

УДК 532.526.2:533.6.011.34

© 2003 г. А. В. КАЗАКОВ

## ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОГО ПОДВОДА ЭНЕРГИИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЗАКРУЧЕННОГО ДОЗВУКОВОГО ПОТОКА

Представлены расчеты устойчивости осесимметричного закрученного течения вязкого теплопроводного газа при объемном подводе энергии. Основное невозмущенное осесимметричное завихренное течение находилось численно с использованием квазицилиндрического приближения уравнений Навье–Стокса в предположении постоянства циркуляции окружной составляющей скорости в спутном окружающем вихрь потоке. Объемный подвод энергии в вязком ядре вихря моделировался дополнительным источниковым членом в уравнении энергии. Характеристики устойчивости закрученного вязкого течения в продольном вихре определялись по линейной теории устойчивости для трехмерных плоскостных течений сжимаемого газа во временной постановке относительно как осесимметричных, так и неосесимметричных трехмерных волн, распространяющихся вдоль оси вихря и соответствующих как положительным, так и отрицательным значениям азимутального волнового числа.

*Ключевые слова:* устойчивость, вихревое течение, вязкий дозвуковой поток.

Закрученные трехмерные течения жидкости и газа представляют большой интерес для исследований в области аэродинамики. Закрутка потока и распределение осевой и окружной составляющих вектора скорости – наиболее важные параметры, определяющие как пространственно-временную эволюцию закрученного течения в целом, так и его устойчивость. В большинстве выполненных ранее исследований закрученные течения и их устойчивость рассматривались в рамках модели несжимаемой жидкости [1–8].

В более поздних работах [6, 7] были предприняты детальные исследования устойчивости несжимаемого закрученного течения жидкости и дан анализ поведения скоростей нарастания малых возмущений в зависимости от чисел Рейнольдса и величины азимутального волнового числа. В [6, 8] приведены результаты численных расчетов закрученных течений при большой интенсивности закрутки потока и приведены режимы, когда неблагоприятный продольный градиент давления, возникающий из-за интенсивной закрутки потока, приводит к появлению возвратного течения вблизи оси вихря.

В работах [9–12] было показано, что учет сжимаемости и теплопроводности может приводить к существенным изменениям характеристик устойчивости закрученных внутренних и внешних течений по сравнению с аналогичными характеристиками течений несжимаемой жидкости даже при условии идентичности распределений полей скоростей в вихре. Было установлено, что характеристики устойчивости закрученных течений чрезвычайно чувствительны к изменениям распределения окружной составляющей скорости, которые могут быть вызваны как перестройкой течения во внешней невязкой области, так и изменениями течения в самом вязком ядре вихря. В [13] было показано, что даже при постоянной величине циркуляции во внешнем невязком дозвуковом потоке значительное влияние на распределение продольной и окружной составляющих скорости в вязком ядре вихря может оказать

объемное выделение тепловой энергии и, как следствие, это может влиять на устойчивость такого закрученного течения с объемным тепловыделением.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния подвода энергии вблизи ядра продольного вихря на устойчивость такого закрученного течения вязкого теплопроводного газа в спутном дозвуковом потоке.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается влияние объемного подвода энергии на устойчивость осесимметричного закрученного течения вязкого теплопроводного газа в линейном вихре в спутном дозвуковом потоке с постоянной циркуляцией окружной составляющей вектора скорости. Будем использовать цилиндрические координаты  $(x, r, \varphi)$  и соответствующие им компоненты скорости  $v_x, v_r, v_\varphi$ . Ось  $X$  совпадает с осью ядра линейного вихря. В дальнейшем будем использовать только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесем к характерной продольной длине течения  $l^*$ :  $x^* = l^*x, r^* = l^*r$ , компоненты скорости – к характерной продольной скорости вдоль оси вихря  $u_0^*$ :  $v_x^* = u_0^*v_x, v_r^* = u_0^*v_r, v_\varphi^* = u_0^*v_\varphi$ , для плотности, коэффициента динамической вязкости, давления и энтальпии введем следующие обозначения:  $\rho^* = \rho_0^*\rho, \mu^* = \mu_0^*\mu, p^* = p_0^*u_0^{*2}p, h^* = u_0^{*2}h$ . Характерное число Рейнольдса может быть представлено в виде  $Re_0 = \rho_0^*u_0^*l^*/\mu_0^*$ .

Поперечный размер вязкой области течения вблизи оси вихря (вязкого ядра вихря) при больших числах Рейнольдса обычно оказывается малой величиной по сравнению с продольным масштабом течения и может определяться, например, толщиной пограничного слоя на теле, генерирующем вихрь. Вне вязкого ядра вихря, а именно в области  $x \sim O(1), r \sim O(1)$  течение представляет собой невозмущенный невязкий поток с постоянной циркуляцией окружной составляющей скорости.

Для описания невозмущенного течения в основной вязкой области (вязкое ядро вихря), следуя [13], удобно ввести новую переменную  $V_\varphi = u_\varphi r$ , которая фактически с точностью до множителя  $(2\pi)$  представляет собой циркуляцию окружной составляющей вектора скорости. При больших числах Рейнольдса  $Re$  для описания течения в вязком ядре вихря удобно использовать переменные

$$x_1 = x, \quad r_1 = r\sqrt{Re}, \quad V_r = \sqrt{Re}v_r, \quad V_{\varphi 1} = \sqrt{Re}V_\varphi$$

При этом для основного невозмущенного течения в вихре в квазцилиндрическом приближении получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_x}{\partial x_1} + \frac{\rho V_r}{r_1} + \frac{\partial \rho V_r}{\partial r_1} &= 0; \quad p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho h \\ \rho V_x \frac{\partial V_x}{\partial x_1} + \rho V_r \frac{\partial V_x}{\partial r_1} &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \mu \frac{\partial V_x}{\partial r_1} \right) + \frac{\mu}{r_1} \frac{\partial V_x}{\partial r_1}; \quad \frac{\rho V_{\varphi 1}^2}{r_1^3} = \frac{\partial p}{\partial r_1} \\ \rho V_x \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial x_1} + \rho V_r \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial r_1} &= \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \mu \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial r_1} \right) - \frac{\mu}{r_1} \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial r_1} - \frac{2V_{\varphi 1}}{r_1} \frac{\partial \mu}{\partial r_1} \\ \rho V_x \frac{\partial h}{\partial x_1} + \rho V_r \frac{\partial h}{\partial r_1} &= V_x \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\rho V_r V_{\varphi 1}^2}{r_1} + \frac{1}{\sigma r_1} \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \mu r_1 \frac{\partial h}{\partial r_1} \right) + \\ &+ \mu \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial r_1} \right)^2 + \left( \frac{1}{r_1} \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial r_1} - \frac{2V_{\varphi 1}}{r_1} \right)^2 \right] + Q(x_1, r_1) \quad \frac{\mu}{\mu_0} = \left( \frac{h}{h_0} \right)^\omega \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $\sigma = 0.7$  – число Прандтля,  $\gamma = 1.4$  – показатель адиабаты. Коэффициент динамической вязкости предполагается зависящим от температуры по степенному закону  $\mu/\mu_0 = (h/h_0)^\omega$ . В качестве начальных и краевых условий при решении системы уравнений (1.1) в начальном сечении  $x_1 = 0$  задаются распределения скоростей, аналогичные распределениям, используемым в [3, 10, 13]. На оси вихря принимаются условия симметрии для энтальпии и продольной составляющей скорости и соответственно нулевые значения для поперечной и окружной составляющих скорости, а на внешней границе (при  $r_1 \rightarrow \infty$ ) краевые условия определяются сращиванием соответствующих функций течения с внешним невязким потоком. Объемный подвод энергии в вязком ядре вихря, который в реальном физическом течении может быть связан с процессом испарения или конденсации пара, моделировался дополнительным членом в уравнении энергии –  $Q(x_1, r_1)$ .

Течение вне вязкой области предполагается изэнтропическим и однородным. Решение системы уравнений (1.1) находилось конечно-разностным методом, подробно описанным [13]. Подвод энергии может приводить к существенной перестройке течения и значительным изменениям распределений продольной и окружной составляющих вектора скорости, что в свою очередь должно оказать существенное влияние на устойчивость такого закрученного течения [13].

Характеристики устойчивости будут определяться из численного решения линейной задачи устойчивости закрученных вязких течений сжимаемого газа, сформулированной и подробно описанной в [9–11]. В отличие от работ [2, 3, 6, 7] при формулировке задачи устойчивости используется полная система уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа в цилиндрической системе координат, причем в качестве характерных величин скоростей, плотности, вязкости используются соответствующие величины параметров на внешней границе вязкой области. Безразмерные функции возмущенного течения можно представить в виде

$$\begin{aligned} v_x^* &= v_{x0}^*(V_{x0} + v_x'), & v_\phi^* &= v_{x0}^*(V_{\phi 0} + v_\phi'), & v_r^* &= v_{x0}^* v_r', & t^* &= \frac{l^*}{v_{x0}^*} \delta t \\ x^* &= l^* \delta x, & r^* &= l^* \delta r_1, & \rho^* &= \rho_0^*(R_0 + \rho'), & p^* &= \rho_0^* v_{x0}^{*2} (P_0 + p') \\ h^* &= v_{x0}^{*2} (H_0 + h'), & \mu^* &= \mu_0^* (M_0 + \mu') \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь величины, помеченные индексом 0, зависят только от поперечной координаты  $r_1$  и обозначают функции невозмущенного закрученного течения в рассматриваемом сечении вихря, а величины со штрихом представляют собой функции возмущенного течения, зависящие от независимых переменных  $(t, x, r_1, \phi)$ ,  $\delta^* = l^* \delta$  – характерная толщина вязкого ядра вихря в данном сечении. Функции возмущенного течения будем искать в виде волн, распространяющихся вдоль оси вихря

$$(v_x', v_\phi', v_r', h', p', \rho') = (v_x'', v_\phi'', v_r'', h'', p'', \rho'') \exp(i(\alpha x + n\phi - \omega t)) \quad (1.3)$$

где  $v_x'', v_\phi'', v_r'', h'', p'', \rho''$  – комплексные амплитуды возмущенных функций течения, зависящие только от поперечной координаты  $r_1$ ,  $\alpha, n$  – действительные продольное и азимутальное волновые числа соответственно, а величина  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  – комплексная частота возмущения, мнимая часть которой определяет скорость нарастания  $\omega_i > 0$  или затухания возмущения во времени, когда  $\omega_i < 0$ .

Положительные значения азимутального волнового числа  $n > 0$  соответствуют возмущениям, направление вращения которых совпадает с направлением вращения основного невозмущенного потока в вихре, в то время как отрицательные азиму-

тальные волновые числа  $n < 0$  соответствуют противоположному направлению вращения. Подстановка возмущенных функций в виде (1.3) в линеаризованную систему уравнений Навье–Стокса для вязкого теплопроводного газа приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая совместно с граничными условиями затухания возмущений при  $r_1 \rightarrow \infty$  и ограниченности функций на оси вихря ( $r_1 = 0$ ) представляет собой задачу на собственные значения линейной теории устойчивости сжимаемых закрученных течений [10].

Во временной постановке задача сводится к определению комплексной функции  $\omega = \Omega(\alpha, n, R)$  для соответствующих действительных значений волновых чисел  $\alpha, n$  и характерного числа Рейнольдса  $R$ , посчитанного по толщине вязкой области и параметрам на внешней границе вихря, при которых существует нетривиальное решение возмущенной системы уравнений. Метод решения системы уравнений и отыскания корней получаемого дисперсионного соотношения приведен в [10].

**2. Результаты расчетов.** Для определения влияния объемного подвода энергии на характеристики устойчивости закрученного течения были проведены расчеты полей течения в вязком ядре вихря, в начальном сечении которого распределения продольной и окружной составляющих скоростей задавались в виде

$$V_{x0} = 1 + \Delta \exp(-\beta r_1^2); \quad V_{\varphi 0} = \Gamma(1 - \exp(-\beta r_1^2)); \quad \Delta = 0.1; \quad \Gamma = 0.67; \quad \beta = 3.0 \quad (2.1)$$

Начальные распределения скоростей аналогичны распределениям, используемым в работах [3, 7, 10–13]. Параметр  $\Delta \geq 0$  соответствует закрученному течению струйного типа, а  $\Delta \leq 0$  – течению следового типа, которое обычно реализуется в концевых вихрях на достаточном удалении от области сворачивания вихревой пелены.

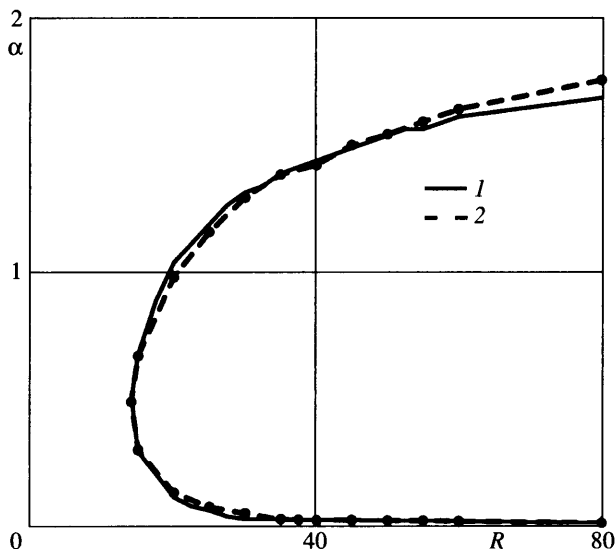
Для верификации описанной процедуры расчета характеристик устойчивости были проведены расчеты устойчивости закрученного течения при малом числе Маха и сравнение полученных результатов с хорошо известными теоретическими результатами, полученными для несжимаемого закрученного потока [3]. Основное течение задавалось распределением скоростей (2.1) для параметров  $M_\infty = 0.03$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $\beta = 1.0$ ,  $\Gamma = 0.45$ , что соответствовало одному из распределений скоростей, используемых в [3]. Сравнение нейтральных кривых в плоскости  $(\alpha, R)$ , приведенное на фиг. 1, для азимутального волнового числа  $n = -1$  показывает достаточно хорошее согласие результатов расчетов, выполненных в данной работе, и результатов [3].

В отличие от течений несжимаемой жидкости кроме скоростей необходимо задать также распределение температуры газа поперек ядра вихря в его начальном сечении, которое в данной работе считалось однородным по пространству, причем температура газа в вихре принималась равной температуре внешнего невязкого потока:  $T(0, r_1) = T_\infty$ . Для анализа влияния подвода энергии при расчетах течений с подводом энергии распределение источников энергии в области подвода задавалось в виде

$$Q(x_1, r_1) = Q_{V0}(x_1 - x_b)(x_e - x_1) \cos\left(\frac{\pi r_1}{2r_q}\right) \quad (2.2)$$

$$r_1 \leq r_q; \quad x_b \leq x_1 \leq x_e; \quad x_b = 0.05; \quad x_e = 0.25$$

Такое распределение источников тепла соответствует наличию тепловыделения в ограниченной по пространству области вблизи оси вихря. Следует напомнить, что диффузия завихренности и связанная с ней перестройка профилей скорости приводят к появлению неблагоприятного продольного градиента давления в области прилегающей к оси вихря даже в случае однородного внешнего невязкого потока и отсутствия продольных градиентов давления и скоростей вне вязкого ядра вихря [1, 3, 7–8, 13].



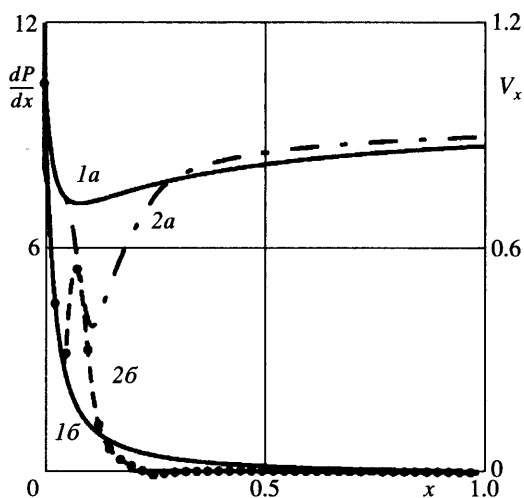
Фиг. 1. Нейтральные кривые в плоскости  $(\alpha, R)$  для возмущений соответствующих азимутальному волновому числу  $n = -1$ : кривая 1 – результаты данной работы, 2 – кривая из [3]

Возникающий вблизи оси вихря неблагоприятный градиент давления и вызванное им торможение потока могут приводить к появлению особенности в решении параболической системы уравнений, которая в этом смысле аналогична особенности, появляющейся в точке отрыва пограничного слоя от твердой поверхности [4–5, 13]. Появление особенности указывает на возможность образования зон с возвратным течением вблизи оси вихря и может быть отождествлено с точкой разрушения вязкого течения в вихре [5, 7, 8, 13, 14]. При небольших интенсивностях закрутки основного потока зоны возвратного течения не образуются [7, 8]. Расчеты параметров невозмущенного закрученного течения вязкого теплопроводного газа показывают, что объемный подвод энергии усиливает неблагоприятный продольный градиент давления в области подвода тепла, что свою очередь ведет к более резкому торможению потока и уменьшению продольной составляющей скорости в этой области течения [13].

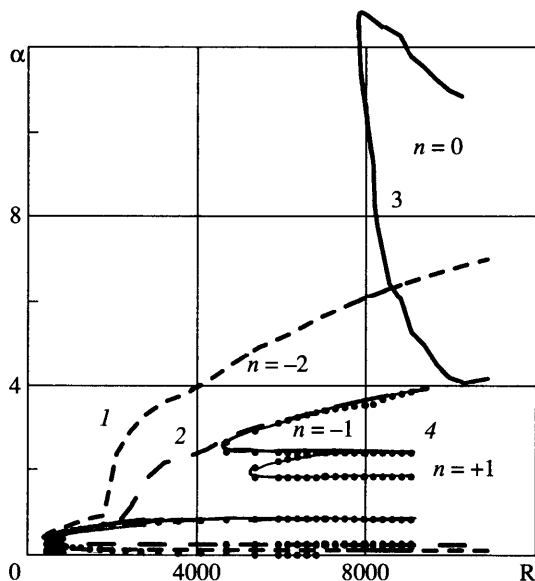
Проиллюстрируем сказанное выше на примере расчетов, которые были выполнены для следующих параметров основного течения

$$\Delta = 0.1, \quad \Gamma = 0.67, \quad \beta = 3, \quad M_0 = u_0 / \sqrt{(\gamma - 1)h_0} = 0.8 \quad (2.3)$$

На фиг. 2 представлены зависимости продольного градиента давления и продольной составляющей скорости на оси вихря от продольной координаты. Пунктирные кривые 2 соответствуют течению с подводом энергии в поток согласно формулам (2.2). Нетрудно видеть, что при подводе энергии величина локальных градиентов давления  $dP/dx$  вблизи оси вихря существенно увеличивается в области подвода энергии, где локальные градиенты возрастают более чем в 2 раза. В то же время ниже по потоку от этой области продольные градиенты давления быстро уменьшаются, причем ниже по течению от области подвода энергии местные значения градиентов давления оказываются даже несколько меньше, чем их величины без подвода тепловой энергии. Неблагоприятные градиенты давления приводят в свою очередь



Фиг. 2. Распределение продольного градиента давления  $dP/dx$  (а) и продольной составляющей вектора скорости  $V_x(x, 0)$  (б) вдоль оси вихря без подвода энергии (кривые 1) и с подводом тепловой энергии (кривые 2)



Фиг. 3. Нейтральные кривые в плоскости  $(\alpha, R)$  для возмущений соответствующих азимутальным волновым числам  $n = -2, -1, 0, +1$  (кривые 1–4 соответственно). Нейтральная кривая для  $n = +1$  отмечена точками

к быстрому уменьшению продольной скорости, которая уменьшается в области подвода энергии более чем в 3 раза по сравнению с теми значениями, которые имели место в случае без подвода энергии в поток. Описанные выше изменения параметров основного невозмущенного закрученного потока в вихре могут приводить к существенным изменениям параметров устойчивости такого течения.

Обратимся к результатам расчета устойчивости рассмотренных выше течений в вихре. На фиг. 3 показаны нейтральные кривые в плоскости  $(\alpha, R)$  для различных

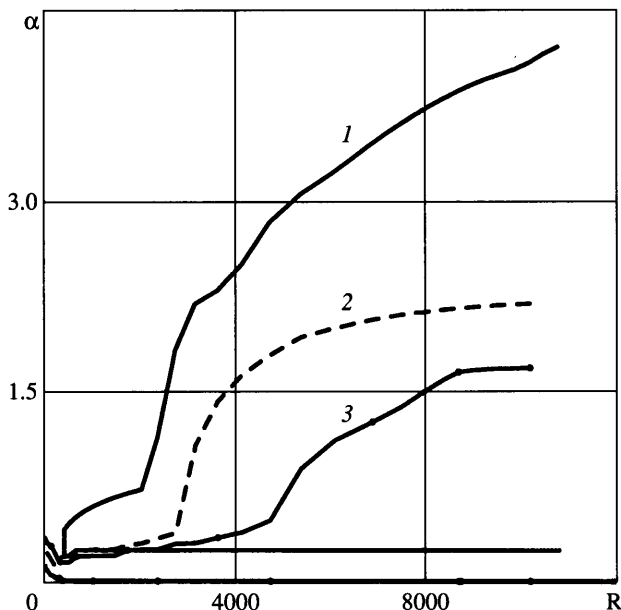
значений азимутального волнового числа  $n = -2, -1, 0, +1$ , полученные для начального распределения параметров в вихре при  $x = 0$ . Результаты показывают, что возмущения  $n = -1, -2$ , соответствующие противоположному направлению вращения возмущений по отношению к направлению вращения невозмущенного закрученного течения в вихре, обладают меньшими критическими числами Рейнольдса потери устойчивости и тем самым представляют наибольший интерес для анализа устойчивости течения. Это находится в полном соответствии с результатами [3, 6, 7], в которых также отмечалось, что наиболее неустойчивая мода возмущений соответствует азимутальному числу  $n = -1$ .

В работах [3, 7] было обнаружено, что минимальными критическими числами Рейнольдса обладают возмущения с волновым числом  $n = -1$  для двух различных значений параметров закрутки основного невозмущенного потока,  $\Gamma = 0.45$  в [3] и  $\Gamma = 0.337$  в [7], и при фиксированном значении параметра  $\beta = 1$ . Этот параметр ( $\beta$ ) определяет распределение продольной и окружной составляющих скорости в поперечном к оси вихря направлении (2.1). В настоящей работе аналогичный результат получен для параметра закрутки  $\Gamma = 0.67$  и значения параметра  $\beta = 3$ . Таким образом, возмущения с азимутальным волновым числом  $n = -1$  оказываются самыми неустойчивыми и обладают минимальным критическим числом Рейнольдса не только при одном фиксированном значении величины циркуляции окружной составляющей скорости  $\Gamma$ , но и в некотором диапазоне изменения этого параметра основного невозмущенного течения, в том числе и при учете эффектов сжимаемости среды. Влияние величины параметра  $\beta$ , задающего вид профилей скоростей в поперечном сечении вихря, на критическое число Рейнольдса оказывается не столь существенным.

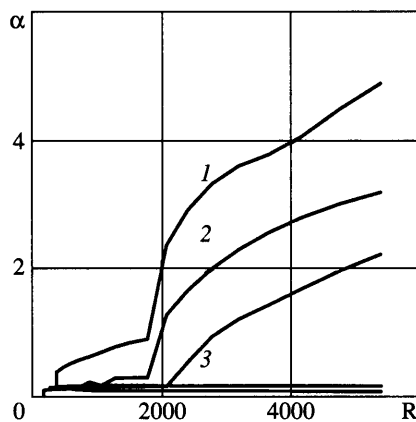
Согласно полученным результатам, осесимметричные возмущения, соответствующие азимутальному волновому числу  $n = 0$ , обладают наибольшим значением критического числа Рейнольдса среди всех рассмотренных возмущений и оказываются тем самым наиболее устойчивыми. Поэтому для анализа влияния подвода энергии на характеристики устойчивости вихря далее будут рассматриваться только возмущения с  $n < 0$ . Ниже по течению от начального сечения вихря профили скорости и распределение давления поперек вихря при переходе от сечения к сечению изменяются достаточно быстро, а затем, когда диссипация завихренности приводит к значительному уменьшению градиентов скоростей и давления, процесс перестройки течения и изменения профилей скорости существенно замедляется.

На следующих фигурах будет проведено сравнение нейтральных кривых соответствующих профилей скоростей в ближней зоне формирования вихря, где продольные градиенты параметров основного невозмущенного закрученного потока велики. Изменение профилей параметров невозмущенного течения должно приводить к существенным изменениям характеристик устойчивости. В качестве характерных сечений вихря использовалось начальное сечение, где параметры потока заданы согласно (2.1), и сечение вихря, которое соответствовало максимальной интенсивности подвода тепловой энергии,  $x = 0.1$  (2.2).

На фиг. 4 представлены нейтральные кривые для фиксированного значения азимутального волнового числа  $n = -1$  для начального сечения  $x = 0$  и сечения  $x = 0.1$  для двух случаев: без подвода энергии в поток (кривая 2) и с подводом тепловой энергии (кривая 3). Отметим, что в окрестности сечения  $x = 0.1$  для основного невозмущенного течения при подводе тепла наблюдаются наиболее значительные изменения продольного градиента давления, и профилей продольной и окружной составляющих скорости основного течения (фиг. 2). Это приводит к существенной перестройке поведения нейтральных возмущений и изменению формы нейтральной кривой, а именно поведения верхней ветви кривой нейтральной устойчивости в области больших чисел продольного волнового числа  $\alpha$ . В то же время подвод тепловой энергии, как показывают результаты расчетов, довольно слабо влияет на величину критического числа Рейнольдса потери устойчивости.

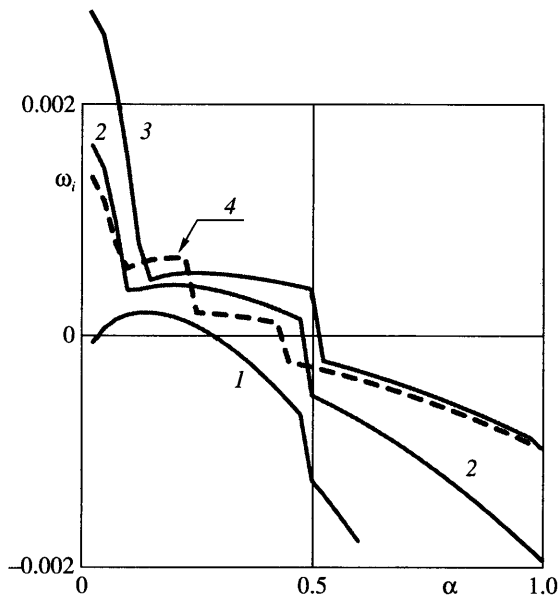


Фиг. 4. Нейтральные кривые в плоскости  $(\alpha, R)$  для  $n = -1$ . Кривая 1 соответствует сечению  $x = 0$ , а кривые 2 и 3 – сечению  $x = 0.1$  при отсутствии и наличии подвода тепловой энергии



Фиг. 5. Нейтральные кривые в плоскости  $(\alpha, R)$  для  $n = -2$ . Обозначения кривых те же, что и на фиг. 4

На фиг. 5 представлены аналогичные результаты для  $n = -2$ . Перестройка основного невозмущенного течения, наблюдаемая ниже по потоку от начального сечения вихря, приводит к существенному изменению характеристик его устойчивости. Так же как и в случае  $n = -1$ , область, соответствующая неустойчивым возмущениям, несколько сужается за счет смещения верхней ветви нейтральной кривой в сторону меньших значений волнового числа  $\alpha$ . В то же время критическое значение числа Рейнольдса потери устойчивости при этом несколько уменьшается, изменяясь в пределах от 0.5 до 10.



Фиг. 6. Скорости нарастания для возмущений с азимутальным числом  $n = -2$  в сечении  $x = 0.1$ . Кривые 1–3 соответствуют течению без подвода энергии и числам Рейнольдса  $R = 200, 500, 1000$ , кривая 4 – подводу энергии и  $R = 1000$

Расчеты показывают, что подвод энергии к потоку усиливает указанную тенденцию изменения формы и расположения нейтральных кривых для азимутальных волновых чисел  $n = -1, -2$ . Таким образом, вниз по потоку перестройка основного течения и уменьшение градиентов скоростей в поперечном сечении вихря приводят к тому, что течение становится неустойчивым к возмущениям с малыми волновыми числами  $\alpha$  практически при всех значениях числа Рейнольдса, и в то же время становится более устойчивым к коротковолновым возмущениям с большими значениями волнового числа.

Влияние подвода энергии на устойчивость закрученного течения проиллюстрируем также на примере зависимости скорости нарастания возмущений от волнового числа  $\alpha$ . На фиг. 6 приведены зависимости скорости нарастания возмущений с азимутальным волновым числом  $n = -1$  для различных значений характерного числа Рейнольдса в сечении вихря с координатой  $x = 0.1$ . Кривая 4, выделенная для большей наглядности пунктиром, соответствует течению с подводом энергии и  $R = 1000$ .

Подвод энергии приводит к уменьшению поперечных градиентов продольной и окружной составляющих скорости и соответственно к уменьшению скоростей нарастания возмущений во времени практически во всем диапазоне изменения волнового числа  $\alpha$ . Исключение составляет небольшая узкая область волновых чисел в окрестности  $\alpha \approx 0.2$ , где скорости нарастания возмущений при подводе тепла возрастают по сравнению со случаем без подвода энергии. Аналогичная тенденция сохраняется для достаточно широкого диапазона изменения характерного числа Рейнольдса. Таким образом, учитывая сужение диапазона волновых чисел, соответствующих неустойчивым возмущениям, уменьшение скоростей нарастания неустойчивых волн можно интерпретировать как стабилизацию закрученного потока за счет объемного подвода тепловой энергии в поток.

**Закключение.** Представленные результаты показывают существенное влияние объемного подвода энергии и, как следствие этого, нагрева газа в области ядра продольного вихря на характеристики его устойчивости. Для трехмерных возмущений

наиболее неустойчивыми оказываются волны, направление вращения которых противоположно направлению вращения основного потока в ядре вихря.

Вязкая диссипация и размывание вихря приводят как к некоторому уменьшению критических чисел Рейнольдса потери устойчивости, так и к некоторой дестабилизации течения по отношению к длинноволновым возмущениям с малыми значениями продольного волнового числа в области больших чисел Рейнольдса. Одновременно с этим наблюдается стабилизация закрученного потока относительно коротковолновых возмущений, соответствующих большим значениям продольного волнового числа  $\alpha$ .

Таким образом, подвод энергии к потоку существенно влияет на устойчивость закрученного течения и должен учитываться при анализе устойчивости закрученных течений, что может быть сделано только в рамках модели вязкого теплопроводного газа.

Полученные результаты также показывают, что характеристики устойчивости закрученных течений в рамках модели несжимаемой среды могут существенно отличаться от своих истинных значений, полученных в рамках более общей модели вязкого теплопроводного газа. Наличие объемного тепловыделения в закрученных течениях, которое имеет место, например, в двухфазных течениях с испарением и конденсацией жидких частиц, может быть исследовано только в рамках такой общей модели. Подвод тепловой энергии в области ядра вихря может также использоваться в качестве искусственного управляющего воздействия на устойчивость закрученных течений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№№ 99-01-00419 и № 02-01-00149).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Leibovich S.* Vortex stability and breakdown: Survey and extension // *AIAA Journal*. 1984. V. 22. № 9. P. 1192–1206.
2. *Lessen M., Singh P.J., Paillet F.* The stability of the trailing line vortex. Pt 1. Inviscid theory // *J. Fluid Mech.* 1974. V. 63. Pt 4. P. 753–763.
3. *Lessen M., Paillet F.* The stability of the trailing line vortex. Pt 2. Viscous theory // *J. Fluid Mech.* 1974. V. 65. Pt 4. P. 769–779.
4. *Brown G.L., Lopez J.M.* Axisymmetric vortex breakdown. Pt 2. Physical mechanisms. // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 221. P. 553–576.
5. *Reyna L.G., Menne S.* Numerical prediction of flow in slender vortices // *Comput. and Fluids*. 1988. V. 16. № 3. P. 239–256.
6. *Ахметов В.К., Шкадов В.Я.* Развитие и устойчивость закрученных течений // *Изв. АН СССР МЖГ*. 1988. № 4. С. 3–11.
7. *Ахметов В.К., Шкадов В.Я.* О новой вязкой моде неустойчивости свободного вихря // *Изв. РАН. МЖГ*. 1999. № 6. С. 76–80.
8. *Liu C., Menne S.* Simulation of three-dimensional vortex breakdown // *AIAA Paper*. 1989. № 1806. 5p.
9. *Kazakov A.V.* Stability of the viscous subsonic vortex flow with volume energy supply // *Abst. 19<sup>th</sup> Intern. Cong. Theoret. and Appl. Mechanics*. Kyoto, Japan, 1996. P. 194.
10. *Казаков А.В.* Устойчивость закрученного дозвукового течения вязкого теплопроводного газа // *Изв. РАН. МЖГ*. 1998. № 3. С. 50–59.
11. *Казаков А.В., Курячий А.П.* Устойчивость сжимаемого закрученного течения в круглой трубе // *Изв. РАН. МЖГ*. 1999. № 1. С. 35–41.
12. *Казаков А.В., Курячий А.П.* Линейная устойчивость внутренних закрученных течений // *Ж. вычисл. математики и мат. физики*. 1998. Т. 38. № 10. С. 1767–1773.
13. *Казаков А.В.* Влияние объемного подвода энергии на закрученные течения в спутном дозвуковом потоке // *Изв. РАН. МЖГ*. 1998. № 6. С. 47–53.
14. *Hall M. G.* A new approach to vortex breakdown // *Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst.* San Diego, Calif. 1967. Stanford. Calif. Univ. Press, 1967. P. 319–340.