

УДК 533.6.011.5 : 533.69.048

© 2003 г. А. В. АНТОНЕЦ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПУТЕМ РАСЧЕТОВ СТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ВИДОИЗМЕНЕННОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Предложен строго обоснованный при принятии гипотезы локальности силового взаимодействия (в частности, гиперзвуковой поршневой аналогии или закона плоских сечений) способ определения нестационарных аэродинамических характеристик летательных аппаратов путем численных расчетов стационарного обтекания эквивалентных тел. Существенное уточнение известного метода В.В. Лулева искривленных тел достигнуто за счет получения новых аэродинамически эквивалентных форм поверхностей летательных аппаратов, максимально (без погрешностей вспомогательных преобразований) соответствующих постулированной схеме локальных вычислений распределенных аэродинамических нагрузок. Открыта возможность расчета совместного влияния на коэффициенты демпфирования углов атаки, компонент угловых скоростей и пространственного положения центра колебаний. Для летательных аппаратов в форме затупленных круговых конусов получено удовлетворительное согласование с альтернативными расчетными данными метода линейных разложений.

Ключевые слова: сверхзвуковое обтекание, летательный аппарат, нестационарные аэродинамические характеристики, метод эквивалентных тел.

Исследование устойчивости атмосферного движения летательных аппаратов пространственной конфигурации требует решения задачи определения воздействующих на них аэродинамических сил и моментов сил от четырех независимых переменных при всех возникающих в натурном полете режимах нестационарного обтекания.

Изучаемые нестационарные аэродинамические нагрузки на различные элементы летательных аппаратов выявляются как экспериментальным путем, так и с помощью расчетно-теоретических методов. Но по экономичности, разнообразию и объему оперативно получаемой информации апробированные теоретические методы моделирования изначально превосходят возможности проведения трубных и натурных экспериментов. В нестационарной аэродинамике наиболее развита линейная теория обтекания тонких тел, основывающаяся на допущении о малом отличии всех газодинамических величин в возмущенной области течения около поверхности обтекаемого тела от их значений в набегающем равномерном потоке (см., например, [1]). В качестве ее обобщения для решения задач сверхзвукового обтекания затупленных тел привлекается линейная теория тел конечной толщины [2]. В рамках этой теории разработаны и успешно применяются в последние годы программы численных расчетов нестационарного обтекания осесимметричных летательных аппаратов с использованием линейных разложений газодинамических функций по малым нестационарным возмущениям угла атаки α и угловой скорости $\dot{\alpha}$ по отношению к основному нелинейному точному стационарному решению [3].

В [4] впервые с теоретическим обоснованием на основе правила плоских сечений (гиперзвуковой поршневой аналогии) для упрощения расчетов нестационарных аэродинамических характеристик предложено использовать программы менее трудоемких численных расчетов стационарного трехмерного обтекания искривленных тел, полу-

чаемых из исходной формы летательного аппарата при малом искривлении его оси по квадратичному закону от осевой координаты x без изменения конфигурации соответственно сдвигаемых поперечных сечений [5]. Накопление опыта практических расчетов позволило выявить, однако, недостаточно полное согласование получаемых по способу [4, 5] значений нестационарных характеристик, в частности коэффициента демпфирования m_z^{β} , с результатами расчетов по методу линейного приближения [2, 3].

В данной статье эффективно благодаря нахождению точных (в условиях гипотезы локальности) аэродинамически эквивалентных форм обтекаемых гиперзвуковыми потоками тел совершенствуется экономичный метод расчета нестационарных характеристик летательных аппаратов [4, 5].

1. Математическая модель. Рассмотрим первым тот вариант задачи, в котором справедлива поршневая аналогия для нестационарного движения летательного аппарата с постоянной переносной скоростью $u_e[V_{\infty}] \sim 0.7-0.9$ вдоль фиксированного в начальный момент движения отрицательного направления его оси x и угловой скоростью $\dot{\alpha}$ малых колебаний относительно расположенного на этой оси центра колебаний x_g , где $[V_{\infty}]$ – масштаб u_e . Поршневая аналогия отождествляет нестационарное движение газа в пересекаемой аппаратом неподвижной плоскости пространства с течением, возникающим от некоторого нестационарно деформирующегося в этой плоскости контура поршня. Изменяющемуся со временем контуру поршня, в свою очередь, соответствует эквивалентное по созданию поперечных (радиальных) скоростей газа в указанной плоскости стационарно перемещающееся трехмерное тело.

Прямая математическая запись соотношений нестационарной поршневой аналогии в цилиндрической системе координат (x, φ, r) , жестко связанной с исходным телом $r(x, \varphi)$, позволяет вывести более точные по сравнению с установленными ранее в [4] формы поперечных сечений $r_1(x, \varphi)$ искомого эквивалентного тела

$$r_1(x, \varphi) = r(x, \varphi) + \beta u_e^{-1} \cos \varphi \delta_1(x) > 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_1}{\partial \varphi} &= \frac{\partial r}{\partial \varphi} - \beta u_e^{-1} \sin \varphi \delta_1(x) \\ \frac{\partial r_1}{\partial x} &= \frac{\partial r}{\partial x} + \beta u_e^{-1} \cos \varphi (x - x_g) L^{-1} \end{aligned} \tag{1.1}$$

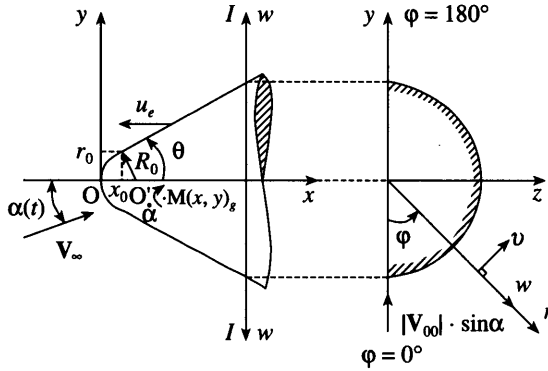
$$\delta_1(x) = (x - x_0)[0.5(x + x_0) - x_g] L^{-1}$$

где $\beta \equiv \dot{\alpha} L / V_{\infty} = -\omega_z^*$ – безразмерная угловая скорость изменения угла атаки α ; L – характерная длина тела; V_{∞} – модуль скорости однородного набегающего потока; x_0 и $r_0 = r(x_0)$ – длина и поперечный радиус сферического носка тела.

Форма тела (1.1) определяется согласно поршневой аналогии из решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка относительно переменной $t = x/u_e$

$$w_1 \equiv \frac{dr_1(u_e t, \varphi)}{dt} = w + (\omega \times \mathbf{R}_g, \mathbf{e}_r) = \frac{dr(u_e t, \varphi)}{dt} + (\omega \times \mathbf{R}_g, \mathbf{e}_r)$$

где $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ – вектор угловой скорости вращения тела относительно центра колебаний $(x, y, z)_g$; $\mathbf{R}_g = (x - x_g, y - y_g, z - z_g)$ – радиус-вектор, соединяющий центр колебаний $(x, y, z)_g$ с текущей точкой (x, y, z) поверхности колеблющегося тела; $\mathbf{e}_r = (0, -\cos \varphi, \sin \varphi)$ – орт оси r цилиндрической системы координат (x, φ, r) ; (x, y, z) – жестко связан-



Фиг. 1. Мгновенное положение используемых систем координат, связанных с колеблющимся относительно центра колебаний $M(x, y)_s$ летательным аппаратом в форме затупленного по сфере кругового конуса: $I - I'$ – выделенная неподвижная плоскость нестационарного расширения эквивалентного поршня; $\alpha(t)$, $\dot{\alpha}$ – мгновенные значения угла атаки и угловой скорости его изменения; R_0 – радиус сферического затупления

ная с телом правая прямоугольная декартова система координат с началом O – в передней точке тела и направлениями осей: x – вниз по потоку вдоль оси тела, y – по нормали к оси x в сторону возрастания углов атаки.

Выбранные системы координат поясняются на фиг. 1.

Если дано $\omega_x = \omega_y = 0$, $\omega_z = -\dot{\alpha} \approx \text{const}$, $y = -r \cos \varphi$, $z = r \sin \varphi$, тогда найдем

$$\frac{dr_1}{dt} = \frac{dr}{dt} + \dot{\alpha} \cos \varphi (u_e t - x_g) = \frac{d}{dt} \left[r + \dot{\alpha} \cos \varphi \left(\frac{(u_e t)^2}{2u_e} - x_g \frac{u_e t}{u_e} \right) \right]$$

$$r_1(x, \varphi) = r(x, \varphi) + \dot{\alpha} \cos \varphi (0.5x^2 - x_g x) u_e^{-1} + C > 0$$

Приняв при переходе от исходного к эквивалентному телу в качестве начального условия неискажение формы поперечного сечения летательного аппарата в плоскости сопряжения сферического носка с боковой поверхностью, т.е. при $r_1(x_0, \varphi) = r(x_0) = r_0$, определим константу интегрирования C и запишем результирующие формулы (1.1).

Не требуя выполнения гипотезы плоских сечений (существования поршневой аналогии), нужную уточненную форму эквивалентного тела $r_2(x, \varphi)$ можно найти более трудоемким, чем при выводе (1.1), способом, удовлетворяя уже (согласно постулируемому принципу локального взаимодействия) критерию равенства местных составляющих скоростей набегающего потока, направленных по нормальям к поверхностям тел, а не к их продольной оси x , как это принималось при допустимости поршневой аналогии

$$(\mathbf{V}_\infty, \mathbf{n}_2) = (\mathbf{V}_\infty - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_g, \mathbf{n}), \quad |\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_g| \ll |\mathbf{V}_\infty|$$

где \mathbf{n}_2 и \mathbf{n} – единичные векторы внутренних нормалей в соответствующих точках поверхностей эквивалентного $r_2(x, \varphi)$ и исходного $r(x, \varphi)$ тел.

Из этого критерия с отбрасыванием малых величин порядка $|\boldsymbol{\omega}|^2$ для тонких и близких к осесимметричным тел ($\partial r/\partial x \sim 0$, $\partial r/\partial \varphi \sim 0$) при малых α ($\sin \alpha \sim 0$) аналогично (1.1)

получим

$$r_2(x, \varphi) \approx r(x, \varphi) - [(\omega_y^* \sin \varphi + \omega_z^* \cos \varphi) \cos^{-1} \alpha] \delta_2(x, \varphi) + g(x, \varphi) > 0$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial \varphi} \approx \frac{\partial r}{\partial \varphi} - [(\omega_y^* \cos \varphi - \omega_z^* \sin \varphi) \cos^{-1} \alpha] \delta_2(x, \varphi) -$$

$$- [(\omega_z^* \sin \varphi + \omega_z^* \cos \varphi) \cos^{-1} \alpha] r \frac{\partial r}{\partial \varphi} L^{-1} + \frac{\partial g}{\partial \varphi} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial x} \approx \frac{\partial r}{\partial x} - [(\omega_y^* \sin \varphi + \omega_z^* \cos \varphi) \cos^{-1} \alpha] \left[x - x_g + r \frac{\partial r}{\partial x} \right] L^{-1} + \frac{\partial g}{\partial x}$$

$$\delta_2(x, \varphi) = 0.5(r - r_0)(r + r_0)L^{-1} + \delta_1(x)$$

$$g(x, \varphi) = [(\omega_y^* z_g - \omega_z^* y_g)(r - r_0) - \omega_x^* (z_g \cos \varphi + y_g \sin \varphi)(x - x_0)](L \cos \alpha)^{-1}$$

Отметим, что в отличие от уточненной формы (1.2) форма эквивалентного тела (1.1) при плоских угловых колебаниях ($\omega_x = \omega_y = 0, \omega_z \neq 0$) не зависит от величины y_g смещения центра колебаний с оси x .

Учитывая наличие плоскости симметрии течения, трудоемкость численных расчетов можно уменьшить при сокращении вдвое объема сеточной расчетной области. Если у тела (1.2) существует плоскость симметрии, то это означает, что выполняется равенство $r_2(x, \varphi) = r_2(x, -\varphi)$. Из записи (1.2) видно, что оно будет удовлетворяться при соблюдении условий: $r(x, \varphi) = r(x, -\varphi)$ и $\omega_x = \omega_y = 0$ или $\omega_x = \omega_y = 0$.

Производные всех N рассматриваемых аэродинамических величин $(f_i)_1^N$ по параметру β при использовании тел $r_1(x, \varphi)$ или $r_2(x, \varphi)$ определяются однократно непосредственно из двух численных расчетов стационарного обтекания заданного тела $r(x, \varphi)$ с $\beta = 0$ и эквивалентного (1.1) или (1.2) с $\beta \sim 0.001$ по конечно-разностным отношениям $f_i^\beta = (f_i(\beta) - f_i(0))\beta^{-1}, i = 1, 2, \dots, N$.

Для сравнения приведем одноименные расчетные формулы метода [4, 5] для полевых и интегральных величин с малым параметром параболического искривления оси $\epsilon \sim 0.001$: $(f_i^\epsilon)_1^N = (f_i(\epsilon) - f_i(0))\epsilon^{-1}$

$$(f_i^\beta)_1^N = f_i^\alpha (1 - x_g L^{-1}) + (0.5 f_i^\epsilon - x f_i^\alpha) L^{-1}$$

$$C_y^\beta = C_y^\alpha (1 - x_g L^{-1}) + (0.5 C_y^\epsilon - C_y^\alpha(px)) L^{-1}$$

$$m_z^\beta = m_z^\alpha (1 - x_g L^{-1}) + (0.5 m_z^\epsilon - m_z^\alpha(px)) L^{-1}$$

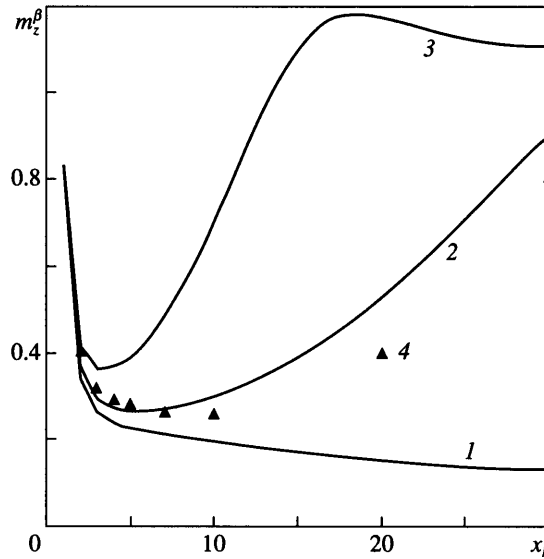
Вклад сферического носка в демпфирующие характеристики летательного аппарата вычисляется по формулам квазистационарного обтекания

$$(f_i^\beta)_1^N = f_i^\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \beta}; \quad (C_y^\beta)_{ок} = (C_y^\alpha)_{ок} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta}; \quad (m_z^\beta)_{ок} = (m_z^\alpha)_{ок} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \quad (1.3)$$

При этом используются соотношения

$$\alpha = \arctg(\tg \alpha_0 + \beta \Lambda \cos^{-1} \alpha_0); \quad \alpha_0 = (\alpha)_{\beta=0}; \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = \Lambda \cos \alpha$$

$$(m_z^\alpha)_{ок} = \Lambda (C_y^\alpha)_{ок}; \quad \Lambda = (R_0 - x_g) L^{-1}; \quad (C_y^\alpha)_{ок} = (C_y^\alpha)_0 r_0^2 r_k^{-2}$$



Фиг. 2. Зависимость коэффициента демпфирующего момента тангажа $m_z^\beta(L, \theta)$ от удлинения L и угла полураствора $\theta = 10^\circ$ затупленного конуса, колеблющегося относительно его передней точки O (см. фиг. 1) вокруг нулевого угла атаки: 1–3 – $\theta = 0, 10, 15^\circ$; 4 – $\theta = 10^\circ$, данные расчетов по методу линейных разложений [2, 3]

где R_0 – радиус сферического носка; r_0 и r_k – радиусы концевых осесимметричных поперечных сечений носка и всего летательного аппарата.

Искажающие физическое моделирование возмущения, вносимые в численно рассчитываемое стационарное сверхзвуковое поле течения негладкой состыковкой носка с боковой поверхностью эквивалентного тела, могут быть ослаблены введением малого сглаживающего переходного участка $[x_0, x_0 + \Delta]$ с заменой на нем в формулах (1.1), (1.2) постоянного параметра β корректирующей функцией $b(x)$

$$b(x) = \beta t^{1+\varepsilon} [1 + (1 + \varepsilon)(1 - t)]$$

$$\frac{db}{dx} = \beta t^\varepsilon (2 + \varepsilon)(1 + \varepsilon)(1 - t) \Delta^{-1}$$

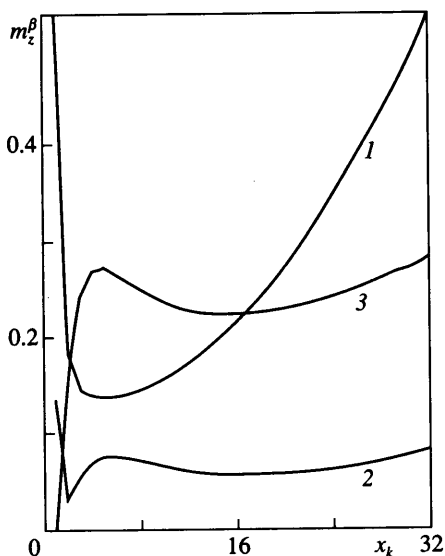
$$t = (x - x_0) \Delta^{-1}, \quad \Delta [R_0] \sim 0.1, \quad 0 < \varepsilon \sim 0.1, \quad \beta \sim 0.05$$

Запись более общей формулы этого класса с произвольными параметрами $\varepsilon > 0$, $f(x_0) \equiv f_0, f(x_1) \equiv f_1, f'(x_0) \equiv f'_0, f'(x_1) \equiv f'_1$, полезной для построения гладких аппроксимаций, имеет вид

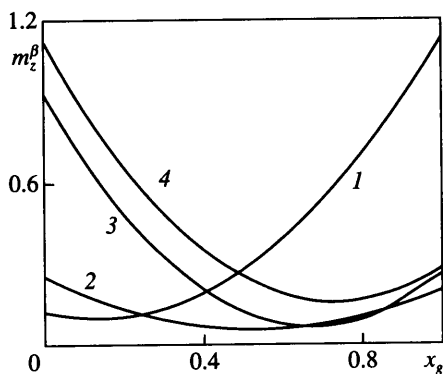
$$f(x) = f_0 + t[f'_0 + (A - Bt)t^\varepsilon] \Delta, \quad \frac{df}{dx} = f'_0 + [(1 + \varepsilon)A - (2 + \varepsilon)Bt] t^\varepsilon,$$

$$A = a + B, \quad B = (1 + \varepsilon)a + f'_0 - f'_1, \quad a = (f_1 - f_0) \Delta^{-1} - f'_0$$

2. Примеры расчетов. Результаты типовых расчетов коэффициента демпфирования $m_z^\beta(L, x_g, \theta)$ без учета влияния сил трения при нулевом угле атаки, числе Маха



Фиг. 3. Зависимость коэффициента демпфирования $m_z^\beta(L, x_k)$ затупленного конуса с углом $\theta = 10^\circ$ от его удлинения L и положения центра колебаний x_k на оси конуса: $1-3 - x_k[L] = 0.2, 0.6, 1.0$



Фиг. 4. Зависимость коэффициента демпфирования $m_z^\beta(x_g, \theta)$ затупленного конуса с удлинением $L = 30$ от положения центра колебаний x_g на оси конуса и угла θ : $1-4 - \theta = 0, 5, 10, 15^\circ$

$M_\infty = 20$, показателе адиабаты воздуха $\gamma = 1.4$ и значениях длин $L[R_0] = (1 - \sin\theta) - 30$, координат центра колебаний $x_k[L] = \{0; 0.2; 0.6; 1.0\}$, углов полураствора $\theta^\circ = \{0; 5; 10; 15\}$, затупленных по сфере круговых конусов, показаны кривыми 1–3 на фиг. 2–4. Соответствующие данные метода [2, 3] нанесены значками 4. В целом, можно заключить об удовлетворительном согласовании результатов обоих сравниваемых методов расчета коэффициента m_z^β у летательных аппаратов в форме затупленных круговых конусов. На фиг. 2, 3 при удлинениях $x_k \equiv L[R_0] = 1 - \sin\theta$, которые отвечают сферическим затуплениям конусов, значения m_z^β указаны в соответствии с представлением (1.3).

Видно, что зависимости $m_z^\beta(L, x_g, \theta)$ немонотонны. Графики $m_z^\beta(x_g)$ на фиг. 4, например, имеют минимумы и позволяют целенаправленно вести поиск оптимальных центровок, а также предугадывать критические случаи появления антидемпфирования колебаний.

Новые возможности разработанного метода демонстрируются на примере определения зависимостей $C_y^\alpha, m_z^\alpha, C_y^\beta, m_z^\beta(\alpha)$ при обтекании одного из летательных аппаратов этого класса равновесно-диссоциирующим воздухом и значениях параметров $H = 19.1$ км, $V_\infty = 6990.0$ м/с, $M_\infty = 23.69$, $\theta = 8.2^\circ$, $L = 35.364$, $x_g = 0.6$, $\alpha = 0-10^\circ$.

Прогнозируемые значения изучаемых величин отображаются ниже

α	0	1	2	4	6	8	10°
C_y^α	1.549	1.694	1.8	1.676	1.731	1.828	1.939
m_z^α	0.198	0.222	0.198	0.057	0.0482	0.05	0.055
C_z^β	-0.075	-0.0512	-0.0027	0.153	0.227	0.29	0.357
m_z^β	0.02	0.067	0.089	0.138	0.148	0.159	0.17

В выбранной системе координат (см. фиг. 1) положительный момент тангажа $m_z > 0$ относительно поперечной оси z противодействует увеличению угла атаки, т. е. отвечает случаю аэродинамического демпфирования нестационарных колебаний угла атаки.

Закключение. В итоге предпринятого анализа упрощающих допущений, приводящих к построению известного метода В.В. Лунева искривленных тел, удалось сделать существенное уточнение этого экономичного метода. Рассмотрена прямая задача удовлетворения вытекающих из принципа локальности силового взаимодействия критериев совпадения в сходственных точках поверхностей эквивалентных тел проекций скоростей набегающего потока, нормальных к общей продольной оси или к боковым поверхностям тел. В этих предпосылках найдены точные формы тел, эквивалентные по воспринимаемым силовым нагрузкам исходному летательному аппарату, совершающему плоские нестационарные угловые колебания или общее пространственное вращение с малыми угловыми скоростями. Задача определения нестационарных аэродинамических характеристик сводится, таким образом, всего лишь к двум стандартным расчетам стационарного обтекания первоначального и видоизмененного летательных аппаратов.

Принципиальная особенность состоит в том, что малые выпукло-вогнутые изменения формы поперечных сечений заданного летательного аппарата могут быть вычислены в имеющихся расчетных программах по явной, относительно простой теоретически обоснованной зависимости закладываемого текущего радиального размера обтекаемого тела от продольной координаты и меридионального угла. Практически важно, что одновременно с уменьшением количества потребных численных расчетов существенно по сравнению с более ранним методом искривленных тел повышается точность определения демпфирующих аэродинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов и открываются новые возможности расчета в этой задаче совместного влияния углов атаки, угловых скоростей и пространственного положения центра колебаний.

Выполненные параметрические вычисления значений коэффициента продольного демпфирующего момента в типовых случаях затупленных круговых конусов удовлетворительно согласуются с результатами расчетов по методу линейного приближения.

Автор благодарит Ю.М. Липницкого за стимулировавшее интенсивные изыскания внимание к работе и А. Н. Покровского за предоставление альтернативных расчетных данных и полезные обсуждения результатов исследования.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 02-01-00037).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудрявцева Н.А., Табачников В.Г., Фурсов М.К. Атлас стационарных и нестационарных аэродинамических характеристик крыльев различной формы в плане со сверхзвуковыми кромками. Под общей ред. С.М. Белоцерковского. М.: ЦАГИ. 1965. 350 с. (Тр. ЦАГИ. Вып. 941.)
2. Липницкий Ю.М. Теоретическое исследование сверхзвукового нестационарного обтекания затупленных тел // Докл. АН СССР. 1968. Т. 178. № 1. С. 59–62.
3. Липницкий Ю.М., Покровский А.Н., Фролов Л.Г. Исследование влияния конструктивных параметров летательных аппаратов на нестационарные аэродинамические их характеристики // Космонавтика и ракетостроение. 1999. Вып.17. С. 86–89.
4. Лунев В.В. Метод искривленных тел в задачах нестационарного гиперзвукового обтекания тонких тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 64–72.
5. Антонец А.В. Гиперзвуковое обтекание затупленных тел неравновесным потоком воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 2. С. 114–120.

Москва
E-mail:lipn@kiam.ru

Поступила в редакцию
25.IX.2002