

ВИБРАЦИОННАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОЛОСТЯХ

Дается теоретическое описание осредненного вибрационного движения неизоотермической жидкости в равномерно вращающейся полости. Уравнения получены методом осреднения в приближении высоких частот вибраций. Обнаружено, что вращение существенно влияет как на интенсивность осредненных потоков, так и на структуру пульсационного поля скоростей, вызывающая резонансное усиление колебаний жидкости при определенных соотношениях частоты вращения и частоты осцилляций силового поля. Это делает вращение важным управляющим фактором, обеспечивающим сильный осредненный эффект при относительно слабом вибрационном воздействии. На основании полученных уравнений рассмотрена задача о возбуждении вибрационной конвекции во вращающемся плоском слое в случае, когда частота вибраций значительно превосходит частоту вращения.

Ключевые слова: неизоотермическая жидкость, вращение, вибрации, осредненные эффекты, вибрационная конвекция, теория.

К настоящему времени известны различные механизмы вибрационной тепловой конвекции. Осредненная конвекция неизоотермической жидкости в полости, совершающей высокочастотные поступательные вибрации, теоретически рассмотрена в [1]. При этом осредненный эффект определяется нелинейным взаимодействием осцилляционного поля скорости неоднородной по плотности жидкости с температурным полем. Поскольку осцилляции жидкости в переменном силовом поле связаны с неоднородностью плотности, эффект оказывается пропорциональным второй степени неоднородности плотности и определяется вибрационным параметром $R_V = (b\Omega\beta\Theta L)^2/2\nu\chi$, где Ω и b – частота и амплитуда поступательных колебаний полости, Θ – характерная разность температур, L – характерный размер полости, β , ν и χ – коэффициенты объемного расширения, кинематической вязкости и температуропроводности жидкости.

В случае комбинированных (поступательно-вращательных) вибраций качественно изменяется характер вибрационного воздействия [2, 3]. При наличии “изотермических” колебаний жидкости, вызванных угловыми качаниями полости и не связанных с неоднородностью плотности, проявляется новый вибрационный механизм, пропорциональный первой степени неоднородности плотности. При этом даже незначительные “изотермические” колебания жидкости, синхронизованные с интенсивными поступательными вибрациями, существенно изменяют структуру и характер вибрационной конвекции. В связанной с полостью неинерциальной системе отсчета осредненное действие комбинированных вибраций отчасти обязано своим появлением силе Кориолиса. Для описания нового механизма в [2] введен вибрационный параметр $R_K = b\Omega^2\beta\Theta\phi_0 L^3/2\nu\chi$, где ϕ_0 – амплитуда вращательных вибраций, произведение $\phi_0\Omega L$ характеризует амплитуду изотермической пульсационной компоненты скорости.

Роль квадратичного по $\beta\Theta$ механизма, характеризующегося параметром R_V , уменьшается с ростом относительной величины “изотермической” пульсационной компоненты скорости, и когда последняя значительно превосходит “неизоотермическую” компоненту, линейный по $\beta\Theta$ механизм становится основным, отвечающим за вибрационную тепловую конвекцию несжимаемой жидкости [4].

Осцилляции силового поля в системе отсчета полости возможны и при равномерном вращении полости в статическом силовом поле, например в поле силы тяжести,

если вращение происходит вокруг не вертикальной, а скажем, вокруг горизонтальной оси [5]. При этом в системе отсчета полости изменение силового поля происходит с частотой вращения, роль осциллирующей силы играет статическая (в лабораторной системе отсчета) сила тяжести. Этот механизм генерации осредненной тепловой конвекции экспериментально обнаружен и исследован в [6, 7]. Задача об осредненной конвекции в полости, вращающейся в стационарном поле [7], имеет прямое отношение к вопросу об осредненном воздействии массивного спутника на конвекцию в ядре вращающейся планеты (примером могут послужить Луна и Земля).

Актуальность исследования вибрационной тепловой конвекции во вращающихся системах определяется практическими приложениями, к примеру геофизическими. В подавляющем большинстве работ, касающихся тепловой конвекции во вращающихся системах, рассматриваются случаи, когда силовое поле остается неизменным [8, 9]. Классическими в этом смысле являются задачи о конвекции в полости, вращающейся в однородном поле силы тяжести вокруг вертикальной оси, либо о конвекции в осесимметричном поле при вращении вокруг оси симметрии. Однако на практике вращение нередко сопровождается осцилляциями силового поля в системе отсчета полости, а последнее может приводить к нетривиальным нелинейным явлениям – вибрационной тепловой конвекции.

В настоящей работе теоретически исследуется влияние вращения, распространенного осложняющего фактора, на вибрационную тепловую конвекцию. В отличие от комбинированных вибраций [2, 3], когда осредненное действие силы Кориолиса проявляется вследствие синхронного изменения направления углового вращения и силового поля, в равномерно вращающейся полости сила Кориолиса влияет на осредненное движение и вызываемые осциллирующим силовым полем колебания жидкости.

1. Уравнения осредненной конвекции. Рассмотрим полость, вращающуюся вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью $\Omega_r = \Omega_r \sigma$, где σ – единичный вектор направления вращения. Введем связанную с полостью, т.е. вращающуюся с угловой скоростью Ω_r , систему координат с осью y , направленной вдоль оси вращения полости. Пусть в неинерциальной системе отсчета полости действует эллиптически поляризованное высокочастотное силовое поле. Для простоты начнем с поля круговой поляризации, плоскости вращения которого перпендикулярна оси вращения полости, а статическое силовое поле (например, поле силы тяжести \mathbf{g}) будем считать параллельным оси вращения. В неинерциальной системе отсчета помимо силового поля $\mathbf{g}_v = g_v (\sin \Omega_v t \mathbf{i} + \cos \Omega_v t \mathbf{j})$, равномерно вращающегося в плоскости xz с угловой скоростью Ω_v , на жидкость действуют центробежная сила и сила Кориолиса.

Уравнения тепловой конвекции несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска в неинерциальной системе отсчета имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v} - \beta T (\mathbf{g} + \mathbf{g}_v + \Omega_r \times (\mathbf{r} \times \Omega_r)) + 2\mathbf{v} \times \Omega_r \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \chi \Delta T, \quad \text{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.2)$$

Здесь \mathbf{v} – скорость, p – давление, \mathbf{r} – радиус-вектор, проведенный из начала координат. На границе полости считается заданной температура и выполняется условие прилипания жидкости.

Остановимся на высокочастотных осцилляциях силового поля, когда характерные гидродинамические и тепловые времена задачи значительно превосходят период колебаний поля в неинерциальной системе отсчета, т.е. $\Omega_v L^2 / \nu \gg 1$ и $\Omega_v L^2 / \chi \gg 1$. При этом давление, температуру и скорость можно представить в виде сумм медленно меняющихся (отмечены звездочками) и быстро осциллирующих слагаемых:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \mathbf{u}, \quad T = T^* + \tau, \quad p = p^* + \xi \quad (1.3)$$

Следуя [3], представим пульсационное поле скорости в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathbf{u} = \frac{g_v}{\Omega_v} \beta (\mathbf{w}_1 \cos \Omega_v t - \mathbf{w}_2 \sin \Omega_v t) \quad (1.4)$$

Подставив (1.3), (1.4) в (1.1) и (1.2) и сохраняя только главные осцилляционные члены, получим систему уравнений для быстро осциллирующих компонент, из решения которой находим:

$$\text{rot } \mathbf{w}_1 = \nabla T \times \mathbf{i} + 2 \frac{\Omega_r}{\Omega_v} \frac{\partial \mathbf{w}_2}{\partial y}, \quad \text{rot } \mathbf{w}_2 = \nabla T \times \mathbf{k} - 2 \frac{\Omega_r}{\Omega_v} \frac{\partial \mathbf{w}_1}{\partial y} \quad (1.5)$$

$$\tau = -\frac{g_v}{\Omega_v^2} \beta (\mathbf{w}_1 \nabla T^* \sin \Omega_v t + \mathbf{w}_2 \nabla T^* \cos \Omega_v t) \quad (1.6)$$

После подстановки (1.3) – (1.6) в (1.1) и (1.2) и процедуры осреднения получим уравнения осредненной тепловой конвекции во вращающейся полости (звездочки над медленно меняющимися переменными опущены):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = & -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v} - \beta T (g + \Omega_r \times (\mathbf{r} \times \Omega_r)) + \\ & + 2 \mathbf{v} \times \Omega_r + \frac{g^2 \beta^2}{2 \Omega_v^2} ((\mathbf{w}_1 \nabla)(T\mathbf{i} - \mathbf{w}_1) + (\mathbf{w}_2 \nabla)(T\mathbf{k} - \mathbf{w}_2)) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) в совокупности с уравнением для теплопереноса, которое после осреднения имеет обычный вид (1.2), и уравнениями для пульсационных компонент скорости (1.5) образуют замкнутую систему для расчета осредненной тепловой конвекции в полости, совершающей равномерное вращение. Дополнительные соленоидальные векторные переменные \mathbf{w}_1 и \mathbf{w}_2 имеют смысл амплитуд пульсационных составляющих скорости, связанных с вибрационным воздействием на неизотермическую жидкость во вращающейся полости.

На границе полости должны выполняться условия:

$$T|_S = T_S, \quad \mathbf{v}|_S = 0, \quad \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{n}|_S = \mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{n}|_S = 0 \quad (1.8)$$

Здесь \mathbf{n} – вектор нормали к границе.

Выбрав в качестве единиц измерения расстояния, времени, скорости, давления и температуры соответственно характерный размер полости L , L^2/ν , χ/L , $\rho\nu\chi/L^2$ и характерную разность температур Θ , в пренебрежении центробежными силами выпишем уравнения вибрационной тепловой конвекции в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = & -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \boldsymbol{\gamma} + 2 \omega (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\sigma}) + \\ & + \text{R}_V ((\mathbf{w}_1 \nabla)(T\mathbf{i} - \mathbf{w}_1) + (\mathbf{w}_2 \nabla)(T\mathbf{k} - \mathbf{w}_2)) \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla T) = & \Delta T \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \text{div } \mathbf{w}_1 = 0, \quad \text{div } \mathbf{w}_2 = 0$$

Система (1.9) должна быть дополнена уравнениями для дополнительных векторных переменных \mathbf{w}_1 и \mathbf{w}_2 , которые в безразмерном виде не отличаются от (1.5). Здесь $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор, направленный противоположно вектору g .

В условиях сделанных приближений система уравнений, включающая (1.5) и (1.9), за исключением дополнительных членов, учитывающих действие силы Кориолиса, совпадает с уравнениями вибрационной тепловой конвекции при круговых маятниковых вибрациях [3] (с точностью до формы записи и после ряда упрощений последних, связанных с исключением слагаемых, учитывающих непоступательные вибрации).

Система (1.5), (1.9) с граничными условиями (1.8) описывает осредненную тепловую конвекцию несжимаемой жидкости во вращающейся со скоростью Ω_r полости, вызываемую осциллирующим с частотой Ω_v силовым полем круговой поляризации. Уравнения получены в приближении малых неоднородностей плотности и высокой частоты осцилляций силового поля $\Omega_v L^2/\nu \gg 1$, вектор вращения полости имеет произвольную величину и знак. Система содержит пять безразмерных параметров: число Рэлея $Ra = g\beta\Theta L^3/\nu\chi$, число Прандтля $Pr = \nu/\chi$, вибрационный параметр $R_v = (g_v\beta\Theta L)^2/2\Omega_v^2\nu\chi$, безразмерную частоту вращения полости $\omega = \Omega_r L^2/\nu$ и отношение частот Ω_r/Ω_v .

Если полость вращается в стационарном (в лабораторной системе отсчета) силовом поле вокруг оси, не совпадающей с направлением поля, то нормальная оси компонента последнего будет совершать равномерное вращение в системе отсчета полости, оказывая осредненное воздействие. Последнее может быть учтено в рамках данной теории, если частота вращения полости высока. Анализ этого вопроса будет проведен ниже.

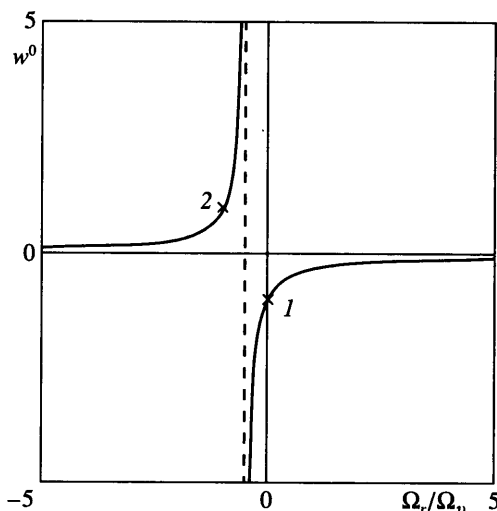
Теоретическое описание осредненного действия вращающегося (в системе отсчета полости) силового поля представляет особый интерес в силу простого экспериментального решения. Действительно, если в лабораторной системе отсчета полость совершает круговые вибрации с угловой скоростью Ω_L , то в системе отсчета самой вращающейся полости формируется инерционное поле круговой поляризации с угловой скоростью $\Omega_v = \Omega_L - \Omega_r$.

Система (1.5), (1.9) применима для описания общего случая осциллирующего поля произвольной эллиптической поляризации. При этом в уравнениях изменяется лишь направление единичных векторов полуосей эллипса вибраций; при различной длине полуосей в уравнении движения появляются два вибрационных члена с вибрационными параметрами R_{v1} и R_{v2} подобно тому, как это происходит при эллиптических маятниковых вибрациях [3]. Интересно, что компоненты пульсационного поля скорости w_1 и w_2 сохраняются при описании осредненной конвекции в линейном осциллирующем поле. Это связано с силой Кориолиса, которая пропорциональна скорости движения жидкости и действует со сдвигом по фазе относительно осциллирующего силового поля на четверть периода.

2. Квазиравновесие и пульсационная компонента скорости. В определенных случаях среднее движение жидкости отсутствует, $\mathbf{v} = 0$. Условия квазиравновесия вытекают из (1.5), (1.9). При этом на границе полости обращается в нуль нормальная компонента пульсационной составляющей скорости, представленной векторами w_1^0 и w_2^0 , и считается заданным температурное распределение.

Рассмотрим квазиравновесие жидкости в плоском слое, ориентированном перпендикулярно оси вращения, в поле круговой поляризации. Пусть слой образован двумя изотермическими границами с координатами $y_{1,2} = \pm 1/2$, имеющими температуры $T_1 = 0$ и $T_2 = 1$. Единицами измерения расстояния и температуры служат толщина слоя h и разность температур границ слоя Θ . Квазиравновесному состоянию соответствуют следующие распределения температуры и пульсационного поля скорости:

$$T^0 = \frac{1}{2} - y, \quad w_1^0 = -y \left(2 \frac{\Omega_r}{\Omega_v} + 1 \right)^{-1} \mathbf{i}, \quad w_2^0 = -y \left(2 \frac{\Omega_r}{\Omega_v} + 1 \right)^{-1} \mathbf{k} \quad (2.1)$$



Фиг. 1. Зависимость амплитуды пульсационной компоненты скорости в плоском слое от относительной частоты вращения. Точки 1 и 2 соответствуют $\Omega_r/\Omega_v = 0$ и -1

Векторные переменные w_1^0 и w_2^0 взаимно перпендикулярны и равны по величине. Из (1.4) получим выражение для безразмерной пульсационной компоненты скорости $U \equiv u\Omega_r/g_v$:

$$U = \beta\Theta y \left(2\frac{\Omega_r}{\Omega_v} + 1\right)^{-1} (\sin\Omega_v t \mathbf{k} - \cos\Omega_v t \mathbf{i}) \quad (2.2)$$

Под действием поля круговой поляризации перпендикулярные оси вращения слою жидкости во вращающейся полости совершают круговые колебания в направлении вращения силового поля. Амплитуда колебаний зависит от координаты y и пропорциональна отклонению температуры от средней температуры слоя. Существенным является зависимость амплитуды колебаний от величины параметра Ω_r/Ω_v , характеризующего отношение частоты вращения полости к частоте осцилляций силового поля в системе отсчета полости.

Зависимость амплитуды пульсационной составляющей скорости w^0 от параметра Ω_r/Ω_v имеет вид функции с разрывом при $\Omega_r/\Omega_v = -0.5$ (фиг. 1). В точке разрыва направление вращения полости в пространстве противоположно вектору вращения поля в полости, а частота осцилляций поля в 2 раза превосходит частоту вращения. При прохождении особой точки фаза колебаний меняется на противоположную.

Помимо резонанса следует выделить еще несколько особых точек. Так, точка 1 (фиг. 1) соответствует вибрационной конвекции в силовом поле круговой поляризации в отсутствие вращения полости $\Omega_r/\Omega_v = 0$ (теоретически этот случай описан в [3]). Окрестности точки 1 отвечают условию сравнительно медленного вращения полости $\Omega_r/\Omega_v \ll 1$ и представляют большой интерес, поскольку в этом случае сила Кориолиса влияет только на осредненное движение, но не влияет на пульсационную компоненту скорости, т.е. не изменяет виброконвективный механизм. Особым является и значение $\Omega_r/\Omega_v = -1$ (точка 2), когда угловые скорости вращения силового поля и полости равны по величине и противоположны. При этом силовое поле неподвижно в лабораторной системе отсчета. Этот интересный случай экспериментально исследован в [6, 7].

При $\Omega_r/\Omega_v \ll 1$ и $\Omega_r/\Omega_v = -1$ значения пульсационной компоненты скорости w^0 в точности совпадают по величине, отличие заключается только в фазе колебаний.

О влиянии вращения на осредненное действие вибраций, которое в первую очередь определяется амплитудой пульсационной компоненты, можно судить уже по виду равновесного пульсационного поля скорости. В частности, можно сделать вывод о подавляющем конвекцию действии вращения в области $|\Omega_r/\Omega_v| \gg 1$.

Чтобы ответить на вопрос о природе этого резонанса (резонансного усиления вибрационного воздействия при $\Omega_r/\Omega_v = -0.5$), остановимся на задаче вращения полости с изотермической жидкостью. Из (1.1) выпишем уравнения для компонент осциллирующей скорости, соответствующих прямоугольным координатам в поперечной плоскости:

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = 2\Omega_r u_x, \quad \frac{\partial u_x}{\partial t} = -2\Omega_r u_z \quad (2.3)$$

Системе (2.3) удовлетворяет решение в виде произвольной волны круговой поляризации:

$$\mathbf{u} = F(y)(\cos 2\Omega_r t \mathbf{i} - \sin 2\Omega_r t \mathbf{k}) \quad (2.4)$$

Такое движение относится к плоским инерционным волнам [10], механизм их поддержания обусловлен действием силы Кориолиса. Частицы жидкости, находящиеся под действием только силы Кориолиса, совершают движение по круговой траектории в поперечной оси вращения плоскости. Каждая жидкая плоскость (поперечная оси вращения) в системе отсчета полости совершает круговые колебания как целое с частотой $2\Omega_r$.

Из сказанного следует, что во вращающейся системе отсчета присутствует собственная частота $2\Omega_r$, при которой сила Кориолиса поддерживает круговое движение частиц (слоев) жидкости. Очевидно, что при совпадении частоты осциллирующего силового поля с собственной частотой системы возможно резонансное усиление колебаний, независимо от типа вибраций (круговые или линейные вибрации, импульсное воздействие).

3. Устойчивость квазиравновесия жидкости в плоском слое. Рассмотрим задачу о возникновении вибрационной конвекции в плоском слое, совершающем круговые вибрации в плоскости, перпендикулярной оси вращения в случае $\Omega_r/\Omega_v \ll 1$. При этом сила Кориолиса не оказывает влияния на пульсационную компоненту скорости (находимся в окрестности точки 1 фиг. 1), но влияет на осредненное виброконвективное движение. Введем нормальные возмущения, пропорциональные $\exp(ik_1 x + ik_2 z - \lambda t)$, и запишем линеаризованную систему уравнений для малых возмущений. Порог устойчивости относительно монотонных возмущений определяется из условия $\lambda = 0$. После некоторых преобразований, связанных с понижением числа переменных, краевая задача устойчивости для монотонных возмущений принимает вид:

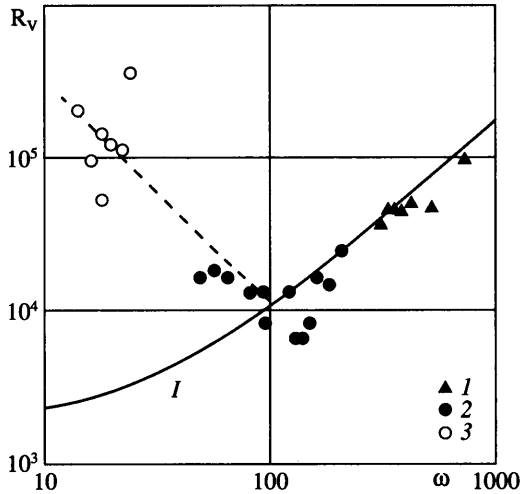
$$\Delta \Delta v - (Ra + R_v)k^2 T - R_v k^2 w' - 2\omega F = 0$$

$$\Delta T + v = 0, \quad \Delta F + 2\omega v' = 0, \quad T' + \Delta w = 0 \quad (3.1)$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2, \quad ' \equiv \frac{\partial}{\partial y}$$

$$y = \pm 1/2: \quad v = v' = w = T = F = 0 \quad (3.2)$$

Здесь v и F – y -компоненты вектора возмущения скорости и его ротора.



Фиг. 2. Граница возбуждения вибрационной конвекции в зависимости от частоты вращения при $Ra = 0$: I – теоретическая граница, точки 1–3 – экспериментальный порог для слоев различной толщины [7]

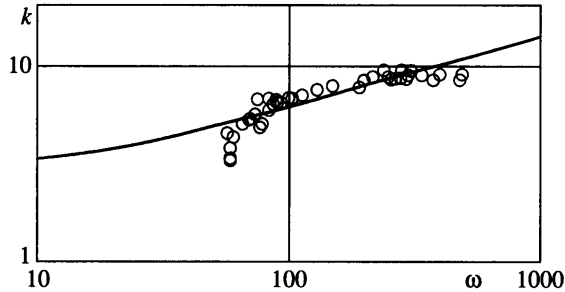
В рассматриваемом случае, как и при круговых вибрациях в отсутствие вращения полости [3], наблюдается вырождение по форме возмущений: в краевую задачу входит только квадрат волнового вектора $k^2 = k_1^2 + k_2^2$, а соотношение между k_1 и k_2 остается произвольным.

Рассмотрим устойчивость квазиравновесия в отсутствие статического поля силы тяжести $Ra = 0$. Краевая задача (3.1) с граничными условиями (3.2) решается методом Рунге-Кутты¹.

На фиг. 2 приведены пороговые значения вибрационного параметра R_V^* , на фиг. 3 – пороговые значения волнового числа k возмущения, соответствующего минимуму устойчивости, в зависимости от безразмерной частоты $\omega = \Omega_0 h^2 / \nu$. Значения R_V^* и k согласуются с результатами [3] в предельном случае $\omega = 0$ ($R_V^* = 2129$, $k^* = 3.23$) и монотонно возрастают с частотой. В области высоких частот ($\omega > 1000$) пороговое значение вибрационного параметра возрастает по закону, близкому к $R_V^* \approx 18\omega^{4/3}$; соответствующее минимуму устойчивости волновое число связано с частотой соотношением $k^* \approx 1.45\omega^{1/3}$.

При наличии статического поля силы тяжести проявляются оба механизма тепловой конвекции, определяемые параметрами Ra и R_V . Из решения (3.1) следует, что при фиксированных значениях безразмерной частоты пороговые кривые на плоскости параметров Ra , R_V близки по форме прямым. В отсутствие вращения, $\omega = 0$, пороговая кривая I пересекает оси в точках $Ra = 1708$ и $R_V = 2129$ (фиг. 4). С повышением частоты порог устойчивости возрастает. В области частот $\omega > 1000$ наклон прямых приближается к 45° и прямые пересекают оси в точках $Ra^* \approx 18\omega^{4/3}$ и $R_V^* \approx 18\omega^{4/3}$. Таким образом, порог устойчивости определяется критическим значением суммы указанных параметров $(Ra + R_V)^* \approx 18\omega^{4/3}$.

¹ Расчеты проведены по программе, любезно предоставленной А.В. Люшным.

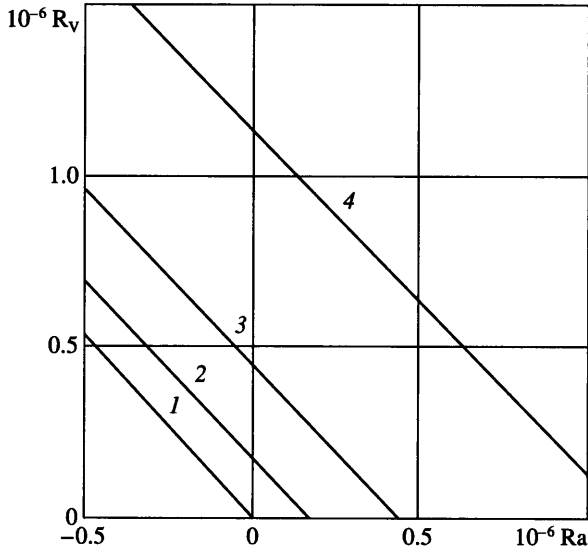


Фиг. 3. Зависимость порогового волнового числа от безразмерной частоты вращения (сплошная кривая); точки соответствуют экспериментальным гексагональным структурам в надкритической области ([7])

Приближение тангенса угла наклона к единице, когда гравитационный и вибрационный механизмы конвекции оказываются столь похожими, определяется не столько безразмерной частотой вращения полости, сколько смещением нейтральных пороговых кривых в коротковолновую область. Это хорошо заметно по кривой l , построенной в отсутствие вращения $\omega = 0$ [11]. При умеренных значениях вибрационного параметра $R_V < 10^4$, которым соответствуют волновые числа $k \sim 4$, тангенс угла наклона кривой заметно выше единицы, кривая пересекает оси в точках $Ra = 1708$ и $R_V = 2129$. С увеличением R_V (в области больших отрицательных значений Ra) волновое число опасных возмущений возрастает [11], угол наклона пороговой кривой l заметно снижается.

4. Анализ результатов. Результаты исследования устойчивости квазиравновесия во вращающемся плоском слое в предельных случаях хорошо согласуются с известными: в отсутствие вращения – $\omega = 0$ – с результатами теоретического исследования порога возбуждения вибрационно-гравитационной конвекции [3]; в отсутствие вибраций – $R_V^* = 0$ – с результатами исследования влияния вращения на гравитационную конвекцию [8, 9]. Примечательно, что $R_V^*(\omega)$ и $Ra^*(\omega)$, когда термовибрационный или рэле-евский механизмы конвекции действуют независимо, имеют практически одинаковый вид. Это свидетельствует об общности конвективных механизмов столь различной природы. Как и в гравитационном случае, при вибрационной конвекции вращение приводит к стабилизации устойчивости, законы возрастания порога устойчивости и критического значения волнового числа возмущений в обоих случаях оказываются идентичными.

Представленные на фиг. 2–4 результаты соответствуют случаю, когда частота вибраций значительно превосходит частоту вращения полости. При этом направление вращения силового поля по отношению к вращению полости не играет роли, поскольку вращение не сказывается на пульсационной компоненте скорости и сила Кориолиса действует только на осредненное движение. Тем не менее, интересно сравнение теоретических результатов с экспериментальными [6, 7]. В эксперименте угловая скорость вращения полости по величине совпадает со скоростью вращения силового поля в системе отсчета полости и противоположна по направлению (точка 2 фиг. 1). В этом случае вращающееся в полости поле оказывается стационарным в лабораторной системе отсчета. Экспериментально это осуществляется при равномерном вращении полости с неизотермической жидкостью вокруг неперпендикулярной оси в поле силы тяжести. При этом продольная (осевая) компонента силы тяжести играет роль статического



Фиг. 4. Семейство пороговых кривых устойчивости, соответствующих безразмерной частоте вращения полости $\omega = 0, 1000, 2000$ и 4000 (1–4)

(в системе полости) поля, а нормальная ось компонента вращается относительно полости, т.е. действует подобно круговым вибрациям.

В такой постановке в работах [6, 7] экспериментально исследуется осредненная конвекция в вертикальном плоском слое, равномерно вращающемся вокруг перпендикулярной ему горизонтальной оси. Статическая компонента поля в полости при горизонтальном положении оси отсутствует, $Ra = 0$. Экспериментальные пороговые значения вибрационного параметра $R_V = (g\beta\Theta h)^2 / 2\Omega^2\nu\chi$ (возбуждение осредненной тепловой конвекции) на фиг. 2 показаны точками.

Осредненные виброконвективные структуры [7] имеют вид расположенных в гексагональном порядке конвективных ячеек, неподвижных относительно полости. Зависимость безразмерного волнового числа $k = 4\pi h/\lambda$ конвективных структур (λ – расстояние между центрами соседних гексагональных ячеек) в надкритической области от частоты представлена точками на фиг. 3.

Сравнение показывает, что в области высоких частот, $\omega > 100$, экспериментальные и теоретические результаты согласуются, причем не только по виду закона изменения пороговых значений вибрационного параметра и волнового числа с ростом частоты, но и по величине. С частотой граница устойчивости монотонно повышается, волновое число конвективных структур растет.

Согласие экспериментальных результатов, полученных при $\Omega_r/\Omega_v = -1$, и теоретических, соответствующих соотношению частот $\Omega_r/\Omega_v \ll 1$, может объясняться совпадением структуры и интенсивности равновесных пульсационных полей скорости в указанных случаях (фиг. 1).

В области частот $\omega < 100$ с уменьшением ω экспериментальный порог устойчивости R_V^* резко возрастает, при этом, как следует из эксперимента, конвективные ячейки значительно увеличиваются в размере и теряют правильную шестигранную форму, принимая форму подковы. Изменение зависимости $R_V^*(\omega)$ в области низких частот вращения представляется естественным, поскольку осредненные эффекты генериру-

ются высокочастотными осциллирующими полями, а в рассматриваемом случае частота осцилляций и частота вращения полости совпадают.

Заключение. Исследуется динамика неизотермической жидкости при одновременном действии вращения и вибраций. Дано теоретическое описание и получены уравнения вибрационной тепловой конвекции во вращающейся полости с учетом влияния силы Кориолиса на колебания жидкости.

Решена задача о влиянии вращения на порог устойчивости термовибрационной конвекции в слое, совершающем высокочастотные круговые вибрации. Вращение стабилизирует вибрационную конвекцию, подобно тому, как это происходит в гравитационной конвекции во вращающейся полости; в области высоких частот пороговое значение вибрационного параметра и волнового числа связаны с частотой вращения соотношениями $R_V^* \approx 18\omega^{4/3}$ и $k^* \approx 1.45\omega^{1/3}$.

Обнаружено, что при определенном соотношении частот вращения полости и осцилляций силового поля возможно резонансное усиление интенсивности колебаний, что представляет особый интерес, поскольку позволяет использовать вращение как усилитель вибрационного воздействия.

Сделан вывод о необходимости учета комбинированного действия вращения и вибраций, особенно в задачах, где оба фактора присутствуют естественным образом, как, например, в условиях орбитального полета, в космической и планетарной механике, когда на гидродинамические системы во вращающихся объектах (звезды, планеты) оказывают периодическое возмущающее воздействие окружающие тела (спутники).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (№ 03-01-00552).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зеньковская С.М., Симоненко И.Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 5. С. 51–55.
2. Козлов В.Г. О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 138–144.
3. Козлов В.Г. О вибрационной конвекции в полости, совершающей пространственные маятниковые качания // Конвективные течения. Пермь: Изд. Перм. пед. ин-та, 1989. С. 19–27.
4. Lyubimov D.V. Convective flows under the influence of high-frequency vibrations // Europ. J. Mech. B / Fluids. 1995. V. 14. N 4. P. 439–458.
5. Герценштейн С.Я., Рахманов А.И. Конвекция в плоском слое жидкости, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 3. С. 561–564.
6. Kozlov V.G., Rilova V.V. Vibrational convection excitement in cavity rotating in force field // Abstr. 8th Europ. Symp. on Materials and Fluid Sciences in Microgravity. Brussels, 1992. P. 86–88.
7. Иванова А.А., Козлов В.Г., Рылова В.В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 1. С. 12–21.
8. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
9. Яворская И.М., Белая Ю.Н. Конвективные течения во вращающихся слоях // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1984. Т. 17. С. 3–85.
10. Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge: Univ. Press, 1967. = Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.
11. Иванова А.А., Козлов В.Г. Вибрационная тепловая конвекция при непоступательных колебаниях полости // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 3. С. 26–43.