

УДК 532.526.3.013.4

© 2003 г. М. Н. КОГАН, М. В. УСТИНОВ

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ПОМОЩЬЮ “ИСКУССТВЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ”

Рассмотрена возможность стабилизации пограничного слоя с помощью “искусственной турбулентности” – детерминированных периодических по размаху поперечных течений, создаваемых объемными силами. Показано, что в результате дополнительного переноса импульса поперечным течением профиль скорости в пограничном слое становится более наполненным. Это приводит к подавлению роста неустойчивых возмущений и увеличению длины ламинарного участка в 3–4 раза.

Ключевые слова: ламинарно-турбулентный переход, управление, устойчивость, пограничный слой.

Затягивание ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое является одной из старейших и до сих пор актуальных проблем современной аэродинамики. Известные способы ламинаризации условно могут быть разделены на пассивные, основанные на создании более устойчивого течения в пограничном слое, и активные, связанные с воздействием непосредственно на неустойчивые возмущения с целью их подавления. Пассивные методы предпочтительнее, так как они не требуют детального измерения амплитуды и фазы возмущений и быстрого реагирования на их изменения. Наиболее известными такими способами предотвращения перехода являются создание благоприятного градиента давления и отсос пограничного слоя. В данной работе рассматривается альтернативный пассивный способ затягивания перехода путем создания искусственного регулируемого переноса импульса поперек пограничного слоя (искусственных напряжений Рейнольдса или турбулентности). Для этого предлагается создать периодическое в направлении размаха поперечное течение, скорость которого того же порядка, что и вертикальная скорость в пограничном слое. Такое течение приводит к появлению периодической по размаху неоднородности профиля скорости в пограничном слое [1]. Известно, что неоднородность течения в пограничном слое обычно приводит к его дестабилизации. В работе будет показано, что можно, однако, создать такое поперечное течение, которое приводит к увеличению устойчивости пограничного слоя. Это достигается за счет добавочного переноса импульса поперечным течением, что приводит наряду с появлением неоднородности к существенному изменению осредненного по размаху профиля скорости в пограничном слое, который становится более наполненным. Повышение устойчивости за счет изменения осредненного профиля перекрывает негативный эффект неоднородности течения.

В данной работе рассматривается поперечное течение, создаваемое объемными силами. Здесь не обсуждается природа этих сил, хотя исторически именно появление возможности создания таких сил послужило толчком к настоящему исследованию. Необходимое поперечное течение в пограничном слое может быть создано разными способами. Основной результат исследования состоит в демонстрации принципиальной возможности стабилизации пограничного слоя путем создания в нем периодического стационарного или нестационарного поперечного течения, не связанного с по-

током массы через стенку. Этот способ управления устойчивостью пограничного слоя предпочтительнее использования продольной объемной силы, рассмотренного в [2], так как для получения одинакового эффекта требуется значительно меньшая сила.

1. Течение в пограничном слое с внешней силой. Рассмотрим обтекание плоской пластины потоком вязкой несжимаемой жидкости со скоростью u_∞ , плотностью ρ и кинематическим коэффициентом вязкости ν . На достаточно большом для выполнения приближения пограничного слоя расстоянии L от передней кромки на жидкость начинает действовать объемная сила \mathbf{F}' , имеющая размерность $[\text{н} \times \text{м}^{-3}]$. Предполагается, что сила сосредоточена внутри пограничного слоя и затухает достаточно быстро при удалении от пластины.

Для описания течения будем пользоваться декартовой системой координат с началом на передней кромке пластины и осями x, y, z , направленными по потоку, вдоль передней кромки и по нормали к поверхности пластины. Легко видеть, что для изменения поперечного переноса импульса в пограничном слое на свой порядок достаточно изменить поперечные скорости на величину порядка вертикальной скорости в нем на расстояниях порядка толщины пограничного слоя. Тогда, согласно уравнению неразрывности, продольная скорость будет изменяться на величину порядка скорости набегающего потока. В соответствии с этими оценками введем безразмерные переменные

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{\delta} = \frac{y'}{L}R; \quad z = \frac{z'}{\delta} = \frac{z'}{L}R; \quad u = \frac{u'}{u_\infty}; \quad v = \frac{v'}{u_\infty}R; \quad w = \frac{w'}{u_\infty}R$$

Здесь u', v', w' – размерные продольная, трансверсальная и вертикальная компоненты скорости, x', y', z' – размерные координаты, $d = \sqrt{\nu L/u_\infty}$, $R = u_\infty \delta/\nu = \sqrt{R_L}$, $R_L = u_\infty L/\nu$ – число Рейнольдса, вычисленное по расстоянию от передней кромки L . Безразмерные координаты и компоненты скорости обозначены аналогичными буквами без штриха.

В этих переменных уравнения Навье-Стокса имеют вид

$$\begin{aligned} Du &= \frac{1}{\rho u_\infty^2} \left(LF'_x - \frac{\partial p'}{\partial x} \right) + \Delta_* u \\ Dv &= \frac{R}{\rho u_\infty^2} \left(LF'_y - R \frac{\partial p'}{\partial y} \right) + \Delta_* v, \quad D \equiv u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \\ Dw &= \frac{R}{\rho u_\infty^2} \left(LF'_z - R \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \Delta_* w, \quad \Delta_* = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Для того, чтобы все члены в этих уравнениях были одного порядка, составляющие управляющей силы должны иметь порядок $F'_x \sim \rho u_\infty^2/L$, $F'_y \sim F'_z \sim \rho u_\infty^2/(LR)$. При этом давление оценивается, как и в пограничном слое без силы $p' = [\rho u_\infty^2/R^2]p$, где безразмерное давление $p \sim 1$. Из сделанных оценок следует, что для изменения продольной составляющей скорости на одну и ту же величину нужно приложить поперечную силу, в R раз меньшую, чем продольную.

Вводя обозначения $\Phi_x = F'_x L/(\rho u_\infty^2)$, $\Phi_{y,z} = F'_{y,z} LR/(\rho u_\infty^2)$ для безразмерных объемных сил и оставляя в уравнениях Навье-Стокса только члены наименьшего порядка по R^{-1} , получим систему уравнений параболического типа

$$\begin{aligned} Du &= \Phi_x + \Delta_{yz}u, & Dv &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \Phi_y + \Delta_{yz}v, & Dw &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \Phi_z + \Delta_{yz}w \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, & \Delta_{yz} &= \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Начальные условия для нее соответствуют пограничному слою Блазиуса и ставятся в сечении $x = 1$, а граничные условия на стенке и во внешнем потоке имеют вид

$$\begin{aligned} u(1, y, z) &= U_0(1, z), & v(1, y, z) &= 0, & w(1, y, z) &= W_0(1, z) \\ u, v, w(x, y, 0) &= 0, & u(x, y, \infty) &= 1, & v(x, y, \infty) &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь $U_0(x, z)$, $W_0(x, z)$ продольная и вертикальная компоненты скорости в пограничном слое Блазиуса.

Для упрощения задачи будем рассматривать силу, продольная и вертикальная компоненты которой являются четными, а трансверсальная – нечетной функциями y . В этом случае компоненты скорости имеют аналогичную симметрию, что позволяет значительно уменьшить объем вычислений, необходимых для решения задачи. Компоненты силы зададим в виде обрезанных рядов Фурье

$$\{\Phi_x, \Phi_z\} = \sum_{n=1}^N \{\Phi_{xn}, \Phi_{zn}\}(x, z) \cos n\beta y, \quad \Phi_y = \sum_{n=1}^N \Phi_{yn}(x, z) \sin n\beta y \quad (1.4)$$

где поперечное волновое число $\beta = O(1)$ задает период силы $\lambda_y = 2\pi/\beta$. Решение для компонент скорости и давления ищем в виде

$$\begin{aligned} \{u, w, p\} &= \{U_0, W_0, 0\}(x, z) + \sum_{n=0}^N \{u_n, w_n, p_n\}(x, z) \cos n\beta y \\ v &= \sum_{n=1}^N v_n(x, z) \sin n\beta y \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подстановка этих выражений в (1.2), (1.3) приводит к системе уравнений для амплитуд гармоник скорости и давления u_n, v_n, w_n, p_n с однородными начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} Lu_n + \frac{\partial U_0}{\partial x} u_n + \frac{\partial U_0}{\partial z} w_n &= R_n^u + \Phi_{xn} \\ Lv_n &= \beta_n p_n + R_n^v + \Phi_{yn} \\ Lw_n + \frac{\partial W_0}{\partial x} u_n + \frac{\partial W_0}{\partial z} w_n &= -\frac{\partial p_n}{\partial z} + R_n^w + \Phi_{zn} \\ \frac{\partial u_n}{\partial x} + \beta_n v_n + \frac{\partial w_n}{\partial z} &= 0, \quad L = U_0 \frac{\partial}{\partial x} + W_0 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_n^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\{u_n, v_n, w_n\}(x, 0) = \{u_n, v_n, w_n\}(x, \infty) = \{u_n, v_n, w_n\}(1, z) = 0$$

Здесь $\beta_n = n\beta$, а R_n^u, R_n^v, R_n^w – амплитуды n -й гармоники нелинейных конвективных членов, не вошедших в левые части уравнений. Нелинейные члены выражаются через амплитуды гармоник скорости со всевозможными номерами n . Полученная система уравнений решалась итерационным методом и нелинейные члены брались из предыдущей итерации. Поэтому систему (1.6) для каждого номера n можно рассматривать отдельно. Для ее решения при $n \neq 0$ исключим из (1.6) давление, сложив производную по z от второго уравнения с третьим, умноженным на v_n . В полученном уравнении выразим u_n через u_n и w_n , используя уравнение неразрывности. Появившийся член $U_0 \partial^2 u_n / \partial x^2$, содержащий вторую производную по x , заменим его выражением из продифференцированного по x первого уравнения импульсов. В результате получим следующее уравнение для u_n и w_n

$$LB - \frac{\partial U_0}{\partial x} B - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} w_n \right) - \frac{\partial^3 U_0}{\partial x \partial z^2} w_n - 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial x} \right) - \frac{\partial W_0}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} + \beta_n^2 u_n \right) - \frac{\partial^3 U_0}{\partial x^2 \partial z} u_n = - \frac{\partial^2 \Phi_n^u}{\partial x \partial z} - \beta_n \left[\frac{\partial \Phi_n^v}{\partial z} + \beta_n \Phi_n^w \right] - \frac{\partial^2 R_{xn}}{\partial x \partial z} - \beta_n \left[\frac{\partial R_{yn}}{\partial z} + \beta_n R_{zn} \right]; \quad (1.7)$$

$$B = \frac{\partial^2 w_n}{\partial z^2} - \beta_n^2 w_n$$

Это уравнение совместно с первым уравнением импульсов (1.6) представляет собой замкнутую задачу для u_n и w_n . Амплитуда трансверсальной компоненты скорости находилась из уравнения неразрывности. При $n = 0$ амплитуды u_0 и w_0 находились из первого уравнения импульсов и уравнения неразрывности.

Задача (1.6), (1.7) решалась численно маршевым методом. Для аппроксимации производных по x использовалась неявная разностная схема второго порядка. Нелинейные члены на каждом шаге находились с помощью итераций методом свертки [3]. Дискретизация уравнений по z производилась методом коллокаций. В качестве базисных функций использовались $F_l = z e^{-z/2} L_l^{(0)}(z)$ $l = 0, 1, \dots, Q - 1$, где $L_l^{(0)}(z)$ – полиномы Лаггера. Такие базисные функции автоматически обеспечивали выполнение граничных условий при $z = 0$ и $z \rightarrow \infty$. За узлы коллокаций принимались нули полинома $L_Q^{(0)}(z)$. Число узлов коллокации Q выбиралось равным 121, количество гармоник $N = 6$.

Для тестирования описанного метода расчета течения в пограничном слое с объемными силами применялся следующий прием. Выбиралось некоторое произвольное течение в пограничном слое, т.е. задавались амплитуды гармоник скорости $u_n, v_n, w_n(x, z); n = 0, \dots, N$, удовлетворяющие уравнению неразрывности и однородным начальным условиям при $x = 1$. Затем из уравнений движения находились силы, которые порождают это течение. Продольная компонента силы получалась из первого уравнения импульсов в (1.6). В оставшиеся два уравнения импульсов входят три неизвестные функции Φ_{yn}, Φ_{zn} и p_n , поэтому их решение неединственно. Из этих уравнений путем исключения давления можно получить (1.7), из которого однозначно находится величина

$$G_n = \frac{\partial \Phi_{yn}}{\partial z} + \beta_n \Phi_{zn}$$

которую назовем универсальной поперечной силой. Именно эта величина вместе с продольной силой Φ_{xn} однозначно определяет поле скоростей. При заданной G_n су-

существует бесконечное множество способов задания трансверсальной и вертикальной компонент силы, дающих одинаковое течение в пограничном слое. Для тестирования численного метода использовались два из них, в которых имеется только вертикальная или только трансверсальная составляющая. Найденное распределение сил использовалось для расчета поля скоростей, которое сравнивалось с исходным. Различие рассчитанных и заданных первоначально возмущений скорости составляло $\sim 10^{-4}$, при их амплитуде порядка 0.1, что свидетельствует о хорошей точности численного метода.

Для простоты ограничимся рассмотрением силы, имеющей только трансверсальную компоненту и одну гармонику по y . Как упоминалось ранее, ее действие приводит к появлению в пограничном слое возмущений продольной компоненты скорости. Их можно разделить на две составляющие: периодическую по размаху неоднородность с нулевым средним

$$u_i = \sum_{n=1}^N u_n(z) \cos n\beta y$$

и постоянное по y изменение профиля скорости u_0 . Периодическая неоднородность обычно приводит к дестабилизации течения, однако этот эффект становится заметным, когда ее амплитуда $u_{im} = \max |u_i|$ превышает 0.1 [4, 5].

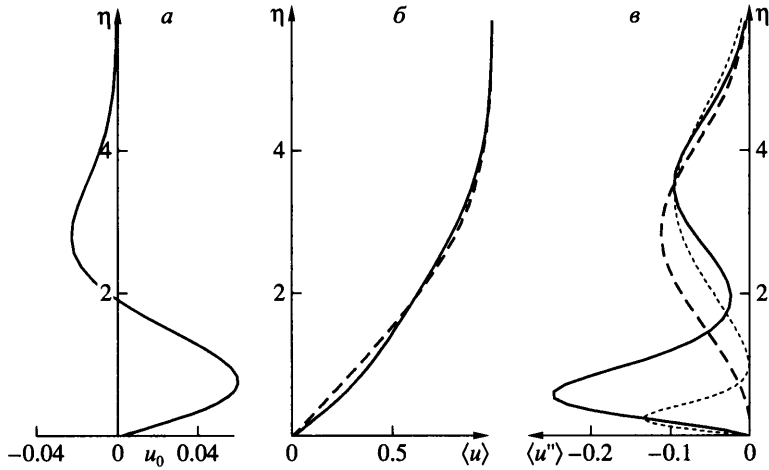
Изменение профиля средней скорости $\langle u \rangle = U_0 + u_0$ вызвано увеличением переноса продольного импульса из-за наличия поперечного течения и, по аналогии с турбулентным переносом, должно выражаться в увеличении скорости в пристеночной части пограничного слоя и уменьшении скорости в его внешней части. Эти соображения подтверждает профиль нулевой гармоники $u_0(z)$, рассчитанный при указанных ниже параметрах и показанный на фиг. 1, а. Он имеет положительный максимум у стенки и минимум вдали от нее. Значения u_0 в точках максимума и минимума назовем избытком и дефицитом скорости в пограничном слое и обозначим u_+ и u_- соответственно. Изменение профиля скорости должно приводить к стабилизации течения, если ее избыток достаточно велик, а дефицит мал. Поэтому искомого распределение силы, создающее максимально возможный избыток скорости u_+ при амплитуде неоднородности $u_{im} \leq 0.1$. Предварительные расчеты показали, что этим требованиям в известной мере удовлетворяет сила

$$\Phi_x = \Phi_z = 0; \quad \Phi_y = Ae^{-\chi\eta} \sin \beta y, \quad \eta = z/\sqrt{x} \quad (1.8)$$

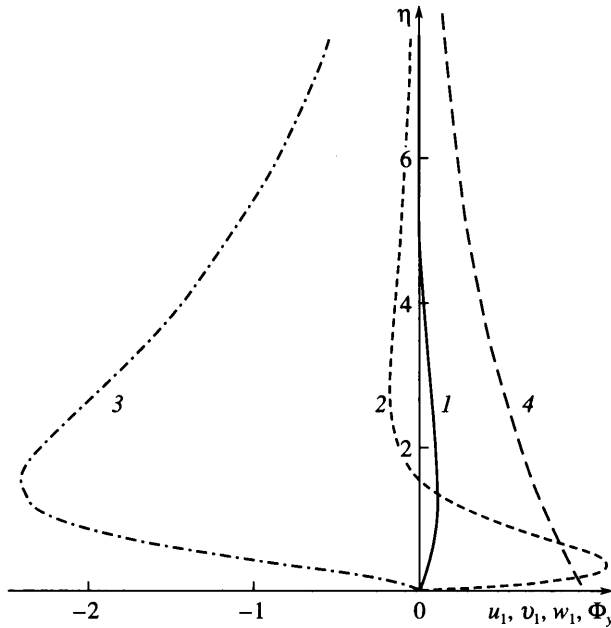
при $\beta = 2$, $\chi = 0.25$, $A = 170$.

Вертикальные профили амплитуд первых гармоник силы Φ_y , продольной u_1 , трансверсальной v_1 и вертикальной w_1 составляющих скорости в пограничном слое при $x = 1.8$, полученные при этом распределении объемной силы, показаны на фиг. 2. Высшие гармоники скорости оказались пренебрежимо малыми по сравнению с ее нулевой и первой гармониками. Выбранное значение x приблизительно соответствует максимуму избытка скорости, и в этом месте должно наиболее сильно проявляться стабилизирующее воздействие силы.

Изменение осредненного течения в пограничном слое в этом сечении показано на фиг. 1, б, фиг. 1, а. Изменение суммарного профиля средней скорости $\langle u \rangle = (U_0 + u_0)$ в результате действия силы иллюстрирует фиг. 1, б. Из нее видно, что профиль скорости становится более наполненным. Однако во внешней части пограничного слоя наблюдается уменьшение скорости, которое, в принципе, может привести к появлению перегибной неустойчивости. Для оценки этой возможности на фиг. 1, в построены профили второй производной средней скорости по η в пограничном слое при наличии силы и без нее. Из них видно, что действие объемной силы действительно

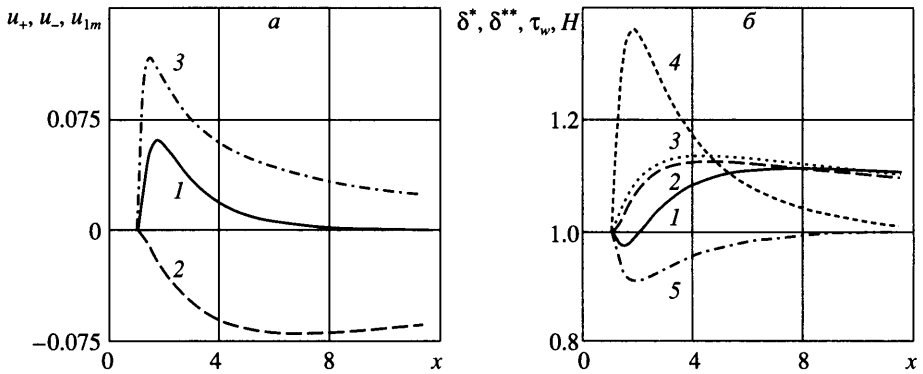


Фиг. 1. Характеристики осредненного по размаху течения при $x = 1.8$. Профиль изменения средней скорости u_0 (а), профили суммарной средней скорости $\langle u \rangle$ и ее второй производной (б, в). Сплошные линии – с силой, штриховые – без нее. Пунктир на фиг. 1, в – вторая производная при $x = 12$ с силой



Фиг. 2. Профили амплитуды первых гармоник продольной u_1 (1), трансверсальной v_1 (2), вертикальной w_1 (3) составляющих скорости и нормированной силы $\Phi_y/\Phi_{y\max}$ (4) при $x = 1.8$

приводит к уменьшению абсолютной величины второй производной скорости во внешней части пограничного слоя, однако она остается знакопостоянной (отрицательной) и заметно отлична от нуля. Это свойство второй производной сохраняется и при большом $x = 12$, когда благоприятное воздействие выбранной силы на пограничный слой становится не столь очевидным.



Фиг. 3. Зависимости характеристик основного течения от x : a – избыток u_+ (1) и дефицит u_- (2) средней скорости; амплитуда первой гармоники u_{1m} (3); b – отнесенные к своим значениям в пограничном слое Блазиуса величины δ^* , δ^{**} , $(\delta^{**})'$, τ_w и $H = \delta^*/\delta^{**}$ (кривые 1–5)

Зависимости основных характеристик течения от x показаны на фиг. 3. Избыток u_+ , дефицит u_- и максимальная по η амплитуда первой гармоники $u_{1m} = \max |u_1(\eta)|$ построены на фиг. 3, a . Ввиду малости высших гармоник последняя величина практически равна суммарной амплитуде неоднородности u_{im} . На фиг. 3, b показаны аналогичные зависимости коэффициента трения на стенке $\tau_w = R^{-1} \partial \langle u \rangle / \partial z(0)$, толщин вытеснения δ^* , потери импульса δ^{**} и формпараметра $H = \delta^*/\delta^{**}$. Для удобства анализа эти величины отнесены к своим значениям в пограничном слое Блазиуса $\tau_{w0} = 0.332/\sqrt{x}$, $\delta_0^* = 1.721\sqrt{x}$, $\delta_0^{**} = 0.664\sqrt{x}$, $H_0 = 2.65$. Осредненные коэффициент трения и толщина вытеснения, в которые скорость входит линейно, определялись путем подстановки профиля осредненной скорости $\langle u \rangle = U_0 + u_0$ в соответствующие выражения для этих характеристик в однородном по размаху пограничном слое. Осредненная толщина потери импульса определялась выражением

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \langle u(1-u) \rangle dz = \delta^{**'} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\sum_{n=1}^N u_n^2 \right) dz, \quad \delta^{**'} = \int_0^{\infty} \langle u \rangle (1 - \langle u \rangle) dz$$

где $\langle \rangle$ обозначает осреднение по размаху, а $\delta^{**'}$ – толщина потери импульса, вычисленная по осредненному профилю скорости. Последняя величина построена на фиг. 3, b вместе с полной толщиной потери импульса δ^{**} и отличается от нее на величину порядка квадрата амплитуды неоднородности. Различие между δ^{**} и $\delta^{**'}$ заметно только при малых x , когда амплитуда неоднородности относительно велика.

Характер зависимостей u_+ и u_- от x позволяет предположить, что наиболее благоприятное воздействие силы на устойчивость пограничного слоя должно наблюдаться при $x \sim 1.5-2$, когда избыток скорости максимален, а ее дефицит еще достаточно мал. В этом месте формпараметр H достигает минимума, а трение на стенке – максимума. Все эти изменения параметров показывают, что профиль скорости становится более наполненным или меняется так же, как и при благоприятном градиенте давления. Ниже по течению избыток скорости быстро затухает, а ее дефицит остается почти постоянным. Такое изменение профиля скорости может привести к дестабилизации течения. Эти негативные эффекты, вероятно, могут быть устранены или уменьшены за счет выбора более оптимального, чем (1.8), распределения объемной

силы, например с возрастающей по x амплитудой A . Дополнительным фактором, ухудшающим устойчивость течения, является наличие периодической неоднородности скорости. Однако ее амплитуда u_{1m} относительно мала (не превышает 0.12), рано достигает максимума и быстро затухает вниз по потоку.

2. Устойчивость пограничного слоя с внешней силой. Устойчивость полученного течения будем рассматривать в плоскопараллельном приближении при развитии возмущений по времени. При такой постановке задачи основное течение V_b считается однородным по продольной координате и имеющим только продольную компоненту скорости, зависимость которой от поперечных координат y, z соответствует состоянию пограничного слоя при данном расстоянии от передней кромки x_0

$$V_b = \{u_b, v_b, w_b\}, \quad u_b(y, z) = U_0(x_0, z) + \sum_{n=0}^N u_n(x_0, z) \cos n\beta y, \quad v_b = w_b = 0$$

Возмущения V_p такого неоднородного течения ищем в виде

$$V_p = \{u_p, v_p, w_p\}(y, z) e^{i(\alpha x + \beta_* y - \omega t)}$$

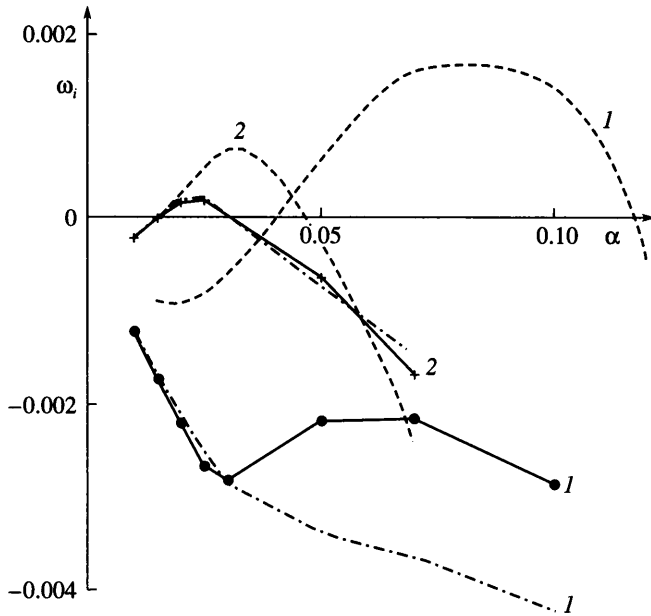
где u_p, v_p, w_p являются периодическими функциями y с периодом основного течения. При анализе устойчивости во временной постановке продольное и поперечное волновые числа α, β_* предполагаются вещественными и заданными и ищется комплексная частота ω , мнимая часть которой ω_i определяет скорость нарастания возмущений.

В [5] показано, что дисперсионное соотношение для неустойчивых возмущений в неоднородном течении $\omega = \omega(\alpha, \beta_*)$ является периодической функцией β_* с периодом, равным поперечному волновому числу основного течения β . При этом вместо одной моды, соответствующей волне Толлмина–Шлихтинга, появляются две, названные в [5] симметричной и антисимметричной модами. Для умеренной амплитуды неоднородности $u_{1m} \leq 0.2$ наиболее неустойчивой является симметричная мода. При малой неоднородности дисперсионное соотношение для этой моды мало отличается от периодически продолженного дисперсионного соотношения для волн Толлмина–Шлихтинга, т.е. $\omega(\alpha, \beta_*) \approx \omega_{TS}(\alpha, \beta_* \pm n\beta)$, $n = 1, 2, \dots$ Будем предполагать, что и при амплитуде неоднородности $u_{1m} \approx 0.1$, создаваемой объемной силой (1.8), дисперсионное соотношение принципиально не отличается от этого выражения.

Простейшим подходом к анализу устойчивости однородного течения является рассмотрение только прямых волн Толлмина–Шлихтинга. Обычно его применение оправдывается преобразованием Сквайра, из которого следует, что критическое число Рейнольдса минимально для прямых волн. Отсюда делается вывод, что эти волны являются наиболее быстрорастущими и при больших числах Рейнольдса. Несмотря на то, что это утверждение сомнительно, при анализе устойчивости пограничного слоя на практике часто ограничиваются приближением прямых волн. Для неоднородного течения приближение прямых волн эквивалентно исследованию устойчивости по отношению к симметричным модам с $\beta_* = 0$. В дальнейшем ограничимся рассмотрением таких мод. Для них продольная и вертикальная компоненты скорости u_p и w_p являются четными, а v_p – нечетной функциями y и будут искажаться в виде

$$\{u_p, w_p\} = \sum_{n=0}^N \{u_{pn}, w_{pn}\}(z) \cos n\beta y, \quad v_p = \sum_{n=1}^N v_{pn}(z) \sin n\beta y$$

Подставляя суммарное поле скоростей $V = V_b + \varepsilon V_p$ в уравнения Навье–Стокса и учитывая линейные по ε члены, получим задачу на собственные значения для частоты ω . В [4] показано, что несколько наиболее неустойчивых собственных значений



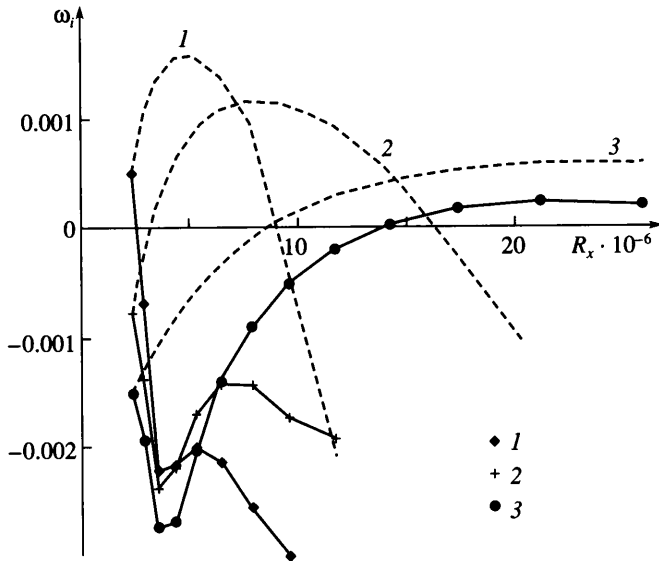
Фиг. 4. Зависимости инкрементов нарастания ω_i от α для течения в пограничном слое с силой и без нее (сплошные и штриховые линии). $x = 1.8, 8$ (1, 2). Штрихпунктир – с силой без учета неоднородности

этой задачи можно найти путем расчета эволюции на одном шаге по времени некоторого набора начальных состояний течения методом, предназначенным для прямого численного моделирования развития возмущений в пограничном слое. Этот подход к анализу устойчивости течений сложной геометрии, успешно опробованный в [4], применяется в данной работе. Способ дискретизации по z и количество гармоник N были такими же, как и при нахождении основного течения.

Расчеты устойчивости течения в пограничном слое с внешней силой проводились при $R = 1500$. Обычно используемое в теории устойчивости пограничного слоя число Рейнольдса, вычисленное по расстоянию от передней кромки R_x , связано с R и продольной координатой x соотношением $R_x = R^2 x$. При выбранном числе Рейнольдса начальное сечение $x = 1$ соответствует $R_x = 2.25 \times 10^6$. В отсутствие внешних сил ламинарно-турбулентный переход на пластине происходит при $R_x = 3-5 \times 10^6$, что соответствует $x = 1.3-2.2$. Примерно при этих значениях x , судя по результатам расчета основного течения, стабилизирующее воздействие внешней силы должно быть максимальным.

Результаты расчетов устойчивости течения в пограничном слое с внешней силой в виде зависимостей инкрементов нарастания ω_i от волнового числа α и числа Рейнольдса R_x показаны на фиг. 4 и 5 соответственно. На них сплошные линии соответствуют пограничному слою с силой, а штриховыми без нее. Из фиг. 4 видно, что при $x = 1.8$ объемная сила приводит к полной стабилизации течения. Аналогичное поведение зависимостей $\omega_i(\alpha)$ наблюдается и далее вниз по потоку до примерно $x = 5.5$, соответствующему $R_x = 12 \cdot 10^6$ (см. фиг. 5). При больших x , например для $x = 8$ (фиг. 4), объемная сила приводит к существенному уменьшению инкрементов нарастания и сдвигу их максимума в сторону меньших α .

Чтобы оценить воздействие двух факторов: изменение профиля осредненной скорости и наличие периодической неоднородности течения на устойчивость погранич-



Фиг. 5. Зависимости инкрементов нарастания ω_i от числа Рейнольдса R_x при $\alpha = 0.07, 0.05, 0.025$ (1–3). Сплошные линии с силой, штриховые – без нее

ного слоя с внешней силой, были выполнены расчеты устойчивости без учета неоднородности, т.е. при $u_n = 0$ для $n \geq 1$. Их результаты в виде зависимостей ω_i от α при $x = 1.8$ и 8 показаны штрихпунктирными линиями на фиг. 4. В сечении $x = 1.8$, где амплитуда неоднородности близка к максимальной, ее влияние на инкременты нарастания возмущений существенно, хотя и меньше, чем воздействие изменения профиля осредненной скорости. При $x = 8$ неоднородность скорости практически не влияет на устойчивость течения, что и не удивительно, так как в этом сечении ее амплитуда очень мала ($u_{im} = 0.03$).

Зависимости ω_i от R_x , при $\alpha = 0.025, 0.05$ и 0.07 , построенные на фиг. 5, показывают, что под действием силы возмущения в широком диапазоне волновых чисел быстро (при $R_x \approx 2.5 \cdot 10^6$) становятся затухающими. Стабилизирующее воздействие силы максимально в диапазоне чисел Рейнольдса $R_x = 3-5 \cdot 10^6$, соответствующих $x = 1.3-2.2$. Примерно на этом же расстоянии от передней кромки достигается максимум избытка скорости u_+ и коэффициента трения τ_w (фиг. 3). Далее вниз по потоку стабилизирующий эффект постепенно ослабевает, однако при всех исследованных $x < 12$ пограничный слой с силой остается более устойчивым, чем исходный пограничный слой Блазиуса. Этот вывод справедлив для умеренных волновых чисел $0.025 < \alpha < 0.1$. Объемная сила увеличивает инкременты нарастания только при очень малых волновых числах $\alpha \sim 0.01-0.02$ и на очень больших расстояниях от передней кромки $x > 10$ ($R_x > 23 \cdot 10^6$). Однако этот эффект не может повлиять на процесс ламинарно-турбулентного перехода ввиду малости инкрементов нарастания при этих параметрах.

Из фиг. 5 видно, что внешняя сила обеспечивает отсутствие нарастающих возмущений в широком диапазоне чисел Рейнольдса $2.5 \cdot 10^6 < R_x < 12 \cdot 10^6$. Следовательно, можно ожидать, что ее действие приведет к затягиванию ламинарно-турбулентного перехода по крайней мере до верхней границы этого диапазона, или примерно в 4 раза по сравнению с исходным течением. На самом деле сдвиг положения перехода должен быть еще большим из-за того, что при больших числах Рейнольдса инкременты нарастания относительно малы и рост возмущений происходит очень медленно.

Необходимо учитывать, что полученные оценки сдвига точки перехода сделаны на основе исследования устойчивости узкого класса возмущений с $\beta_* = 0$. Для их уточнения необходим анализ устойчивости для произвольных значений β_* . Нужно также принять во внимание увеличение восприимчивости течения в пограничном слое с силой к внешним возмущениям – звуку, вибрации поверхности и завихренности внешнего потока. Оно вызвано появлением относительно больших неоднородностей течения как в поперечном, так и в продольном направлениях. Периодическая по размаху неоднородность, вызванная силой, может также инициировать нелинейные процессы (рост вторичных трехмерных возмущений) на заключительной стадии перехода. Эти два эффекта могут несколько уменьшить ожидаемое увеличение длины участка ламинарного течения в пограничном слое.

Заключение. Рассмотрена возможность увеличения устойчивости пограничного слоя с помощью периодической по размаху стационарной поперечной объемной силы. Она создает поперечное течение, которое приводит к появлению периодической неоднородности продольной компоненты скорости в пограничном слое. В результате, подобно турбулентному пограничному слою, возникает дополнительный поперечный перенос импульса, который делает осредненный по размаху профиль скорости более наполненным. Изменение среднего профиля скорости повышает устойчивость пограничного слоя, однако неоднородность течения по размаху дестабилизирует его. Показано, что при надлежащем выборе силы суммарный эффект от ее воздействия является стабилизирующим. Сделанные оценки показывают, что силовое воздействие на пограничный слой позволит увеличить протяженность ламинарного участка течения в 3–4 раза. Этот вывод получен на основе анализа устойчивости течения по отношению к прямым волнам. Специальное рассмотрение необходимо для учета влияния косых волн и возможного увеличения восприимчивости к внешним воздействиям, обусловленного сильной неоднородностью модифицированного объемными силами пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 01-01-00614) и Государственного фонда поддержки ведущих научных школ (00-15-96069).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Andersson P., Berggren M., Henningson D.S.* Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers // *Phys. Fluids*. 1999. V. 11. P. 134–150.
2. *Казаков А.В., Курячий А.П.* Влияние электрогазодинамического воздействия на развитие малых возмущений в пограничном слое на тонком профиле // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1986. № 1. С. 25–33.
3. *Пономарев С.М., Стойнов М.И.* Решение уравнений Навье–Стокса проекционными методами: вычисление нелинейных членов // *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша*, № 58, 1987.
4. *Устинов М.В.* Устойчивость неоднородного по размаху течения в пограничном слое // *Изв. РАН. МЖГ*. 1998. № 6. С. 54–63.
5. *Устинов М.В.* Устойчивость течения в полосчатой структуре и развитие возмущений от точечного источника в нем // *Изв. РАН. МЖГ*. 2002. № 2. С. 13–25.