

УДК 532.517.2/4

© 2003 г. Н. В. НИКИТИН

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ С ИСКУССТВЕННЫМ ДВУМЕРНЫМ ПРИСТЕННЫМ СЛОЕМ

Рассматривается турбулентное течение несжимаемой жидкости в плоском канале с параллельными стенками. Трехмерные нестационарные уравнения Навье–Стокса решаются численно спектрально-конечно-разностным методом. В пристенную область (на 10% полуширины канала у каждой из стенок) вносится искусственная сила, полностью подавляющая боковые колебания скорости. Таким образом, область трехмерного движения, где возможно развитие турбулентных колебаний, оказывается отделенной от стенки слоем жидкости. Установлено, что устранение трехмерности вблизи стенок приводит к существенному понижению сопротивления. Однако полной ламинаризации не происходит. Течение в ядре потока остается турбулентным и может интерпретироваться как турбулентное течение в канале со стенками, расположенными на границе двумерного слоя и двигающимися с местной скоростью среднего течения. Значительные по амплитуде колебания, развивающиеся внутри двумерного слоя, искажают течение лишь в примыкающей области. За ее пределами распределения средних характеристик и структура мгновенных полей полностью соответствует обычному турбулентному течению в канале с твердыми стенками. Полученные результаты подтверждают гипотезу о несущественности граничных условий прилипания для пульсационной составляющей скорости в механизме возникновения и самоподдержания турбулентности в пристенных течениях.

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, плоский канал, уравнения Навье–Стокса, турбулентные трехмерные колебания, роль стенки, ламинаризация.

Характерная особенность пристенных турбулентных течений – наличие вблизи стенки организованных структур в виде вытянутых вдоль потока полос ускоренного и замедленного движения, почти периодически чередующихся в боковом направлении [1, 2]. Возникновение полос и весь процесс самоподдержания турбулентных пульсаций связывается с квазипродольными вихрями, переносящими медленные частицы жидкости вверх от стенки, а быстрые частицы из внешнего потока к стенке, создавая тем самым положительные напряжения Рейнольдса – $\langle u'v' \rangle$. Кинематика пристенных турбулентных структур подробно изучена экспериментально, а в последние годы и численно [3, 4]. Предложено несколько механизмов их возникновения (см. обзоры в [4, 5]), однако до сих пор не установлено единой точки зрения. В частности, остается открытым вопрос о роли стенки в возбуждении пристенных структур. В [4] высказано мнение, что присутствие стенки необходимо только для поддержания сдвигового профиля скорости, а условия прилипания для пульсационной составляющей лишь сдерживают рост структур.

Цель настоящей работы – численное моделирование пристенного турбулентного течения, на границе которого отсутствуют условия непротекания, а также условия прилипания для продольной компоненты скорости. Для этого вблизи стенки искусственно формируется слой двумерного движения, в котором не могут развиваться трехмерные турбулентные структуры. Таким образом, область турбулентного движения оказывается отделена от твердой стенки слоем жидкости. На границе этого слоя, служащей границей для внешнего турбулентного течения, равна нулю боковая компонента скорости, а нормальная и продольная компоненты ненулевые. Такие условия

противоположны условиям вычислительного эксперимента [4], в котором установлено, что замена условий прилипания для боковой компоненты скорости на условия проскальзывания повышает интенсивность турбулентных пульсаций.

1. Постановка и метод решения задачи. Рассматривается установившееся турбулентное течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале бесконечной длины. Течение моделируется численным решением трехмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \nu\nabla^2\mathbf{v} - \nabla p + D_p\mathbf{i} + \mathbf{F} \quad (1.1)$$

$$\nabla\mathbf{v} = 0$$

с условиями периодичности в направлениях x, z , параллельных стенкам канала (x – направление основного потока), и условиями прилипания на твердых стенках $y = 0$ и $y = 2h$.

Задача решается спектрально-конечноразностным методом [6, 7]. Приближенное решение (1.1) отыскивается в виде частичной суммы двойного ряда Фурье по переменным x, z . В нормальном к стенкам направлении применяется разностная дискретизация со сгущением узлов расчетной сетки вблизи стенок [6]. Интегрирование по времени ведется методом Рунге–Кутты 3-го порядка точности с автоматическим выбором шага [7].

В (1.1) $\mathbf{v} = (u, v, w)$ – после скорости. Градиент линейной по x составляющей давления, вызывающий движение жидкости, выделен для удобства в отдельное слагаемое $-D_p\mathbf{i}$. Величина D_p , называемая для краткости средним градиентом давления, считается заданной постоянной.

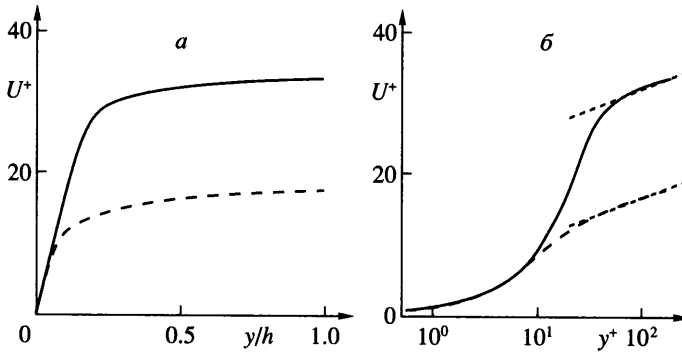
Для получения двумерного течения в пристенной области канала в правую часть уравнений Навье–Стокса добавлена искусственная массовая сила $\mathbf{F} = f\mathbf{k}$, действующая в боковом направлении z и отличная от нуля только в d -окрестности стенок $V_d = \{0 < y < d \cup 2h - d < y < 2h\}$. Сила f в каждый момент времени выбирается из условия $\partial w/\partial t = 0$ в области V_d . Таким образом, если начальное поле скорости выбрано двумерным вблизи стенок, то оно остается таковым во все время движения. Двумерность течения вблизи стенок понимается в том смысле, что в этой области w -компонента скорости тождественно равна нулю. При этом, поскольку движение вне двумерного слоя остается трехмерным, зависимость u и v -компонент скорости от z сохраняется и в пристенном слое.

После задания некоторого начального поля скорости уравнения Навье–Стокса интегрируются до выхода решения на статистически стационарный режим. После этого интегрирование продолжается с одновременным расчетом интересующих средних характеристик. Наряду с осреднением по времени проводится осреднение по однородным координатам x, z и по двум половинам канала, симметричным относительно плоскости $y = h$. Полученные таким образом средние обозначаются угловыми скобками, а мгновенные отклонения от средних – штрихами.

В установившемся режиме течения средний градиент давления пропорционален среднему трению на стенках τ_w (среднему потоку импульса от жидкости к стенкам)

$$h\rho D_p = \tau_w, \quad \tau_w = \rho\nu \frac{dU(0)}{dy}$$

Здесь $U(y) = \langle u \rangle$ – профиль скорости среднего течения, ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость жидкости. Поскольку в рассматриваемой постановке фиксирована не средняя скорость движения, а средний градиент давления (и соответственно τ_w), в качестве характерной скорости удобно взять динамическую скорость $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$. Наряду с шириной канала в качестве характерной длины будем использовать динамическую



Фиг. 1. Профили средней скорости в канале с двумерным слоем (сплошные линии) и в турбулентном течении при $Re_\tau = 180$ (штриховые линии). Нижняя и верхняя пунктирные линии отвечают $U^+ = 2.5 \ln y^+ + C$ при $C = 5.0$ и 20.5 соответственно

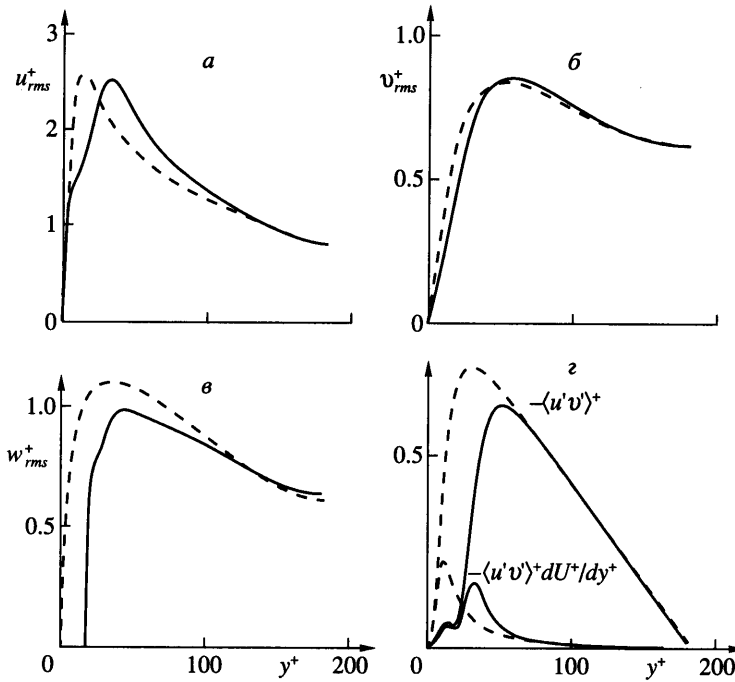
кую длину $l_\tau = \nu/u_\tau$. Величины, нормированные на u_τ , l_τ , называемые пристенными или вязкими масштабами, обозначаются верхним индексом +. Число Рейнольдса $hu_\tau/\nu \equiv h/l_\tau$ обозначается через Re_τ , а число Рейнольдса $2hU_m/\nu$, определяемое по устанавливающейся в предельном режиме средней скорости движения U_m , через Re .

Вычисления проводились с пространственным разрешением $127 \times 160 \times 85$ при $Re_\tau = 180$, соответствующем расчетам [7, 8]. Размеры расчетной области (периоды) в направлениях x , z были взяты равными $L_x = 2\pi h$ и $L_z = \pi h$, что достаточно для правильного воспроизведения основных статистических характеристик [7]. Толщина двумерного слоя равнялась $d = 0.1h$ ($d^+ = 18$).

2. Средние характеристики течения и структура мгновенного поля скорости в канале с искусственным двумерным слоем. Подавление турбулентных колебаний вблизи стенки существенно уменьшает сопротивление, что при фиксированном среднем градиенте давления ведет к повышению средней скорости. В рассмотренном варианте это повышение составляет 1.9 раза по сравнению с турбулентным течением в канале при $Re_\tau = 180$ (Re увеличивается от ≈ 5600 до ≈ 10500). Однако полной ламинаризации потока не происходит. Профиль скорости среднего течения изображен на фиг. 1, там же для сопоставления приведен профиль скорости турбулентного течения при $Re_\tau = 180$.

Графики $U^+(\log y^+)$, изображенные на фиг. 1, б, показывают, что в профиле скорости обоих течений имеется четко выраженный логарифмический слой $U^+ = 2.5 \ln y^+ + C$, однако с существенно различными значениями аддитивной константы C . Обычному турбулентному течению лучше всего соответствует $C = 5.0$, а течению с двумерным слоем $C = 20.5$, при этом начало логарифмического слоя сдвигается от стенки примерно на толщину двумерного слоя.

Профили интенсивностей пульсаций трех компонент скорости u_{rms} , v_{rms} , w_{rms} ($f_{rms} = \langle f'^2 \rangle^{1/2}$) изображены на фиг. 2, а–в, а профиль сдвигового напряжения Рейнольдса $-(u'v')$ – на фиг. 2, г. На последней фигуре также представлено распределение производства кинетической энергии пульсаций $P = -\langle u'v' \rangle dU/dy$. Для сопоставления на фиг. 2 даны соответствующие характеристики турбулентного течения при $Re_\tau = 180$. Профили, приведенные на фиг. 2, за пределами области двумерного течения ($y^+ > 18$) качественно и количественно близки к соответствующим профилям в обычном турбулентном течении. При этом экстремумы всех функций сдвигаются от стенки примерно на толщину двумерного слоя. Особенно наглядно это представлено на фиг. 2, а и г. Отме-

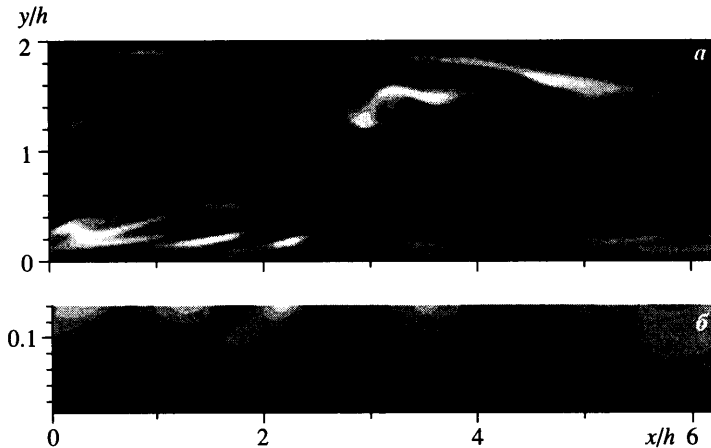


Фиг. 2. Интенсивности пульсаций скорости, сдвиговые напряжения Рейнольдса и производство кинетической энергии пульсаций в канале с двумерным слоем (сплошные линии) и в турбулентном течении при $Re_\tau = 180$ (штриховые линии)

тим аномально низкие значения $-\langle u'v' \rangle$ внутри двумерного слоя при значительных по амплитуде колебаниях продольной и нормальной компонент скорости.

На фиг. 3 приведено мгновенное поле пульсаций продольной компоненты скорости u' в плоскости (x, y) . Темные участки на рисунке соответствуют положительным u' , а светлые – отрицательным. Характерной чертой представленного поля являются языки замедленной ($u' < 0$) и ускоренной ($u' > 0$) жидкости, выплескивающиеся в ядро потока из пристенной области, где происходит их перемешивание. Такое поведение типично для пристенных турбулентных течений. Вблизи стенок канала можно заметить присутствие квазипериодических структур, более четко выраженных у нижней стенки. Нижний пристенный слой выделен на фиг. 3, б и показывает x -периодичность пристенных двумерных волн, длина которых в рассмотренном варианте составляет треть длины расчетной области. Проведенный анализ показал, что фазовая скорость пристенных волн практически постоянна по толщине двумерного слоя и равна $9u_\tau$ у каждой из стенок канала, что соответствует скорости среднего течения на расстоянии $0.05h = 0.5d$ от стенки.

Поле u' в плоскости (x, z) внутри двумерного слоя на высоте $y = 0.5d$ (фиг. 4, а) показывает, что фронт пристенной волны параллелен оси z . Амплитуда волны имеет определенную модуляцию в z -направлении с доминирующим периодом модуляции в треть ширины расчетной области. Поля $u'(x, z)$ за пределами двумерного слоя при $y = 1.25d$ и $y = 1.67d$ ($(y - d)^+ = 5$, $(y - d)^+ = 5$ и $(y - d)^+ = 12$) изображены на фиг. 4, б и в соответственно. В первом из полей и большей степени присутствуют волны двумерного слоя, но заметны и пристенные турбулентные структуры в виде вытянутых вдоль потока полос (полосчатые структуры). Во втором поле двумерные волны уже практически незамет-



Фиг. 3. Мгновенное поле $u'(x, y)$

ны, и полосчатые структуры полностью доминируют. Вдали от стенки полосчатые структуры исчезают, и поле скорости приближается к изотропному. Качественное поведение течения вне двумерного слоя, в частности наличие полосчатых структур полностью соответствует обычному пристенному турбулентному течению. Для сравнения на фиг. 5 изображено поле $u'(x, z)$, $y^+ = 12$ в турбулентном течении при $Re_\tau = 180$. В последнем, однако, полосчатые структуры столь же ярко проявляются и на меньших расстояниях от стенки.

3. Аналогия с турбулентным течением в узком канале. Качественное и количественное соответствие течения за пределами двумерного слоя с обычным турбулентным течением наталкивает на мысль, что оно может интерпретироваться как турбулентное течение в более узком канале $d \leq y \leq 2h - d$. Рассмотрим течение в трехмерном ядре (вне пределов двумерного слоя) как течение в канале, ограниченном стенками, расположенными на границе двумерного слоя. Перейдем в систему отсчета, перемещающуюся вдоль канала со скоростью $U(d)$. В этой системе скорость среднего течения на границе двумерного слоя обращается в нуль, однако пульсации продольной и нормальной компонент скорости остаются ненулевыми.

Для вычисления пристенных масштабов найдем средний поток импульса через границу двумерного слоя

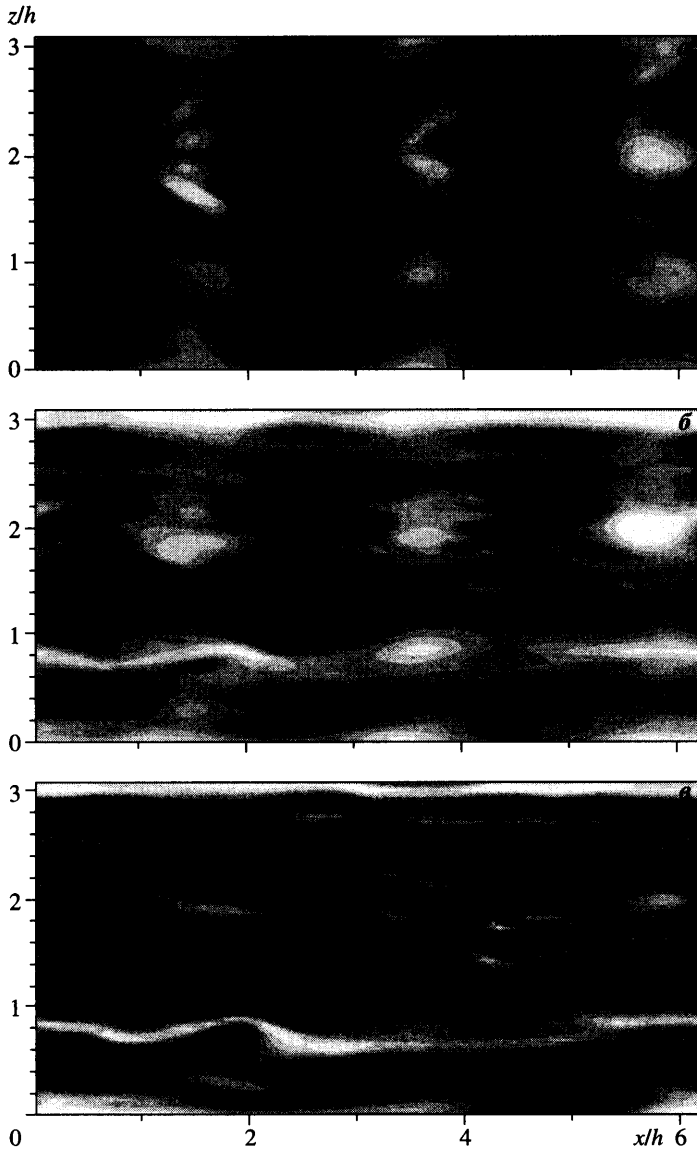
$$\tau = (h - d)\rho D_p = \rho \left(v \frac{dU}{dy} - \langle u'v' \rangle \right) \Big|_{y=d}$$

и определим динамическую скорость и длину как $u_\tau = (\tau/\rho)^{1/2}$, $l_\tau = \nu/u_\tau$. Число Рейнольдса, соответствующее течению в узком канале, равно

$$Re_\tau = (h - d)u_\tau/\nu = 180(1 - d/h)^{3/2} \approx 154$$

Средняя скорость потока относительно подвижной системы отсчета

$$U_m = \frac{1}{h-d} \int_d^h (U(y) - U(d)) dy$$

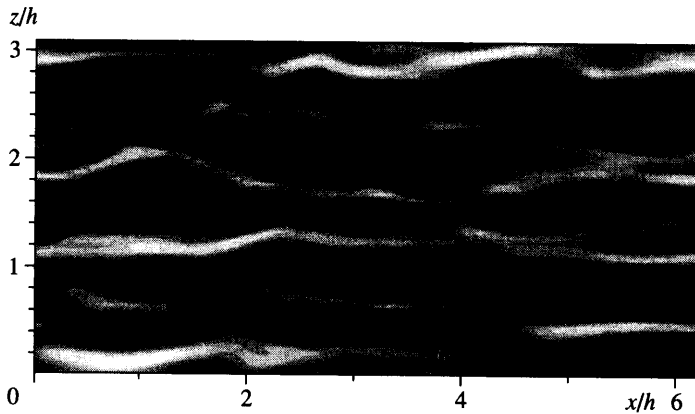


Фиг. 4. Мгновенные поля $u'(x, z)$ на разных расстояниях от стенки: $y = 0.5d$, $y = 1.25d$ ($(y - d)^+ = 5$) и $y = 1.67d$ ($(y - d)^+ = 12$) – а, б и в соответственно

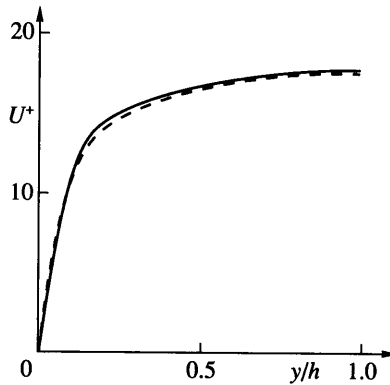
дает число Рейнольдса $Re = 2(h - d)U_m/\nu \approx 4700$. Коэффициент сопротивления течения в трехмерной области

$$C_f = \frac{(h - d)D_p}{0.5U_m^2} \equiv 8\left(\frac{Re_\tau}{Re}\right)^2 \approx 8.6 \cdot 10^{-3}$$

согласуется с экспериментальным законом Дина [9] $C_f = 0.073Re^{-1/4}$ с 2% точностью.



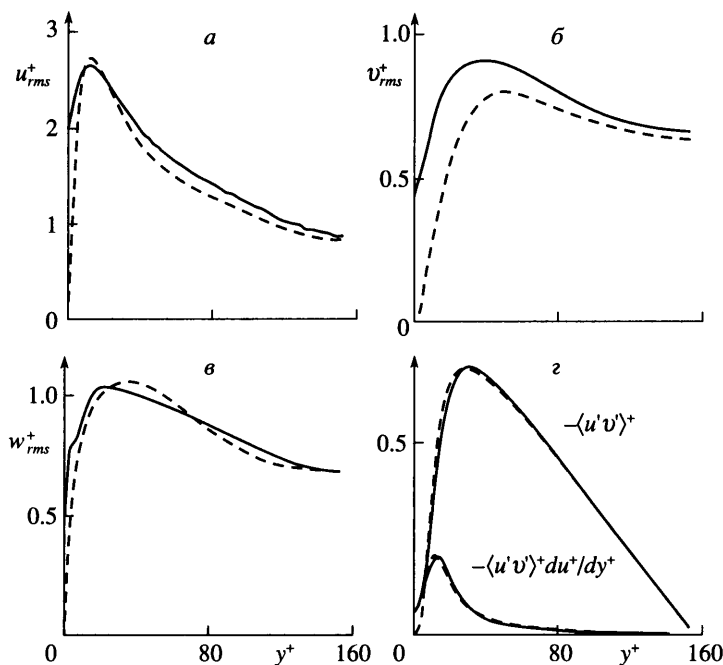
Фиг. 5. Мгновенное поле $u'(x, z)$ при $y^+ = 12$ в турбулентном течении при $Re_\tau = 180$



Фиг. 6. Профили средней скорости в канале с двумерным слоем в подвижной системе отсчета (сплошная линия) и в турбулентном течении при $Re = 4700$ (штриховая линия)

Профиль скорости среднего течения в подвижной системе изображен на фиг. 6, а профили интенсивностей пульсаций скорости, напряжений Рейнольдса и производства кинетической энергии пульсаций – на фиг. 7. Все величины нормированы на новые пристенные масштабы и даны как функции расстояния от границы двумерного слоя: $y^+ = (y - d)/l_\tau$. Там же приведены соответствующие профили в турбулентном течении при $Re = 4700$, специально рассчитанном для проведения сопоставлений. Интенсивности пульсаций вблизи границы двумерного слоя заметно превышают пристенные значения в турбулентном течении из-за различия в граничных условиях. Однако это различие уменьшается с удалением от границы. Несмотря на разницу в интенсивности колебаний, профили сдвиговых напряжений Рейнольдса и соответственно профили скорости, связанные соотношением

$$\frac{dU^+}{dy^+} - \langle u'v' \rangle = 1 - \frac{y^+}{Re_\tau}$$



Фиг. 7. Интенсивности пульсаций скорости, сдвиговые напряжения Рейнольдса и производство кинетической энергии пульсаций в канале с двумерным слоем (сплошная линия) и в турбулентном течении при $Re = 4700$ (штриховая линия)

в двух течениях практически неразличимы. Другими словами, колебания вблизи двумерного слоя оказываются слабо коррелированными, а потому лишь незначительно искажают профиль скорости.

Заключение. Проведенные вычислительные эксперименты с турбулентным течением в плоском канале при $Re_\tau = 180$ показали, что искусственное подавление турбулентных пульсаций в пристенном слое снижает сопротивление. В рассмотренном варианте расход жидкости увеличивается в 1.9 раза по сравнению с обычным турбулентным течением в канале при том же среднем градиенте давления. Внутри двумерного пристенного слоя возникает движение в виде бегущей волны, лишь незначительно искажающее профиль средней скорости. Течение в ядре потока (за пределами двумерной области) остается турбулентным и может интерпретироваться как турбулентное течение в канале со стенками, расположенными на границе двумерного слоя и двигающимися с местной скоростью среднего течения. При такой интерпретации профили важнейших характеристик, таких, как скорость среднего течения и напряжения Рейнольдса, близки к соответствующим профилям в обычном турбулентном течении в плоском канале. Коэффициент сопротивления, пересчитанный подходящим образом, с 2% точностью согласуется с эмпирической формулой Дина. Структура мгновенных полей скорости также соответствует обычному турбулентному течению, в частности, полосчатые структуры развиваются в области трехмерного движения, примыкающей к двумерному слою.

Полученные результаты интересны тем, что действительная граница, на которой выполняются условия прилипания, отделена от области возникновения турбулентности. На границе же двумерного слоя в силу отсутствия условий прилипания имеются

значительные по амплитуде колебания продольной и нормальной компонент скорости. Это позволяет сделать вывод о том, что условия прилипания для пульсационной составляющей скорости не являются определяющим фактором в формировании структуры и в процессе самоподдержания турбулентности в пристенных течениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00492).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Rundstadler P.W.* The structure of turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1967. V. 30. Pt. 4. P. 741–773.
2. *Kim H.T., Kline S.J., Reynolds W.C.* The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 50. Pt. 1. P. 133–160.
3. *Robinson S.K.* Coherent motions in the turbulent boundary layer // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1991. V. 23. P. 601–639.
4. *Jimenez J., Pinelli A.* The autonomous cycle of near-wall turbulence // *J. Fluid Mech.* 1991. V. 389. P. 335–359.
5. *Hamilton J.M., Kim J., Waleffe F.* Regeneration mechanisms of nearwall turbulence structures // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 287. P. 317–348.
6. *Никитин Н.В.* Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах // *Ж. вычисл. математики и мат. физики.* 1994. Т. 34. № 6. С. 909–925.
7. *Никитин Н.В.* Статистические характеристики пристенной турбулентности // *Изв. РАН. МЖГ.* 1996. № 3. С. 32–43.
8. *Kim J., Moin P., Moser R.* Turbulent statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 177. P. 133–166.
9. *Dean R.B.* Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow // *Trans. ASME. J. Fluids Engng.* 1978. V. 100. № 2. P. 215–223.

Москва

Поступила в редакцию
4.II.2003