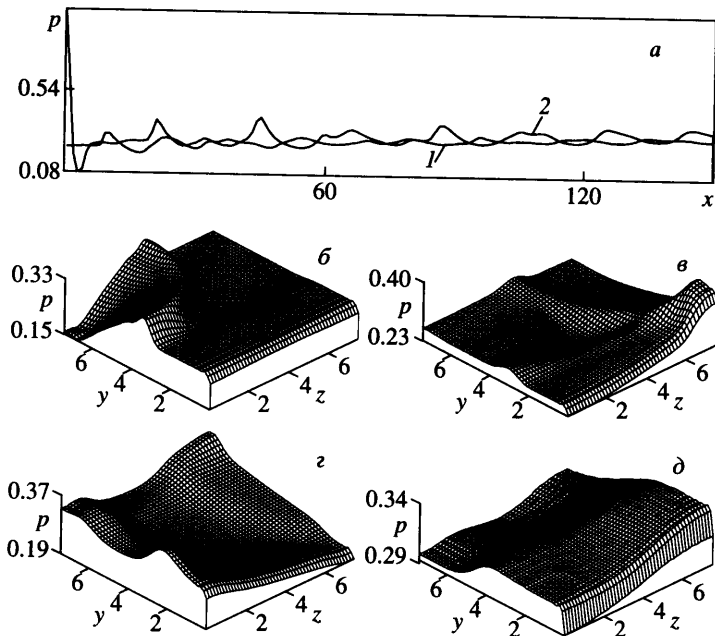
Фиг. 2. Профили продольной составляющей скорости в сечениях: $a - z - x = 4.54, 13.7, 77.5, 145$, δ – изменение числа Маха при $y = \delta_B$

Результаты расчетов течения, схема которого указана на фиг. 1, a , приведены для истечения системы струй, расположенных симметрично вдоль оси z в спутный поток.

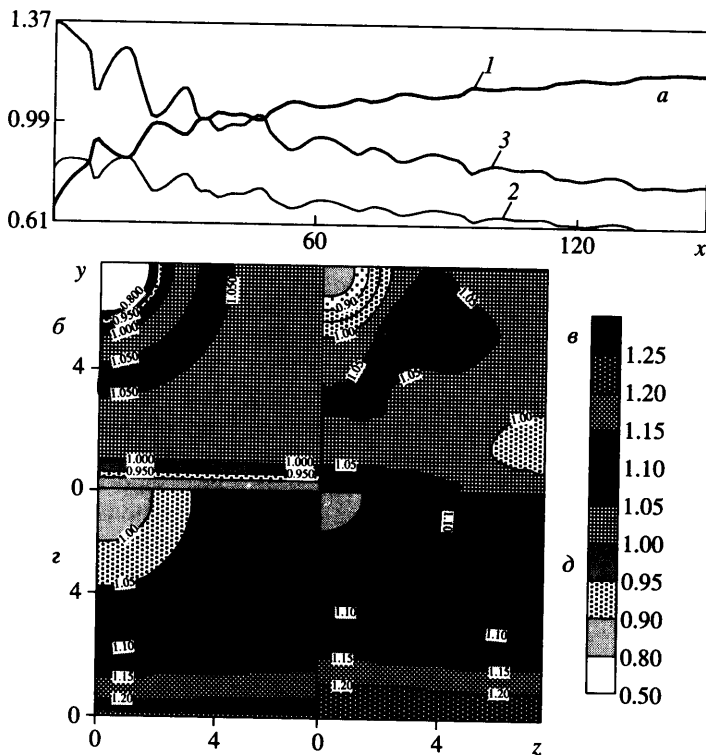
Эмпирический коэффициент $C = 0.005$ в (1.2) подобран из тестовых расчетов при $\delta^* = [u_{\max} - u_{\min}] / (du/dy)_{\max}$.

На фиг. 2 представлены профили продольной составляющей скорости и изменение числа Маха при $y = \delta_B$ для $M_a = 1.5$, $M_\infty = 2$, $n = 1$. По мере распространения вниз по течению струя расширяется, скорость в ней повышается и приближается к своему максимальному значению, т.е. к скорости потока (фиг. 2, $a-z$). При $y = \delta_B$ продольная составляющая скорости снижается и соответствует профилю пограничного слоя. Уменьшение скорости вдоль $y = \delta_B$ приводит к тому, что число Маха M также падает и в сечении $x \approx 35$ сверхзвуковой поток ($M \approx 1$) переходит в дозвуковой (фиг. 2, δ).

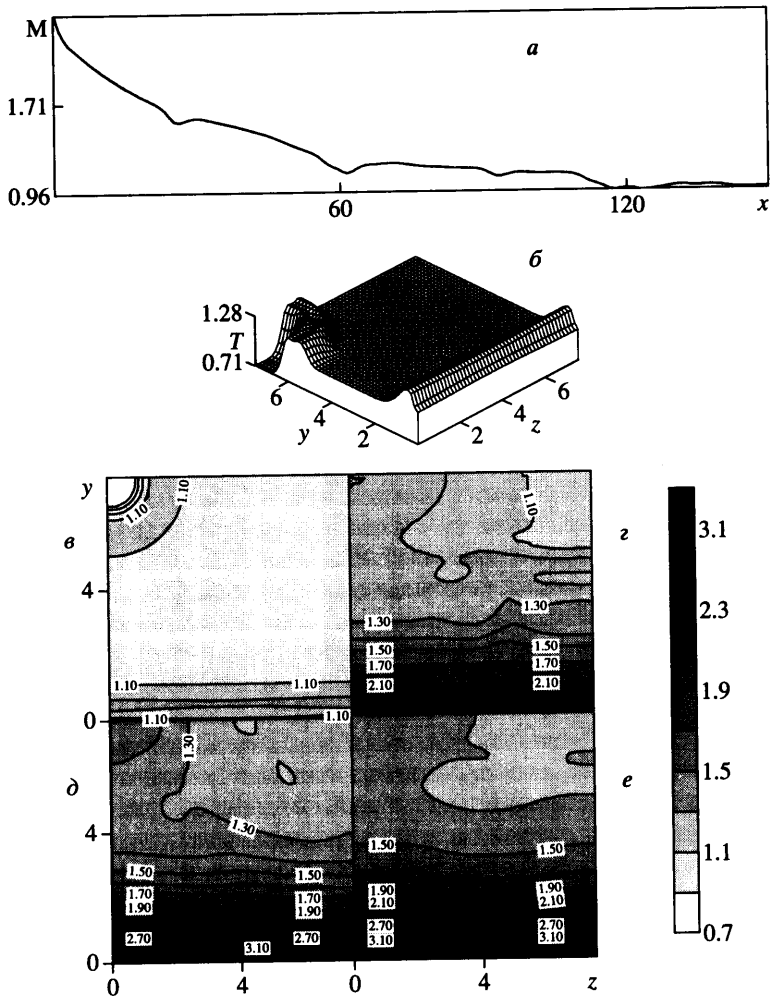
Течение недорасширенных струй имеет ряд особенностей, отличающие его от изобарических. С целью их выявления исследовано влияние параметров нерасчетности на картину течения. Из распределения давления (фиг. 3, a , $M_a = 1.5$, $M_\infty = 2$, $n = 4$) при $y = \delta_B$ (кривые 1) и по оси струи (кривые 2) достаточно четко прослеживаются волны сжатия (минимум) и разрежения (максимум), пересекающие ось струи и достигающие пограничного слоя. На фиг. 3, $b-d$ показана пространственная картина поля давления в сечениях струи $x = 4.54, 13.7, 22.8$ и 100 . Видно, что по мере распространения струи вниз по потоку от начального участка в спутный поток с более низким давлением начинает распространяться волна сжатия (фиг. 3, b). Эта волна, достигая с одной стороны пограничного слоя, с другой – границы компоновки, отражается (фиг. 3, v) и распространяется в обратном направлении. При этом отражение от пограничного слоя опережает отражение от оси симметрии струи (фиг. 3, z). Из фиг. 3, a также следует,



Фиг. 3. Распределение давления при $y = \delta_B$ (кривые 1) и по оси струи (2); профили давления в сечениях: а – д – $x = 4.54; 13.7; 22.8; 100$



Фиг. 4. Распределение при $y = \delta_B$ (а): 1 – температуры T , 2 – скорости u , 3 – числа Маха M ; профили температуры T в сечениях струи: б – д – $x = 4.54; 41; 114; 146$

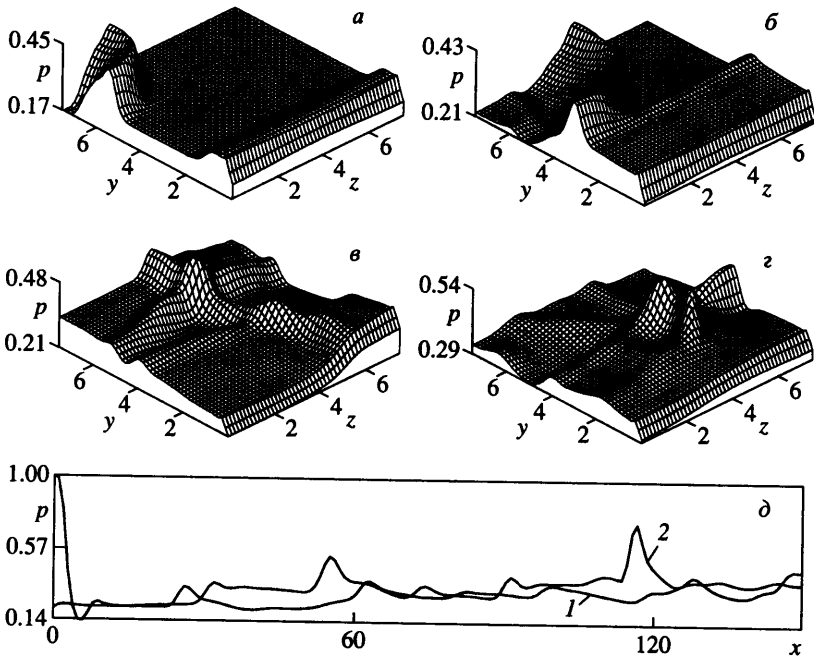


Фиг. 5. Изменение числа Маха при $y = \delta_B$ (а); профиль температуры (б) в сечении $x = 4.54$; поля температуры в сечениях: в – е – $x = 4.54, 100, 114, 146$

что увеличивается давление на внешней границе пограничного слоя. Таким образом, первоначально осесимметричная ударная волна после отражения от исходных границ приобретает существенно трехмерный характер. Далее вследствие интенсивных диссипативных процессов, обусловленных вязкими и ударно-волновыми процессами, возмущение давления вниз по потоку ослабевает (фиг. 3, д).

Из графиков распределений температуры в $y = \delta_B$ (фиг. 4, а, кривая 1), а также в сечениях струй $x = 4.54, 41, 114$ и 146 (фиг. 4, б–д) следует, что поле температуры начинает неравномерным образом повышаться от начального участка вплоть до $x \approx 135$. Затем, по мере приближения давления к изобарическому состоянию, температура становится постоянной. Из распределения продольной составляющей и температурный пограничные слои меньше, чем при изобарическом течении (фиг. 2, д).

Результаты численных экспериментов для различных M_∞ показывают, что с увеличением числа Маха спутного потока дальнобойность струи растет и уменьшаются ди-



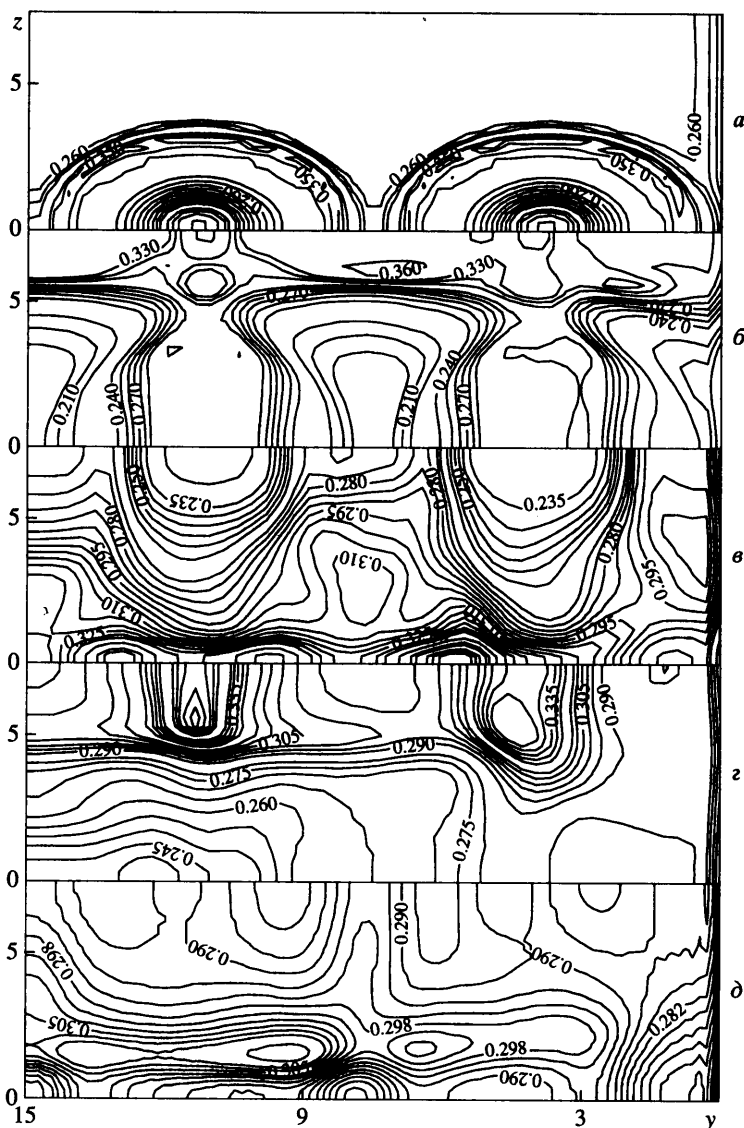
Фиг. 6. Профили давления в сечениях: $a - z - x = 4.54, 13.7, 41, 77.5$; δ – изменение давления при $y = \delta_B$ (кривые 1) и по оси струи (2)

намический и температурный пограничные слои. Соответственно переход при $y = \delta_B$ от сверхзвукового течения в дозвуковой затягиваются, к примеру для $M_\infty = 5$ поток становится дозвуковым только при $x \approx 120$ (фиг. 5, a , $M_a = 1.5, n = 4, T_0 = T_\infty$), а для $M_\infty = 2$ при $x \approx 25$ (фиг. 4, a) (3). Влияние M_∞ проявляется существенно в распределении поля температуры. Из фиг. 5, b следует, что на начальном участке температура вблизи слоя $y = \delta_B$ больше значения, чем при $y = \delta_B$. Далее, по мере удаления от среза сопла температура в потоке повышается, и ее максимум перемещается к слою $y = \delta_B$ (фиг. 5, $\theta-e$).

На фиг. 6 представлены профили давления в сечениях x (фиг. 6, $a-z$), распределения давления при $y = \delta_B$ (кривые 1) и по оси струи (2) (фиг. 6, δ) для $M_a = 3, M_\infty = 5, n = 4, T_0 = T_\infty$. В этом случае появляются волны возмущения, движущиеся в сторону спутного потока (фиг. 6, a, b, δ). Далее вследствие взаимодействия этой волны с волной сжатия возникает сильный всплеск волн, хорошо заметный в сечениях $x \approx 41$ и 77.5 (фиг. 6, v и z). Видно, что как по оси струи, так и при $y = \delta_B$ давление увеличивается (фиг. 6, δ). Режимные параметры данного случая предельны для применения параболизированных уравнений Навье – Стокса, поскольку рост давления на внешней границе инициирует отрыв пограничного слоя [7].

Численные эксперименты показывают, что при больших M_a и M_∞ скорость струи выравнивается со скоростью потока только к сечению $x \approx 100$. В то время как для меньших чисел Маха ($M_a = 1.5, M_\infty = 2, n = 4$) скорость струи и потока уже равны в сечении $x \approx 10$.

Для исследования влияния пограничного слоя на истечение системы струй рассматривалась наряду со струей, близлежащей к стенке с центром ($y = 3.75, z = 0$), дополнительная с центром ($y = 11.25, z = 0$), показанная на схеме фиг. 1, b . В этом случае поперечные размеры по y и z соответственно $L = 15$ и $L_1 = 7.5$. На фиг. 7 ($M_a = 1.5, M_\infty = 2, n = 4$) приведены поля давлений для различных сечений. Видно, что в сечении, близ-



Фиг. 7. Поле давления в сечениях: $a - д - x = 3.3, 12.2, 42.6, 57.8, 85.2$

ком к входному (фиг. 7, $a - в$) струя с центром в точке $y = 11.25, z = 0$ практически не испытывает влияние пограничного слоя, линии равного уровня давлений расположены симметрично. Лишь начиная с $x \approx 57.8$ (фиг. 7, $г$) она начинает частично терять симметрию и уже к $x \approx 100$ становится полностью несимметричной.

Заключение. Истечение недорасширенной струи из системы сопел в спутный поток с частично ограниченной областью имеет существенно пространственный характер вследствие того, что волна сжатия, отражаясь от пограничного слоя, достигает центра струи быстрее, чем волна, идущая от оси симметрии. Анализ влияния стенки на симметрию слоя смещения показывает, что струя теряет симметрию, когда поток переходит полностью в дозвуковой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.* Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. М.: Машиностроение, 1989. 320 с.
2. *Синха Н.Д., Дэш С.М.* Расчеты сверхзвуковых течений в каналах при наличии горения, выполняемые посредством решения параболизированных уравнений Навье – Стокса // *Аэрокосмич. техника.* 1988. № 7. С. 48–60.
3. *Мещеряков Е.А., Сабельников В.А.* Роль смешения и кинетики в уменьшении тепловыделения при сверхзвуковом горении неперемешанных газов в расширяющихся каналах // *Физика горения и взрыва.* 1988. № 5. С. 23–32.
4. *Копченков В.И., Ласкин И.Н.* Об одной конечно-разностной схеме для численного решения параболизированных уравнений Навье – Стокса // *Ж. вычисл. математики и мат. физики.* 1996. Т. 36. № 2. С. 126–137.
5. *Ватса В.Н., Вертле М.Дж., Андерсон О.Л., Хэнкинс Г.Б.* Численный расчет трехмерных вязких слабонедорасширенных или перерасширенных струй // *Аэрокосмич. техника.* 1983. Т. 1. № 4. С. 50–58.
6. *Пири К.М., Форстер К.К.* Численный расчет многоструйных течений за соплами // *Ракетная техника и космонавтика.* 1980. Т. 18. № 9. С. 72–80.
7. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
8. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
9. *Бим Р.М., Уорминг Р.Ф.* Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье – Стокса течения сжимаемого газа // *Ракетная техника и космонавтика.* 1978. Т. 16. № 4. С. 145–156.
10. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
11. *Шифф Л.Б., Стегер Дж.Л.* Численный расчет стационарных сверхзвуковых вязких течений // *Ракетная техника и космонавтика.* 1980. Т. 18. № 12. С. 16–29.
12. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 1. 384 с.; Т. 2. 726 с.

Алматы

Поступила в редакцию
16.VII.2001