

УДК 532.546

© 2004 г. В. М. КОНЮХОВ, М. Г. ХРАМЧЕНКОВ, А. Н. ЧЕКАЛИН

ФИЛЬТРАЦИОННО-ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ МИГРАЦИИ РАССОЛОВ В НЕОДНОРОДНЫХ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ

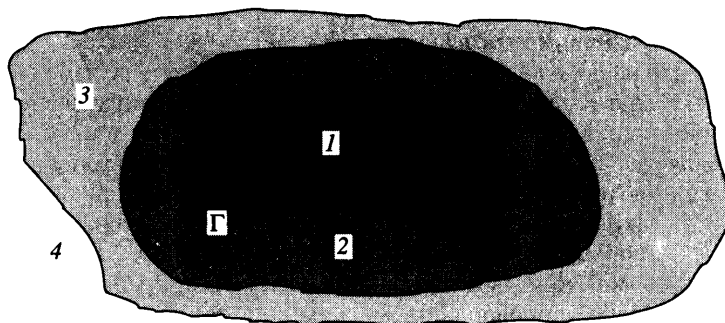
Приведена новая феноменологическая математическая модель распространения высоко- и слабоминерализованных растворов в неоднородных водоносных пластах, содержащая взаимосвязанные уравнения двухфазной фильтрации и диффузионного массопереноса в области с подвижной границей. На конкретных примерах анализируются особенности различных сценариев загрязнения.

Ключевые слова: фильтрация, диффузия, рассол, неоднородный пласт.

Защита пресноводных горизонтов от их загрязнения техногенными или природными высокоминерализованными водными растворами (рассолами) – важная экологическая задача. Так, например, в областях интенсивной нефтедобычи причиной техногенного загрязнения являются соленые пластовые воды нефтяного месторождения, добываемые вместе с нефтью. Они могут попасть в водоносный горизонт либо через зеркало грунтовых вод при разливах рассолов на поверхности земли, либо через эксплуатационные скважины нефтяного месторождения при нарушении их гидроизоляции. Типичным примером природного загрязнения служит внедрение (интрузия) морской воды в прибрежные пресноводные пласты, являющиеся источниками питьевой воды. Чрезмерная интенсивность ее отбора может привести к прорыву морской воды в водозаборные скважины.

Существует несколько способов моделирования переноса рассолов фильтрационным потоком. При наиболее простом подходе предполагается, что рассол и пресная вода – несмешивающиеся жидкости, и на границе их контакта выполняются гидростатические условия Гибена – Герцберга (Ghyben – Herzberg). В этом случае не учитывается диффузионный перенос между рассолом и водой в пористой среде и неустойчивость миграции разноплотностных жидкостей. Второй подход, используемый в дисперсионной модели [1–4], основывается на уравнениях конвективной диффузии в пористой среде, в которых дисперсионный массовый поток описывается линейным законом Фика. Данная теория справедлива для слабоконцентрированных растворов. Для обобщения ее на случай фильтрационного переноса рассолов в [4–7] предлагается использовать нелинейный закон Фика с полуэмпирическими зависимостями дисперсионного потока от градиента концентрации, в том числе и с учетом молекулярной диффузии. Тем не менее и эта нелинейная дисперсионно-диффузионная модель справедлива лишь для анализа устойчивых ситуаций, когда процесс пальцеобразования, обусловленный гравитационной неустойчивостью, отсутствует или им можно пренебречь.

Для учета неустойчивого характера движения, возникающего при внедрении тяжелой жидкости в легкую, в [8–12] используется подход, базирующийся на известной модели двухфазной фильтрации с фазовыми проницаемостями K_i^* ($i = 1, 2$), линейно зависящими от соответствующих насыщенностей [13]. При этом в силу струйной неустойчивой фильтрации часть пор элементарного представительного объема будет занята рассолом (1-я фаза), а оставшаяся часть – пресной водой (2-я фаза), и, следовательно, каждая из этих фаз будет двигаться по своим поровым каналам. Доля объема



Фиг. 1. Схематическое строение пятна загрязнения: 1 и 2 – ядро загрязнения; 3 – переходная зона (“ореол”); 4 – зона пресной воды

пор, занятая рассолом, называется насыщенностью порового пространства рассолом (для краткости – насыщенностью) и обозначается через S . Возможности такого подхода в предположении об отсутствии растворения на границе контакта пресной воды и рассола обсуждаются в [8–12]. Это допущение справедливо лишь в том случае, когда характерное время гравитационного расслоения фаз значительно меньше времени растворения загрязнителя.

В работе [14] предложена математическая модель, частично позволяющая учесть диффузионные процессы и обобщающая модели [8–12]. Однако процессы, происходящие в переходной зоне между рассолом и пресной водой, не анализировались. Поэтому цель данной статьи – построение общей феноменологической фильтрационно-диффузионной модели миграции как высоко-, так и слабоконцентрированных рассолов в пористых средах сложной структуры и анализ решения соответствующих краевых задач на конкретных примерах.

1. Физическое описание процесса. В области пласта, занятой пятном загрязнения, можно выделить несколько характерных зон, схематично показанных на фиг. 1.

Зона 1 – это часть коллектора, все поры которого полностью насыщены рассолом, т.е. в ней насыщенность $S = 1$. Подчеркнем, что граница Г этой области является подвижной и перемещается в процессе миграции рассола. Зона 2 представляет собой часть порового пространства, в котором присутствует как рассол с насыщенностью S , меньшей единицы, так и вода с концентрацией θ соли, перешедшей за счет диффузии в воду из рассола. Эти две подобласти составляют ядро пятна загрязнения. При этом формирование зоны 2 обусловлено неустойчивыми процессами языкообразования при внедрении рассола в пресную воду. Очевидно, при устойчивом режиме фильтрации рассола и воды (например, когда вода находится над рассолом) зона 2 отсутствует, и на границе Г раздела фаз насыщенность меняется скачком от 0 до 1. Между ядром и пресноводной частью пласта 4 формируется ореол – переходная зона 3, в которой отсутствует рассол (т.е. здесь $S = 0$), а концентрация θ соли в воде отлична от нуля.

На контактной границе “рассол – вода” происходит диффузия солей из рассола, которая характеризуется коэффициентом контактного массообмена α_c . В пористой среде такая граница разбивается на множество участков, и при струйном характере движения контактный массообмен в силу развитой контактной поверхности можно охарактеризовать объемным коэффициентом массообмена α_v . Очевидно, коэффициенты α_v и α_c связаны между собой: первый равен второму, умноженному на удельную поверхность контакта. Поскольку эта поверхность, как правило, неизвестна, то коэффициент α_v можно рассматривать как параметр процесса, который должен быть идентифицирован из опытных данных. В результате такого массообмена объем рас-

сола уменьшается, а в воде появляется загрязнение концентрации θ , массовый источник которого обозначим через J .

Подчеркнем, что начальная концентрация C_0 соли в рассоле не изменяется. В зоне 2 насыщенность S и концентрация θ являются функциями координат и времени, так что суммарная концентрация C , равная общему количеству соли в единице элементарного объема, определяется соотношением $C = SC_0 + (1 - S)\theta$. Такой подход приводит к разложению общепринятой величины концентрации C на две существенно различные составляющие – высококонцентрированную и слабоконцентрированную, фильтрация первой из которых происходит в зонах 1 и 2, а второй – в зонах 2 и 3.

Обозначим через $\varphi(S)$ объемное количество рассола, теряемого за счет контактного массообмена единицей порового объема в единицу времени. Функция $\varphi(S)$ должна обращаться в ноль, если элементарный объем занят только одной фазой (или рассолом, или водой), т.е. при $S = 0$ или $S = 1$, и, следовательно, достигает максимума при некотором промежуточном значении S в интервале $[0, 1]$. Простейшей функцией такого типа будет функция, пропорциональная произведению $S(1 - S)$. Загрязнение (соль), массовым источником которого служит функция $\varphi(S)$, переносится водой и за счет конвективно-молекулярной диффузии. Таким образом, в зоне 2 имеют место объемный массообмен и конвективно-молекулярная диффузия в слабоконцентрированном растворе, а в зоне 3 работает только конвективно-молекулярная диффузия.

2. Математическая модель. Уравнения, описывающие фильтрационно-диффузионные процессы, могут быть записаны в виде

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = -\frac{K^*K}{\mu_2}(\nabla P + \rho \mathbf{g}) \quad (2.1)$$

$$-\operatorname{div} \mathbf{V}_1 = J + m \frac{\partial S}{\partial t}, \quad \mathbf{V}_1 = f \mathbf{V} + K \rho_{1-2} \Psi \mathbf{g}, \quad f = \mu \frac{K_1^*}{K^*}, \quad \Psi = f K_2^* \quad (2.2)$$

$$-\operatorname{div}(\vartheta \mathbf{V}_2 + m(1 - S)D \operatorname{grad} \vartheta) = -J + m \frac{\partial}{\partial t}(\vartheta(1 - S)), \quad J = m \alpha_c \varphi(S)(1 - \vartheta) \quad (2.3)$$

$$\rho = f \rho_1 + (1 - f) \rho_2, \quad K^* = \mu K_1^* + K_2^*, \quad \mu = \mu_2 / \mu_1, \quad \rho_{1-2} = \rho_1 - \rho_2 \quad (2.4)$$

$$\rho_2 = \rho_{fw} + (\rho_1 - \rho_{fw}) \vartheta, \quad K_1^* = S, \quad K_2^* = 1 - S, \quad S \in (0, 1) \quad (2.5)$$

где P – давление, $\vartheta = \vartheta/C_0$ – безразмерная концентрация, t – время, m – пористость, \mathbf{V} – суммарная скорость фильтрации, μ_i , ρ_i , \mathbf{V}_i – вязкость, плотность и скорость i -й фазы, ρ и ρ_{fw} – плотности двухфазной смеси и пресной воды, D – коэффициент конвективно-молекулярной диффузии, K – абсолютная проницаемость, принадлежащая классу кусочно-непрерывных функций. На линиях ее разрыва должны выполняться обычные условия сопряжения: $P^+ = P^-$, $V_n^+ = V_n^-$, $V_{1,n}^+ = V_{1,n}^-$.

Уравнения (2.1), (2.2) справедливы во всей области фильтрации, а уравнение (2.3) определено только в зонах 2–4 с неизвестной подвижной границей Γ (фиг. 1).

Если функция S имеет скачок от 1 до S^- на границе $\Gamma(t)$, то на ней имеет место контактный массообмен, характеризуемый коэффициентом α_c . Объемное количество слабоконцентрированного раствора, образующееся в зоне 2 на границе контакта в единицу времени, и скорость перемещения границы $\Gamma(t)$ определяются соотношениями:

$$W_n|_{\Gamma(t)} = m \alpha_c (1 - S^-)(1 - \vartheta), \quad \frac{dn}{dt}|_{\Gamma} = \frac{1}{m} \frac{V_{1,n}^+ - V_{1,n}^- - W_n|_{\Gamma}}{1 - S} \quad (2.6)$$

Здесь \mathbf{n} – внешняя нормаль к Γ , $V_{1,n}^+ - V_{1,n}^-$ – скачок скорости на этой границе.

Если функция S не имеет скачка на границе $\Gamma(t)$, т.е. в зоне 2 $S^- \rightarrow 1$, то $W_n|_{\Gamma(t)} = 0$. В этом случае скорость перемещения границы $\Gamma(t)$ определяется из соотношения

$$\left. \frac{dn}{dt} \right|_{\Gamma} = \frac{1}{m} \left. \frac{\partial V_{1n}}{\partial S} \right|_{S=1} \quad (2.7)$$

Если вода находится над рассолом, то зона 2 гидродинамической неустойчивости отсутствует, и на границе $\Gamma(t)$ их раздела насыщенность S в любой момент времени имеет скачок независимо от направления суммарного потока. Это свойство – следствие уравнения переноса (2.2) насыщенности и может быть показано на основе его решения методом характеристик.

Таким образом, в задачах типа “вода над рассолом” на подвижной границе $\Gamma(t)$ должны использоваться граничные условия (2.6). Они косвенно учитывают существование переходной зоны между высококонцентрированным и слабоконцентрированным растворами (погранслои). Этот учет осуществляется посредством коэффициента эффективного контактного массообмена α_c , который может быть определен либо экспериментально, либо из решения сопряженной задачи в погранслое. Последнее выходит за рамки данной статьи.

В задачах типа “рассол над водой” в силу гравитационной неустойчивости образуется зона 2, и, как следует из уравнения (2.2), функция S на границе $\Gamma(t)$ не имеет скачка, а ее скорость определяется условием (2.7).

В дальнейшем особенности миграции рассола исследуются на примере вертикального разреза неоднородного пласта длиной L и толщиной H (в плоскости XZ с осью X , проходящей вдоль кровли пласта, и осью Z , направленной вниз) и выделяются два основных типа задач в зависимости от пространственного местоположения источника загрязнения. В задачах I типа рассол поступает в пласт с боковым потоком через левую границу γ_L проницаемых слоев (например, интрузия морской воды в пресноводные горизонты). В задачах II типа рассол проникает в пласт под действием силы тяжести через некоторую часть x_1, x_2 его кровли (зеркало грунтовых вод).

Относительно функции насыщенности система (2.1)–(2.5) является гиперболической, поэтому условия для насыщенности S должны быть заданы на тех частях границы, где загрязнение втекает в пласт. В рассматриваемых задачах эти граничные условия связаны с решением внутри области фильтрации, и их корректная постановка требует анализа поведения решения системы и, прежде всего функции S ([8, 10, 11]).

Тогда в задачах I типа граничные условия на участке левой боковой границы, где загрязнение втекает в пласт, записываются в виде $V_{1,n} = V_{\max}(z, t)$, где функция V_{\max} определяется аналитическими формулами [8, 10, 11].

В задачах II типа учитывается, что скачок насыщенности, отраженный от границ разрыва или от подошвы пласта, может достигнуть участка x_1, x_2 , через который поступает рассол, и изменить интенсивность его притока q . С учетом этого граничное условие на x_1, x_2 имеет вид [8, 11]:

$$V_{1n} = q_p(x, t) = \min(q, V_{\max}(x, t)), \quad t < t_1, \quad Q = \int_0^{t_1} \int_{x_1}^{x_2} q_p(x, t) dx dt$$

При заданном значении объема Q поступающего рассола интегральное уравнение позволяет найти время t_1 действия источника загрязнения.

Во всех задачах может учитываться инфильтрационный поток q_1 пресной воды заданной интенсивности на некоторой части x_A, x_B кровли пласта. Подошва пласта, а также участок его кровли вне зоны x_A, x_B непроницаемы.

Относительно функции P система (2.1)–(2.5) является эллиптической. Постановка граничных условий для давления не вызывает затруднений и приведена, например, в работах [8, 10, 11].

Относительно функции ϑ система является параболической. На неподвижной проницаемой границе втекания пресной воды концентрация ϑ равна нулю. На участках Σ вытекания предполагается, что количество ушедшего загрязнения определяется только массопереносом, что приводит к краевому условию $\partial\vartheta/\partial n|_{\Sigma} = 0$. Такое же краевое условие имеет место на непроницаемых границах пласта.

Итак, в области $D = \{0 < x < L, 0 < z < H, t > 0\}$ требуется найти решение системы уравнений (2.1)–(2.5) с соответствующими граничными условиями и начальными значениями $S(x, z, 0) = S^0(x, z)$, $\vartheta(x, z, 0) = 0$.

Поставленные задачи решались методом конечных разностей с учетом априорной информации об особенностях решения. Это позволило обобщить эффективные численные модели [9, 12] двухфазной фильтрации рассола на случай миграции как высоко-, так и слабоконцентрированных растворов. Аprobация фильтрационной модели была выполнена ранее в [14]. Показано, что результаты вычислительных экспериментов хорошо согласуются с известными данными лабораторных исследований [15] неустойчивого режима фильтрации рассола в насыщенном водой образце пористой среды. Кроме того, в работе [16] проведено сравнение численных решений для типичных сценариев распространения рассола, полученных с помощью различных пакетов программ, в том числе разработанного нами пакета, реализующего модель двухфазной фильтрации (без учета диффузии). Как отмечают авторы [16], модели двухфазных потоков в случае наличия языкообразования “обладают преимуществами в сравнении с дисперсионными моделями, использование которых приводит к резкому завышению размеров зон загрязнения”.

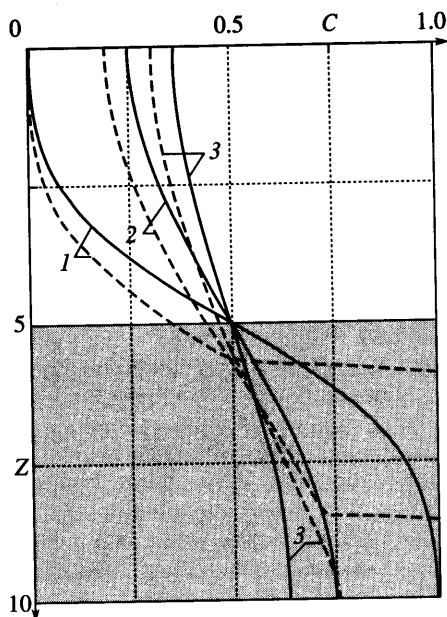
3. Представление результатов. Поскольку основная цель статьи состоит в изучении миграции разноплотностных жидкостей с учетом диффузии, рассмотрим характерные сценарии длительных процессов загрязнения водоносных горизонтов. Продолжительность процессов может быть обусловлена структурой пласта, условиями на границах области фильтрации и т.д.

Исследуем влияние начального положения рассола и воды. Рассмотрим сначала простейшую ситуацию, когда в однородном пласте с непроницаемыми границами в начальный момент времени $t = 0$ поверхность Γ раздела между рассолом и пресной водой является горизонтальной. Насыщенность S на границе меняется скачком от 0 до 1.

Если вода расположена над рассолом, то при $t > 0$ граница раздела устойчива, и ее перемещение определяется соотношением (2.6) при $V_{1n}^+ = V_{1n}^- = 0$. В этом случае уменьшение количества рассола происходит весьма медленно только за счет контактного массообмена, так как в пятне загрязнения отсутствует зона 2 (зона неустойчивого движения).

Если рассол расположен над водой, то при $t > 0$ их гравитационное перераспределение сопровождается распадом разрыва насыщенности. Тогда скорость перемещения границы $\Gamma(t)$ определяется из соотношения (2.7), так как функция S не имеет скачка. Такая ситуация имеет место на начальной “быстрой” стадии оседания рассола из-за образования в пятне загрязнения зоны неустойчивого движения, так что уменьшение количества рассола происходит за счет объемной диффузии до момента полного гравитационного расслоения фаз и формирования устойчивой границы $\Gamma(t)$ их раздела. После этого начинается “медленная” стадия рассасывания рассола, подобная рассмотренной выше в задаче “вода над рассолом”.

На фиг. 2 и 3 приводятся некоторые результаты численного решения задач “вода над рассолом” и “рассол над водой”. В примерах рассмотрены случаи, когда в начальный момент времени вода и рассол занимают соответственно верхнюю или нижнюю

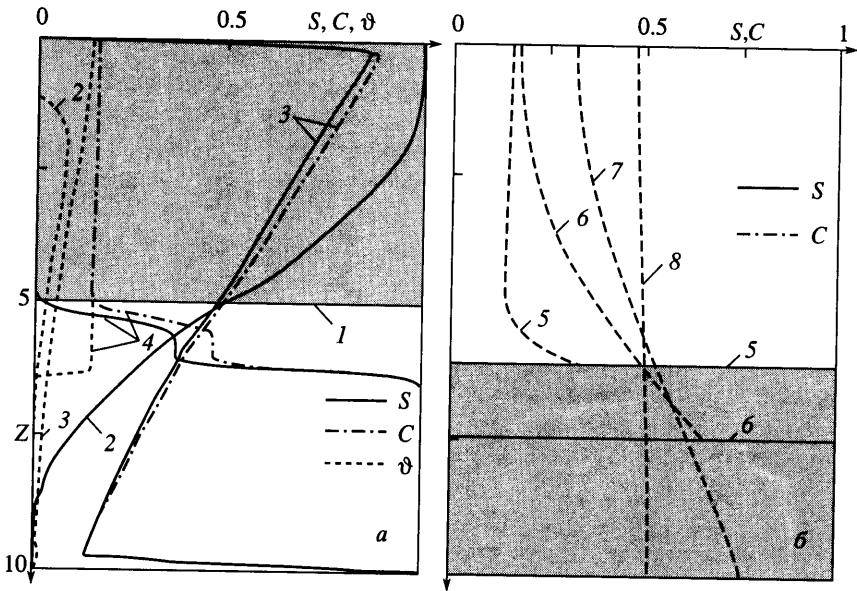


Фиг. 2. Распределения концентрации C по вертикальному разрезу однородного пласта (задача “вода над рассолом”). Сплошные и пунктирные линии – расчеты по диффузионной и фильтрационно-диффузионной моделям соответственно: $t = 150, 950, 1575$ сут (кривые 1–3)

половины однородного пласта длиной 100 м, толщиной 10 м, пористостью 0.2 и коэффициентом фильтрации 1.1 м/сут. Разность удельных весов составляет 0.05, коэффициенты α_c , α_v и α_D равны соответственно 0.01 м/сут, 0.01 сут⁻¹ и 0.01 м²/сут. В данных задачах искомые функции S , C и ϑ зависят только от координаты z и времени t . Их графики на различные моменты времени представлены на фиг. 2 и 3. Для наглядности области, занятые рассолом, при $t = 0$ (а также при $t = 90$ сут на фиг. 3) заретушированы. Они характеризуют объемное количество рассола в пористой среде в начальный момент времени (фиг. 2 и 3, а) и в момент начала “медленной” стадии (фиг. 3, б), наступающей после полного оседания рассола на подошву пласта. Уменьшение количества рассола после завершения “быстрой” стадии обусловлено объемной диффузией.

На фиг. 2 приведено сравнение профилей концентраций, рассчитанных по обычной диффузионной модели, описываемой уравнением типа (2.3), и фильтрационно-диффузионной модели (2.1)–(2.5). В первом случае функция C является непрерывной в силу бесконечной скорости диффузионного процесса, а во втором – имеет скачок на границе $\Gamma(t)$. Она медленно (с конечной скоростью) движется к подошве пласта и достигает ее в момент $t = 1575$ сут. В этот момент исчезновения насыщенности S суммарная концентрация C мгновенно изменяется скачком от 1 до 0.75 и становится непрерывной. Дальнейший процесс выравнивания концентрации в пласте – чисто диффузионный.

В примере “рассол над водой” граница $\Gamma(t)$ на начальном этапе достаточно быстро перемещается к кровле пласта от заданного среднего положения за счет продвижения струй воды. Одновременно струи рассола движутся в противоположном направлении к подошве пласта. В результате насыщенность изменяется вдоль оси z непрерывно от нуля до единицы, и к моменту $t = 11$ сут зона неустойчивого струйного течения простирается почти на всю толщину пласта (фиг. 3, а). При достижении кровли пласта грани-

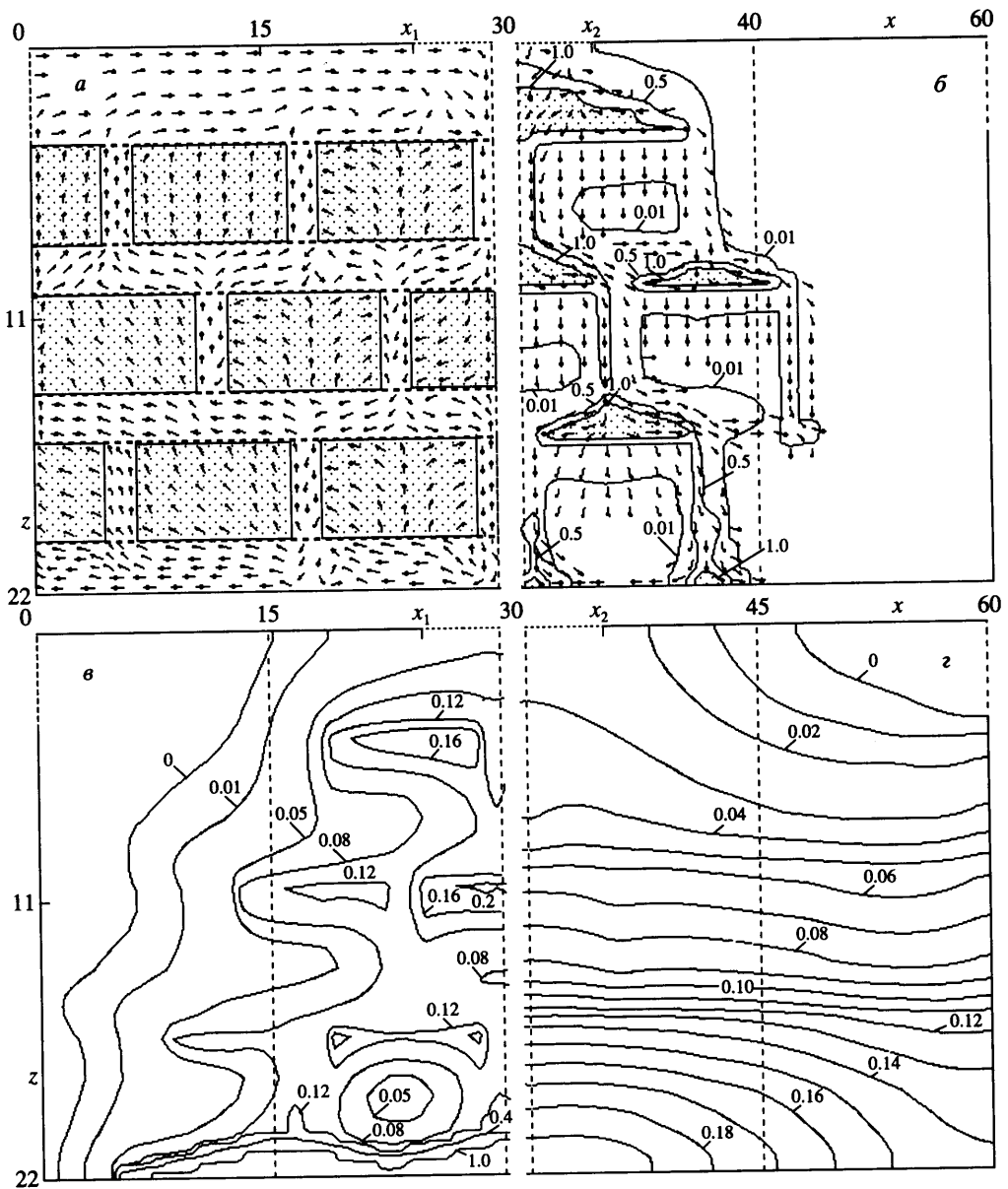


Фиг. 3. Распределения насыщенности S , суммарной концентрации C и функции ϑ по вертикальному разрезу однородного пласта (задача “рассол над водой”): a – на “быстрой” и b – на “медленной” стадиях. $t = 0, 11, 24, 75, 90, 2550, 7640$ и 9300 сут (кривые 1–8) соответственно

ца $\Gamma(t)$ исчезает, поскольку насыщенность S при $z = 0$ обращается в нуль. С этого момента сверху движется скачок насыщенности, отличный от единицы. Как только языки рассола достигают подошвы пласта, функция S становится равной единице при $z = H$ (кривая 3), и образовавшаяся здесь граница $\Gamma(t)$ начинает снова двигаться вверх. С этого момента происходит сокращение протяженности зоны неустойчивого течения, накопление рассола на подошве, а слабоконцентрированного раствора – в верхней части пласта (кривая 4).

На “медленной” стадии граница $\Gamma(t)$ раздела между рассолом и слабоконцентрированным раствором устойчива, и ее перемещение вниз происходит очень медленно за счет контактного массообмена (см. фиг. 3, б, кривые 5, б). При достижении подошвы пласта граница $\Gamma(t)$ исчезает, насыщенность становится равной нулю во всей области (кривая 7). После этого начинается чисто диффузионный процесс в слабоконцентрированном растворе переменной плотности, зависящей от функции ϑ , которая на данном этапе совпадает с суммарной концентрацией C , так как $S = 0$. Процесс заканчивается выравниванием концентрации C по всей области (кривая 8).

Рассмотрим теперь влияние структуры пласта. Пусть процесс загрязнения происходит в горизонтальном неоднородном по абсолютной проницаемости пласте длиной 60 м и толщиной 22 м, структура которого образована регулярно расположенными низко проницаемыми включениями (блоками), $k_b = 0.02$ м/сут. На фиг. 4, а они зарегулированы. Коэффициент фильтрации нижнего слоя равен 0.5 м/сут, а во всей остальной области – 4 м/сут. Рассол поступает в пласт через центральный участок x_1x_2 его кровли длиной 10 м под действием силы тяжести (задача II) при отсутствии бокового потока. В данном примере для контроля расчетов структура пласта и граничные условия выбраны симметричными относительно его среднего вертикального сечения. Как показали



Фиг. 4. Характеристики процесса загрязнения неоднородного пласта, содержащего низкопроницаемые включения, на различных стадиях: *a* – поле направлений суммарного потока V при $t = 90$ сут; *б* – поле направлений скорости V_1 и распределение суммарной концентрации C при $t = 90$ сут; *в, z* – концентрация C на моменты времени $t = 360$ и 4000 сут соответственно

расчеты, симметрия решения такой сложной задачи не нарушается, поэтому на фиг. 4 различные характеристики процесса представлены в одной из половин пласта.

Наличие включений приводит к тому, что в процессе распространения загрязнения происходит как растекание рассола по их поверхностям, так и его частичное проникновение в блоки. При достижении краев включений рассол быстро оседает до границ

нижерасположенных блоков. Такой процесс фильтрации приводит к весьма сложной структуре двухфазного течения. При этом скорости отдельных фаз существенно различаются как по величине, так и по направлению. На фиг. 4, а и б соответственно показаны поля направлений скоростей суммарного потока и потока рассола на один и тот же момент времени. К этому моменту загрязнение уже перестало поступать в пласт. Хорошо видно, что поток загрязнения в блоках и в вертикальных зазорах между включениями направлен практически вертикально вниз. В горизонтальных зазорах происходит его разделение на два противоположно направленных потока вдоль верхних границ блоков. В отличие от потока V_1 суммарный поток V в блоках движется вверх под определенным углом. В вертикальных зазорах при наличии в них рассола скорости V_1 и V преимущественно имеют противоположное направление. Из-за этого происходит формирование “вихревых” зон, фиг. 4, а.

На фиг. 4, б показано также распределение концентрации C . К этому моменту времени загрязнение уже достигло подошвы пласта и стало по ней растекаться. На данной стадии процесса концентрация C практически совпадает с насыщенностью S , так что фиг. 4, б иллюстрирует положение ядра загрязнения. Концентрация соли в ореоле, формирующемся вокруг ядра за счет диффузии, еще весьма мала, а сам ореол имеет небольшой размер.

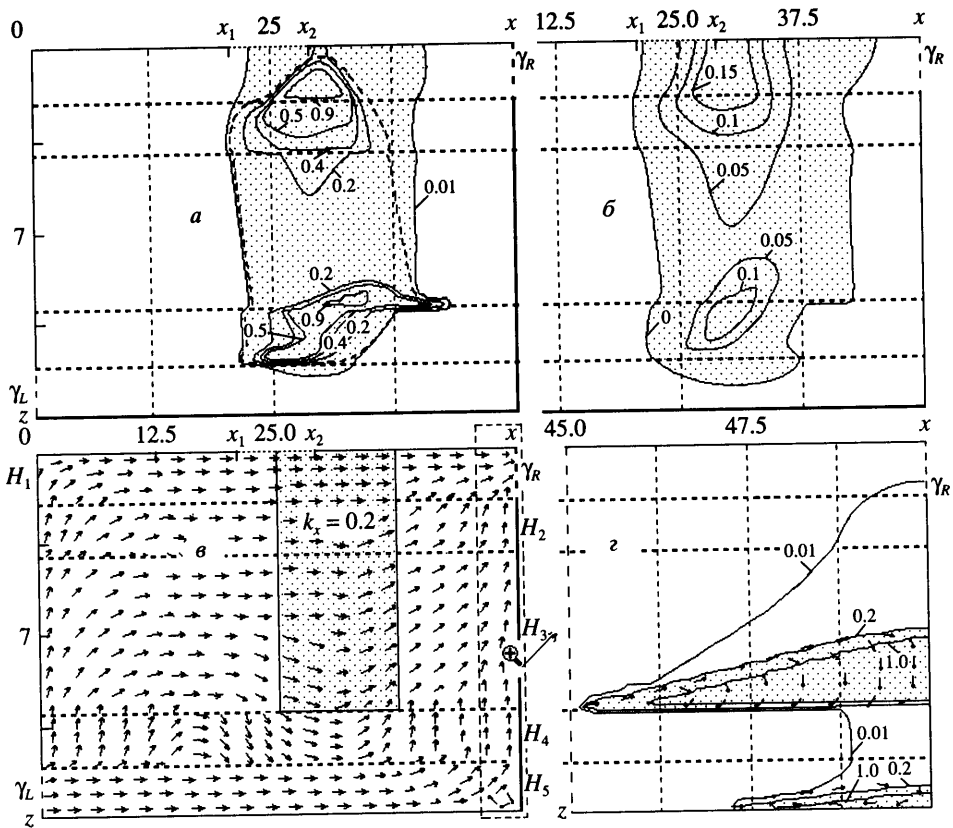
В этом примере ярко проявляется специфическая особенность задач II типа – зависимость граничного условия на кровле пласта от искомого решения внутри области фильтрации. Так, скачок насыщенности, отраженный от поверхности верхнего блока, достигал участка x_1, x_2 и приводил к уменьшению интенсивности $V_{\max}(x, t)$ поступления рассола в пласт.

Отраженные скачки насыщенности формируются также на верхних поверхностях других включений на стадии “быстрого” оседания рассола и хорошо видны на фиг. 4, б. После прекращения поступления рассола в пласт завершение “быстрой” стадии наступает в момент окончания гравитационного расслоения фаз в высокопроницаемых областях пласта, когда основная масса загрязнения уйдет из них и сосредоточится на его подошве. Оставшаяся в слабопроницаемых блоках часть рассола в дальнейшем за счет гравитационной фильтрации медленно вытекает из них и рассеивается за счет диффузии.

Совершенно иначе протекают процессы на “медленной” стадии. Если на “быстрой” стадии роль диффузии в формировании пятна загрязнения незначительна, то здесь уже главную роль играют именно диффузионные процессы, за счет которых происходит сокращение размеров ядра и расширение зоны ореола. Распределение концентрации на “медленной” стадии для двух моментов времени показано на фиг. 4, в и г. На первом из них хорошо видно расположение ядра и ореола. Фигура 4, г отражает ситуацию, когда ядро рассола исчезло как на подошве пласта, так и внутри блоков.

Таким образом, на “быстрой” стадии фильтрационно-диффузионная модель (2.1)–(2.5) и модель двухфазной фильтрации [10, 11] дают весьма близкие результаты. Однако на “медленной” стадии они принципиально различаются, так как в модели двухфазной фильтрации эта стадия характеризуется миграцией рассола из слабопроницаемых включений к подошве пласта, растеканием ядра по подошве пласта и, в конечном итоге, накоплением на ней всей массы поступившего в пласт рассола.

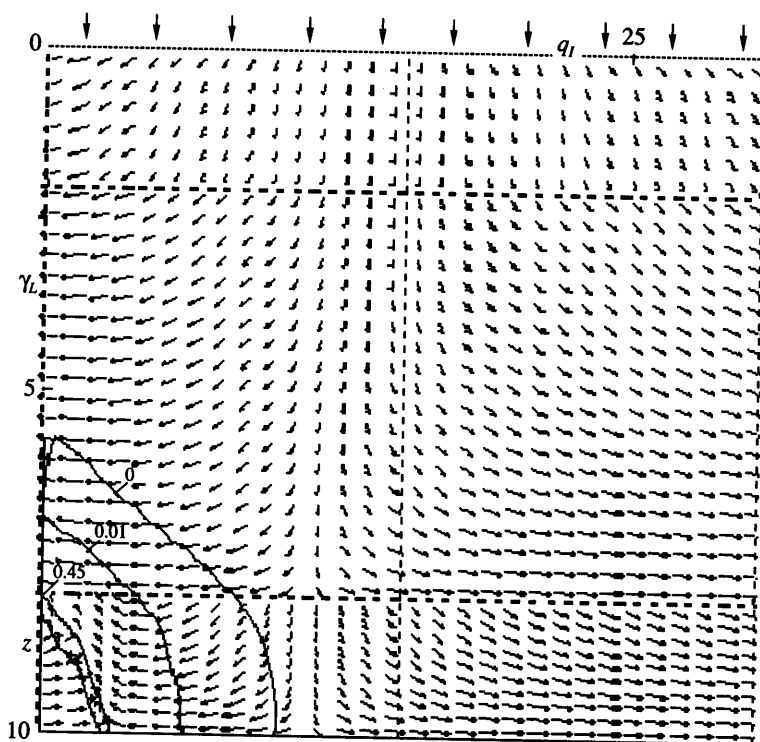
Исследуем влияние диффузии на рассасывание “неподвижных” пятен загрязнения, образующихся в высокопроницаемых зонах пласта. При наличии непроницаемых вертикальных барьеров в неоднородных пластах при определенных условиях могут сформироваться неподвижные ядра загрязнения как на непроницаемой подошве, так и в высокопроницаемом слое, расположенном над менее проницаемым [9]. В модели двухфазной фильтрации внешние границы таких ядер не изменяются во времени (но внутри них происходит вращательное движение рассола), т.е. решение выходит на квазистационарный режим. Этот эффект иллюстрируется на примере задачи II типа,



Фиг. 5. Характеристики процесса загрязнения водоносного пласта: *a* и *б* – изолинии функций C и ϑ при $t = 90$ сут; *в* – поле направлений суммарного потока V ; *z* – концентрация C и поле направлений скорости V_1 при $t = 750$ сут

в которой заданный объем рассола поступает через границу x_1, x_2 кровли анизотропно-го пласта при наличии бокового потока и отсутствии инфильтрации. Воспользуемся исходными данными этого же примера. Коэффициенты фильтрации слоев по направлениям X и Z равны соответственно 1.1, 0.6, 1.2, 0.14, 1.4 и 1.1, 0.6, 1.2, 0.12, 0.2 м/сут. В средней части пласта в трех верхних его слоях находится включение с проницаемостью $k_x = 0.2$ м/сут. Левая граница всех слоев, кроме нижнего, непроницаема, а правая проницаема только в верхнем слое, фиг. 5, *a*.

На фиг. 5, *a*, *б* и *в* показаны соответственно распределение концентрации C , функции ϑ и поле направлений скорости суммарного потока V . На фиг. 5, *a* пунктиром нанесена граница между ядром и ореолом. Заметим, что присутствие анизотропного включения дополнительно стимулирует преимущественное движение рассола к подошве пласта, так что к моменту $t = 90$ сут боковой поток еще не оказал существенного влияния на распределение концентрации C в пласте. В дальнейшем загрязнение начинает выноситься из пласта, и в итоге “быстрая” стадия процесса заканчивается формированием двух “неподвижных” ядер в тех же областях пласта, что и при расчетах по модели двухфазной фильтрации [9]. Это демонстрирует фиг. 5, *z*, представляющая собой увеличенный фрагмент области, в которой образовались ядра. Внутри этих ядер происходит вращательное движение рассола, что можно видеть по полям направлений вектора скорости V_1 .



Фиг. 6. Поле направлений скорости суммарного потока V и изолинии концентрации C в левом фрагменте трехслойного пласта при интрузии морской воды и наличии инфильтрации

На “медленной” стадии размеры ядер уменьшаются со временем, так как образующийся вокруг них ореол уносится через открытую часть правой границы γ_R . “Медленная” стадия заканчивается выносом всего загрязнения из пласта, т.е. в рамках модели (2.1)–(2.5) квазистационарного решения не существует.

Рассмотрим задачу об интрузии морской воды. Пусть внедрение морской воды в пресноводный слоисто-неоднородный пласт происходит на его левой боковой границе γ_L . На правой границе γ_R расположена водозаборная галерея. Вдоль всей кровли $x_A x_B$ задан инфильтрационный поток постоянной интенсивности q_1 . Для расчетов возьмем исходные данные из [9, 11].

Особенность рассматриваемого фильтрационного процесса – наличие инфильтрационного потока, препятствующего движению морской воды в глубь пласта. При определенном соотношении между величиной q_1 , перепадом давления в пласте и разностью плотностей морской и пресной воды возникает такая ситуация, когда граница их раздела со временем становится неподвижной, т.е. процесс выходит на квазистационарный режим. При этом у боковой границы γ_L формируется окруженное ореолом неподвижное ядро, на вертикальной границе которого происходит одновременное втекание рассола в нижней ее части и вытекание в верхней части, см. фиг. 6. Поскольку это ядро непрерывно подпитывается морской водой, то диффузия не приводит к уменьшению размера всего пятна загрязнения. В этом случае “медленная” стадия диффузионного рассасывания ядра отсутствует, что обуславливает близость решений задач с учетом и без учета диффузии.

Заключение. Предложена новая фильтрационно-диффузионная модель, позволяющая исследовать миграцию высоко- и слабokonцентрированных растворов в водонос-

ных пластах сложного строения. Поскольку определяющим процессом на “быстрой” стадии является фильтрация рассола, а на “медленной” – диффузионный массоперенос, то расчеты по новой модели и по модели двухфазной фильтрации дают близкие результаты на “быстрой” стадии и принципиально различаются (как в количественном, так и в качественном отношении) на “медленной” стадии.

Работа поддержана МНТЦ (№ 1565) и INTAS (№ 99-1810).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hubbert M.K.* The theory of groundwater motion // *J. Geol.* 1940. V. 48. № 8. Pz. 1. P. 785–944.
2. *Pinder G.F., Cooper H.H.* A numerical technique for calculating the transient position of the salt water front // *Water Resour. Res.* 1970. V. 6. № 3. P. 875–882.
3. *Segol G., Pinder G.F.* Transient simulation of salt water intrusion in southeastern Florida // *Water Resour. Res.* 1976. V. 12. № 1. P. 65–70.
4. *Мироненко В.А., Румынин В.Г.* Проблемы гидрогеоэкологии. Т. 1. Теоретическое изучение и моделирование миграционных процессов. М.: Изд-во Моск. гос. горного ун-та, 1998. 610 с.
5. *Baumann R., Moser H.* Modellierung der Meerwasserinvasion im Delta arider un semiarider Gebiete am Beispiel des Nildeltas // *Z. Deutsch. geolog. Gesellschaft.* 1992. Bd. 143. H 2. S. 316–324.
6. *Hassanizadeh S.M., Leijnse A.* A non-linear theory of high-concentration – gradient dispersion in porous media // *Adv. Water Resour.* 1995. V. 18. P. 203–215.
7. *Van Duijn C.J., Peletier L.A., Schotting R.J.* On the analysis of brine transport in porous media // *Europ. J. Appl. Math.* 1993. V. 4. № 3. P. 271–301.
8. *Конюхов В.М., Храмченков М.Г., Чекалин А.Н.* Моделирование распространения тяжелых жидких загрязнений в слоевом водоносном пласте // *Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Мат. моделирование физ. процессов.* М., 1998. Вып. 4. С. 36–43.
9. *Конюхов В.М., Чекалин А.Н.* Численное моделирование миграции тяжелого загрязнения в неоднородном водоносном пласте // *Сб. тр. Всерос. конф. “Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности”.* Ростов н/Д: Изд-во РГУ, 2000. С. 127–136.
10. *Konyukhov V.M., Kosterin A.V., Chekalin A.N.* Motion of heavy liquid contaminations in layered groundwater reservoir // *Мат. моделирование.* 2001. Т. 13. № 3. С. 41–48.
11. *Konyukhov V.M., Kosterin A.V., Chekalin A.N.* Migration of heavy liquid contaminations in layered reservoir // *2nd Symp. “Protection of Groundwater from Pollution and Seawater Intrusion”.* Bari, 1999. 2001. P. 313–325.
12. *Chekalin A.N., Khrumchenkov M.G., Konyukhov V.M., Kosterin A.V.* Computational modelling of brine migration in anisotropic inhomogeneous freshwater reservoir // *Proc. 14th. Intern. Conf. on Comput. Methods in Water Resources.* Delpht, Netherlands, 2002. Appendix. P. 1–8.
13. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
14. *Конюхов В.М., Храмченков М.Г., Чекалин А.Н.* Моделирование миграции разноплотностных жидкостей в сильно неоднородных пластах // *Современные проблемы гидрогеологии и гидрогеомеханики. Сб. докл. конф. Санкт-Петербург, 2002.* СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2002. С. 405–412.
15. *Schincariol R.A., Schwartz F.W.* An experimental investigation of variable density flow and mixing in homogeneous and heterogeneous media // *Water Resour. Res.* 1990. V. 26. № 10. P. 2317–2329.
16. *Коносавский П.К., Румынин В.Г., Синдаловский Л.Н.* Особенности численного моделирования фильтрации потоков переменной плотности // *Современные проблемы гидрогеологии и гидрогеомеханики. Сб. докл. конф. Санкт-Петербург, 2002.* СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2002. С. 533–550.