

УДК 532.526:533.6.011.72

© 2004 г. Н. А. ОСТАПЕНКО, А. М. СИМОНЕНКО

V-ОБРАЗНОЕ КРЫЛО В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ПОД УГЛАМИ АТАКИ И СКОЛЬЖЕНИЯ

В рамках линейной теории построено решение задачи обтекания V-образного крыла со сверхзвуковыми передними кромками при малых углах атаки и скольжения. Проведен анализ возможных режимов несимметричного обтекания крыла в зависимости от его геометрии и направления скорости невозмущенного потока, а также определены их границы в плоскости углов атаки и скольжения. Обнаружены ранее не описанные ударно-волновые конфигурации в конических течениях, реализующихся в возмущенном потоке около крыльев.

Ключевые слова: V-образное крыло, сверхзвуковой поток, коническое течение, ударные волны.

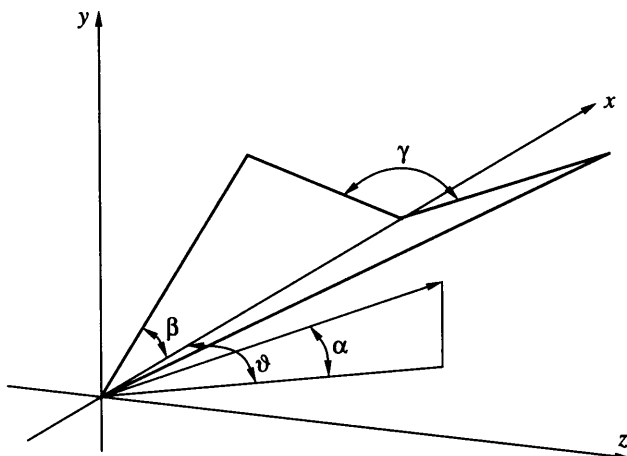
Симметричное обтекание V-образного крыла со сверхзвуковыми кромками было рассмотрено в [1], где на основе линейного и численного решений задачи, в частности, были сделаны выводы о существовании на подветренной стороне крыла режимов течения с висящими в окрестности плоскости симметрии скачками уплотнения, нашедшие подтверждение в экспериментах [2]. Некоторые данные о структуре несимметричного обтекания крыльев с присоединенной головной ударной волной на передних кромках приведены в [3].

Ниже на основе полученного решения линейной задачи сверхзвукового обтекания V-образного крыла, произвольно ориентированного в потоке под малыми углами атаки и скольжения, определен полный спектр соответствующих нелинейных ударно-волновых структур, существующих в возмущенном крылом коническом сверхзвуковом течении, в том числе ранее в литературе не описанных [4, 5].

Один из таких режимов обтекания характеризуется выпуклой головной ударной волной, присоединенной к передним кромкам крыла, и внутренним скачком уплотнения, падающим из единственной, при таком несимметричном обтекании, точки ветвления на одну из консолей крыла. Причем на ту, которая по отношению к компоненте скорости невозмущенного потока, определяющей угол скольжения крыла, является подветренной.

Второй режим реализуется при регулярном взаимодействии скачков уплотнения, присоединенных к передним кромкам. В этом случае после взаимодействия скачок уплотнения, пришедший от передней кромки наветренной консоли крыла, преобразуется на параболической линии течения за ним в криволинейную ударную волну, нормально падающую на подветренную консоль крыла. В свою очередь скачок уплотнения, пришедший от передней кромки подветренной консоли крыла, также становится криволинейным на параболической линии однородного потока за ним, но не падает на наветренную консоль, а заканчивается на конусе Маха однородного потока, предшествовавшего указанному скачку уплотнения.

Указанные режимы обтекания реализуются, когда ударный слой образуется на стороне крыла с углом раскрытия, меньшим π . Установлено также, что внутренний скачок уплотнения может реализоваться и в случаях, когда стороной сжатия является сторона крыла с углом раскрытия, большим π .



Фиг. 1. V-образное крыло в связанной системе координат x, y, z , ϑ – углы атаки и скольжения

1. Постановка и решение краевой задачи. Рассмотрим сверхзвуковое обтекание конического V-образного крыла с углом раскрытия γ и углом β при вершине его консолей (фиг. 1). Декартова система координат x, y, z помещена своим началом в носик крыла. Ось x совпадает с центральной хордой крыла и направлена вниз по потоку. Плоскость $z = 0$ – плоскость симметрии крыла. При малых углах атаки α и скольжения ϑ единичный вектор \vec{u} скорости невозмущенного потока в линеаризованном виде имеет координаты $\vec{u} = \{1, \alpha, \vartheta\}$. Ниже будут рассмотрены режимы обтекания крыла со сверхзвуковыми передними кромками, для реализации которых угол при вершине консоли крыла и число Маха должны удовлетворять соотношению $\text{tg} \beta > (M^2 - 1)^{-1/2}$.

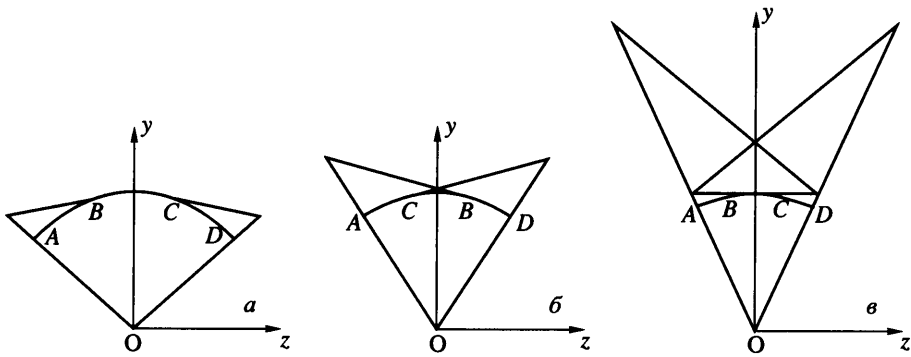
Поскольку в задаче отсутствует характерный линейный размер, возмущенное течение является коническим. В конических переменных

$$\xi = \sqrt{M^2 - 1} \frac{y}{x} = r \cos \theta, \quad \eta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{z}{x} = r \sin \theta \quad (1.1)$$

уравнение для возмущения любого из газодинамических параметров, к которому приводится система уравнений движения идеального газа в результате линеаризации, преобразуется в уравнение смешанного типа: гиперболического типа вне круга $r = 1$ и – эллиптического типа внутри него. Здесь $r = 1$ – образ поперечного сечения конуса Маха невозмущенного потока с вершиной в начале координат плоскостью $x = 1$.

На фиг. 2, a, b изображены две возможные структуры характеристических кривых в сечении $x = 1$. Первая отвечает случаю расположения внешнего волнового фронта над плоскостью передних кромок крыла, когда в границу возмущенной области входит дуга BC образа конуса Маха $ABCD$. Вторая – случаю пересечения следов характеристических плоскостей в точке E до того, как они, не отражаясь от консолей крыла, коснутся в точках C и B дуги конуса Маха.

В областях, ограниченных отрезками характеристик, идущих от передних кромок крыла, дугами конуса Маха и поверхностью крыла, возмущения газодинамических параметров легко рассчитываются. Это линейные члены в разложениях параметров за присоединенными к передним кромкам ударными волнами либо за центрированными волнами разрежения, по малым углам атаки α и скольжения ϑ крыла, а также их комбинации аддитивного типа.



Фиг. 2. Схемы обтекания крыльев с углом раскрытия $\gamma < \pi$ в плоскости $x = \text{const}$ при различном числе отражений возмущений, идущих с передних кромок, от поверхности крыла

Таким образом, неизвестными остаются лишь возмущения газодинамических параметров в области, ограниченной дугой конуса Маха и поверхностью крыла, где соответствующие уравнения в конических переменных (1.1) являются уравнениями эллиптического типа. Эти уравнения после применения преобразования Чаплыгина (преобразование радиусов-векторов), отображающего, в частности, внутренность круга $r \in [0, 1]$ на внутренность круга $R \in [0, 1]$:

$$r = 2R/(1 + R^2) \tag{1.2}$$

сводятся к уравнению Лапласа в области, ограниченной дугой окружности $R = 1$ (фиг. 2, дуги $ABCD$ (а) и $ACBD$ (б)) и следами консолей крыла OA и OD .

Как и в [1], будем решать уравнение Лапласа для возмущения давления p , отнесенного к давлению в невозмущенном потоке, что упрощает качественный анализ задачи. В зависимости от того, какая структура характеристических линий в возмущенной области имеет место, краевому условию на дуге окружности $R = 1$ будут отвечать различные кусочно-постоянные распределения p . Краевое условие для p на радиусах OA ($\theta = \gamma_1 + \gamma$) и OD ($\theta = \gamma_1$) (фиг. 2), следующее из условия непротекания, имеет вид

$$\left. \frac{\partial p}{\partial h} \right|_{h=0} = 0, \quad \gamma_1 = \frac{\gamma(\sigma - 1)}{2}, \quad \sigma = \frac{\pi}{\gamma} \tag{1.3}$$

Здесь h – расстояние, отсчитываемое по нормали к поверхности крыла. В результате последовательных преобразований

$$z_2 = [z_1 \exp(-i\gamma_1)]^\sigma, \quad z_3 = -i \frac{z_2 + 1}{z_1 - 1}, \quad z_1 = R \exp(i\theta) \tag{1.4}$$

придем к отысканию голоморфной функции

$$F(z_3) = \frac{\partial p}{\partial x_3} - i \frac{\partial p}{\partial y_3} \tag{1.5}$$

с заданным распределением ее действительной части на оси x_3 .

Используя формулу М.В. Келдыша и Л.И. Седова [6] с учетом краевых условий для функций (1.5), найдем выражение для $F(z_3)$ вдоль мнимой оси

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x_3} - i \frac{\partial p}{\partial y_3}\right)\Big|_{x_3=0} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p' y_3 dx_3}{x_3^2 + y_3^2} - \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p' x_3 dx_3}{x_3^2 + y_3^2} \quad (1.6)$$

Здесь $p' \equiv dp/dx_3$ вычисляется на действительной оси. Так как в силу (1.3) и (1.4) p' – нечетная функция своего аргумента, из (1.6) получим соотношение для распределения возмущения давления на поверхности крыла внутри конуса Маха в виде

$$p = p_L + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} p' \arctg\left(\frac{y_3}{x_3}\right) dx_3 \quad (1.7)$$

В (1.7) p_L – возмущение давления за скачком уплотнения (волной разрежения), присоединенным к передней кромке левой консоли крыла (фиг. 1). Функция $p(x_3)$ – линейная комбинация двух функций Хевисайда, аргументы которых обусловлены последовательностью характерных точек B и C на дуге конуса Маха (фиг. 2). Следовательно, p' – комбинация дельта функций с аргументами x_{3B} и x_{3C} , которые, согласно первому из преобразований (1.4) и (1.7), суть координаты точек, прообразами которых являются точки, симметричные точкам B и C относительно оси x_2 .

Вычисляя интеграл в (1.7), найдем формулу для распределения возмущения давления на поверхности крыла в эллиптической области конического течения, справедливую как в случае реализации структуры характеристических линий, изображенной как на фиг. 2, а, так и на фиг. 2, б

$$p = p_L \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \arctg \left[\frac{y_3(x_{3B} - x_{3C})}{x_{3B}x_{3C} + y_3^2} \right] \right\} + \frac{2}{\pi} (p_R - p_L) \arctg\left(\frac{y_3}{x_{3C}}\right) \quad (1.8)$$

Здесь p_R – возмущение давления за скачком уплотнения (волной разрежения), присоединенным к передней кромке правой консоли крыла (фиг. 1).

Принимая во внимание связи (1.3), (1.4), в соответствии с которыми

$$x_{3B} = \frac{1}{x_{3C}} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_C}{2}\right), \quad \varphi_C = \sigma \arcsin\left(\frac{\sqrt{M^2 \sin^2 \beta - 1}}{\sin \beta \sqrt{M^2 - 1}}\right) < \pi \quad (1.9)$$

где φ_C – полярный угол образа точки C (фиг. 2, а, б) в плоскости комплексной переменной z_2 , из (1.8) найдем распределение давления на отрезках OA ($\theta = \pi - \gamma_1$, $y_3 = (1 - R^\sigma)/(1 + R^\sigma)$) левой и OD ($\theta = \gamma_1$, $y_3 = (1 + R^\sigma)/(1 - R^\sigma)$) правой консолей крыла (верхние и нижние знаки соответственно):

$$p = p_L \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left[\operatorname{ctg} \varphi_C \frac{(1 - R^{2\sigma})}{(1 + R^{2\sigma})} \right] \right\} + \frac{2}{\pi} (p_R - p_L) \arctg \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_C}{2} \right) \frac{(1 \mp R^\sigma)}{(1 \pm R^\sigma)} \right] \quad (1.10)$$

Если реализуется структура с одним ($j = 1$) (фиг. 2, в) или несколькими отражениями характеристических линий от поверхности крыла, то соответственно будем иметь

$$x_{3B} = 1/x_{3C} = \operatorname{tg}((\varphi_C + j\pi)/2), \quad j\pi \leq \varphi_C \leq (1 + j)\pi \quad (1.11)$$

где φ_C определяется формулой (1.9). Опуская выкладки, выпишем выражение для коэффициента давления C_p на левой (верхний знак) и на правой (нижний знак) консолях

в случае произвольного числа j отражений от поверхности крыла характеристик, идущих с передних кромок.

$$C_p = j(C_{p_L} + C_{p_R}) + C_{p_j} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left[\operatorname{ctg} \varphi_C \frac{(1 - R^{2\sigma})}{(1 + R^{2\sigma})} \right] \right\} + \frac{2}{\pi} (C_{p_R} - C_{p_L}) \arctg \left[\operatorname{tg} \left((-1)^j \frac{\varphi_C}{2} + j \frac{\pi}{2} \right) \frac{(1 \mp R^\sigma)}{(1 \pm R^\sigma)} \right] \quad (1.12)$$

$$C_{p_j} = \begin{cases} C_{p_L}, & j = 2k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ C_{p_R}, & j = 2k + 1 \end{cases}$$

Коэффициенты давления в окрестности передних кромок крыла вычисляются по формуле Аккерета:

$$C_{p_{L,R}} = \frac{2u_n^2}{\sqrt{M_n^2 - 1}} \alpha_{L,R}, \quad (1.13)$$

$$u_n = \sin \beta, \quad M_n = M \sin \beta, \quad \alpha_{L,R} = -\frac{1}{\sin \beta} \left[\alpha \sin \left(\frac{1}{2} \gamma \right) \pm \vartheta \cos \left(\frac{1}{2} \gamma \right) \right]$$

Здесь u_n и M_n – главные члены нормальной к передним кромкам составляющей скорости невозмущенного потока \mathbf{u} и соответствующее число Маха, $\alpha_{L,R}$ – углы атаки составляющих скорости \mathbf{u} в плоскостях, перпендикулярных соответственно левой и правой передним кромкам. Верхний знак относится к левой, а нижний – к правой передней кромке (фиг. 1).

2. Примеры расчета. О режимах обтекания V-образных крыльев со сверхзвуковыми передними кромками при наличии угла скольжения. На фиг. 3, *a* приведены примеры распределения коэффициента давления по размаху V-образного крыла ($\gamma = 160^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $M = 3$), когда около крыла реализуется структура характеристических кривых, отвечающая обтеканию с выпуклой в сторону невозмущенного потока головной ударной волной (фиг. 2, *a*). Коэффициент давления C_p рассчитан с использованием соотношения (1.10), l – координата по размаху крыла в сечении $x = 1$, отнесенная к $\operatorname{tg} \beta$. Отрицательные и положительные значения l отвечают левой и правой консолям крыла.

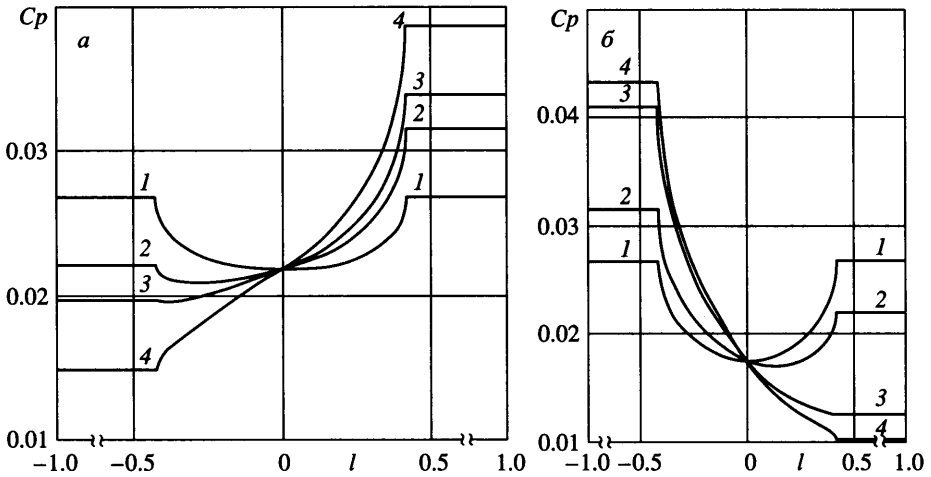
В случае симметричного обтекания (фиг. 3, *a*, кривая 1) в ударном слое реализуется непрерывное течение. Давление в эллиптической области конического потока ниже давления около передних кромок крыла за присоединенными к ним скачками уплотнения.

Подобным же образом устроено течение в ударном слое и при распределениях давления на поверхности крыла (кривые 2, 3 на фиг. 3, *a*). Давление в окрестности дуг конуса Маха на обеих консолях падает в сторону центральной хорды крыла при разных его уровнях в областях однородных потоков, примыкающих к передним кромкам. При рассматриваемых режимах обтекания давление в окрестности правой кромки всегда выше, чем давление в окрестности левой передней кромки, что обусловлено углом раскрытия крыла $\gamma < \pi$ и положительными значениями угла скольжения ϑ (фиг. 1).

Пересечение кривых $C_p(\vartheta, l)$ в точке $l = 0$ указывает, что в рамках линейной теории давление в точке излома контура крыла не зависит от угла скольжения. Действительно, в соответствии с (1.12), (1.13) давление в этой точке определяется по формуле

$$C_p(\vartheta, 0) = \frac{\varphi_C}{\pi} (C_{p_R} + C_{p_L}) = -\frac{4\varphi_C u_n^2}{\pi \sqrt{M_n^2 - 1}} \frac{\sin(\gamma/2)}{\sin \beta} \alpha, \quad 2\varphi_C < \pi \quad (2.1)$$

и зависит лишь от угла атаки.



Фиг. 3. Распределение коэффициента давления на поверхности крыла в сечении $x = \text{const}$. При $M = 3$, $\beta = 40^\circ$, $\alpha = -2^\circ$, $\gamma = 160^\circ$, $\vartheta = 0, 2, 3$ и 5° (а, кривые 1–4) и $\gamma = 200^\circ$, $\vartheta = 0, 2, 6$ и 7° (б, кривые 1–4)

Качественно другой характер распределения давления на поверхности V-образного крыла, обтекаемого с выпуклой головной ударной волной (фиг. 2, а), реализуется в случае, описанным кривой 4 (фиг. 3, а). Наблюдается монотонный рост давления от значения за скачком уплотнения, присоединенным к левой передней кромке крыла, до значения за скачком уплотнения, присоединенным к правой передней кромке. Это свидетельствует о специальной структуре возмущенного течения при соответствующих режимах обтекания, отличной от схемы обтекания с выпуклой головной ударной волной и непрерывным течением в ударном слое.

Структура конического течения в окрестности параболической линии, разделяющей области однородного и неоднородного потоков, определяется поведением линейного решения [4]. А именно: в тех случаях, когда давление в линейном решении растет от конуса Маха внутрь эллиптической области, в нелинейной задаче во внешней окрестности параболической линии будет существовать ударная волна, а когда давление падает, реализуется течение расширения. Другими словами, на конусе Маха однородного потока коническое течение не может безударно переходить в течение сжатия.

Монотонный рост давления на поверхности рассматриваемого V-образного крыла, обтекаемого с положительным углом скольжения ϑ (фиг. 1), в эллиптической области конического течения от точки А к точке D (фиг. 2, а), согласно (1.1), (1.2), (1.12), (1.13), будет иметь место, когда производная dC_p/dl на левой консоли крыла, вычисленная на внутренней границе эллиптической области поменяет знак, характерный для симметричного обтекания крыла. Для определения режимов перехода от обтекания с непрерывным течением в ударном слое к обтеканию с внутренним скачком уплотнения воспользуемся формулой (1.10). Разрешая уравнение $dp/dR = 0$ при $R = 1$ относительно $K \equiv \alpha/\vartheta$, найдем соотношение для K_{L0} , отвечающее реализации указанных переходных режимов течения в ударном слое около левой консоли крыла:

$$K_{L0} = -\frac{\text{ctg}(\gamma/2)}{\cos\varphi_C}, \quad 2\varphi_C < \pi \quad (2.2)$$

При дальнейшем увеличении угла скольжения (фиг. 3, а, $\vartheta > 5^\circ$), если передние кромки по-прежнему будут сверхзвуковыми, наступит режим обтекания, когда левая

консоль крыла будет направлена по потоку, а присоединенный к ее передней кромке скачок уплотнения вырождается в характеристику ($Cp_L = 0$). В соответствии с (1.13) это произойдет при

$$K = K_{L1} = -\text{ctg}(\gamma/2) \quad (2.3)$$

Выпишем аналогичные (2.2) и (2.3) формулы для правой консоли крыла:

$$K_{R0} = \frac{\text{ctg}(\gamma/2)}{\cos\varphi_C}, \quad 2\varphi_C < \pi; \quad K_{R1} = \text{ctg}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (2.4)$$

Так как K_{R0} и K_{R1} больше нуля, то соответствующие режимы обтекания реализуются при $\alpha > 0$, когда верхняя сторона крыла (фиг. 1) располагается в области расширения невозмущенного потока, и при симметричном обтекании в окрестности дуг AB и CD конуса Маха (фиг. 2, *a*) образуются ударные волны, опирающиеся на поверхность крыла. Значит, $K = K_{R0}$ является линией перехода от ударного к безударному течению в слое около правой консоли крыла при увеличении угла скольжения и $\gamma < \pi$ (фиг. 2, *a*), а $K = K_{R1}$ – от режимов с центрированной волной разрежения к режимам с ударной волной на правой передней кромке.

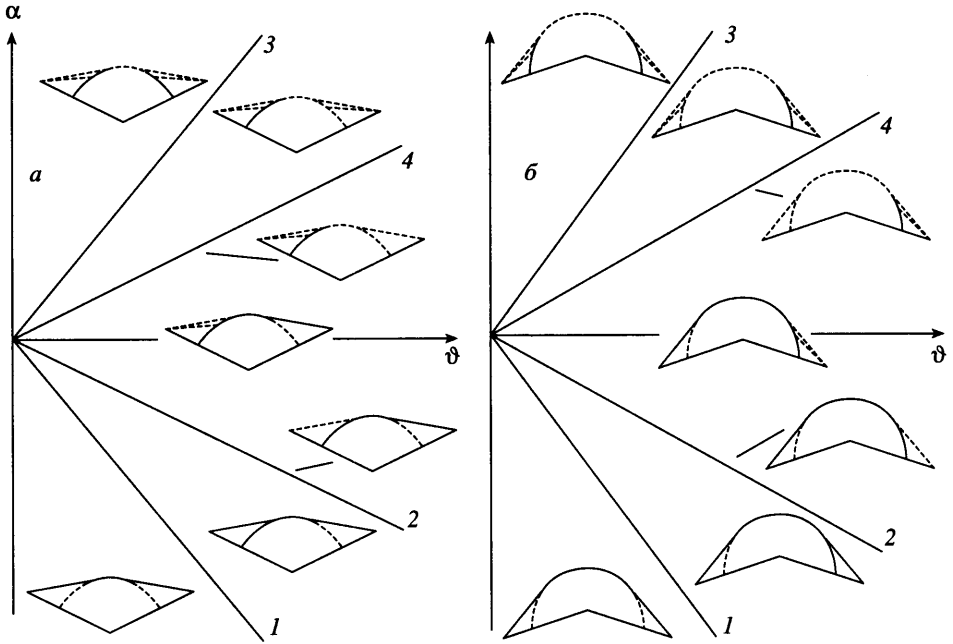
На фиг. 4, *a* качественно изображены ударно-волновые конфигурации, которые реализуются в правой полуплоскости (ϑ, α) согласно решению (1.10) при картине характеристических линий, изображенной на фиг. 2, *a*. Они существенно расширяют имеющиеся представления о течениях в возмущенной области, базирующиеся на результатах исследований симметричного обтекания V -образных крыльев [1, 2, 4, 5, 7, 8].

При указанных в (2.2) значениях φ_C и $\gamma < \pi$ прямая, проходящая в плоскости (ϑ, α) через начало координат с угловым коэффициентом $K_{L0} < 0$ (фиг. 4, *a*, прямая 1), делит на две подобласти сектор $-\infty < K < K_{L1}$, ограниченный полуосью отрицательных значений угла атаки и прямой 2, в котором около крыла заданной геометрии имеют место режимы обтекания с выпуклой головной ударной волной, присоединенной к передним кромкам. В одной подобласти $-\infty < K < K_{L0}$ реализуется непрерывное течение в ударном слое. В другой $K_{L0} < K < K_{L1}$ – около левой консоли крыла в окрестности дуги конуса Маха будет существовать внутренний скачок уплотнения.

С выпуклой головной ударной волной известны лишь режимы обтекания крыла с непрерывным течением в ударном слое. Согласно результатам и аналитических, и численных исследований [7, 8], давление вдоль выпуклой ударной волны (главная часть уровня давления на поверхности крыла) падает в сторону плоскости симметрии крыла от точек сопряжения с плоскими скачками уплотнения, присоединенными к передним кромкам.

На режимах обтекания с углами атаки и скольжения из области $K_{L0} < K < K_{L1}$ над левой консолью крыла реализуется падение слабого скачка малой интенсивности на ударную волну с дозвуковым течением за ней. В образующейся точке ветвления трехударной конфигурации будет иметь место структура, описанная в [9]. Причем, поскольку число Маха составляющей скорости невозмущенного потока, нормальной лучу, проходящему через точку ветвления, близко к единице, головная ударная волна, выходящая из точки ветвления в сторону правой передней кромки, будет иметь точку перегиба. На прямой 2 (фиг. 4, *a*) описанный режим обтекания переходит в течение, когда левая консоль крыла может считаться плоскостью симметрии при обтекании крыла с углом раскрытия 2γ .

В области, ограниченной осью $\vartheta = 0$ и прямой 3 с угловым коэффициентом K_{R0} (2.4), реализуются известные из теории симметричного обтекания V -образных крыльев схемы течения с волнами Прандтля–Майера на передних кромках крыла и двумя скачками уплотнения, которые образуются в окрестности дуг AB и CD конуса Маха (фиг. 2, *a*) и опираются на консоли крыла.



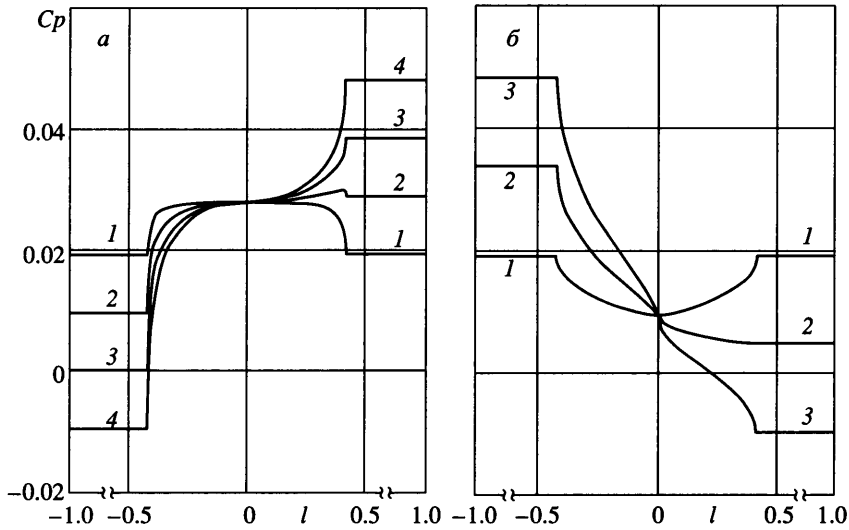
Фиг. 4. Схемы обтекания крыльев в различных областях изменения углов атаки и скольжения. Крылья с углом раскрытия $\gamma < \pi$ (а) и $\gamma > \pi$ (б) при $\varphi_C < \pi/2$. Сплошные линии – ударные волны, штриховые линии – характеристики, дуги конусов Маха, волны Прандтля–Майера

При $K_{L0} < K < K_{R0}$ (фиг. 4, а, справа от прямых 1 и 3) на всех режимах, согласно (1.10), давление на поверхности крыла монотонно растет от левой к правой передней кромке. На прямой 4, как и на прямой 2, реализуется обтекание крыла с углом раскрытия 2γ под эффективным углом атаки $\sqrt{\alpha^2 + \vartheta^2}$. Плоскостью симметрии течения около воображаемого крыла здесь является правая консоль, а возмущенная область около крыла – стороной разрежения.

Как следует из соотношений (2.2) – (2.4), при $\gamma \rightarrow \pi$ (снизу) область изменения углов атаки и скольжения между прямыми 1 и 3 (фиг. 4, а), где реализуются особые режимы течения с монотонным ростом давления от левой к правой передней кромке, уменьшается и при $\gamma = \pi$ перестает существовать. Следовательно, около плоского треугольного крыла со сверхзвуковыми передними кромками при любых углах атаки и скольжения будут наблюдаться те же структуры течения в возмущенной области, что и при симметричном обтекании.

Режимы течения с внутренним скачком уплотнения около одной из консолей крыла при наличии выпуклой головной ударной волны будут существовать и при угле раскрытия $\gamma > \pi$. Согласно (1.13), в таких случаях $C_{pL} > C_{pR}$ и всегда найдется $K = K_{R0}$ (2.4), где осуществится переход от непрерывного течения в ударном слое к течению со скачком уплотнения в окрестности дуги конуса Маха на правой консоли крыла.

На фиг. 3, б представлены распределения коэффициента давления на противоположной стороне уже рассмотренного выше крыла (фиг. 3, а), когда она является стороной сжатия. При угле раскрытия крыла $\gamma > \pi$ головная ударная волна выпукла навстречу набегающему потоку, а давление в окрестности конуса Маха падает в сторону



Фиг. 5. Распределение коэффициента давления на поверхности крыла в сечении $x = \text{const}$. При $M = 3$, $\beta = 40^\circ$, $\alpha = -2^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\vartheta = 0, 1, 2, 3^\circ$ (а, кривые 1–4) и $\gamma = 270^\circ$, $\vartheta = 0, 1.5, 3^\circ$ (б, кривые 1–3)

центральной хорды на симметричном и близких к нему режимах обтекания (кривые 1, 2). В соответствии с (2.4) при $\alpha = -2^\circ$ переход от непрерывного течения в ударном слое к течению со скачком уплотнения происходит при $\vartheta_{R0} \approx 5.9^\circ$. Следовательно, в нелинейном решении при $\vartheta > \vartheta_{R0}$ на правой консоли крыла будет существовать внутренняя ударная волна (фиг. 3, б, кривые 3 и 4).

Представляет интерес производная давления в окрестности точки излома крыла. Дифференцируя (1.10), найдем при $l \rightarrow 0$ ($R \rightarrow 0$) соответствующую асимптотику:

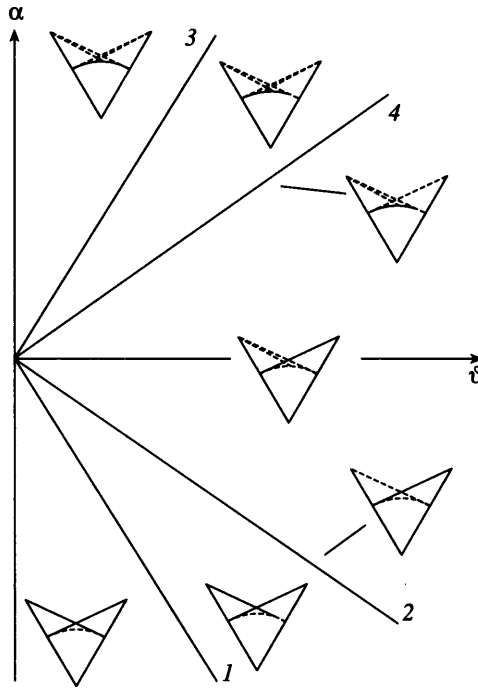
$$\left. \frac{dCp}{dl} \right|_{l>0} \rightarrow \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{M^2 - 1} \operatorname{tg} \beta \sin \varphi_c (Cp_R - Cp_L) R^{\sigma-1} \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует, что при $\gamma \leq \pi$ на центральной хорде крыла имеет место нулевая производная давления (при $\gamma = \pi$, согласно (1.13), $Cp_R = Cp_L$), а при $\gamma > \pi$ (фиг. 3, б) она равна $-\infty$ (при $\vartheta > 0$ $Cp_L > Cp_R$). Асимптотическая зависимость производной давления от R (2.5) с точностью до постоянного множителя совпадает с решением для скорости плоского течения несжимаемой жидкости в угле γ .

На фиг. 4, б качественно изображены ударно-волновые конфигурации около крыла с углом раскрытия $\gamma > \pi$, существующие в нелинейной задаче в различных областях правой полуплоскости (ϑ, α). В рассматриваемом случае прямые 1 и 2 имеют угловые коэффициенты K_{R0} и K_{R1} (2.4), а прямые 3 и 4 – K_{L0} и K_{L1} (2.2), (2.3) соответственно.

Рассмотрим режимы обтекания, когда при $\vartheta \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$ имеет место регулярное пересечение характеристик, идущих с передних кромок, и их касание конуса Маха невозмущенного потока без предшествующего отражения от консолей крыла с углом раскрытия $\gamma < \pi$ (фиг. 2, б).

На фиг. 5, а распределение давления, описываемое кривой 1, свойственно симметричному обтеканию V-образного крыла с углом раскрытия $\gamma < \pi$, когда головная ударная волна располагается ниже плоскости передних кромок [7, 8]. Наблюдающему здесь повышению давления от конуса Маха в сторону центральной хорды крыла в не-



Фиг. 6. Схемы обтекания крыльев в различных областях изменения углов атаки и скольжения. Крылья с углом раскрытия $\gamma < \pi$ при $\varphi_c > \pi/2$. Обозначения те же, что и на фиг. 4

линейной теории отвечает существование нормально падающих на консоли крыла в окрестности дуг AC и BD конуса Маха скачков уплотнения при наличии регулярного взаимодействия ударных волн, присоединенных к передним кромкам крыла (фиг. 2, б).

Повышение давления в эллиптической области конического течения от точек A и D в сторону центральной хорды имеет место и при $\vartheta = 1^\circ$ от разных уровней в окрестности передних кромок (фиг. 5, а, кривая 2). В соответствии с [4], в подобных случаях будут существовать внутренние скачки уплотнения, опирающиеся на поверхность крыла.

Необычны, как и на крыле с углом раскрытия $\gamma = 160^\circ$, распределения давления с монотонным ростом от левой передней кромки к правой (фиг. 5, а, кривая 3). Согласно этим данным, внутренняя ударная волна возле поверхности правой консоли крыла в окрестности дуги BD конуса Маха (фиг. 2, б) отсутствует.

На фиг. 6 приведены ударно-волновые конфигурации в различных областях правой полуплоскости (ϑ, α) , на существование которых указывает решение линейной задачи в случае, когда система характеристических линий имеет вид, изображенный на фиг. 2, б. В областях, ограниченных осью $\vartheta = 0$ и прямыми 1 ($K = K_{R0}$) и 3 ($K = K_{L0}$), соответственно реализуются режимы обтекания с регулярно взаимодействующими в окрестности плоскости симметрии V -образного крыла скачками уплотнения, идущими от передних кромок, преобразующимися затем в окрестности дуг AC и BD конуса Маха (фиг. 2, б) в криволинейные ударные волны, нормально падающие на консоли крыла, а также режимы – со взаимодействующими волнами Прандтля–Майера, центры которых расположены на передних кромках крыла, и с висящим в окрестности дуги CB конуса Маха (фиг. 2, б) скачком уплотнения [1, 2]. Перечисленные структуры течения характерны для симметричного обтекания V -образного крыла.

При $K_{R0} < K < K_{L0}$ (фиг. 6, справа от прямых 1 и 3) давление на крыле, согласно (1.12), монотонно растет от левой к правой кромке (фиг. 5, а, кривые 3, 4). На прямых 2 ($K = K_{L1}$) и 4 ($K = K_{R1}$) структура течения отвечает половине области возмущенного потока около крыла с углом раскрытия 2γ соответственно на режимах сжатия и расширения потока. В первом случае (прямая 2) левая консоль является плоскостью симметрии течения. На ней в окрестности левой передней кромки $Cp_L = 0$ (фиг. 5, а, кривая 3). Во втором случае (прямая 4) правая консоль – плоскость симметрии течения около крыла с углом раскрытия 2γ .

При $K_{L1} < K < K_{R1}$ (фиг. 6) на левой передней кромке крыла реализуется течение Прандтля–Майера, возмущающее ударную волну, присоединенную к правой передней кромке и нормально падающую на левую консоль (фиг. 5, а, кривая 4).

Из описанных режимов обтекания (фиг. 6) наиболее интересен режим, реализующийся при $K_{R0} < K < K_{L1}$ с отсутствующей в окрестности дуги BD конуса Маха (фиг. 2, б) ударной волной, нормально падающей на правую консоль крыла. При этом в ударном слое присутствует “проникший” плоский скачок уплотнения, заканчивающийся на конусе Маха. Он является “продолжением” скачка уплотнения, идущего от левой передней кромки, после его регулярного взаимодействия со скачком, идущим от правой передней кромки.

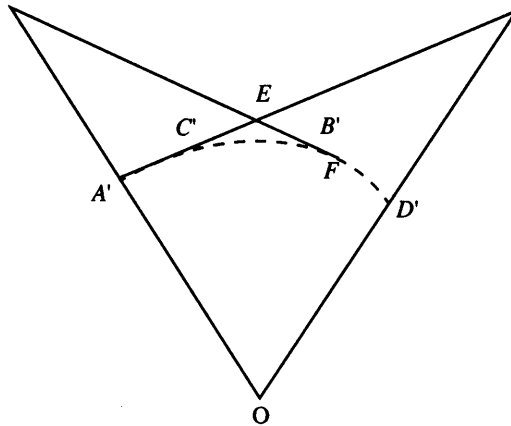
На первый взгляд, такой режим обтекания существовать не может. Однако рассмотрение нелинейной структуры течения указывает на возможность ее реализации. На фиг. 7 изображена упрощенная схема течения около V -образного крыла при углах атаки и скольжения из области $K_{R0} < K < K_{L1}$ (фиг. 6), A', C', B' и D' – образы точек A, C, B и D (фиг. 2, б) в нелинейной теории. E – точка регулярного взаимодействия скачков уплотнения, присоединенных к передним кромкам крыла. Штриховая кривая $C'B'$ – дуга конуса Маха однородного потока в области $C'B'E$. Контактный разрыв, в общем случае исходящий из точки E , не изображен. Штриховая кривая FD' – дуга конуса Маха однородного потока за плоским скачком уплотнения, присоединенным к правой передней кромке.

Поскольку число Маха однородного потока за скачком уплотнения $B'E$ (фиг. 7) меньше числа Маха однородного потока за присоединенным к правой передней кромке скачком уплотнения, то радиус OB' дуги $C'B'$ больше радиуса OF дуги FD' у соответствующих конусов Маха. Такое расположение отрезков параболических линий, граничащих с однородными потоками, разделенными плоским скачком уплотнения $B'E$, допускает ослабление и искривление последнего от точки B' к точке F , где он приобретает нулевую интенсивность.

Таким образом, при обтекании V -образного крыла со скольжением может существовать режим обтекания с “проникшим” в ударный слой после регулярного взаимодействия плоским скачком уплотнения, заканчивающимся не на стенке, а в потоке. Подобные структуры конического течения в литературе не описаны.

Так же, как и в случае обтекания крыла с углом раскрытия $\gamma = 160^\circ$ (фиг. 4а), рассмотрим обтекание противоположной стороны крыла с $\gamma = 90^\circ$, $\alpha = -2^\circ$. На фиг. 5, б переход от непрерывного течения в ударном слое (кривая 1) к течению со скачком уплотнения в окрестности дуги конуса Маха на правой консоли крыла происходит, согласно (2.4), при $\vartheta_{R0} \approx 1.46^\circ$. Таким образом, в нелинейном решении при $\vartheta_{R1} > \vartheta > \vartheta_{R0}$ на правой консоли крыла в окрестности дуги конуса Маха будет существовать ударная волна (фиг. 5, б, кривые 2, 3). В соответствии с (1.13), (2.3) $Cp_R = 0$ при $\vartheta_{R1} = 2^\circ$, при больших углах скольжения (кривая 3) на правой кромке крыла реализуется волна разрезания, взаимодействующая с выпуклой навстречу набегающему потоку ударной волной, присоединенной к левой передней кромке и нормально падающей на правую консоль крыла, на участке с дозвуковым коническим течением за ней.

Другие режимы обтекания рассматриваемого крыла могут быть определены по фиг. 4, б. Отметим также полное соответствие производной давления в точке излома



Фиг. 7. Конфигурация ударных волн на режимах обтекания с регулярным пересечением скачков уплотнения, идущих от передних кромок крыла, при углах атаки и скольжения из области, ограниченной прямыми 1 и 2 на фиг. 6

поперечного контура крыла асимптотике (2.5) при несимметричном обтекании крыла с углом раскрытия $\gamma > \pi$. Наличие бесконечной производной давления более выражено на фиг. 5, б, что обусловлено меньшим значением параметра $\sigma < 1$, чем у крыла с углом раскрытия $\gamma = 200^\circ$ (фиг. 3, б).

Проведенный анализ режимов обтекания V-образных крыльев со специальной структурой возмущенного течения, отличной от структуры при симметричном обтекании, справедлив в некоторой окрестности точки $(0, 0)$ плоскости (ϑ, α) . Определение границ этой окрестности, режимов обтекания при выходе из нее, а также особенностей структуры течения в ударном слое может быть осуществлено в основном лишь численными методами.

Заключение. Построена линейная теория обтекания V-образного крыла со сверхзвуковыми передними кромками под углами атаки и скольжения. На основе полученного решения линейной задачи в плоскости углов атаки и скольжения дана полная классификация областей существования различных нелинейных ударно-волновых структур возмущенного крылом сверхзвукового потока. Обнаружены ранее не описанные типы сверхзвуковых конических течений.

В частности, обнаружены режимы обтекания с монотонным ростом давления от одной кромки крыла к другой, как при головной ударной волне, расположенной выше плоскости передних кромок V-образного крыла, так и при регулярном взаимодействии ударных волн, присоединенных к передним кромкам. Выписаны соотношения, определяющие переходы между характерными режимами обтекания крыла.

В случае выпуклой головной ударной волны при указанном распределении давления в окрестности дуги конуса Маха однородного потока за ударной волной на подветренной консоли крыла, будет иметь место внутренний скачок уплотнения, исходящий из точки ветвления головной волны и нормально падающий на соответствующую консоль крыла, при этом в окрестности дуги конуса Маха на наветренной консоли крыла реализуется течение разрежения. Такого типа структура возмущенного течения может иметь место около крыла с углом раскрытия, как меньшим, так и большим π . Около плоского треугольного крыла указанная схема течения не существует.

В случае регулярного взаимодействия ударных волн, присоединенных к передним кромкам крыла, плоский скачок уплотнения в ударном слое над подветренной консолью переходит в окрестности конуса Маха в криволинейный, нормально падающий на поверхность крыла. Другой плоский скачок уплотнения, после регулярного взаимо-

действия разделяющий два однородных потока над наветренной консолью крыла на конусе Маха вырождается. Между точкой вырождения и консолью крыла от конуса Маха в сторону центральной хорды имеет место течение разрежения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 00-01-00234, 03-01-00041).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапыгин В.И., Остапенко Н.А. Обтекание подветренной стороны конического крыла сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 112–121.
2. Зубин М.А., Остапенко Н.А. Экспериментальное исследование некоторых особенностей сверхзвукового обтекания V-образных крыльев // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 4. С. 130–135.
3. Остапенко Н.А., Симоненко А.М. Некоторые структуры сверхзвуковых конических течений газа при обтекании V-образных крыльев со скольжением / Тез. докл. 9-й школы-семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики”. М.: Изд-во МГУ, 2001. С. 47–48.
4. Булах Б.М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970. 343 с.
5. Швец А.И. Сверхзвуковые летательные аппараты. М.: Изд-во МГУ, 1989. 240 с.
6. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 448 с.
7. Gonor A.L., Lapugin V.I., Ostapenko N.A. The conical wing in hypersonic flow // Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer, 1971. V. 8. P. 320–334.
8. Остапенко Н.А. Режимы сверхзвукового обтекания V-образных крыльев // Тр. мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 238–247.
9. Остапенко Н.А. О взаимодействии сильных ударных волн со слабыми скачками уплотнения малой интенсивности // Докл. РАН. 2000. Т. 372. № 2. С. 181–184.

Москва
Институт механики МГУ
E-mail: ostap@imec.msu.ru
simon@imec.msu.ru

Поступила в редакцию
22.XI.2002