

УДК 532.517.4

© 2004 г. В. Е. КОЗЛОВ, А. Б. ЛЕБЕДЕВ, Д. А. ЛЮБИМОВ, А. Н. СЕКУНДОВ

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРОМОЧНОМ ВИХРЕ

Проведен анализ применимости известной однопараметрической модели турбулентности Спаларта – Аллмараса, учитывающей эффекты кривизны линий тока и вращения (SARC), к описанию двухмерного турбулентного вихревого течения за кромкой крыла самолета и трехмерного взаимодействия кромочного вихря с выхлопными струями. Предложена модификация указанной модели турбулентности и проведено сравнение результатов численных расчетов с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: модель турбулентности, кромочный вихрь, критерий, вращение, кривизна линий тока, расчет.

Кромочные вихри возникают в следе за кромками крыльев самолета, и их интенсивность связана с подъемной силой крыла самолета. Интерес к этому течению связан с несколькими причинами. Прежде всего, кромочный вихрь за тяжелым самолетом затухает весьма медленно и представляет опасность для других самолетов, которые могут попасть в его след. Кроме того, эти вихри могут существенно изменять интенсивность смещения выхлопных струй с окружающим воздухом и, следовательно, могут влиять на уровень концентрации загрязняющих атмосферу вредных веществ, образующихся в двигательных струях.

Трудности теоретического описания течения в кромочном вихре связаны с весьма сильным эффектом подавления в нем турбулентности, причем этот эффект не учитывается традиционными моделями турбулентности. Эта проблема смыкается с более общей проблемой описания турбулентных течений при наличии вращения и/или кривизны линий тока в рамках полуэмпирических дифференциальных моделей турбулентности. Значительные трудности при решении такого рода задач возникают при попытках построения инвариантного по отношению к системам координат критерия, характеризующего кривизну и вращение. Один из возможных способов преодоления подобных трудностей описан в [1], где для описания указанных эффектов был предложен новый критерий, содержащий скорость изменения по времени угла наклона главных осей тензора скоростей деформаций $D\alpha/Dt$. Здесь α – угол между главными осями тензора скоростей деформаций и координатными осями инерциальной системы координат.

Заметим, что в предшествующих исследованиях для учета кривизны линий тока и вращения часто использовались неинвариантные выражения, типа U/R , где U – характерная скорость, а R – радиус кривизны линий тока.

Предложенный в [1] подход к моделированию турбулентных течений развит и распространен на трехмерные течения в [2], где был разработан следующий критерий E^* вращения и кривизны линий тока:

$$E^* = \frac{S_{jk}}{S_{mn}S_{mn}} (\omega_{ik} + \varepsilon_{ikj}\Omega_j) \frac{DS_{ij}}{Dt}$$

Здесь S_{ij} – тензор скоростей деформаций, ω_{ik} – тензор завихренности, Ω_j – вектор вращения системы координат. Известно [3], что производная DS_{ij}/Dt в общем случае

не является тензором и поэтому значение вышеприведенного выражения может быть неинвариантным, например, к вращению системы координат. Авторы настоящей статьи обратили внимание одного из соавторов [2] на этот дефект критерия E^* , и в следующей публикации [4] в него были внесены уточнения

$$E = \frac{S_{jk}}{D^4} (\omega_{ik} + \varepsilon_{ikj} \Omega_j) \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \Omega_n \right]$$

Здесь $D^2 = 0.5(S_{mn} S_{mn} + \omega_{mn} \omega_{mn})$. Заметим, что этот критерий по-прежнему не свободен от указанного в [3] дефекта и поэтому всегда должен вычисляться только в декартовой системе координат. Например, в случае расчета осесимметричного течения в цилиндрической системе координат необходимо предварительно произвести аналитические вычисления критерия E в декартовой системе координат, и лишь после этого полученный результат можно представить в переменных цилиндрической системы координат.

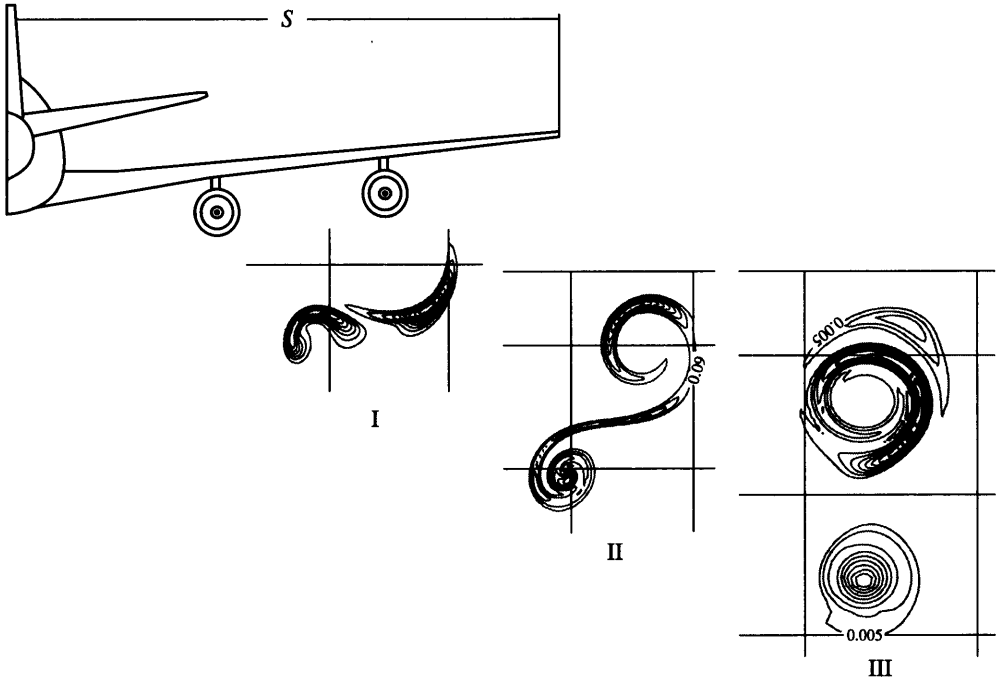
Критерий типа E применялся в [2, 4–6] для модификации известной однопараметрической S – A модели для турбулентной вязкости [7], и он показал неплохие результаты при описании влияния продольной кривизны поверхности на течение в турбулентном пограничном слое на криволинейной поверхности. Несколько хуже эта модифицированная однопараметрическая модель турбулентности с использованием критерия E (в дальнейшем SARC) описывала течение в канале с вращением [4]. Первые расчеты трехмерного течения в кромочном вихре [5, 6] качественно подтвердили применимость модели SARC и для этого типа течения, однако, детальное сравнение с экспериментом и анализ взаимодействия вихря с выхлопными струями в перечисленных публикациях отсутствуют. Данное исследование частично восполняет указанный пробел.

1. Взаимодействие кромочного вихря с выхлопными струями за самолетом. Предварительный анализ взаимодействия кромочного вихря с выхлопными струями за самолетом показал незначительность эффектов, связанных с силами плавучести и с бароклинными силами, а также со скоростной сжимаемостью. По этой причине указанные эффекты не учитывались. Для описания рассматриваемого взаимодействия использовалась квазитрехмерная система уравнений Рейнольдса в сочетании с моделью турбулентности SARC (см., например, [5]) и с уравнением энергии. Для решения системы уравнений использовался конечно-разностный метод [8, 9], обеспечивший пятый порядок аппроксимации конвективных слагаемых и второй порядок – диффузионных слагаемых.

В качестве примера был выполнен расчет взаимодействия кромочных вихрей с выхлопными струями для режима посадки типичного тяжелого пассажирского самолета со следующими параметрами: вес самолета 200 т, скорость $U = 60$ м/с, полуразмах крыла $S = 30$ м, хорда крыла $C = 10$ м. Распределения начальных параметров за кромкой крыла самолета (и за срезами двигательных сопел) вводились при $x/C = 0.3$. При этом использовались результаты предварительных расчетов и данные из [10]. В частности, завихренность ω_{ik} в следе за крылом определялась с помощью системы дискретных вихрей переменной интенсивности, расположенных вдоль кромки крыла.

Расчетные изотермы в плоскостях $x/C = 6, 15$ и 30 , представленные на фиг. 1, демонстрируют процесс вовлечения выхлопных струй вихревым течением и их сильную деформацию. Эта деформация струй, как показывают расчеты, может заметно интенсифицировать смешение струй на умеренных расстояниях от самолета ($x/C < 3 \cdot 10^2$), однако на больших расстояниях это влияние ослабевает.

Первоначально представлялось, что турбулентность в выхлопных струях, попадая в кромочный вихрь, может существенно ускорить его вязкое вырождение. Однако расчетный анализ показал, что эффекты подавления турбулентности вращательным дви-



Фиг. 1. Деформация контуров равных значений температуры в выхлопных струях кромочным вихрем за самолетом: I–III – $x/S = 2$ ($x/C = 6$), 5 (15), 10 (30)

жением оказываются сильнее, и влияние турбулентности струй на вращательную скорость в кромочном вихре практически отсутствует.

Численный анализ показал также незначительность взаимного влияния двух кромочных вихрей друг на друга на расстоянии $x/C \leq 2 \cdot 10^3$, особенно в случае крейсерского полета, когда циркуляция потока вокруг крыла в несколько раз меньше, чем на взлетном режиме. Эти результаты позволяют применять для анализа вихревого течения при умеренных расстояниях от самолета более простую постановку задачи, рассматривая одиночный изолированный осесимметричный вихрь.

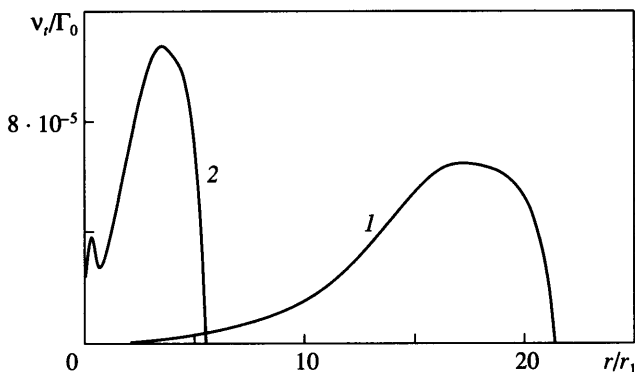
2. Осесимметричное течение в кромочном вихре. При описании одиночного изолированного осесимметричного вихря использовалась цилиндрическая система координат x, r . Предполагалось, что циркуляция на бесконечности отлична от нуля

$$\Gamma_0 = 2\pi \left[\oint W dr \right]_{r \rightarrow \infty} \approx 2\pi \left[rW(r) \right]_{r \rightarrow \infty}$$

Здесь W – вращательная компонента скорости. В ближнем следе за кромкой крыла может присутствовать неоднородность продольной компоненты скорости ΔU и отличная от нуля радиальная компонента скорости V , поэтому использовалась система уравнений [11] типа пограничного слоя для всех трех компонент скорости (U, V, W) и статического давления P . Течение предполагалось несжимаемым.

Рассматриваемая система уравнений пограничного слоя имеет два безразмерных параметра: избыточный импульс струи $\Delta J / (\rho \Gamma_0^2)$ и аналог числа Рейнольдса Γ_0 / ν . Здесь ρ – плотность

$$\Delta J = 2\pi \int_0^{\infty} [P - P_{\infty} + \rho u(u - U_{\infty})] y dy$$



Фиг. 2. Распределения коэффициента турбулентной вязкости в изолированном вихре для $x/c = 2 \cdot 10^3$: 1 – модель SARC [4], 2 – модифицированная модель

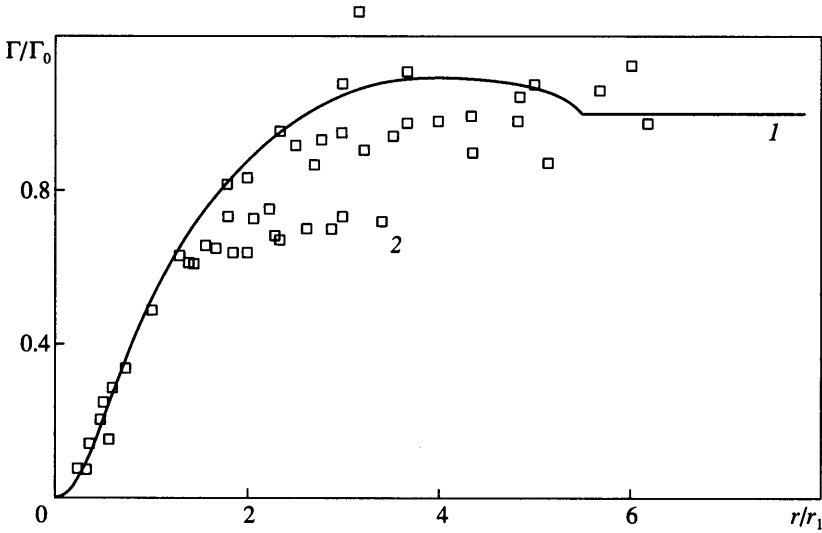
В случае крейсерского режима полета легкого самолета типичными являются следующие значения этих параметров: $\Delta J/(\rho \Gamma_0^2) \approx -0.5$, $\Gamma_0/\nu \approx 7 \cdot 10^5$. Для этого случая на фиг. 2 кривой 1 приведено радиальное распределение коэффициента турбулентной вязкости (v_t/Γ_0) в сечении $x/c = 2 \cdot 10^3$. Здесь r_1 – радиус, при котором тангенциальная компонента скорости достигает максимума. Видно, что максимум коэффициента турбулентной вязкости в случае использования модели SARC [4] расположен при $r/r_1 \approx 17$. То есть этот максимум удален от оси вихря на расстояние, в 17 раз превышающее удаление от оси максимума распределения тангенциальной компоненты скорости. Столь большая удаленность этих максимумов друг от друга представляется следствием некоторого несовершенства использованной модели турбулентности SARC. Вследствие этого радиальное распределение циркуляции $\Gamma(r/r_1)$ плохо согласуется с известными экспериментальными данными. Сомнения также вызывает и наличие вблизи оси вихря области с очень малыми значениями коэффициента турбулентной вязкости (много меньше коэффициента ламинарной вязкости). Отмеченные дефекты можно устранить путем сравнительно несложной модификации модели турбулентности SARC.

3. Модификация модели турбулентности SARC. Дополнительный множитель при члене с порождением в однопараметрической модели турбулентности S-A [7], учитывающий влияние вращения и кривизны линий тока, предложен в [2] в виде (при $C_4 = 0$)

$$F = \frac{2(1 + C_1)(R + C_4)}{(1 + C_4)(R + 1)} [1 - C_3 \arctg(C_2 E)] - C_1 \quad (3.1)$$

Здесь $R^2 = (S_{mn} S_{mn})/(\omega_{mn} \omega_{mn})$. В [2] предложены следующие значения коэффициентов: $C_1 = 1$, $C_2 = 12$, $C_3 = 1$. При отсутствии эффектов вращения и кривизны линий тока в простых течениях со сдвигом, например, в пограничных слоях, струях и следах, где $E = 0$, $R = 1$, соотношение (3.1) переходит в простое соотношение $F = 1$, т.е. модель SARC совпадает с оригинальной S-A моделью [7]. При малых значениях кривизны линий тока, например, в пограничном слое на слабо искривленной поверхности, $E \ll 1$, $R \approx 1$, и выражение в квадратных скобках соотношения (3.1) упрощается. При этом соотношение (3.1) принимает вид

$$F \approx 1 - (1 + C_1)C_2 C_3 E$$



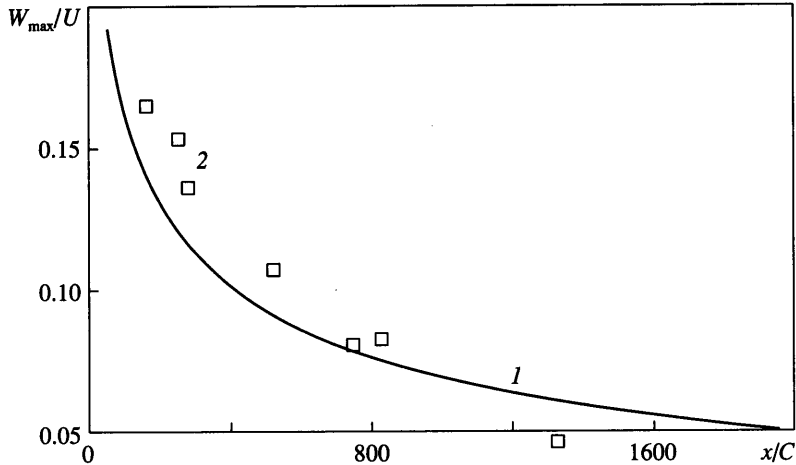
Фиг. 3. Распределения циркуляции в изолированном вихре при $x/C = 2 \cdot 10^3$: 1 – расчет, 2 – эксперимент [13]

Это означает, что влияние слабой кривизны в модели SARC зависит только от комбинации коэффициентов $(1 + C_1)C_2C_3 = 24$. Отмеченное в [4] хорошее согласование результатов расчетов по модели SARC с опытными данными для этого класса турбулентных течений свидетельствует о том, что, по крайней мере, эта комбинация в модельном соотношении (3.1) подобрана удачно. Учитывая все отмеченные предельные ситуации, были предложены новые соотношения для коэффициентов C_1 , C_2 , C_3 и C_4

$$C_1 = 0.09 \left(1 + 0.06 \frac{v_f}{v} \right), \quad C_3 = 0.55, \quad C_2 = \frac{24}{(1 + C_1)C_3}, \quad C_4 = 0.02$$

Кроме того, использовался ограничитель для функции $F \leq 2$, который не изменяет ее значений в случае малых значений кривизны линий тока.

4. Результаты расчетов с использованием модифицированной модели турбулентности. Кроме упомянутого выше случая крейсерского режима полета легкого самолета ($\Delta J/(\rho \Gamma_0^2) \approx -0.5$, $\Gamma_0/v \approx 7 \cdot 10^5$, [13]), были рассмотрены еще два режима. Это режим подлета к аэропорту тяжелого самолета ($\Delta J/(\rho \Gamma_0^2) \approx -0.5$, $\Gamma_0/v \approx 1.3 \cdot 10^7$). Это такой же самолет, как и в разделе 1 и режим, соответствующий модельному эксперименту [12] ($\Delta J/(\rho \Gamma_0^2) \approx 5$, $\Gamma_0/v \approx 5 \cdot 10^4$). Результаты расчетов режимов для легкого и тяжелого самолетов показали наличие автомодельных решений, реализующихся при $x/C \geq 10^3 - 2 \cdot 10^3$. Радиальное распределение турбулентной вязкости для модифицированного варианта модели турбулентности в случае крейсерского режима полета легкого самолета при $x/C = 2 \cdot 10^3$ представлено кривой 2 на фиг. 2. Видно, что максимум коэффициента турбулентной вязкости расположен при $r/r_1 \approx 3.5$. То есть удаленность этого максимума от оси вихря сократилась в результате модификации в 5 раз. Заметим, что теперь турбулентная вязкость вблизи оси вихря мала, но отлична от нуля.



Фиг. 4. Изменение вдоль оси кромочного вихря максимального значения вращательной компоненты скорости: 1 – расчет, 2 – эксперимент [13]

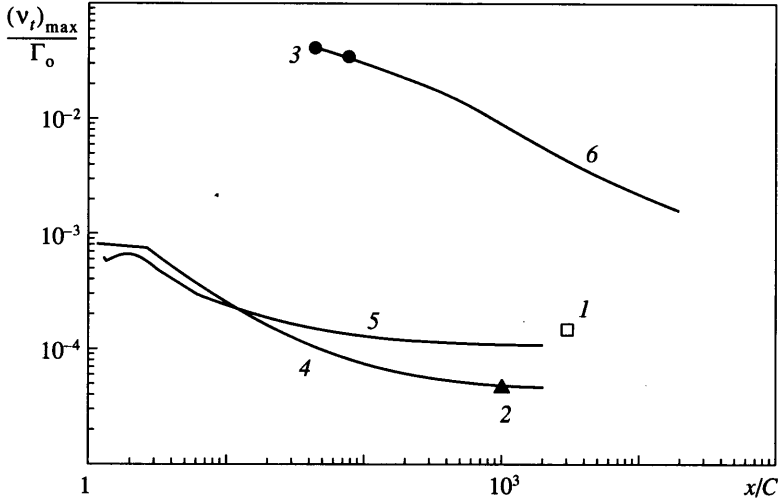
Радиальное распределение циркуляции $\Gamma(r/r_1)$ (см. фиг. 3) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [13]. Отметим важное отличие этого распределения от известного решения для ламинарного вихря Ламба [11], в котором циркуляция Γ по мере удаления от оси вихря монотонно приближается к единице. В турбулентном случае наблюдается область с $\Gamma(r) > \Gamma_0$ и, как это было отмечено в [11],

выполняется приближенное условие $\int_0^{\infty} (\Gamma/\Gamma_0 - 1) r dr \approx 0$.

Затухание вдоль вихря максимального значения тангенциальной компоненты скорости для легкого самолета представлено кривой 1 на фиг. 4. Значки 2 на фиг. 4 соответствуют опытным данным [13] для скорости полета 44.7 м/с. Видно хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных.

Изменения максимального значения безразмерной турбулентной вязкости $(\nu_t)_{max}/\Gamma_0$ вдоль оси вихря представлены на фиг. 5 для трех случаев: легкого и тяжелого самолетов и модельного эксперимента [12]. Видно, что автомодельные значения, полученные в расчете и соответствующие типичным случаям легкого и тяжелого самолетов, близки друг к другу и удовлетворительно согласуются с известными полетными экспериментальными данными [13, 14]. Расчетная зависимость, соответствующая случаю лабораторного эксперимента [12], существенно отличается от расчетных зависимостей для натуральных условий (легкий и тяжелый самолеты, см. фиг. 5). При численном моделировании лабораторного эксперимента турбулентная вязкость оказалась значительно больше, чем при численном моделировании полетных экспериментов. Кроме того, при этом автомодельности решения не достигается, по крайней мере, до $x/C < 2 \cdot 10^4$. Возможным объяснением этого может быть существенное различие параметров лабораторного и натурального течений. В частности, в модельном эксперименте вихрь создавался специальным устройством с вдувом струи на оси, в результате чего избыточный импульс был положительным, а начальный уровень турбулентной вязкости – повышенным.

Анализ результатов расчета других режимов вихревого течения, для которых в процессе счета реализовалось автомодельное решение, показал следующее. Максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости $(\nu_t)_{max}/\Gamma_0$ слабо зависит от



Фиг. 5. Изменение максимального значения турбулентной вязкости вдоль оси кромочного вихря: 1–3 – экспериментальные данные [14], [13], [12]; 4–5 – расчеты: для тяжелого и легкого самолетов, 6 – модельный эксперимент

параметра $\Delta J / (\rho \Gamma_0^2)$ и сильно от другого параметра Γ_0 / ν . Причем с ростом Γ_0 / ν величина $(v_t)_{\max} / \Gamma_0$ уменьшается, а величина $(v_t)_{\max} / \nu$ увеличивается.

Заключение. Численный анализ течения в кромочном вихре в следе за самолетом показал, что известная поправка в модели турбулентности на вращение и кривизну линий тока имеет некоторые дефекты и нуждается в коррекции. Предложенный авторами модифицированный вариант этой поправки дал хорошее согласование с известными экспериментальными данными. Представленные численные расчеты трехмерного взаимодействия выхлопных струй реального четырехдвигательного самолета с кромочным вихрем показали, что струи слабо влияют на затухание кромочного вихря. Напротив, кромочный вихрь заметно интенсифицирует смешение выхлопных струй.

Авторы выражают признательность Ф. Спаларту и М.Х. Стрельцу за полезное обсуждение результатов работы.

Исследование выполнялось при частичной финансовой поддержке Московского научно-технического центра Боинг и Российского фонда фундаментальных исследований (№ 01-01-0808).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Knight D.D., Saffman P.G. Turbulence model predictions for flows with significant mean streamline curvature // AIAA Paper. 1978. № 78–258. 11 p.
2. Spalart P.R., Shur M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature // Aerospace science and technology. 1997. V. 1. № 5. P. 297–302.
3. Седов Л.И. Понятия разных скоростей изменения тензоров // ПММ 1960. Т. 24. Вып. 3. С. 393–398.
4. Shur M., Strelets M.K., Travin A.K., Spalart P.R. Turbulence modeling in rotating and curved channels: Assessing the Spalart – Shur correction // AIAA Journal. 2000. V. 38. № 5. P. 784–792.
5. Спаларт Ф.Р., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Моделирование турбулентного вихревого следа за механизированным крылом // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 5. С. 64–72.
6. Спаларт Ф.Р., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Моделирование взаимодействия вихревой пары с поверхностью Земли // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 6. С. 52–62.

7. *Spalart P.R., Allmaras S.R.* A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1992. № 92-0439. 21 p.
8. *Rogers S.E., Kwak D.* Upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier – Stokes equations // AIAA Journal. 1990. V. 28. № 2. P. 253–262.
9. *Rogers S.E., Kwak D., Kiris C.* Steady and unsteady solutions of the incompressible Navier – Stokes equations // AIAA Journal. 1991. V. 29. № 4. P.603–610.
10. *Spalart P.R.* On the motion of laminar wing wakes in a stratified fluid // J. Fluid Mech. 1996. V.327. P.139–160.
11. *Сэффмэн Ф. Дж.* Динамика вихрей. М.: Научный мир, 2000. 375 с.
12. *Phillips W.R.C., Graham J.A.H.* Reynolds-stress measurements in a turbulent trailing vortex // J. Fluid Mech. 1984. V.147. P. 353–371.
13. *McCormick B.W., Tangler J.L., Sherrieb H.E.* Structure of trailing vortices // J. Aircraft. 1968. V.5. № 3. P. 260–267.
14. *Rose R., Dee F.W.* Aircraft vortex wakes and their effects on aircraft // Aeron. Research Council. Current Paper. 1965. № 795. 20 p.

Москва

Поступила в редакцию
27.V.2003