

УДК 532.546:536.24

© 2003 г. Г. Г. ЦЫПКИН

## НАКОПЛЕНИЕ И ВЫПАДЕНИЕ СОЛЕЙ В ОСАДОК ПРИ ИСПАРЕНИИ И ДВИЖЕНИИ ГРУНТОВЫХ ВОД

Предложена математическая модель выпадения растворенных солей в осадок при испарении грунтовых вод. При заданном законе фильтрации получено асимптотическое решение задачи. Показано, что существуют два различных режима выпадения солей в осадок, которые определяются скоростями движения фронта испарения и фильтрации грунтовых вод. Проиллюстрирована зависимость массы соли, выпавшей в осадок, от температуры поверхности грунта, влажности атмосферного воздуха, начальной концентрации примеси и скорости фильтрации.

*Ключевые слова:* фильтрация, испарение, выпадение солей, диффузия.

Вопросам накопления и перераспределения различных примесей в почвах и грунтах на протяжении многих лет уделяется большое внимание в связи с проблемами загрязнения окружающей среды. В качестве примеров можно указать проблемы, связанные с выбросами атомных электростанций и химических производств, авариями на нефтепроводах и т.д. Ряд такого рода проблем рассматривался, например, в [1]. Одни загрязняющие вещества не смешиваются с водой [1, 2], в то время как другие, растворяясь в воде, могут переноситься грунтовыми водами [3, 4].

В последнем случае наиболее известной является задача о засолении почв и грунтов при изменении уровня подземных вод в связи со строительством гидроэлектростанций или в низменных районах, прилегающих к береговой линии морей. Как показывают натурные наблюдения, накопление солей в почвах и грунтах происходит в результате испарения грунтовых вод, и эта проблема особенно актуальна для регионов с жарким и засушливым климатом, способствующим процессу испарения. Повышение концентрации солей нарушает экологическое равновесие и зачастую вызывает гибель растений. Вопросы, связанные с изучением перераспределения солей в грунтах рассматривались, например, в работах [3–5].

Исторически сложилось, что для описания макроскопических процессов переноса в грунтах (почвах) был развит подход, основанный на эффективных уравнениях. В основе этой теории лежит представление о грунте (почве) как сложной термодинамической системе, для которой справедлива гипотеза Онзагера, связывающая обобщенные потоки и обобщенные силы посредством линейных соотношений. Таким образом, задача описания процессов переноса в грунтах сводится к экспериментальному определению матрицы кинетических коэффициентов, стоящих перед градиентами объемного содержания воды, температуры и других параметров, определяющих состояние физической системы [4, 6–9]. В [8] также приведены результаты экспериментов подтверждающие применимость гипотезы Онзагера о симметрии кинетических коэффициентов.

Существует альтернативный подход к исследованию течения смеси в пористых средах, основанный на механике многофазных сред, который получил свое развитие главным образом при моделировании нефтяных и газовых месторождений [10], а также в некоторых задачах фильтрации, связанных с расчетом инженерных сооружений [11].

В основе этого подхода лежат законы сохранения массы, энергии и импульса, а также соотношения равновесной термодинамики. Интересно отметить, что для описания практически тех же самых течений грунтовых вод использовались совершенно различные подходы [9, 11].

К задачам механики грунтов подход, основанный на законах сохранения, применялся, например, в [1–3, 5, 10]. В [5] была предложена математическая модель испарения грунтовых вод, накопления и перераспределения растворенной примеси в результате движения фронта фазового перехода. Численные эксперименты показали, что интенсификация испарения может приводить к значениям концентрации, которые выше значения растворимости соли при локальной температуре, и математическое описание становится неприменимым.

В настоящей работе предлагается математическая модель выпадения солей в осадок, учитывающая как движение фронта испарения, так и конвективный перенос примеси к фронту. Действие механизма выпадения солей в осадок проиллюстрировано для случая заданного режима течения грунтовых вод. Представлено асимптотическое решение задачи. На плоскости основных параметров выделены области существования решений, описывающих режимы накопления примеси в растворе и режимы выпадения солей в осадок. Найдены зависимости количества выпавшей в осадок соли от скорости движения грунтовых вод, температуры поверхности грунта и влажности воздуха.

1. Под грунтом (почвой) будем понимать пористую среду, насыщенную водным раствором соли или газовой смесью воздух–пар. Предположим, что на поверхности грунт контактирует с воздухом, парциальное давление пара в котором меньше давления насыщения при локальной температуре. При термодинамически равновесных условиях, а именно такие условия будут рассматриваться ниже, парциальное давление пара над поверхностью воды равно давлению насыщения при заданной температуре. Разность парциальных давлений пара, соответственно плотностей, вызывает диффузионный поток пара из грунта в атмосферу [5]. Если подток грунтовых вод к поверхности недостаточен, чтобы компенсировать потери массы при фазовом переходе, то это приводит к формированию фронта испарения, движущегося от поверхности земли. В этом случае фронт испарения будет разделять области грунта насыщенные, соответственно, раствором соли и смесью пар–воздух.

В общем случае испарение грунтовых вод изменяет влажность воздуха, увеличивая процентное содержание пара в атмосфере над поверхностью грунта. Кроме того, увеличение интенсивности испарения увеличивает скорость подтока грунтовых вод к поверхности и соответствует более удаленному от поверхности положению фронта испарения. Интенсивность испарения и скорость фильтрации зависят также от проницаемости грунта и давления в водоносном горизонте. Для того, чтобы учесть указанные факторы, требуется рассмотреть сопряженную задачу, которая бы описывала гидродинамику грунтовых вод, процесс испарения воды в грунте и движение воздуха в атмосфере. Поскольку основной целью настоящей работы является исследование физических механизмов, действующих в окрестности фронта испарения при накоплении и выпадении в осадок солей, то для анализа предложенной математической модели в первом приближении можно ограничиться рассмотрением, когда испарение грунтовых вод не влияет на состояние атмосферы и скорость подтока грунтовых вод к поверхности. Эти предположения достаточно хорошо описывают реальную ситуацию, когда скорость воздуха достаточно велика при сравнительно небольшой площади поверхности грунта, с поверхности которого происходит испарение. В этом случае можно считать, что на поверхности грунта поддерживается постоянная влажность. Если глубина водоносного горизонта много больше отклонения уровня грунтовых вод вследствие испарения, то влияние испарения на градиент давления пренебрежимо мало, и, следовательно, скорость фильтрации остается постоянной.

Таким образом, будем предполагать, что граничные условия на поверхности грунта определяются состоянием атмосферы, которое характеризуется значением температуры  $T_a$  и влажностью  $v_a$ , а скорость фильтрации воды  $v$  в направлении фронта испарения является заданной величиной.

В области смеси воздух–пар выполняется уравнение диффузии пара и уравнения Клапейрона для воздуха и пара

$$\frac{\partial}{\partial t} v - \operatorname{div} D_v \operatorname{grad} v = 0 \quad (1.1)$$

$$P_v = \rho_v R_v T, \quad P = \rho_a R_a T, \quad v = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{R_a P_v}{R_v P_a}$$

Для области насыщенного раствором соли полагаем, что примесь перераспределяется в результате процесса диффузии и конвективного переноса

$$m \frac{\partial}{\partial t} c + v \operatorname{grad} c - \operatorname{div} m D_c \operatorname{grad} c = 0 \quad (1.2)$$

В обеих областях справедливы уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_{1,2} \Delta T \quad (1.3)$$

Здесь  $T$  – температура,  $P$  – давление,  $v$  – скорость фильтрации,  $m$  – пористость,  $R$  – газовая постоянная,  $\rho$  – плотность,  $a$  – температуропроводность,  $c$  – концентрация примеси в растворе,  $D_c$  и  $D_v$  – коэффициенты диффузии примеси в воде и пара в воздухе. Индексы:  $w, a, v, c$  – вода, воздух, пар и соль соответственно; 1 – область раствора, 2 – область смеси воздух–пар. Таким образом, решение задачи сводится к решению уравнений диффузии для влажности (1.1) и примеси (1.2), а также уравнений теплопроводности (1.3). В силу того, что коэффициенты диффузии соли и температуропроводности различаются на три порядка, то в уравнении (1.3) конвективным переносом тепла пренебрегается, в то время как в уравнении (1.2) конвективный перенос примеси играет существенную роль.

На фронте испарения, разделяющим области раствора и смеси воздух–пар, предполагается выполнение условий локального термодинамического равновесия между водным раствором соли и паром

$$T_+ = T_- = T_*, \quad P_{v*} = F(T_* - \alpha c_*), \quad v_* = \frac{R_a P_{v*}}{R_v P_a} \quad (1.4)$$

$$F(x) = 10^5 \exp \left[ -7226.6 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{373.16} \right) + 8.2 \ln \frac{373.16}{x} - 0.0057(373.16 - x) \right]$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент повышения температуры испарения при увеличении концентрации примеси, а индекс “звездочка” соответствует значениям величин на фронте.

Пусть  $m_0$  – пористость грунта до выпадения солей в осадок, а  $m_c$  – доля единицы объема, заполненная выпавшей в осадок солью. Тогда, в области пар–воздух пористость представляет собой долю объема заполненного смесью газов, которая определяется соотношением  $m_- = m_0 - m_c$ . В этом случае закон сохранения массы  $H_2O$  на поверхности испарения имеет вид

$$\left( \frac{\rho_w}{\rho_a} - \left( 1 - \frac{m_c}{m_0} \right) \frac{\rho_{v*}}{\rho_a} \right) V_n = \frac{v_{n1} \rho_w}{m_0 \rho_a} + D_v \left( 1 - \frac{m_c}{m_0} \right) (\operatorname{grad} v)_{n2} \quad (1.5)$$

Соотношение, выражающее закон сохранения массы примеси с учетом выпадения в осадок на фронте испарения приводится к виду

$$\left(c_* - \frac{m_c \rho_c}{m_0 \rho_w}\right) V_n - \frac{c_*}{m_0} v_{n1} + D_c (\text{grad} c)_{n1} = 0 \quad (1.6)$$

Если положить в (1.5) и (1.6)  $m_c = 0$ , то получаем соотношения на поверхности испарения в отсутствие осаждения солей, и задача сводится к задаче о накоплении примеси перед фронтом фазового перехода.

Рассматривая процессы испарения в диапазоне температур до 350 К, можно показать [5], что поглощением тепла при фазовом переходе можно пренебречь по сравнению с кондуктивным переносом в силу малости парциального давления пара по сравнению с атмосферным давлением. В этом случае закон сохранения энергии на границе принимает вид

$$(\lambda \text{grad} T)_{n1} = (\lambda \text{grad} T)_{n2} \quad (1.7)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности. Соотношения (1.4)–(1.7) составляют полную систему соотношений на поверхности испарения для определения искомых функций  $V_n$ ,  $T_*$ ,  $c_*$  и  $P_{D*}$  (или  $v_*$ ).

2. Условия на подвижной границе для сформулированной задачи о выпадении солей в осадок допускают стационарное решение, в то время как задача о накоплении примеси перед фронтом испарения не имеет стационарного решения. Рассмотрим решение задачи в виде стационарного фронта испарения, движущегося со скоростью  $V$  от поверхности, навстречу которому набегают раствор движущейся со скоростью  $u$  (скорость жидкости  $u$  связана со скоростью фильтрации  $v$  соотношением  $v = m_0 u$ ). Решение уравнения (1.2) в виде бегущей волны выпадения солей в осадок имеет вид

$$c = c_0 + (c_* - c_0) \exp\left(-\frac{V + u}{D_c} \xi\right) \quad (2.1)$$

Здесь  $\xi = z - Vt$ ,  $c_0$  – концентрация раствора в начальный момент времени. Подставляя решение (2.1) в граничное условие (1.6), получаем выражение для доли объема, заполненного выпавшей в осадок солью

$$m_c = m_0 c_0 \frac{\rho_w}{\rho_c} \left(1 + \frac{u}{V}\right) \quad \text{или} \quad m_c = m_0 \frac{M_0}{M_s} \left(1 + \frac{u}{V}\right) \quad (2.2)$$

Здесь  $M_s$  – масса соли в единице объема в твердом состоянии,  $M_0$  – масса соли в единице объема в растворенном состоянии в начальный момент времени ( $\rho_c = 2165 \text{ кг/м}^3$ ).

Анализ соотношения (2.2) показывает, что если скорость фронта испарения много больше скорости движения раствора к фронту, то вторым слагаемым в скобках можно пренебречь, и тогда формула (2.2) представляет собой решение задачи, когда вся примесь выпадает в осадок, оставаясь неподвижной относительно грунта. В силу того, что масса соли в единице объема, соответствующая твердому состоянию, существенно больше массы, которая может быть в растворенном состоянии для насыщенного раствора, то  $m_c \ll m_0$ . Следовательно, при испарении неподвижных грунтовых вод выпавшая в осадок примесь может заполнить только небольшую часть порового пространства, которая, как показывают оценки, не превосходит  $1/6$  начальной пористости даже в случае насыщенного раствора.

Если скорость движения грунтовых вод соизмерима со скоростью фронта испарения или превосходит его, то количество выпавшей в осадок соли может существенно

увеличиваться, вплоть до полного заполнения порового пространства. Это легко понять и из физических соображений. Так, если скорость фронта испарения относительно жидкости равна скорости натекающего раствора, то скорость фронта относительно неподвижного грунта равна нулю  $V = 0$ . В этом случае вся переносимая грунтовыми водами примесь будет осаждаться в одной точке, соответствующей положению фронта испарения, пока все поровое пространство не будет заполнено выпавшей в осадок солью.

Из соотношения (2.2) следует критическое условие заполнения пор выпавшей в осадок солью, когда  $m_c = m_0$ . Это условие связывает значения скорости фронта испарения и скорости движения грунтовых вод

$$\frac{u}{V} = \frac{M_s}{M_0} - 1 \quad (2.3)$$

Формула (2.3) позволяет оценить отношение скорости движения грунтовых вод к скорости движения фронта испарения, при котором поровое пространство полностью заполняется выпавшей в осадок солью. Как показывают оценки, например, для насыщенного раствора, это отношение приблизительно равно 5.

3. Действие механизма выпадения солей в осадок может быть детально проиллюстрировано также в случае одномерного нестационарного процесса испарения, когда скорость подтока грунтовых вод к поверхности имеет специальный вид. Положим, что в начальный момент времени грунт насыщен раствором соли, занимает полупространство  $z > 0$  и контактирует на поверхности  $z = 0$  с воздухом, имеющим влажность  $v_a$  и температуру  $T_a$ . В начальном состоянии грунт имеет температуру  $T_0$ , а концентрация примеси раствора равна  $c_0$ . Если влажность воздуха меньше влажности насыщения, то сформируется фронт испарения, который будет распространяться в грунте, разделяя области раствора и смеси пар–воздух.

Проанализируем основные особенности процесса накопления и выпадения в осадок примеси, используя автомодельное решение. Полагаем, что начальные и граничные значения искомого функций постоянны, а скорость фильтрации определяется соотношением  $v = U_0/\sqrt{t}$ , где  $U_0 = \text{const}$  является заданной величиной. Рассмотрим автомодельное решение задачи в виде ( $V = \dot{Z}(t)$ )

$$T = T(\zeta), \quad v = v(\zeta), \quad c = c(\zeta), \quad \zeta = \frac{z}{2\sqrt{D_c t}}, \quad Z(t) = 2\gamma\sqrt{D_c t}$$

Решения уравнений (1.1)–(1.3) могут быть представлены в виде интегралов вероятности. В области пар–воздух  $0 < z < Z(t)$  распределения функций влажности и температуры определяются соотношениями

$$v(\zeta) = (v_* - v_a) \frac{\text{erf}(\zeta\sqrt{D_c/D_v})}{\text{erf}(\gamma\sqrt{D_c/D_v})} + v_a, \quad T(\zeta) = (T_* - T_a) \frac{\text{erf}(\zeta\sqrt{D_c/a_2})}{\text{erf}(\gamma\sqrt{D_c/a_2})} + T_a \quad (3.1)$$

а в области раствора  $Z(t) < z < \infty$  распределения для растворенной примеси и температуры имеют вид

$$c(\zeta) = (c_* - c_0) \frac{\text{erfc}(\zeta + U)}{\text{erfc}(\gamma + U)} + c_0, \quad T(\zeta) = (T_* - T_0) \frac{\text{erfc}(\zeta\sqrt{D_c/a_1})}{\text{erfc}(\gamma\sqrt{D_c/a_1})} + T_0 \quad (3.2)$$

Здесь  $U = U_0/m_0\sqrt{D_c}$  – безразмерная скорость.

Подставляя решения (3.1), (3.2) в систему соотношений на границе (1.4)–(1.7), получаем систему трансцендентных уравнений на фронте испарения для определения искомых величин  $\gamma$ ,  $T_*$ ,  $c_*$  и  $v_*$

$$v_* = \frac{R_a}{R_v P_a} F(T_* - \alpha c_*) \quad (3.3)$$

$$\sqrt{\pi} \frac{\rho_w}{\rho_a} (\gamma + U) = \left(1 - \frac{m_c}{m_0}\right) \sqrt{\frac{D_v}{D_c}} (v_* - v_a) \frac{\exp(-\gamma^2 D_c / D_v)}{\operatorname{erf}(\gamma \sqrt{D_c / D_v})} \quad (3.4)$$

$$\left(c_* - \frac{m_c \rho_c}{m_0 \rho_w}\right) \gamma = (c_* - c_0) \frac{\exp(-(\gamma + U)^2)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\gamma + U)} - U c_* \quad (3.5)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \left(\frac{T_*}{T_0} - \frac{T_a}{T_0}\right) \frac{\exp(-\gamma^2 D_c / a_2)}{\operatorname{erf}(\gamma \sqrt{D_c / a_2})} = \left(1 - \frac{T_*}{T_0}\right) \frac{\exp(-\gamma^2 D_c / a_1)}{\operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{D_c / a_1})} \quad (3.6)$$

Соотношение (3.5), выражающее собой закон сохранения массы примеси на фронте испарения, может быть записано в виде

$$\frac{m_c}{m_0} = \frac{\rho_w}{\rho_c} \left[ c_* \left(1 + \frac{U}{\gamma}\right) - (c_* - c_0) \frac{\exp(-(\gamma + U)^2)}{\sqrt{\pi} \gamma \operatorname{erfc}(\gamma + U)} \right] \quad (3.7)$$

Существует некоторая аналогия между стационарным решением (2.2) и формулой (3.7), полученной для автомодельного решения. Автомодельное решение имеет дополнительное слагаемое, описывающее диффузию примеси от фронта испарения в раствор, а первое слагаемое содержит множитель  $c_*$ , в то время как в стационарном случае аналогичное слагаемое содержит множитель  $c_0$ . Если рассмотреть процесс испарения раствора соли, близкого к состоянию насыщения, когда  $c_* \sim c_0$ , то последним слагаемым в (3.7) можно пренебречь, и оба решения имеют одинаковый вид. Таким образом, выводы о роли отношения скоростей движения грунтовых вод и фронта испарения во многом справедливы и для автомодельного решения.

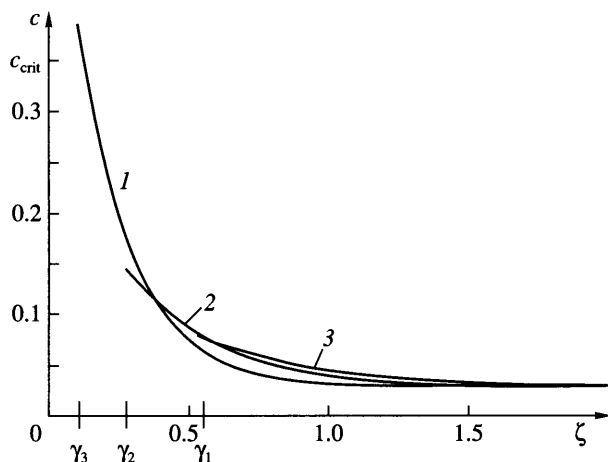
4. Были проведены численные исследования системы трансцендентных уравнений на подвижной границе при следующих характерных значениях параметров

$$T_0 = 288 \text{ К}, \quad m = 0.3, \quad \lambda_1 \approx \lambda_2 = 0.684 \text{ Вт}/(\text{М} \cdot \text{К}), \quad a_1 \approx a_2 = 10^{-6} \text{ М}^2/\text{с},$$

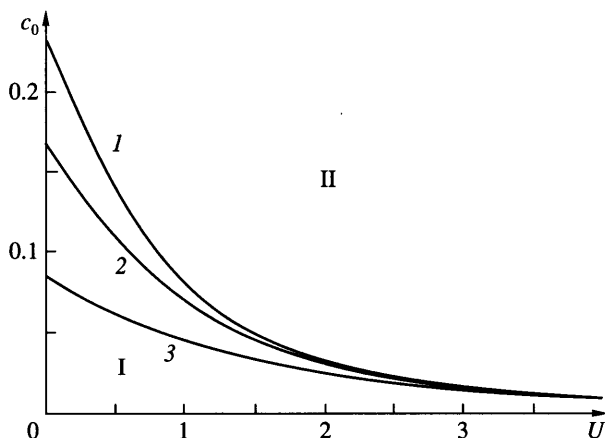
$$\rho_c = 2165 \text{ кг}/\text{М}^3, \quad \rho_w = 1000 \text{ кг}/\text{М}^3, \quad \alpha = 20 \text{ К}, \quad R_a = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$R_v = 461 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \quad P_a = 10^5 \text{ Па}, \quad D_c = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ М}^2/\text{с}, \quad D_v = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ М}^2/\text{с}.$$

Расчеты, проведенные в широком диапазоне параметров, начальных и граничных условий свидетельствуют, что существуют два основных физических фактора, ответственных за накопление примеси. На фиг. 1 представлены профили концентрации соли для задачи накопления примеси в окрестности фронта при  $v_a = 0$ ,  $c_0 = 0.03$ ,  $T_a = 310 \text{ К}$  для различных значений скоростей фильтрации грунтовых вод к поверхности грунта. Видно, что концентрация примеси, так же как и скорость движения фронта фазового перехода относительно неподвижного грунта, сильно зависит от скорости фильтрации раствора к поверхности испарения. Если скорость потока велика, то примесь аккумулируется вблизи поверхности грунта. Несмотря на то, что начальное значение концентрации мало (соответствует концентрации соли в морской воде), при относительно вы-



Фиг. 1. Распределение концентрации примеси при ее накоплении перед фронтом испарения при скоростях движения грунтовых вод к поверхности:  $U = 2.152, 0.861, 0.0861$  (кривые 1–3);  $c_0 = 0.03, v_a = 0$



Фиг. 2. Критические кривые границы областей на плоскости  $(U, c_0)$  в которых происходит накопление солей перед фронтом (I) и выпадения солей в осадок (II),  $T_a = 290, 310, 340$  К (кривые 1–3)

соких скоростях фильтрации раствора значение концентрации примеси на фронте может превышать значение растворимости при данной температуре (кривая  $U = 2.152$ ). Этот режим соответствует режиму выпадению солей в осадок.

На фиг. 2 представлены критические кривые на плоскости  $(U, c_0)$ , разделяющие области, в которых реализуются режимы накопления примеси вблизи фронта (область I) и режимы выпадения соли в осадок (область II). Оценки характерных величин, входящих в уравнение (1.2), показывают, что параметр  $U = U_0/m_0\sqrt{D_c}$  определяет отношение конвективного слагаемого к диффузионному. Когда диффузия много меньше конвективного переноса, то  $U \gg 1$ , и выпадение солей в осадок происходит при малых начальных концентрациях раствора и практически не зависит от температурного режима

грунта, а следовательно, и от скорости движения фронта испарения. При малой скорости конвективного переноса определяющими факторами являются начальная концентрация раствора и скорость движения фронта испарения. В этом случае количество выпавшей в осадок соли сильно зависит от температуры поверхности грунта и влажности атмосферного воздуха.

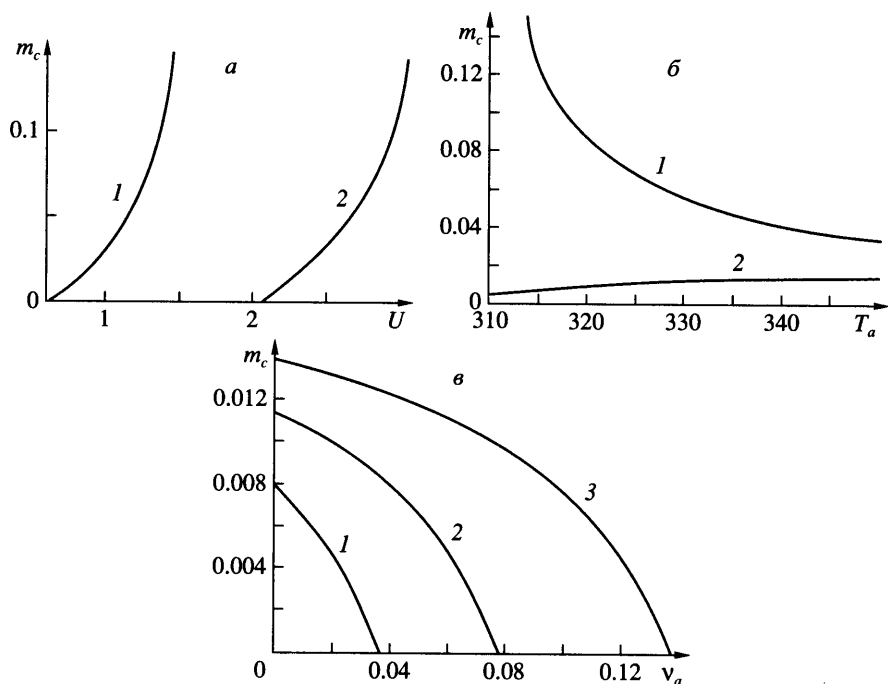
Фигура 3, а иллюстрирует зависимость количества выпавшей в осадок соли от безразмерной автомодельной скорости фильтрации  $U$  при различных значениях начальной концентрации. Как показывают численные эксперименты, резкий рост количества выпавшей в осадок соли в единице объема объясняется тем, что увеличение скорости фильтрации раствора не только увеличивает конвективный перенос примеси к фронту, но также тормозит движение самого фронта испарения относительно неподвижного грунта. Торможение фронта испарения приводит к тому, что в каждый единичный объем, пройденный фронтом, набегающий поток успевает принести большее количество растворенной примеси, которая осаждается при испарении раствора. В пределе, при увеличении скорости раствора, скорость фронта обращается в ноль и решение сформулированной задачи не существует, что соответствует заполнению порового пространства выпавшей в осадок солью. При этом рассмотренное выше автомодельное решение не существует.

Сказанное выше также иллюстрируется на фиг. 3, б, где представлена зависимость количества соли, выпавшей в осадок в зависимости от температуры при разных значениях безразмерного параметра  $U$ . Если конвективный перенос преобладает ( $U > 1$ ), то при понижении температуры поверхности скорость движения фронта испарения снижается и количество выпавшей в осадок соли  $m_c$  возрастает за счет конвективного подтока примеси к фронту. Если же основную роль играет диффузия примеси ( $U < 1$ ), то функция  $m_c$  растет вместе с температурой и скоростью фронта испарения.

Численные эксперименты показывают, что когда основную роль в процессе накопления примеси играет конвективный перенос, а скорость фронта испарения сравнительно мала, то влияние влажности воздуха несущественно для определения количества выпавшей в осадок соли. Если же выпадение в осадок происходит в результате движения фронта испарения, то влажность воздуха является определяющим параметром. На фиг. 3, в представлена зависимость количества выпавшей в осадок соли от влажности воздуха при различных значениях температуры воздуха, когда скорость движения грунтовых вод равна нулю. Расчеты показывают, что увеличение влажности приводит к снижению скорости движения фронта испарения и примесь может диффундировать в раствор, не выпадая в осадок. Увеличение температуры воздуха приводит к росту температуры на фронте и, соответственно, парциального давления, что увеличивает градиент влажности, а следовательно, как видно из формулы (2.4), и скорость движения фронта испарения  $\gamma$ . Масса выпавшей в осадок соли может быть значительной, даже если соль занимает сравнительно небольшую часть порового объема грунта. Например, при  $m_c = 0.01$  в одном кубическом метре грунта содержится  $m_{c,p} = 0.01 \cdot 2165 \text{ кг} = 21.65 \text{ кг}$  соли в твердой фазе.

В связи с накоплением примеси перед фронтом испарения возникает вопрос об устойчивости представленной конфигурации, так как более концентрированный раствор перед фронтом располагается над раствором меньшей концентрации. Действие сил тяжести может привести к образованию солевых пальцев направленных вниз, и перемешиванию грунтовых вод перед фронтом испарения. В рассматриваемой задаче стабилизирующую роль играют значительный температурный градиент и конвективный перенос примеси к фронту, подавляющий движение солевых пальцев. Очевидно, что существует устойчивое состояние, когда раствор является насыщенным или близок к состоянию насыщения, так как градиент концентрации в этом случае отсутствует или является достаточно малым. Вопрос о границах применимости рассмотренной модели может быть решен при рассмотрении задачи о динамической устойчивости





Фиг. 3. Зависимость доли единицы объема, заполненного выпавшей в осадок солью от скорости фильтрации грунтовых вод  $U$  (а) при  $c_0 = 0.1, 0.03$  (кривые 1, 2); от температуры поверхности грунта  $T_a$  (б) при  $U = 1.549, 0.688$  (кривые 1, 2) от влажности атмосферного воздуха  $v_a$  (в) при  $T_a = 330, 340, 350$  К (кривые 1–3)

представленного решения. Можно полагать, что в случае неустойчивости и перемешивания грунтовых вод перед фронтом испарения рост концентрации и выпадение солей в осадок может сочетаться с образованием солевых пальцев, но математическое описание таких процессов существенно усложняется.

**Заключение.** Представлена математическая модель выпадения в осадок солей при испарении грунтовых вод. Масса выпавшей в осадок соли определяется как движением фронта испарения, так и конвективным переносом примеси к поверхности грунта. Интенсификация процесса испарения грунтовых вод вследствие роста температуры или снижения влажности атмосферного воздуха может приводить как к уменьшению количества выпавшей в осадок соли, если конвективный перенос является доминирующим механизмом переноса примеси, так и к увеличению, если конвективный перенос примеси мал.

Работа выполнена по проекту РФФИ (№ 03-01-00068).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Helwig R.* Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface. Berlin: Springer, 1997. 367 p.
2. *Imhoff P.T., Miller C.T.* Dissolution fingering during the solubilization of nonaqueous phase liquids in saturated porous media // *Water Resources Research*. 1996. V. 32. № 7. P. 1919–1928.
3. *Van Duijn C.J., Peletier L.A., Schotting R.J.* Brine transport in porous media: self-similar solutions // *Advances in Water Resources*. 1998. V. 22. № 3. P. 285–297.

4. *Yakirevich A., Berliner P., Sorek S.* A model for numerical simulations of evaporation from bare saline soil // *Water Resources Research*. 1997. V. 33. № 5. P. 1021–1033.
5. *Tsyarkin G.G., Brevdo L.* A phenomenological model of the increase in solute concentration on ground water due to evaporation // *Transport in porous media*. 1999. V. 37. № 2. P. 129–151.
6. *Philip J.R., de Vries D.A.* Moisture movement in porous materials under temperature gradients // *Trans. Amer. Geophys. Union*. 1957. V. 38. № 2. P. 222–232.
7. *Sophocleous M.* Analysis of water and heat flow in unsaturated-saturated porous media // *Water Resources Research*. 1979. V. 15. № 5. P. 1095–1106.
8. *Letey J., Kemper W.D.* Movement of water and salt through a clay-water system: experimental verification of Onsager reciprocal relation // *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 1969. V. 33. P. 25–29.
9. *Sophocleous M.* Interactions between groundwater and surface water: the state of the science // *Hydrogeol. Journal*. 2002. V. 10. № 1. P. 52–67.
10. *Шейдеггер А.Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостоптехиздат, 1960. 249 с.
11. *Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
12. *Вукалович М.П.* Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Машгиз, 1955. 92 с.

Москва

Поступила в редакцию  
21.1.2003